

УДК 621.381.8.004

АНАЛИЗ ОШИБКИ РАВНОМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ТРЕУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

В.К. ЖЕЛЕЗНЯК¹, К.Я. РАХАНОВ¹, С.В. ЛАВРОВ¹, Е.Р. АДАМОВСКИЙ¹, С.В. ХАРЧЕНКО¹,
А.Г. ФИЛИППОВИЧ², М.М. БАРАНОВСКИЙ²

¹Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»,
ул. Блохина, 29, Новополоцк, 211440, Беларусь

²Оперативно-аналитический центр при Президенте Республики Беларусь,
ул. Кирова, 49, Минск, 220030, Беларусь

Поступила в редакцию 10 ноября 2021

Рассмотрен процесс аналого-цифрового преобразования измерительного сигнала, линейная и амплитудная характеристики квантования. Произведен анализ искажения квантования, его спектральное представление. Описано искажение выходного квантованного сигнала, характеристика деформации его спектра.

Ключевые слова: шум квантования, каналы утечки информации.

Введение. Аналоговые речевые сигналы для передачи в высокоскоростных широкополосных каналах связи должны быть представлены в дискретно-квантованном виде. Возникающие при соответствующем преобразовании искажения сигнала должны быть оценены в контексте защищенности информации в каналах утечки.

Целью работы является исследование спектрального представления предложенного измерительного сигнала и ошибки его равномерного квантования при аналого-дискретном преобразовании.

Основная часть. Развитие средств передачи информации приводит к возрастанию объемов, дальности, качества и верности передачи, что требует высокой помехозащищенности и помехоустойчивости каналов связи, что в большей степени обеспечивается передачей цифровых сигналов.

Принцип формирования цифровых сигналов заключается в разбиении непрерывного аналогового сигнала $x(t)$ на дискретные отсчеты в моменты времени $t = mT$ путем умножения на немодулированные периодические последовательности δ -функций [1] (замена непрерывного сигнала дискретными значениями по уровню и времени – квантование):

$$\delta_T'(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - mT). \quad (1)$$

Дискретные равноотстоящие друг от друга значения сигнала $x(t)$ при $t = mT$ формируют $y(mT)$, и не реагируют на $z(mT)$. Тогда дискретное значение сигнала $x(t)$ представляют как:

$$x(mt) = y(mT) - z(mT), \quad (2)$$

где $y(mT)$ – δ -функция, импульсы бесконечно большой амплитуды и малой длительности; $z(mT)$ – непрерывная часть сигнала между дискретными моментами.

Квантование соответствует выделению значений сигнала в фиксированные моменты времени (интервал квантования) и заменяет непрерывную функцию решетчатой функцией, которая определяется совокупностью выделенных ординат (дискрет), модулирующих последовательность импульсов. Квантование и модуляция осуществляются импульсным

модулятором, входной величиной которого является непрерывный сигнал, а выходной – модулированная последовательность импульсов.

В работах [2, 3] предложено использовать сложный измерительный (тестовый) композитный сигнал в виде периодической импульсной последовательности треугольной формы, требования к которому определяются особенностями дискретно-квантованного представления речевых сигналов.

Периодическая импульсная последовательность треугольной формы (рис. 1, а) имеет преимущество перед гармоническим измерительным сигналом (рис. 1, б) в процессе выделения шума квантования, так как позволяет достичь более высокой точности его обработки при линейной амплитудной характеристике квантования и помехоустойчивой структуре, выделяющей слабые сигналы.

$$s_{\text{треуг}} = \frac{8}{\pi^2} \left(\cos(x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + \frac{1}{25} \sin(5x) - \frac{1}{49} \sin(7x) + \dots \right). \quad (3)$$

