

ных уравнений, что достаточно неплохо устраняется введением центральных координат.

Заключение. Предложенный алгоритм отыскания вида кривой из класса конических сечений использует метод редукции, что позволяет обобщить решение сразу на весь класс кривых. Некоторые проблемы с обусловленностью решаемой системы нормальных уравнений достаточно хорошо устраняется введением центрированных координат. Идентификация формы по полученным коэффициентам выполнена на основе однозначной связи инвариантов квадратичной формы и вида линии, что является наиболее простым и в то же время достаточно общим подходом.

Использование метода наименьших квадратов для реальных измерений исследуемых объектов позволяет не только оценить результаты вычислений, но и получить элементы исправления реального контура к ближайшему коническому сечению с наименьшими затратами исходя из решения по методу наименьших квадратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - М.: Наука, 1981.-232 с.
2. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. - 831 с.

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ СТРОГИМИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ И КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБАМИ

Мицкевич В.И., д-р техн. наук, проф.;

Парадня П.Ф.; Строк А.В.

(Полоцкий государственный университет)

Как известно, в методе наименьших квадратов существует два способа уравнивания - параметрический и коррелятный, также их комбинации, например, параметрический способ с дополнительными условиями. Раньше считалось, что все существующие способы всегда приводят к одним и тем же конечным результатам, включая оценку точности функций измеренных и уравненных величин. Результаты уравнивания могут быть различны для одного и того же геодезического четырехугольника

при различных выбранных четырех независимых условных уравнениях в рамках самого коррелятного способа. Как нетрудно подсчитать, количество вариантов условных уравнений в этом случае составит 155, тогда как применение параметрического способа уравнивания приводит к одному единственному варианту. Во всех 150-ти случаях будет свое индивидуальное число обусловленности S . И если взять два полярных варианта для S , то можно обнаружить существенные расхождения конечных результатов: поправок в измерения v ; величину μ и расхождения в координатах определяемых пунктов. Весовые функции для оценки точности определения площадей также можно составить несколько раз как в коррелятном, так и в параметрическом способе уравнивания. За конечные результаты оценки точности следует принимать их максимальные значения.

Введение. Площадь любого многоугольника можно вычислить по известной формуле [1]:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{t-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (1)$$

где $i = 1, \dots, t$ порядковый номер (по часовой стрелке) вершины многоугольника с координатами x_i, y_i . Многие существующие программы используют формулу (1), однако оценку точности выполняют по эмпирическим приближенным формулам. Строгую оценку точности определения площади по методу наименьших квадратов можно использовать, если оценка точности любой функции выполняется по формулам:

$$m_f = \mu \sqrt{\frac{1}{P_f}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{P_f} = f Q f^T \quad (3)$$

где μ - средняя квадратическая ошибка единицы веса, $Q = (A^T P A)^{-1}$; f - вектор коэффициентов весовой функции, определяемый путем дифференцирования выражения (1); A - матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; P - диагональная матрица весов результатов измерений.

Равенство (2) является общим для различных методов уравнивания, только для общего случая P_f будем обозначать: для параметрического спо-

способа - P_p ; для коррелятного способа уравнивания - P^* . При этом рассмотрим три способа получения P_p .

1. Вычисление P_p классическим методом Гаусса

Получим частные производные, входящие в вектор f_p [2]:

$$f_p = \left(\frac{\partial S}{\partial x_1}, \frac{\partial S}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial x_j}, \frac{\partial S}{\partial y_j} \right) \quad (4)$$

где

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} = \frac{1}{2}(y_{i+1} - y_{i-1}); \quad \frac{\partial S}{\partial y_i} = \frac{1}{2}(x_{i-1} - x_{i+1}),$$

в которой $j \neq 0, 1$; $y_0 = y_1$; $x_M = x_{M+1}$; $y_M = y_{M+1}$.

2. Вычисление P_p с помощью расширенной псевдообратной матрицы F (параметрический способ уравнивания)

Найдем P_p из равенства

$$P_p^{-1} f_p = F^T F^{-1} F f_p \quad (5)$$

$$f_p = (S_5 - S) / \delta, \quad (6)$$

где S_5 - возмущенное значение площади, вычисленное по координатам

$x_i, y_i, i=1, \dots, N$ и

$$F = (ZPJ)^T Z^{-1} F_{ij} \quad (7)$$

$$F = (ZPJ)^T Z P \quad (8)$$

Здесь $i = 1, \dots, N$, где N - количество всех измерений.

