

Рис. 5. Зависимость величины D_3 от вариации ϵ для третьего варианта основной системы

Из приведенных графиков на рисунках 4, 5 видно, что величина определителя D_3 в случае использования при расчете рамы методом сил второго и третьего вариантов основной системы не изменяет знак и не претерпевает заметных изменений по величине. Наибольшее относительное изменение величины определителя в обоих случаях составляет менее 1 %.

Таким образом, существенные изменения величины и знака определителя D_3 в первом случае является следствием использованного в работе [2] варианта основной системы метода сил, а не признаком неустойчивости решения канонических уравнений. Следовательно, и никаких существенных изменений опорного момента в стойке рамы в ходе эксплуатации возникнуть также не может.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров, Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений / Ю.П. Петров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 176 с.
2. Феодосьев, В.И. Соппротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1979. – 559 с.
3. Ильин, В.П. Численные методы решения задач строительной механики / В.П. Ильин, В.В. Карпов, А.М. Масленников. – Минск: Выш. шк., 1990. – 349 с.

УДК 69.04

ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОГО СОЕДИНЕНИЯ В УЗЛАХ ФЕРМЫ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Н.И. ХЛУД, А.В. ГРЕМИТСКИХ
(Представлено: В.К. РОДИОНОВ)

Рассмотрена на примере простейшей фермы погрешность в определении напряжений при жестком и шарнирном соединении в узлах фермы. Исследовано влияние угла наклона конструкции и радиуса инерции поперечных сечений стержней на погрешность в напряжении при расчетах по шарнирной и жесткой схемах соединения в узлах.

Стержневыми системами называются системы, состоящие из отдельных, обычно прямолинейных стержней, соединенных между собой в узлах с помощью сварки, заклепок, болтов или других крепежных; одним из видов таких систем являются плоские фермы. В большинстве случаев соединения стержней фермы в узлах являются жесткими, т.е. не шарнирными. Точный расчет фермы с такими узлами весьма сложен, так как обычно она является много раз статически неопределимой системой. Если жесткие узлы фермы условно заменить шарнирными, расчет ее значительно упрощается и при известных условиях может быть выполнен с помощью одних лишь уравнений статики. Опытные данные и теоретические исследования показывают, что такая замена допустима, так как при сосредоточенных нагрузках, приложенных в узлах, усилия, возникающие в шарнирной ферме, мало отличаются от усилий в ферме с жесткими узлами (в случае, когда стержни имеют достаточно большую длину) [1].

Реальная ферма представляет собой геометрически неизменяемую стержневую конструкцию с жестким соединением прямолинейных стержней в узлах. Особенностью фермы является то, что она остается геометрически неизменяемой при условной замене жестких узлов шарнирами. У рамных и других реальных стержневых конструкций такой особенности нет. Полученная при замене жестких узлов шарнирами система является расчетной схемой фермы.

Проведенные в первой половине XX столетия теоретические и экспериментальные исследования подтвердили возможность такой замены при определенных условиях [2]. Для подтверждения данного факта была рассмотрена простейшая ферма Мизеса с шарнирным соединением в узле и с жестким соединением как рама (рис. 1, а, б), которая является системой один раз статически неопределимой и удобно рассчитывается на действие узловой нагрузки P методом сил. Основная система совпадает с расчетной схемой фермы. Фермы, образованные из шарнирного треугольника путем последовательного присоединения узлов (причем каждого с помощью двух стержней, не лежащих на одной прямой), называются простейшими. Такие фермы геометрически неизменяемы и статически определимы [3]. Грузовое состояние основной системы является безмоментным. Продольные силы в ферме и основной системе определяются методом вырезания узла. В единичном состоянии возникают и изгибающий момент m_1 , и продольная сила n_1 .

Коэффициент δ_{11} в каноническом уравнении метода сил вычисляется по формуле:

$$\delta_{11} = \sum \int_s \frac{n_1^2}{EA} ds.$$

После подстановок и вычислений получено выражение:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2l}{3 \cos \alpha} + \frac{2 \cos \alpha \cdot i^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot l} \right).$$

Свободный член Δ_{1p} вычисляем по формуле:

$$\Delta_{1p} = \sum \int_s \frac{N_p \cdot n_1}{EA} ds.$$

После подстановок и вычислений получено выражение:

$$\Delta_{1p} = -\frac{P \cos \alpha \cdot i^2}{EI \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Значение основного неизвестного X_1 :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{P \cdot i^2 \cdot 3l}{2l^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + 6 \cos^2 \alpha \cdot i^2}.$$

Величина изгибающего момента в узле $M = m_1 x_1$, а величина продольной силы $N = N_p + n_1 x_1$.