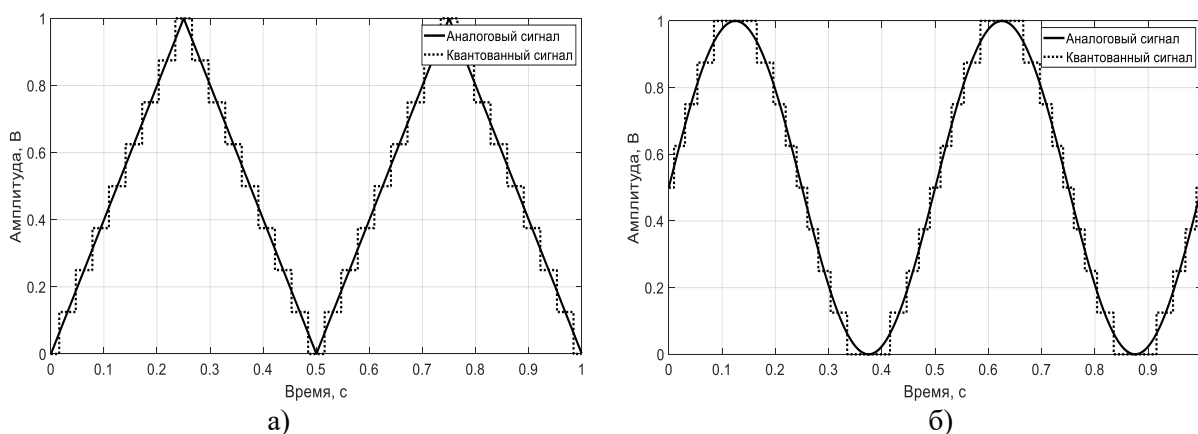


Рис. 1. Квантование периодических последовательностей: треугольной (а); гармонической (б)

Шум квантования периодической импульсной последовательности треугольной формы представляет последовательность пилообразных импульсов (рис. 2, а), спектральный состав которых включает основную и высшие гармоники. На рис. 2, б приведен шум квантования гармонического измерительного сигнала для сравнения.

$$q(s_{\text{треуг}}) = \frac{2}{\pi} \left(\sin(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(3x) - \frac{1}{4} \sin(4x) + \dots \right). \quad (4)$$

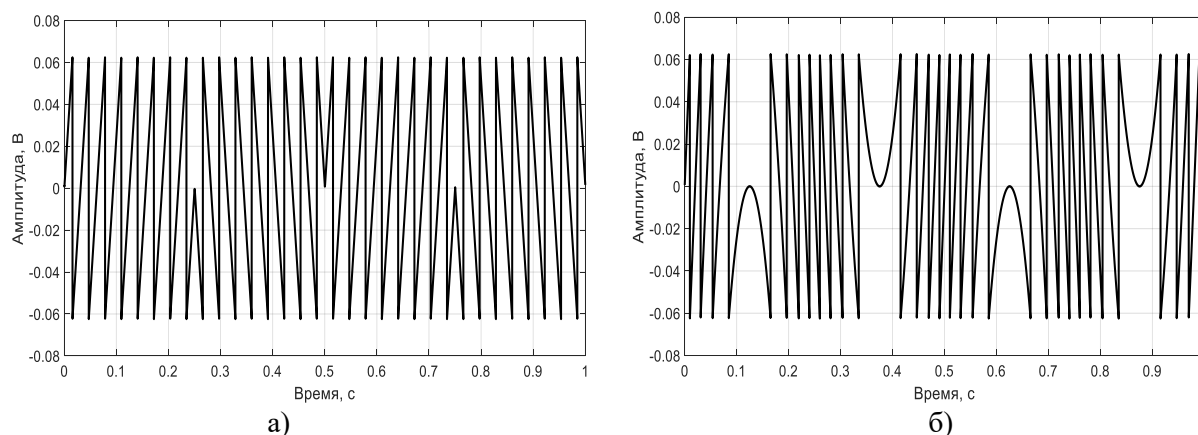


Рис. 2. Шум квантования последовательностей: треугольной (а); гармонической (б)

Характеристика квантования $\Phi(x)$ представляется в виде суммы линейной характеристики x и нелинейной ограниченной характеристики $\delta\Phi(x)$ [3]:

$$\Phi(x) = x + \delta\Phi(x), \quad \delta\Phi(x) \leq x/2, \quad (5)$$

где x – шаг квантования.