3. Вычисление P_p для коррелятного способа уравнивания

Сначала вычислим

$$P_p^{-1} = \Lambda P^{-1} \Lambda^T \quad (9)$$

где $f_k \approx f_p F$, (10)

вычисляется f_p по формуле (4).

4. Свойства алгоритма оценки точности определения площадей из обработки геодезических сетей без исходных пунктов

При применении параметрического способа уравнивания будут справедливы выражения (5) - (7) с той лишь разницей, что вместо (8) найдем F с использованием процедуры псевдообращения матрицы в формуле

$$F = (A^T P A)^* A^T P, \quad (U)$$

в которой [3]

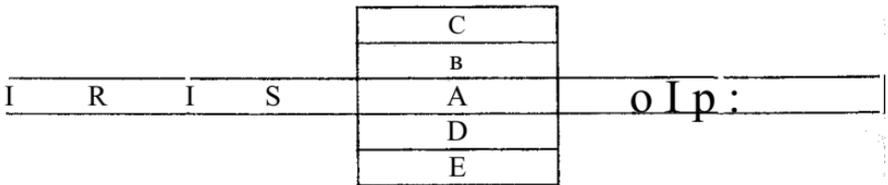
$$(A^T P A)^* = (A^T P A + \Lambda^T R Y' - R^T (R R^T R)^{-1} Y Y^T R), \quad (12)$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ Y_1 & -X_1 & Y_2 & -X_2 & \dots & Y_t & -X_t \\ X_1 & Y_1 & X_2 & Y_2 & \dots & X_t & Y_t \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где $X_i = x_i - x_{cp}$; $Y_i = y_i - y_{cp}$ - отклонения от среднего арифметического по координатам всех пунктов геодезической сети.

Поскольку в формуле (13) косвенно участвуют координаты средней точки сети x_{cp} , y_{cp} , то результаты оценки точности будут зависеть от конфигурации сети. Докажем на числовых примерах степень влияния внешних геодезических построений на оценку точности локальной геодезической сети.

Рассмотрим рисунок, где A - локальная сеть квадрата, площадь которого оценивается.



Глобальные и локальные сети

При построении сетей B, C, D, E, O, P, R, S используются длины линий и углы с точными характеристиками: стандарт $m_s = 2$; стандарт стороны $m_s = 30$ мм; длины всех сторон - 100 м; площадь каждого четырехугольника, как и квадрата A, составляет 10000 м².

В таблице приведены m_s только для квадрата А с подключением внешних сетей.

Результаты оценки точности площади А

Подключаемые сети	от., м ²	Подключаемые сети	w_s , м ²
А	0.414	А, В, С, D, E, O	1.848
А, В	1.760	А, В, С, D, E, O, P	1.730
А, В, С	2.162	А, В, С, D, E, O, P, S	1.622
А, В, С, D	2.052	А, В, С, D, E, O, P, S	1.564
А В, С, D, E	2.068	А, В, С, D, E, O, P, S, R	1.622

По данным таблицы можно сделать *вывод'*, поскольку с подключением дополнительных сетей В-R изменяются m_s в связи с изменением x_{cp} , y_{cp} , то для определения любой площади не следует использовать не относящиеся к этой сети внешние геодезические построения. Следовательно, при оценке точности площадей, определяемых с помощью геодезических построений без исходных пунктов, не следует брать в обработку внешние геодезические сети, как это имело место при обработке геодезических построений классическими методами.

В заключение отметим, что все три метода следует применять для оценки точности определения площадей и за окончательные значения m_s , найденные трижды по формуле (2), взять наибольшее значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов, А.В. Геодезия / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Ю.Г. Батраков. - 4-е изд. - М.: Недра, 1980. - 616 с.
2. Левданский, П.М. Оценка точности определения площадей из обработки нуль-свободных плановых геодезических сетей / П.М. Левданский, В.И. Мицкевич, В.Г. Стержанов; Полоц. гос. ун-т. - Новополоцк, 2002. - 4 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАИК, 25.11.02, № 788-гд 02.
3. Герасименко, М.Д. Определение современных движений земной коры из повторных измерений / М.Д. Герасименко, Г.А. Шароглазова // Геодезия и картография. - 1985. - № 7. - С. 25 - 29.