

УДК 624.072

**ВЛИЯНИЕ РАЗНОМОДУЛЬНОСТИ МАТЕРИАЛА
НА ПАРАМЕТРЫ НДС ФЕРМ С ЖЕСТКИМИ УЗЛАМИ****В.С. ГАРУНОВИЧ, Е.Г. ЗАКРЕВСКАЯ***(Представлено: канд. техн. наук, доц. Л.С. ТУРИЩЕВ)*

Изучается влияние разномодульности конструкционного материала на параметры напряженно-деформированного состояния ферменных конструкций с жестким соединением стержней в узлах при узловой схеме нагружения. Для описания зависимости между напряжениями и деформациями материала стержней фермы используется билинейная диаграмма. Получены аналитические выражения для внутренних усилий и нормальных напряжений стержней фермы с учетом влияния разномодульности материала. Численная оценка влияния разномодульности конструкционного материала на параметры напряженно-деформированного состояния фермы осуществляется в среде MathCAD.

В линейной теории расчета стержневых конструкций конструкционный материал, как правило, считается однородным изотропным упругим телом, поведение которого описывается модулем упругости E одинаковым при растяжении и сжатии. Однако как показывают экспериментальные исследования [1], [2] модули упругости при растяжении E^+ и сжатии E^- для ряда современных конструкционных материалов существенно различаются.

Более того, явление разномодульности в той или иной степени присуще практически всем традиционным конструкционным материалам. Так, согласно [3] разномодульность установлена для многочисленных сталей и сплавов. Для них коэффициент разномодульности (E^+/E^-) меньше единицы и изменяется в пределах от 0.75 до 0.97.

Существенно разномодульным материалом являются бетоны [4]. Так, коэффициент разномодульности тяжелых бетонов больше единицы и изменяется в пределах от 1.07 до 1.82. В то же время коэффициент разномодульности легких бетонов может как больше, так и меньше единицы.

Исходя из экспериментальных данных, полученных для различных материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию, была построена феноменологическая теория [5], описывающая поведение разномодульного материала и предлагающая общие методы решения задач теории упругости из такого материала. Согласно этой теории диаграмма напряжение-деформация для материалов с разными модулями упругости при растяжении и сжатии представляется в виде билинейной диаграммы с разрывом значения угла наклона касательной в точке О (рис. 1).

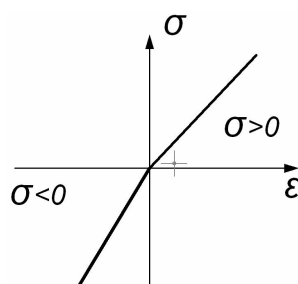


Рис. 1. Диаграмма напряжение-деформация

Разномодульность конструкционного материала в этом случае характеризуется соотношением модулей упругости

$$\mu = \frac{E^-}{E^+}.$$

В настоящей работе изучается влияние разномодульности материала на внутренние усилия и нормальные напряжения в стержнях ферм с жестким соединением стержней в узлах при узловой схеме нагружения. Рассматривается двухстержневая ферма с жестким соединением в узле под действием произвольной узловой нагрузки (рис. 2).

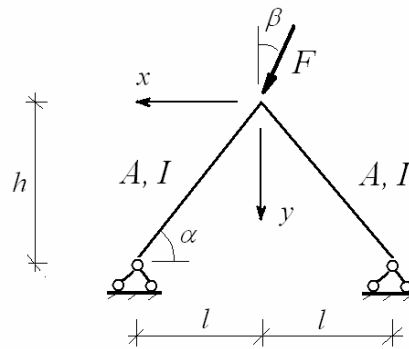


Рис. 2. Двухстержневая ферма

Расчет фермы осуществляется методом сил. В качестве основной системы берется ферма с шарнирным соединением стержней в узле (рис. 3).

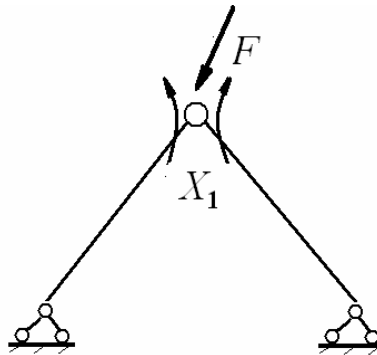


Рис. 3. Основная система метода сил

Каноническое уравнение метода сил имеет вид

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0. \quad (1)$$

Основным неизвестным в уравнении (1) является узловой изгибающий момент.

