

УДК 69.04

## ВЛИЯНИЕ НАЛИЧИЯ ЗАТЯЖКИ В РАМЕ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

**Н.И. ХЛУД, А.В. ГРЕМИТСКИХ**  
(Представлено: **В.К. РОДИОНОВ**)

Рассмотрено на примере фермы Мизеса влияние затяжки при жестком соединении стержней в узле на полученные напряжения. Исследованы напряжения, возникающие в раме без затяжки и с затяжкой, произведено сравнение полученных данных. Исследование было проведено при разных углах наклона фермы Мизеса.

Рама представляет собой плоские конструкции, состоящие из прямолинейных, ломаных или криволинейных пролетных элементов, называемых ригелями рамы, и жестко связанных с ними вертикальных или наклонных элементов, называемых стойками рамы. Благодаря жесткому сопряжению ригеля и стоек в рамных конструкциях по сравнению с аналогичной поперечной рамой в виде фермы или балки, шарнирно опертой на колонны, достигается более эффективное использование металла и значительно повышается жесткость ригеля. Рама целесообразно проектировать при пролетах более 60 м, однако они могут успешно конкурировать с фермами и балками при пролетах 24–60 м [1].

Простейшая **ферма Мизеса с шарнирным соединением в узле** и эта же **ферма с жестким соединением как рама**, которая является системой один раз статически неопределимой и удобно рассчитывается на действие узловой нагрузки  $P$  методом сил [2].

В ферме Мизеса при узловой нагрузке с использованием шарнирной схемы соединения в узле, а также при жестком соединении в узле с расчетной схемой в виде рамы возникают горизонтальные составляющие опорных реакций (распор), усложняющие работу опорных устройств и конструкций, расположенных ниже. С целью ликвидации распора вводится затяжка.

Усилия в наклонных стержнях при расчете фермы с шарнирным соединением в узлах с затяжкой и обычной фермой Мизеса совершенно одинаковы. Распор компенсируется усилием в затяжке.

Напряженное состояние в раме без затяжки и с затяжкой будет различным.

Рассмотрим раму, которая состоит из двух стержней.

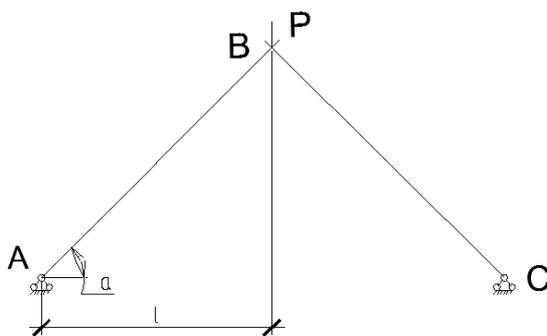


Рис. 1. Расчетная схема рамы

Коэффициент  $\delta_{11}$  в каноническом уравнении метода сил вычисляется по формуле:

$$\delta_{11} = \sum_s \int \frac{n_1^2}{EA} ds.$$

После подстановок и вычислений получено выражение:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( \frac{2l}{3 \cos \alpha} + \frac{2l^2 \cos \alpha}{l \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \right)$$

Свободный член  $\Delta_{1p}$  вычисляем по формуле:

$$\Delta_{1p} = \sum_s \int \frac{N_p n_1}{EA} ds.$$

После подстановок и вычислений получено выражение:

$$\Delta_{1p} = -\frac{Pi^2 \cdot \cos \alpha}{EI \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Значение основного неизвестного  $X_1$ :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{P \cdot i^2 \cdot 3l}{2l^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + 6i^2 \cdot \cos^2 \alpha}.$$

Величина изгибающего момента в узле  $M = m_1 x_1$ , а величина продольной силы  $N = N_p + n_1 x_1$ . Рассмотрим сечение, состоящее из двух равнополочных уголков (рис. 2).

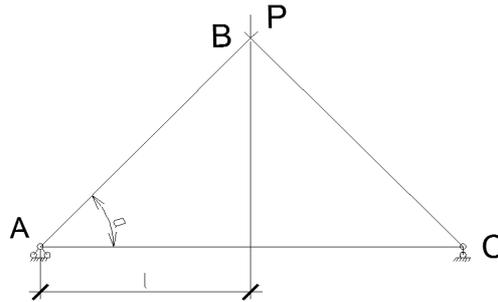


Рис. 2. Расчетная схема рамы

Для получения более точных результатов расчеты проводились для уголков различных размеров: № 5, № 18, № 25, что позволило проводить расчет для разных площадей сечения и радиусов инерции. Величина нагрузки  $P$  была различной для всех сечений. Угол наклона  $\alpha$  также варьировал от 20 до 60°.

