УДК 624.072

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ПАРАМЕТРЫ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕСШАРНИРНОЙ АРКИ

Р.А. РАДКЕВИЧ
(Представлено: канд. техн. наук, доц. Л.С. ТУРИЩЕВ)

Для двух схем нагружения бесшарнирной арки изучается влияние продольных деформаций на параметры её напряженно-деформированного состояния (НДС) в зависимости от двух параметров расчетной схемы арки, характеризующих степень пологости очертания оси арки и степень массивности тела арки. Установлена существенная зависимость параметров НДС от параметров расчетной схемы арки. Получение численных значений анализируемых величин осуществляется в среде MathCAD.

Широкое применение в гражданском и промышленном строительстве получили статически неопределимые арочные конструкции. Определение внутренних усилий в них обычно производится методом сил. Входящие в канонические уравнения коэффициенты и свободные члены являются перемещениями, определяются по формуле Максвелла – Мора и их величина зависит от изгибных, продольных и сдвиговых деформаций конструкции. Считается, что при расчете методом сил большинства стержневых конструкций можно ограничиваться учетом только изгибных деформаций. Но при расчете арок, как показали исследования С.А. Бернштейна [1], И.А. Рабиновича [2], В.А. Киселева [3], этого недостаточно и необходим учет продольных деформаций. Однако выполненные ими исследования были связаны с расчетом двухшарнирной арки и были проведены для частных численных схем нагружения.

Исследуем влияние продольных деформаций на параметры напряженно-деформированного состояния бесшарнирной арки в общем виде (рис. 1).

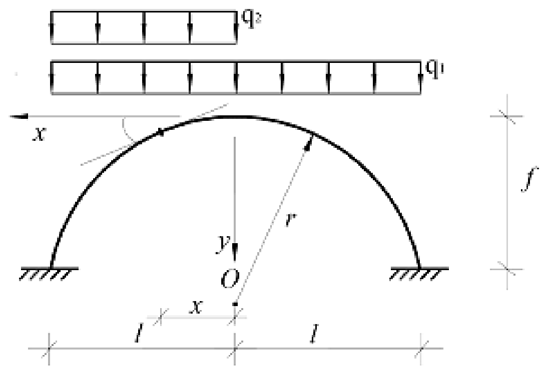

Рис. 1. Бесшарнирная арка

Рассмотрим арку кругового очертания с постоянным по длине пролета симметричным поперечным сечением. Введем следующие параметры геометрии арки:

$$\alpha = \frac{f}{l},\ \lambda = \frac{l}{r}\ \ r = \sqrt{\frac{I_z}{A}},$$

Первый параметр характеризует степень пологости очертания оси арки, а второй – массивность тела арки. С учетом введенных параметров закон очертания оси арки имеет вид

$$\gamma = \frac{1}{\alpha\beta}\left(1 - \sqrt{1-\beta^2\xi^2}\right),$$

где $\gamma = \dfrac{y}{f}$, $\xi = \dfrac{x}{l}$ – безразмерные координаты сечения.

Рассмотрим две схемы нагружения арки равномерно-распределенной нагрузкой – по длине всего пролета и по длине половины пролета. Расчет арки осуществляется методом сил с использованием трех вариантов основной системы – трехшарнирная арка, кривой брус с балочной схемой опирания и кривой брус с консольной схемой опирания.

Канонические уравнения метода сил для всех трех вариантов имеют вид:

$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\delta_{13}X_3+\Delta_{1P}=0;$$
$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3+\Delta_{2P}=0;$$
$$\delta_{31}X_1+\delta_{32}X_2+\delta_{33}X_3+\Delta_{3P}=0.$$

Для возможности исследования влияния продольных деформаций на параметры НДС арки формуле Максвелла – Мора при определении коэффициентов и свободных членов канонических уравнений придается вид

$$\delta_{ij}(\alpha,\lambda)=I_{ij}^{M}\left(1+\frac{I_{ij}^{N}}{I_{ij}^{M}}\right),\ \Delta_{iP}(\alpha,\lambda)=I_{iP}^{M}\left(1+\frac{I_{iP}^{N}}{I_{iP}^{M}}\right),\ (i,j=1,2,3),$$

где I_{ij}^{M}, I_{iP}^{M} – интегралы учитывающие влияние изгибных деформаций; I_{ij}^{N}, I_{iP}^{N} – интегралы, учитывающие влияние продольных деформаций.

Тогда выражения, стоящие в скобках, характеризуют количественно влияние продольных деформаций на коэффициенты и свободные члены в зависимости от двух параметров геометрии арки.