Входящие в (1) коэффициент и свободный член вычисляются по формуле Максвелла-Мора, которая для разномодульного материала в случае учета изгибных и продольных деформаций имеет вид [6]:

$$\Delta_i = \sum_k \int_l \frac{m_i M}{D} ds + \sum_k \int_l \frac{n_i N}{E^- A} ds + \sum_k \int_l \frac{n_i M}{E^+ A} ds,$$

где D – изгибная жесткость поперечного сечения для разномодульного материала или приведенная изгибная жесткость. Для симметричного поперечного сечения произвольной формы приведенная изгибная жесткость определяется по формуле

$$D = E^- I^- + E^+ I^+,$$

где величины I^- и I^+ характеризуют моменты инерции, соответственно, сжатой и растянутой частей поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Внутренние усилия единичного состояния, связанные с вычислением коэффициента и свободного члена, в безразмерной форме имеют вид:

– изгибающие моменты

$$m_1(x, l) = \left(1 - \frac{x}{l}\right); \quad m_2(x, l) = \left(1 - \frac{x}{l}\right);$$

– продольные силы

$$n'_1(\alpha) = \cos \alpha; \quad n'_2(\alpha) = \cos \alpha.$$

Продольные силы грузового состояния, связанные с вычислением свободного члена, в безразмерной форме имеют вид

$$N'_1(\alpha, \beta) = -0.5 \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}\right); \quad N'_2(\alpha, \beta) = 0.5 \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \left(\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} - 1\right),$$

а изгибающие моменты в грузовом состоянии не возникают.

С учетом вычисления коэффициента и свободного члена узловой изгибающий момент для разномодульного материала в безразмерной форме имеет вид:

– в случае $\beta \leq \alpha$

$$X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1.5 \frac{\zeta \cos \beta}{\cos^2 \alpha (3\zeta + \lambda^2 \mu g^2 \alpha)};$$

– в случае $\beta \geq \alpha$

$$X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 0.75 \left[(1+\mu) + (1-\mu) \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \right] \frac{\zeta \cos \beta}{\cos^2 \alpha (3\zeta + \lambda^2 \mu g^2 \alpha)}.$$

Зависимость величины полученного узлового изгибающего момента от параметров фермы $\alpha, \beta, \lambda, \mu$ представлена на графиках (рис. 4).

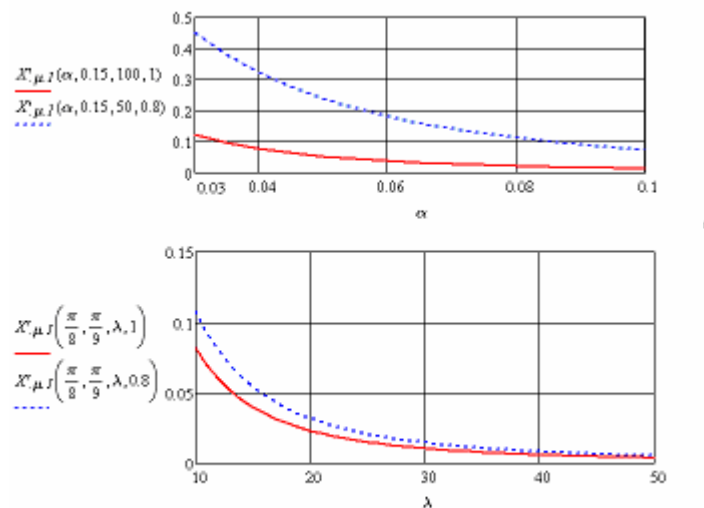


Рис. 4. Графики зависимости величины узлового изгибающего момента от параметров фермы

Из представленных графиков следует, что величина изгибающего момента увеличивается с уменьшением угла α , гибкости стержней λ и это увеличение существенным образом зависит от разномодульности материала.

Безразмерные приращения продольных сил в стержнях фермы, возникающих вследствие появления узлового изгибающего момента, для разномодульного материала описываются формулами:

$$\Delta N_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 - k_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu),$$

$$\Delta N_{2\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 - k_{2\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu),$$

где

$$k_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 + \frac{n'_1 X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu)}{N'_{1P}},$$

$$k_{2\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 + \frac{n'_2 X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu)}{N'_{2P}}$$

– коэффициенты влияния жесткости узла на продольные силы в стержнях фермы с учетом разномодульности материала.