Ступенчатая амплитудная характеристика $s' = \varphi(s)$ также представляется в виде суммы идеальной (линейной) характеристики и характеристики, определяющей нелинейные искажения сигнала при равномерном квантовании [1]. При заданной длине кода n максимальное число уровней квантования $N = 2^n$. Диапазон речевого сигнала равен $2U_{max}$, поэтому в N -разрядном квантователе шаг Δ составляет:

$$\Delta = \frac{2U_{max}}{N} = \frac{2U_{max}}{2^n} = U_{max} \times 2^{-n}. \quad (6)$$

Амплитудная характеристика квантователя представлена на рис. 3, а [5] в двухкоординатной системе с равномерной величиной шага квантования и амплитудой в диапазоне $[U_{min} \dots U_{max}]$. При двоичном квантовании кодовая группа состоит из импульсов с возможным числом уровней квантования 2^n и величиной шага квантования Δ .

Дискретные уровни принимают значения $\pm 0.5\Delta \times (2^n - 1)$ при изменении входного сигнала в пределах до $\Delta \times (2^n - 1) = U_{max} - \Delta$ (рис. 3, б). Ошибка между входным аналоговым сигналом и квантованным сигналом является шумом квантования. Ошибка квантования определяется в пределах $|q(s)| \leq 0.5\Delta$ и ограничена ошибкой $\delta^2 = \Delta^2/12$.

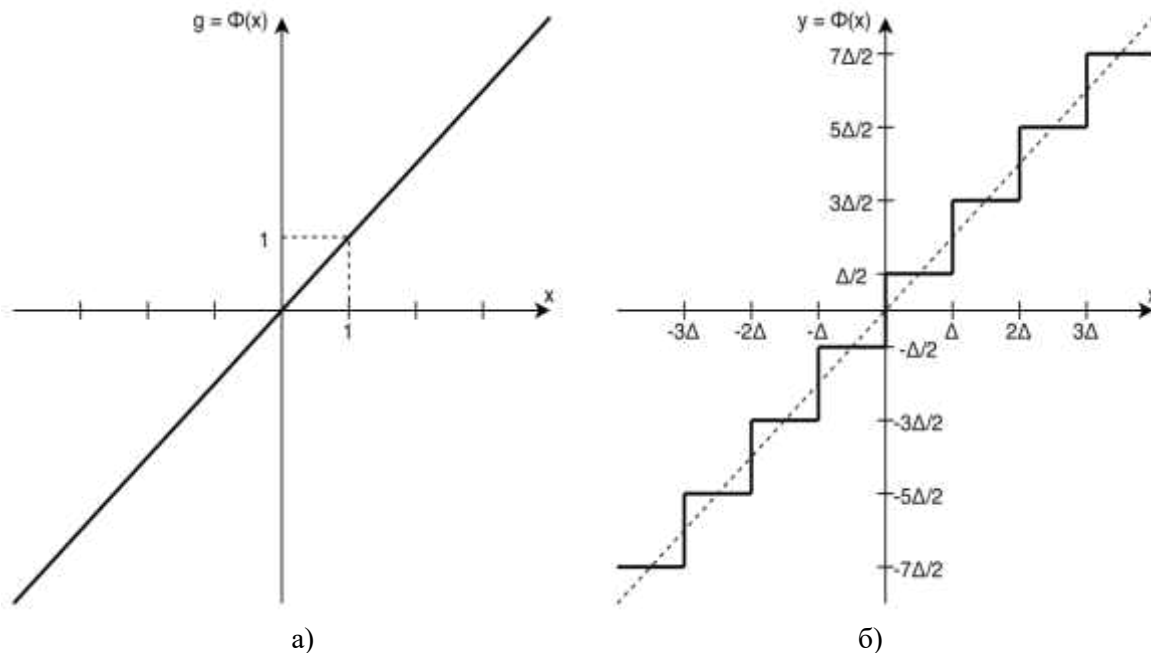


Рис. 3. Параметры квантования:

а) линейный элемент квантования; б) амплитудная характеристика квантования

Любая измеряемая изменяющаяся величина может быть представлена в виде пачки выборок, разделенных одинаковыми интервалами времени. Значения функции $a(t)$ записываются через интервалы T секунд. Шэннон установил, что эти выборки содержат всю информацию о функции $a(f)$, если описывающий ее спектр частот меньше, чем $1/2T$ Гц. Спектр $a(t)$ должен укладываться в полосу частот $\pm 1/(2T)$, теорема о выборках [9]. Иными словами, если условие Шэннона соблюдено, функция $a(T)$ может быть точно восстановлена по пачке выборок путем свертки выборочной функции $a_s(t) = a(nT)$ с функцией $\sin(\pi t/T)/(\pi t/T)$.