Это позволило в дальнейшем оценить влияние поведения этих параметров на относительное изменение величин изгибающих моментов и продольных сил вследствие учета продольных деформаций:

$$\Delta M(\xi,\alpha,\lambda)=\frac{M(\xi,\alpha,\lambda)-M_M(\xi,\alpha,\lambda)}{M(\xi,\alpha,\lambda)};$$

$$\Delta N(\xi,\alpha,\lambda)=\frac{N(\xi,\alpha,\lambda)-N_M(\xi,\alpha,\lambda)}{N(\xi,\alpha,\lambda)},$$

где M, N – безразмерные изгибающие моменты и продольные силы арки, найденные с учетом изгибных и продольных деформаций; M_M, N_M – безразмерные изгибающие моменты и продольные силы арки, найденные с учетом только изгибных деформаций.

На рисунке 2 приведены графики зависимости изменения величин изгибающих моментов и продольных сил для первого варианта основной системы при нагружении арки по длине всего пролета.

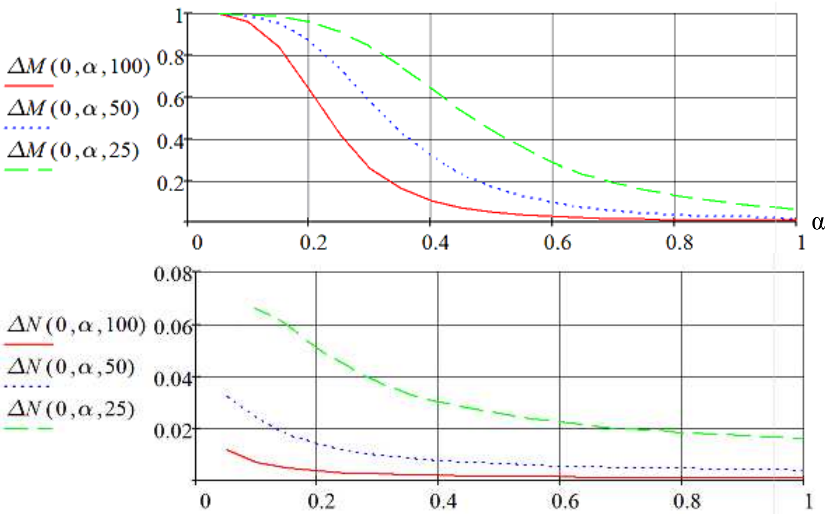

Рис. 2. Зависимости изменения величин изгибающих моментов и продольных сил от параметров арки

Графики построены в интегрированной среде MathCAD. Аналогичные графики построены для второй схемы нагружения, а также для других вариантов основной системы.

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать следующие выводы:

- учет влияния продольных деформаций при определении параметров НДС существенным образом зависит от параметра α, характеризующего степень пологости арки и параметра λ, характеризующего массивность тела арки;

- учет влияния продольных деформаций при определении параметров НДС зависит от выбора варианта основной системы метода сил;
- учет влияния продольных деформаций при определении параметров НДС практически не зависит от вида нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернштейн, С.А. Основы расчета статически неопределимых систем / С.А. Бернштейн. – М.: Стройиздат, 1936. – 223 с.
2. Рабинович, И.М. Курс строительной механики / И.М. Рабинович. – М.: Стройиздат, 1954. – Ч. 2: Статически неопределимые системы. – 543 с.
3. Киселев, В.А. Строительная механика / В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.

УДК 624.072

О ВЛИЯНИИ ВЫБОРА ВАРИАНТА ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДА СИЛ ДЛЯ БЕСШАРНИРНОЙ АРКИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Р.А. РАДКЕВИЧ
(Представлено: канд. техн. наук, доц. Л.С. ТУРИЩЕВ)

Исследуется зависимость результатов расчета бесшарнирной арки методом сил от вариаций коэффициентов и свободных членов канонических уравнений вследствие неизбежных отличий параметров реальных арок от параметров их расчетных схем, возникающими как при возведении, так и в ходе эксплуатации арочных конструкций. Установлено, что устойчивость решения канонических уравнений вследствие вариаций коэффициентов и свободных членов существенным образом зависит от выбранного варианта основной системы.

Классическим методом расчета бесшарнирной арки, являющейся три раза статически неопределимой системой, является метод сил.

Канонические уравнения метода сил для бесшарнирной арки имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

и представляют собой систему линейных неоднородных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Важной проблемой, возникающей при решении канонических уравнений, является устойчивость решений уравнений, то есть их зависимость от вариаций коэффициентов и свободных членов. Такие вариации при расчете бесшарнирной арки могут возникать вследствие неизбежных отличий реальных параметров арки при ее возведении и их последующих изменений в ходе эксплуатации по сравнению с параметрами расчетной схемы, использованной при проектировании конструкции.

Оценка устойчивости решений канонических уравнений метода сил принято производить с помощью числа обусловленности [1]

$$\mu = \left|\tilde{D}(\delta)\right|, \tag{2}$$

являющегося нормированным определителем матрицы коэффициентов (1).

Считается, что если

$$0,05 \le \mu \le 1,$$

то решения канонических уравнений метода сил устойчивы.

Однако в работе [2] на примере расчета рамной конструкции методом сил, взятом из учебника В.И. Федосьева [3], показано, что, несмотря на значение числа обусловленности, свидетельствующего об