Рассмотрим раму с затяжкой, которая состоит из двух стержней.

Коэффициент  $\delta_{11}$  в каноническом уравнении метода сил равен

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( \frac{2l}{3 \cos \alpha} + \frac{2i^2 (\cos \alpha + 1)}{l \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \right), \text{ при } A = A_3.$$

Свободный член  $\Delta_{1p}$  равен:

$$\Delta_{1p} = -\frac{Pi^2}{EI} \left( \frac{\cos \alpha + 1}{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \right).$$

Значение основного неизвестного  $X_1$ :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{3Pi^2 (\cos \alpha + 1)}{2(l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 3 \cos \alpha i^2 (\cos \alpha + 1))}, \text{ при } A = A_3$$

Результаты расчетов рамы и рамы с затяжкой приведены в таблице.

№ 5 (для рамы с затяжкой)			№ 5 (для рамы)			
$P = 10 \text{ кН}$			$P = 10 \text{ кН}$			
$l = 2 \text{ м}$			$l = 2 \text{ м}$			
$I_z = 20,9 \text{ см}^4$			$I_z = 20,9 \text{ см}^4$			
$A = 4,8 \text{ см}^2$			$A = 4,8 \text{ см}^2$			
$i^2 = 4,35 \text{ см}^2$			$i^2 = 4,35 \text{ см}^2$			
$y = 1,42 \text{ см}$			$y = 1,42 \text{ см}$			
$\alpha = 20^\circ$	$M = 4,756 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 20^\circ$	$M = 2,457 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 15,658 \text{ МПа}$	$\Delta = 6,7 \%$
	$N = -1,456 \cdot 10^4 \text{ Н}$	$\sigma = 16,782 \text{ МПа}$		$N = -1,423 \cdot 10^4 \text{ Н}$		
$\alpha = 30^\circ$	$M = 1,823 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 30^\circ$	$M = 0,978 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 10,653 \text{ МПа}$	$\Delta = 3,3 \%$
	$N = -9,986 \cdot 10^3 \text{ Н}$	$\sigma = 11,021 \text{ МПа}$		$N = -0,990 \cdot 10^4 \text{ Н}$		
$\alpha = 45^\circ$	$M = 5,567 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 45^\circ$	$M = 3,262 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 7,461 \text{ МПа}$	$\Delta = 1,2 \%$
	$N = -7,069 \cdot 10^3 \text{ Н}$	$\Sigma = 7,553 \text{ МПа}$		$N = -7,056 \cdot 10^3 \text{ Н}$		
$\alpha = 60^\circ$	$M = 1,631 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 60^\circ$	$M = 1,078 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 6,049 \text{ МПа}$	$\Delta = 0,3 \%$
	$N = -5,773 \cdot 10^3 \text{ Н}$	$\sigma = 6,069 \text{ МПа}$		$N = 5,772 \cdot 10^3 \text{ Н}$		