Этот процесс может быть аналитически записан следующим образом:

$$a(t) = a_s(t) \otimes \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} a(nT) \operatorname{sinc}\left(\frac{t-nT}{T}\right). \quad (7)$$

Выборочная функция имеет вид:

$$a_s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a(nT) \delta(t-nT). \quad (8)$$

Функция Вудворда sinc :

$$\operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}. \quad (9)$$

Аналоговое напряжение сигнала должно быть квантовано и подвергнуто кодированию при обработке в цифровом виде. В процессе квантования появляются систематические и случайные ошибки.

Идеальным квантующим устройством является нелинейное устройство с нулевой памятью. Интервалы квантования входного сигнала Δ находятся в однозначном соотношении с кодированным выходным цифровым сигналом. Точки перехода разделены одинаковыми интервалами и жестко зафиксированы. Реальные квантующие устройства вносят дополнительные ошибки, обусловленные недостаточно совершенными электрическими или механическими параметрами. Наиболее серьезными являются ошибки шумовые и калибровки.

Шумовая ошибка появляется из-за нестабильности уровней перехода, обычно независимой от одной выборки к другой. Ошибка калибровки является следствием неизменной нелинейности передаточной характеристики квантующего устройства. Она обычно определяется производственными допусками либо пределами, обусловленными ошибками при юстировке, и часто зависит от таких условий внешней среды, как температура и влажность.

При проектировании конкретных кодирующих устройств такие ошибки ограничивают количество возможных уровней квантования, что определяет количество разрядов в кодированной выборке. Из рис. 4 видно, как уменьшается среднеквадратичное значение ошибки при увеличении количества разрядов в типовом кодирующем устройстве с фиксированной шумовой ошибкой и ошибкой калибровки [6].

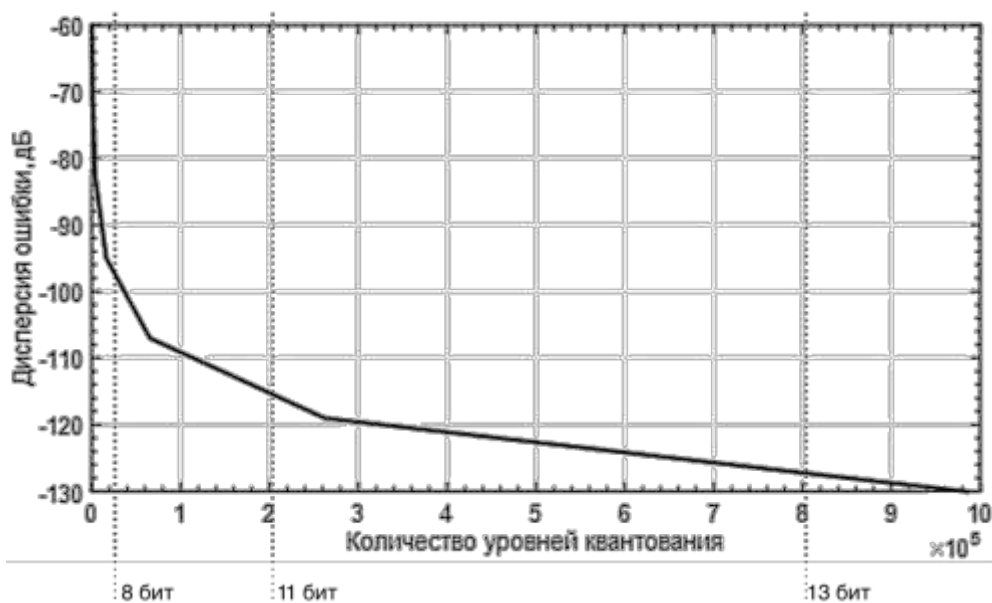


Рис. 4. Зависимость величины ошибки квантования от разрядности АЦП

В зависимости нелинейности амплитудной характеристики системы передачи входного сигнала распределение спектральной плотности выходного сигнала деформировано. При подаче на вход сигнала со сложным спектром, выходной спектр системы передачи обогащается новыми частотными составляющими по сравнению с входным сигналом. Ряд причин рассмотрены в работе [2].