Из этого следует, что внутренние усилия фермы и рамы отличаются на величину изгибающего момента рамы $m_1 x_1$ и величину продольной силы $n_1 x_1$.

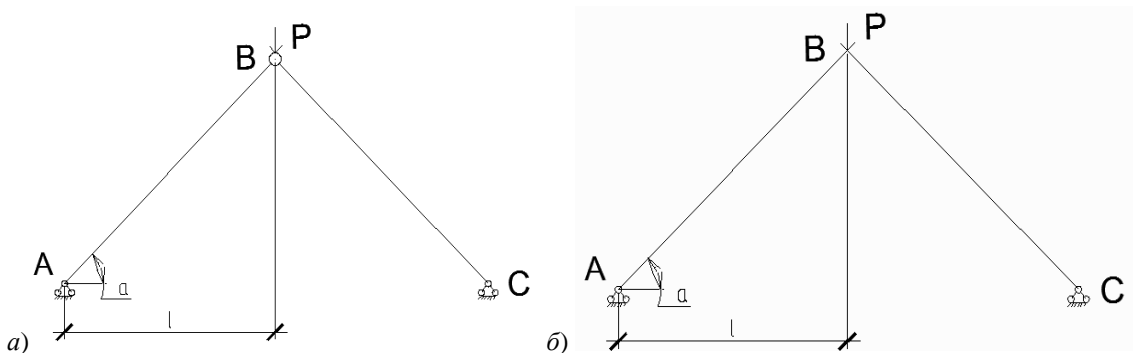


Рис. 1. Расчетная схема фермы (а), расчетная схема рамы (б)

Для определения погрешности в напряжениях, возникающих в конструкциях, рассмотрим сечение, состоящее из двух равнополочных уголков (рис. 2). Для получения более точных результатов расчеты проводились для уголков различных размеров: № 5, № 18, № 25, что позволило проводить расчет для

разных площадей сечения и радиусов инерции. Величина нагрузки P была различной для всех сечений. Угол наклона α также варьировал от 20 до 60° , а погрешность в напряжениях для данных углов изменялась от $0,3$ до 22% .

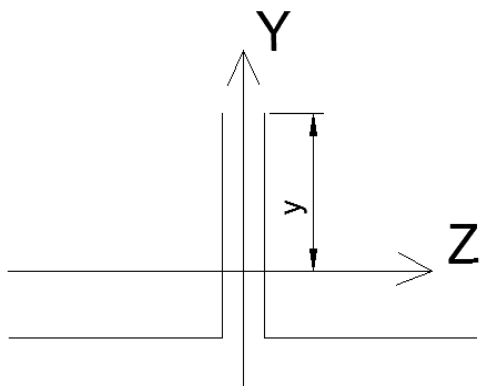


Рис. 2. Рассматриваемое сечение

Результаты расчетов вышеуказанного сечения (см. рис. 2).

Уголок № 5

$$P = 10 \text{ кН}$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$I_z = 20,9 \text{ см}^4$$

$$A = 4,8 \text{ см}^2$$

$$i^2 = 4,35 \text{ см}^2$$

$$y = 1,42 \text{ см}$$

$\alpha = 20^\circ$	$\sigma = 15,658 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 14,823 \text{ МПа}$	$\Delta = 5,3\%$
$\alpha = 30^\circ$	$\sigma = 10,653 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 10,321 \text{ МПа}$	$\Delta = 3,1\%$
$\alpha = 45^\circ$	$\sigma = 7,461 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 7,35 \text{ МПа}$	$\Delta = 1,5\%$
$\alpha = 60^\circ$	$\sigma = 6,049 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 6,031 \text{ МПа}$	$\Delta = 0,3\%$