Окончание таблицы

№ 18			№ 18			
$P = 100 \text{ кН}$			$P = 100 \text{ кН}$			
$l = 2 \text{ м}$			$l = 2 \text{ м}$			
$I_z = 2324 \text{ см}^4$			$I_z = 2324 \text{ см}^4$			
$A = 42,2 \text{ см}^2$			$A = 42,2 \text{ см}^2$			
$i^2 = 55,07 \text{ см}^2$			$i^2 = 55,07 \text{ см}^2$			
$y = 4,89 \text{ см}$			$y = 4,89 \text{ см}$			
$\alpha = 20^\circ$	$M = 5,722 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 20^\circ$	$M = 3,034 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 20,052 \text{ МПа}$	$\Delta = 12,5 \%$
	$N = -1,388 \cdot 10^5 \text{ Н}$	$\sigma = 22,904 \text{ МПа}$		$N = -1,423 \cdot 10^5 \text{ Н}$		
$\alpha = 30^\circ$	$M = 2,267 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 30^\circ$	$M = 1,228 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 13,031 \text{ МПа}$	$\Delta = 7,1 \%$
	$N = -9,983 \cdot 10^4 \text{ Н}$	$\sigma = 14,032 \text{ МПа}$		$N = -9,908 \cdot 10^4 \text{ Н}$		
$\alpha = 45^\circ$	$M = 7,016 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 45^\circ$	$M = 4,122 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 8,794 \text{ МПа}$	$\Delta = 3,2 \%$
	$N = -7,046 \cdot 10^4 \text{ Н}$	$\sigma = 9,086 \text{ МПа}$		$N = -7,056 \cdot 10^4 \text{ Н}$		
$\alpha = 60^\circ$	$M = 2,063 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 60^\circ$	$M = 1,376 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 6,984 \text{ МПа}$	$\Delta = 1 \%$
	$N = -5,771 \cdot 10^4 \text{ Н}$	$\sigma = 7,055 \text{ МПа}$		$N = -5,772 \cdot 10^4 \text{ Н}$		
№ 25			№ 25			
$P = 200 \text{ кН}$			$P = 200 \text{ кН}$			
$l = 2 \text{ м}$			$l = 2 \text{ м}$			
$I_z = 15753 \text{ см}^4$			$I_z = 15753 \text{ см}^4$			
$A = 142 \text{ см}^2$			$A = 142 \text{ см}^2$			
$i^2 = 110,94 \text{ см}^2$			$i^2 = 110,94 \text{ см}^2$			
$y = 7,31 \text{ см}$			$y = 7,31 \text{ см}$			
$\alpha = 20^\circ$	$M = 2,186 \cdot 10^7 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 20^\circ$	$M = 1,19 \cdot 10^7 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 12,515 \text{ МПа}$	$\Delta = 12,9 \%$
	$N = -2,642 \cdot 10^5 \text{ Н}$	$\sigma = 14,375 \text{ МПа}$		$N = -2,77 \cdot 10^5 \text{ Н}$		
$\alpha = 30^\circ$	$M = 8,955 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 30^\circ$	$M = 4,901 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 8,049 \text{ МПа}$	$\Delta = 9,4 \%$
	$N = -1,933 \cdot 10^5 \text{ Н}$	$\Sigma = 8,884 \text{ МПа}$		$N = -4,963 \cdot 10^5 \text{ Н}$		
$\alpha = 45^\circ$	$M = 2,813 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 45^\circ$	$M = 1,657 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 5,342 \text{ МПа}$	$\Delta = 4,5 \%$
	$N = -1,404 \cdot 10^5 \text{ Н}$	$\sigma = 5,596 \text{ МПа}$		$N = -1,408 \cdot 10^5 \text{ Н}$		
$\alpha = 60^\circ$	$M = 8,303 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$		$\alpha = 60^\circ$	$M = 5,543 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$\sigma = 4,192 \text{ МПа}$	$\Delta = 1,5 \%$
	$N = -1,154 \cdot 10^5 \text{ Н}$	$\sigma = 4,256 \text{ МПа}$		$N = -1,154 \cdot 10^5 \text{ Н}$		

$\sigma$  – напряжение в поперечных сечениях;  $\Delta$  – погрешность напряжений в поперечных сечениях.

На основании полученных данных были построены графики зависимости (рис. 2, 3).