Первичным преобразователем снимают поля рассеяния выходного сигнала ЦАП, обрабатывают и усиливают. Выделяют искаженные сигналы в виде периодической импульсной последовательности пилообразной формы, из спектра которых выделяют основные и высшие гармонические составляющие, соответствующие суб-гармоникам и частоте дискретизации, высшим гармоникам частоты дискретизации, а также спектральные составляющие, не соответствующие суб-гармоникам частоты дискретизации $mf_d \pm nf_{\text{треуг}}$, $mf_d \pm nf_{\text{пилообр}}$.

Нелинейность амплитудной характеристики передающей системы при подаче на вход передаваемого сигнала обуславливает появление на выходе спектральных составляющих, отсутствующих во входном сигнале. При подаче на вход речевого сигнала, имеющего сложный и непрерывно меняющийся во времени спектр, выходной сигнал определяется спектром входного сигнала, диапазоном частот, спектральным распределением продуктов нелинейности, видом нелинейности, амплитудно-частотными характеристиками передающей системы, изменения уровня входного сигнала. Эти объективные факторы определяют деформацию распределения продуктов нелинейности.

Субъективное восприятие продуктов нелинейности определяется чувствительностью уха в диапазоне частот, степенью маскировки продуктов нелинейности полезным сигналом, шумами окружающей среды и передающей системы. Методы оценки нелинейных искажений в полной мере определяются перечисленными факторами. Результаты измерений определяются параметрами сигнала и пиковыми амплитудными характеристиками системы передачи.

Одночастотный измерительный сигнал обуславливает на выходе наличие основной и высших гармоник при аналитическом выражении амплитудной характеристики двумя членами степенного полинома [8].

$$U_{\text{вых}} = a_1 U_{\text{вх}}^1 + a_2 U_{\text{вх}}^2 + a_3 U_{\text{вх}}^3 + \dots \quad (10)$$

При подаче двухчастотного периодического сигнала с гармоническими составляющими $U_{\text{вх}} = U_{1\text{вх}} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + U_{2\text{вх}} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$ выходной сигнал содержит синусоидальные колебания частот ω_1 и ω_2 с измененными амплитудами и комбинационными составляющими, частоты которых содержат суммарные и разностные частоты ($\omega_1 \pm \omega_2$), что показано на рис. 5.

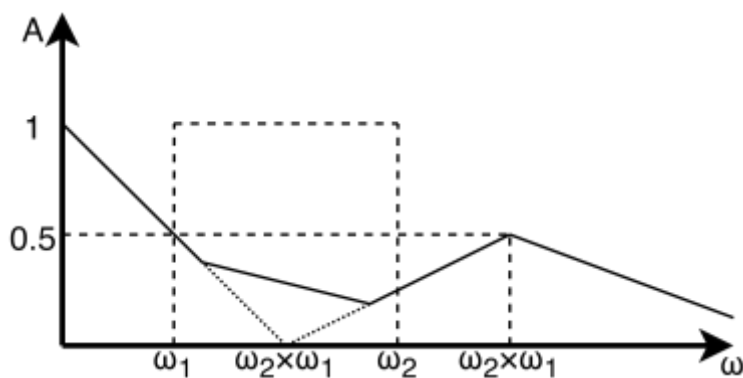


Рис. 5. Спектральное распределение продуктов нелинейности

На рис. 6 представлены измерения магнитного поля, создаваемого внешним модулем преобразования в режиме ЦАП при обработке тестового сигнала с частотой, соответствующей суб-гармонике ($12,5 \text{ кГц} = 1/5f_d$), и не соответствующей ей ($12,38 \text{ кГц}$). Частоты отстоят друг от друга менее чем на 1 %, и в области низких частот могут быть сопоставлены друг с другом [10].