Безразмерные приращения нормальных напряжений в стержнях фермы, возникающих вследствие появления узлового изгибающего момента, для разномодульного материала описываются формулами

$$\Delta\sigma_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 - k_{1\sigma\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu),$$

$$\Delta\sigma_{2\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = 1 - k_{2\sigma\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu),$$

где

$$k_{1\sigma\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = k_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) + \lambda \cos \alpha \frac{X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu)}{N'_{1P}(\alpha, \beta)},$$

$$k_{2\sigma\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) = k_{2\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu) + \lambda \cos \alpha \frac{X'_{1\mu}(\alpha, \beta, \lambda, \mu)}{N'_{2P}(\alpha, \beta)}$$

– коэффициенты влияния жесткости узла на нормальные напряжения в стержнях фермы. Зависимость приращений нормальных напряжений от параметров фермы $\alpha, \beta, \lambda, \mu$ представлена на графиках (рис. 5).

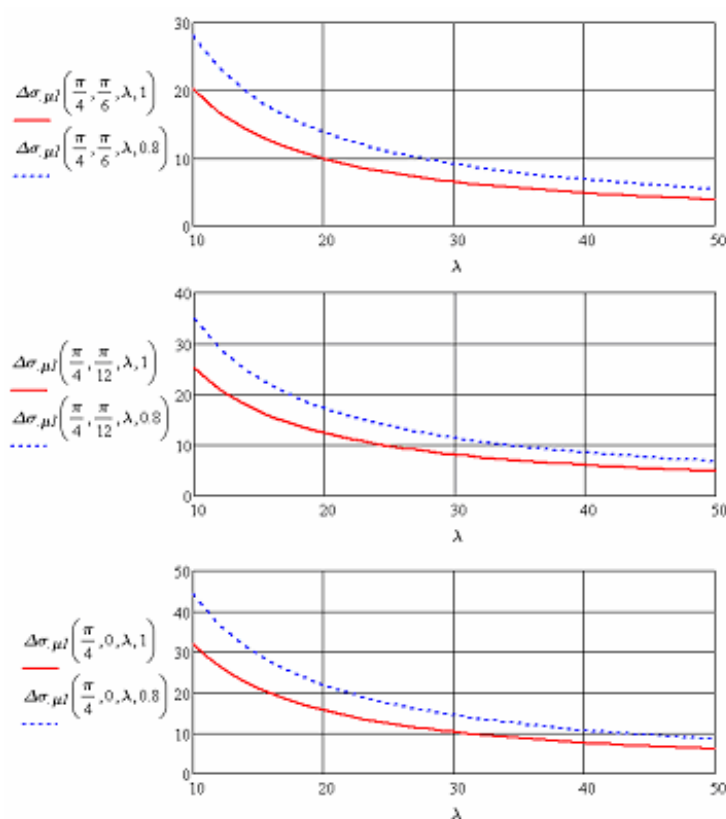


Рис.5. Графики зависимости величины приращения нормальных напряжений от параметров фермы

Из представленных графиков можно сделать следующие выводы.

Во-первых, учет разномодульности конструкционного материала стержней фермы может оказывать заметное влияние на увеличение приращения нормальных напряжений вследствие появления узлового изгибающего момента. Относительная погрешность определения нормальных напряжений без учета разномодульности может составлять до 45%.

Во-вторых, существенное влияние на проявление эффекта разномодульности оказывает изменение параметров расчетной схемы фермы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Земляков, И.П. О различии модулей упругости полиамидов при различных видах деформации / И.П. Земляков // Механика полимеров. – 1965. – № 4.

2. Гольдман, А.Я. Исследование механических свойств тканевых стеклопластиков при растяжении и сжатии нормально к плоскости армирования / А.Я. Гольдман, Н.Ф. Савельева, В.И. Смирнова // Механика полимеров. – 1968. – № 5.
3. Иванов, Г.П. Исследование несовершенной упругости металлов : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Г.П. Иванов. – Минск, 1973.
4. Авхимков, А.П. Об уравнениях обобщенного закона упругости материалов, разнсопротивляющихся растяжению и сжатию и некоторых их приложениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук / А.П. Авхимков. – М., 1975.
5. Амбарцумян, С.А. Разномодульная теория упругости / С.А. Амбарцумян. – М. : Наука, 1982.
6. Турищев, Л.С. К расчету стержневых конструкций с учетом влияния разномодульности материала / Л.С. Турищев // Вестн. ПГУ. Сер. В, Промышленность. Прикладные науки. – 2011. – № 11.