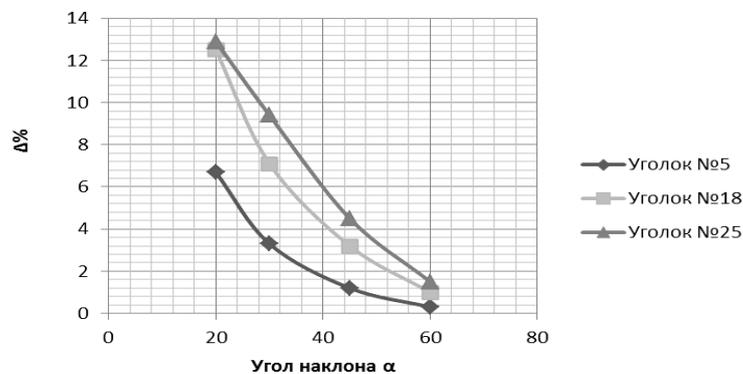


Рис. 2. Зависимость погрешности напряжений от угла наклона

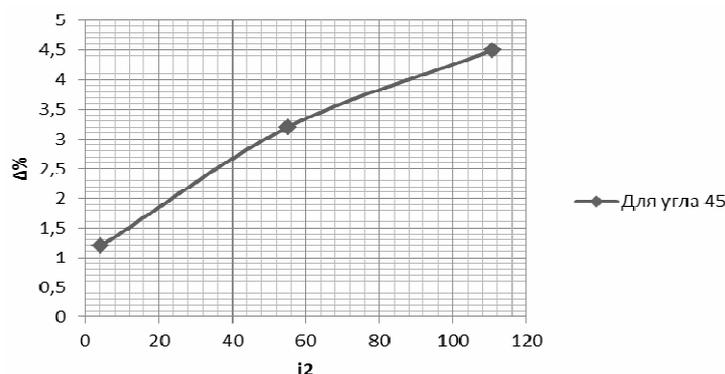


Рис. 3. Зависимость погрешности напряжений от радиуса инерции

В заключение исследования можно сделать следующие **выводы**:

1) затяжка влияет на возникающие напряжения в конструкциях, что видно из таблицы. Если сравнить полученные данные в раме и в раме с затяжкой, то видно, что напряжения в раме с затяжкой больше.

2) при наличии затяжки: с увеличением размеров поперечного сечения разница напряжений возрастает, максимальная разница достигла 12,9 %; с увеличением радиуса инерции разница напряжений также возрастает.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: <http://www.bibliotekar.ru/spravochnik-108-metallokonstrukcii/31.htm>. – Дата доступа: 10.09.2014.
2. Дарков, А.В. Строительная механика / А.В. Дарков. – 7-е изд. – М.: Высш. шк., 1976. – 123 с.

УДК 624.014

### АРХИТЕКТУРНО-КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ АРОК

**О.М. ДАЛИДЧИК**

(Представлено: канд. техн. наук, доц. Е.Г. КРЕМНЕВА)

*Анализируются арки различных форм поверхности и крутизны. Приводится обобщенная классификация арок. Дается анализ имеющихся видов, показаны их преимущества и недостатки. Определены наиболее рациональные формы арок исходя из расчетных минимальных усилий.*

Арка – уникальная конструкция, которая по форме поверхности может быть как криволинейного так и ломаного очертания. Определяющий её признак – распор, вызванный несмещаемостью опор. В общем случае пролет арок от 30 до 60 м (в зависимости от материала), а уникальных арочных покрытий – до 100–160 м. Это конструкция весьма надежна, так как создана природой (рис. 1).

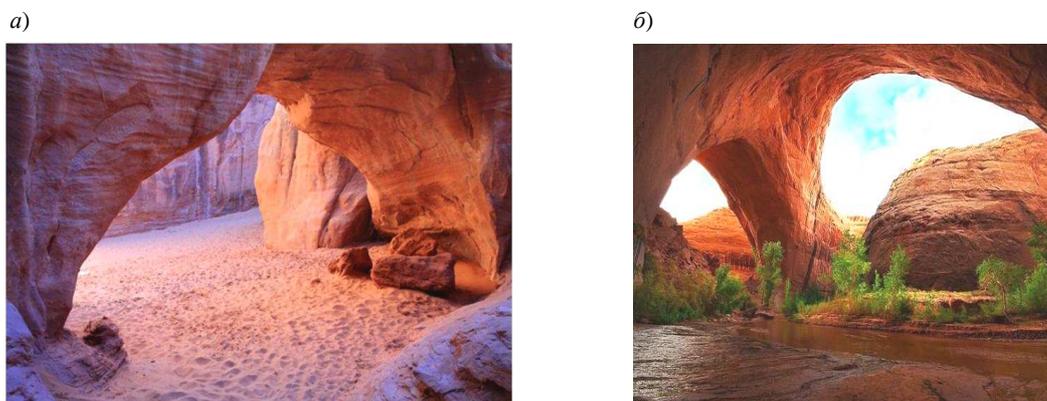


Рис. 1. Арки в природе

а – национальный парк Арки, расположенный в штате Юта, США;  
б – Арка Якоба Хэмблина, штат Юта, США