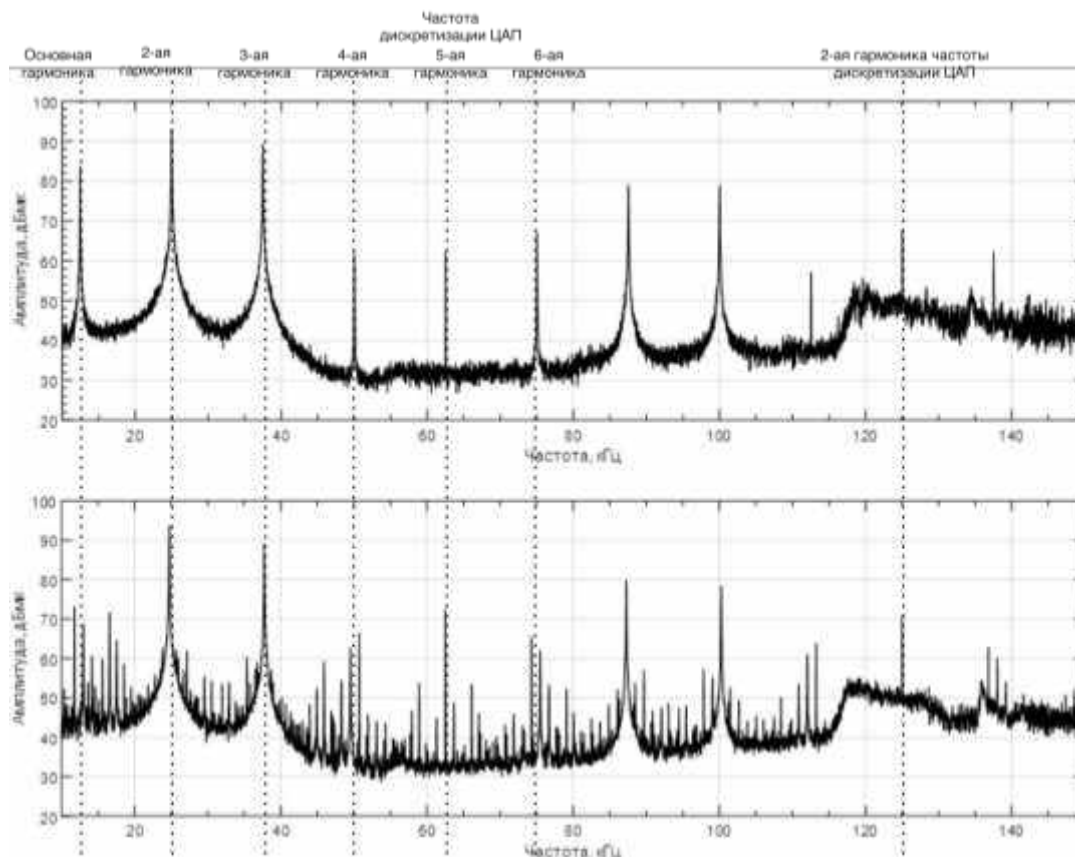


Рис. 6. Магнитное поле ЦАП при обработке тестового сигнала

В работе [7] рассматривается прохождение сложного сигнала в системе «запись-воспроизведение» при учете нелинейности системы и наличия периодической амплитудной и частотной модуляций.

Для упрощения расчетов коэффициенты четных членов полинома приняты равными нулю при оценке нелинейных искажений полиномом с нечетными степенями, что допустимо для понимания сложности процессов:

$$U_{\text{вых}} = a_1 U_{\text{вх}} - a_3 U_{\text{вх}}^3 + a_5 U_{\text{вх}}^5, \quad (11)$$

где $U_{\text{вх}}$, $U_{\text{вых}}$ – напряжения на входе и выходе системы; a_1 , a_3 , a_5 – коэффициенты полинома.

Работа [2] в полной мере показывает невозможность оценки искажения квантования, так как спектры гармонических искажений, обусловленные высшими четными и нечетными гармониками, комбинационными искажениями различных порядков комбинаций.

