

УДК 624.072

**К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ФЕРМ С УЧЕТОМ ЖЕСТКОСТИ УЗЛОВ**

**В.С. ГАРУНОВИЧ, Е.Г. ЗАКРЕВСКАЯ**

*(Представлено: канд. техн. наук, доц. Л.С. ТУРИЩЕВ)*

*Исследуется влияние жесткого соединения стержней в узлах фермы на параметры ее напряженно-деформированного состояния. Рассматривается узловая схема нагружения фермы. Получены аналитические выражения для внутренних усилий и нормальных напряжений стержней фермы с учетом жесткого соединения стержней в узлах. Численная оценка влияния жесткости узлов на параметры напряженно-деформированного состояния фермы осуществляется в среде MathCAD.*

Вопрос о законности использования шарнирной расчетной схемы фермы при узловом нагружении впервые был поставлен в конце XIX – начале XX вв. и был предметом исследования таких ученых, как Мор, Мандерла, Энгессер, Мюллер-Бреслау, Е.О. Патон, Г.П. Передерий, Н.В. Некрасов, М.П. Даниловский. В работах [1, 2] были приведены результаты экспериментальных исследований влияния жесткого соединения стержней в узлах ферм. В этих исследованиях было показано, что в ряде случаев в стержнях фермы могут возникать существенные дополнительные напряжения, причиной которых является жесткое соединение стержней в узлах.

В работе проводится теоретическое исследование влияния жесткого соединения стержней в узлах фермы на параметры ее напряженно-деформированного состояния. Рассматривается двухстержневая ферма с жестким соединением в узле под действием произвольной узловой нагрузки (рис. 1).

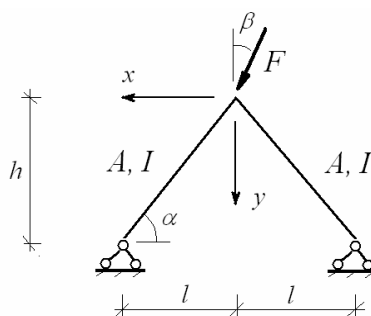


Рис. 1. Двухстержневая ферма

Конструкционный материал считается однородным изотропным упругим телом, поведение которого описывается модулем упругости  $E$  одинаковым при растяжении и сжатии.

Расчет фермы осуществляется методом сил. В качестве основной системы берется ферма с шарнирным соединением стержней в узле (рис. 2).

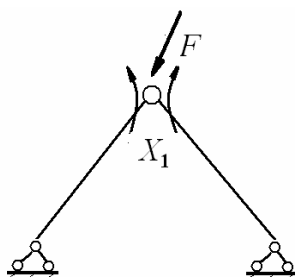


Рис. 2. Основная система метода сил

Каноническое уравнение метода сил имеет вид

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0. \tag{1}$$

Основным неизвестным в уравнении (1) является изгибающий момент, возникающий в узле вследствие жесткого соединения стержней фермы.

Входящие в (1) коэффициент и свободный член вычисляются по формуле Максвелла – Мора, которая с учетом влияния изгибных и продольных деформаций имеет следующий вид:

$$\Delta_i = \sum_k \int_l \frac{m_i M}{EI_z} ds + \sum_k \int_l \frac{n_i N}{EA} ds$$

Внутренние усилия единичного состояния, связанные с вычислением коэффициента и свободного члена, в безразмерной форме имеют вид:

– изгибающие моменты

$$m_1(x, l) = (1 - \frac{x}{l}); \quad m_2(x, l) = (1 - \frac{x}{l});$$

– продольные силы

$$n'_1(\alpha) = \cos \alpha; \quad n'_2(\alpha) = \cos \alpha.$$

Продольные силы грузового состояния, связанные с вычислением свободного члена, в безразмерной форме имеют вид:

$$N'_1(\alpha, \beta) = -0.5 \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} (1 + \frac{tg \beta}{tg \alpha}), \quad N'_2(\alpha, \beta) = 0.5 \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} (\frac{tg \beta}{tg \alpha} - 1),$$

а изгибающие моменты в грузовом состоянии не возникают.