Уголок № 18

$$P = 100 \text{ кН}$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$I_z = 23,24 \text{ см}^4$$

$$A = 42,2 \text{ см}^2$$

$$i^2 = 55,07 \text{ см}^2$$

$$y = 4,89 \text{ см}$$

$\alpha = 20^\circ$	$\sigma = 20,052 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 16,86 \text{ МПа}$	$\Delta = 16\%$
$\alpha = 30^\circ$	$\sigma = 13,031 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 11,739 \text{ МПа}$	$\Delta = 9,9\%$
$\alpha = 45^\circ$	$\sigma = 8,794 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 8,36 \text{ МПа}$	$\Delta = 4,9\%$
$\alpha = 60^\circ$	$\sigma = 6,984 \text{ МПа}$ $\sigma_\phi = 6,839 \text{ МПа}$	$\Delta = 2,1\%$

Уголок № 25

$P = 200 \text{ кН}$

$l = 2 \text{ м}$

$I_z = 15753 \text{ см}^4$

$A = 142 \text{ см}^2$

$i^2 = 110,94 \text{ см}^2$

$y = 7,31 \text{ см}$

$\alpha = 20^\circ$

$\sigma = 12,515 \text{ МПа}$

$\sigma_\phi = 9,754 \text{ МПа}$

$\Delta = 22 \%$

$\alpha = 30^\circ$

$\sigma = 8,049 \text{ МПа}$

$\sigma_\phi = 6,912 \text{ МПа}$

$\Delta = 14,1 \%$

$\alpha = 45^\circ$

$\sigma = 5,342 \text{ МПа}$

$\sigma_\phi = 4,958 \text{ МПа}$

$\Delta = 7,2 \%$

$\alpha = 60^\circ$

$\sigma = 4,192 \text{ МПа}$

$\sigma_\phi = 4,063 \text{ МПа}$

$\Delta = 3,1 \%$

где σ – напряжение рамы; σ_ϕ – напряжение фермы; Δ – погрешность напряжений.

На основании полученных данных были построены графики зависимости (рис. 3, 4).

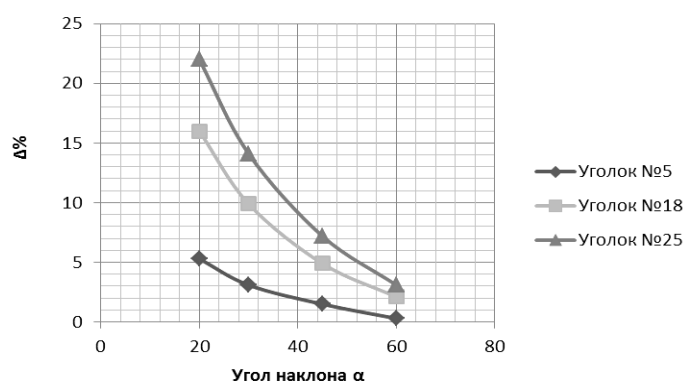


Рис. 3. Зависимость погрешности напряжений от угла наклона

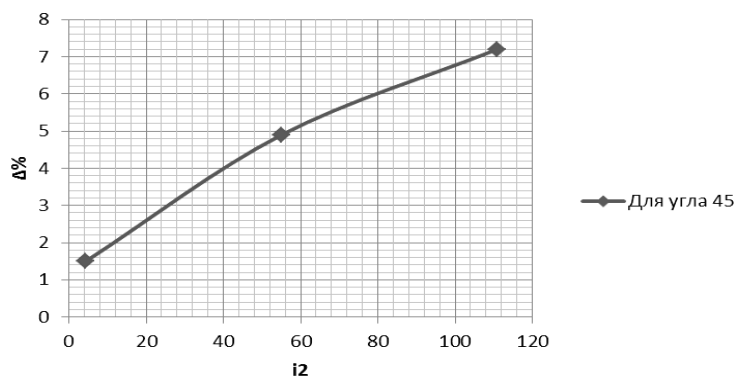


Рис. 4. Зависимость погрешности напряжений от радиуса инерции

В заключение можно сделать следующие **выводы**:

- введение шарнира в расчетную схему фермы значительно упрощает расчет. Погрешность имеет наименьшие значения при углах 45° и больше;
- с увеличением размеров поперечного сечения погрешность напряжений возрастает;
- с увеличением радиуса инерции погрешность напряжений также возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: <http://knigu-besplatno.ru/item27.html>. – Дата доступа: 02.09.2014.
2. Турищев, Л.С. Строительная механика: учеб.-метод. пособие / Л.С. Турищев, О.В. Коробов, В.К. Родионов. – Новополюк: ПГУ, 2008. – 43 с.
3. Дарков, А.В. Строительная механика / А.В. Дарков. – 7-е изд. – М.: Высш. шк., 1976. – 123 с.