Использование измерительного сигнала периодической импульсной последовательности не вносит методических погрешностей при оценке защищенности каналов утечки, обусловленных нелинейностью шума квантования. В работе [8] представлены результаты, определяющие типовые амплитудные характеристики системы передачи и количество измерительных гармонических сигналов, используя амплитудную характеристику при аналитическом выражении тремя членами ступенчатого полинома.

Заключение. Ступенчатая амплитудная характеристика квантования предложенного измерительного сигнала является периодической импульсной последовательностью пилообразной формы.

В качестве источника измерительного сигнала предложена периодическая импульсная последовательность треугольной формы, в результате чего искажения при квантовании не содержит искажений, обусловленных измерительным сигналом. Экспериментально показано наличие измерительного сигнала, обусловленного нелинейностью ступенчатой амплитудной характеристики квантования.

Периодическая импульсная последовательность пилообразной формы включает основную, а также высшие четные и нечетные гармоники. Аналитически периодическая импульсная последовательность пилообразной формы описывается с помощью полинома с основной и высшими четными и нечетными гармониками. При подаче на вход полиномом несколько гармонических сигналов на выходе образуются сигналы с исходными частотами и измененными амплитудами и комбинационные составляющие различных порядков.

ANALYSIS OF THE UNIFORM QUANTIZATION ERROR OF A TRIANGULAR PERIODIC PULSE SEQUENCE IN THE SPECTRAL DOMAIN

V. ZHELEZNYAK, K. RAKHANOV, S. LAVROV, Y. ADAMOVSKIY, S. KHARCHENKO,
A. FILIPPOVICH, M. BARANOVSKY

Abstract

The process of analog-to-digital conversion of the measuring signal, linear and amplitude characteristics of quantization are considered. The analysis of the quantization distortion, its spectral representation is carried out. The distortion of the output quantized signal and the characteristic of the deformation of its spectrum are described.

Список литературы

1. Цыпкин, Я. З. Основы теории автоматических систем / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1977. – 560 с.
2. Железняк, В. К. Некоторые проблемы оценки защищенности шума квантования / В. К. Железняк [и др.] // Проблемы инфокоммуникаций. – 2020. – № 2 (12). – С. 60–65.
3. Железняк, В. К. Способ оценки защищенности преобразованного в цифровую форму речевого сигнала в каналах утечки информации / В. К. Железняк [и др.] // Комплексная защита информации : материалы XXIV науч.-практ. конф. – Витебск, 2019. – С. 53–59.
4. Бабков, В. Ю. Передача информации в системах подвижной связи / В. Ю. Бабков [и др.]. – СПбГУТ, 1999. – 152 с.
5. Шелухин, О. И. Цифровая обработка и передача речи / О. И. Шелухин, Н. Ф. Лукьянцев. – М. : Радио и связь, 2000. – 456 с.
6. Гольденберг, Л. М. Цифровая обработка сигналов : справочник / Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк. – М. : Радио и связь, 1985. – 312 с.
7. Железняк, В. К. Спектральный состав выходного сигнала в системе запись-воспроизведение при одновременном воздействии амплитудной и частотной модуляции / В. К. Железняк // Вопросы радиоэлектроники. Серия Общетехническая. – 1967. – № 13. – С. 31–52.
8. Бабуркин, В. Н. Электроакустика и радиовещание. Акустические вопросы вещания : учеб. пособие / В. Н. Бабуркин, Г. С. Гензель, Н. Н. Павлов. – М. : Связь, 1967. – 312 с.
9. Woodward, P. M. Probability and Information Theory, with Application to Radar / P. M. Woodward. – New York : McGraw-Hill Book Company, 1953. – 146 p.
10. Железняк, В. К. Спектральное представление сигнала ошибки равномерного квантования периодической импульсной последовательностью треугольной формы / В. К. Железняк [и др.] // Современные средства связи : материалы XXVI Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 21–22 окт. 2021 г. : А.О. Зеневич [и др.]. – Минск : Белорусская государственная академия связи, 2021. – С. 124–126.