С учетом вычисления коэффициента и свободного члена изгибающий момент, возникающий в жестком узле фермы, в безразмерной форме имеет вид:

$$X'_1(\alpha, \beta, \lambda) = 1.5 \frac{\cos \beta}{\cos^2 \alpha (3 + \lambda^2 tg^2 \alpha)},$$

где  $\lambda$  – гибкость стержня фермы.

Зависимость величины полученного узлового изгибающего момента от параметров фермы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  представлена на графиках (рис. 3).

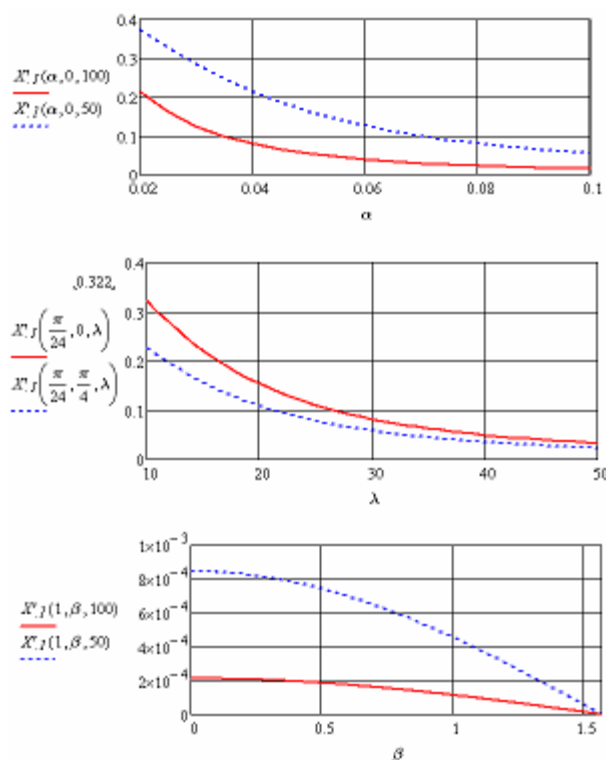


Рис. 3. Графики зависимости величины узлового изгибающего момента от параметров фермы

Из представленных графиков следует, что величина узлового изгибающего момента увеличивается с уменьшением угла  $\alpha$ , гибкости стержней  $\lambda$  и угла  $\beta$ .

Безразмерные приращения продольных сил в стержнях фермы, возникающих вследствие появления узлового изгибающего момента, описываются следующими формулами:

$$\Delta N_1(\alpha, \beta, \lambda) = 1 - k_1(\alpha, \beta, \lambda),$$

$$\Delta N_2(\alpha, \beta, \lambda) = 1 - k_2(\alpha, \beta, \lambda),$$

где

$$k_1(\alpha, \beta, \lambda) = 1 - 1.5 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{(3 + \lambda^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)},$$

$$k_2(\alpha, \beta, \lambda) = 1 + 1.5 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{(3 + \lambda^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)}$$

– коэффициенты влияния жесткости узла на продольные силы в стержнях фермы. Зависимость приращений продольных сил от параметров фермы  $\alpha, \beta, \lambda$  представлена на графиках рис. 4.

Из представленных графиков следует, что величина приращения продольных сил увеличивается с уменьшением угла  $\alpha$ , гибкости стержней  $\lambda$  и угла  $\beta$ .

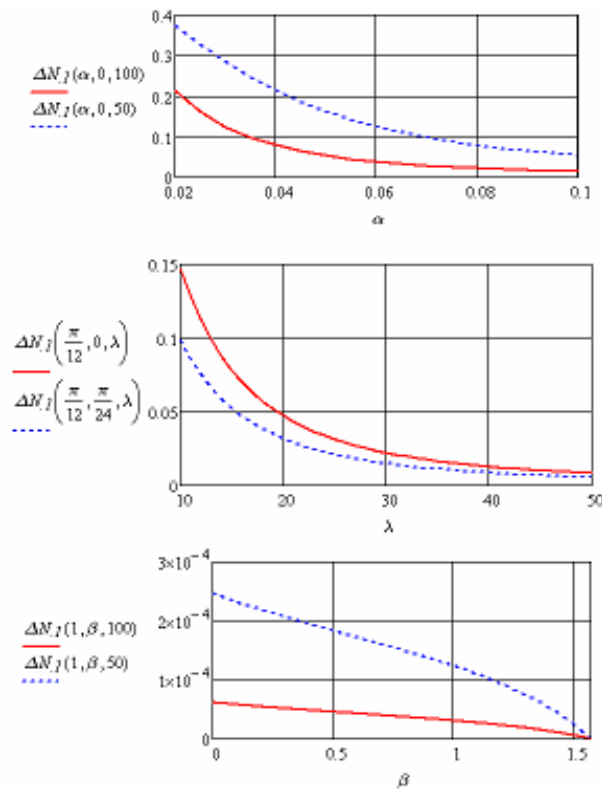


Рис. 4. Графики зависимости величины приращения продольных сил от параметров фермы

Безразмерные приращения нормальных напряжений в стержнях фермы, возникающих вследствие появления узлового изгибающего момента, описываются следующими формулами:

$$\Delta \sigma_1(\alpha, \beta, \lambda) = 1 - k_{1\sigma}(\alpha, \beta, \lambda),$$

$$\Delta \sigma_2(\alpha, \beta, \lambda) = 1 - k_{2\sigma}(\alpha, \beta, \lambda),$$

где

$$k_{1\sigma}(\alpha, \beta, \lambda) = k_1(\alpha, \beta, \lambda) + \lambda \cos \alpha \frac{X'_1(\alpha, \beta, \lambda)}{N'_{1p}(\alpha, \beta)},$$

$$k_{2\sigma}(\alpha, \beta, \lambda) = k_2(\alpha, \beta, \lambda) + \lambda \cos \alpha \frac{X'_1(\alpha, \beta, \lambda)}{N'_{2p}(\alpha, \beta)}$$

– коэффициенты влияния жесткости узла на нормальные напряжения в стержнях фермы. Зависимость величины приращений нормальных напряжений от параметров фермы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  представлена на графиках (рис. 5).

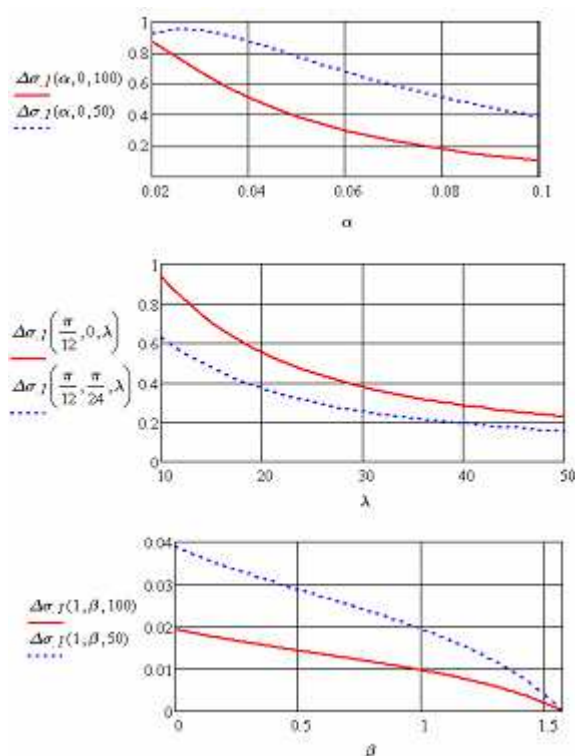


Рис. 5. Графики зависимости величины приращения нормальных напряжений от параметров фермы

Из представленных графиков следует, что величина приращения нормальных напряжений увеличивается с уменьшением угла  $\alpha$ , гибкости стержней  $\lambda$  и угла  $\beta$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Патон, Е.О. Дополнительные напряжения мостовых ферм / Е.О. Патон. – М. : Транспечать, 1930. – 98 с.
2. Даниловский, М.П. Влияние жесткости узлов на напряженное состояние железобетонных ферм / М.П. Даниловский // Тр. Хабар. ин-та железнодорожного трансп. – 1956. – Вып. 9. – С. 47–63.