МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ПОПРАВОК В РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Субботенко П.В; Ялтыхов В.В., канд. техн, наук, доц.
(Полоцкий государственный университет)

Рассматриваются целевые функции, не зависящие и зависящие от поправок в результаты измерений. Последние из них применимы для обоснования многокритериальной оптимизации с позиций теоремы Гаусса — Маркова, предназначенной для обоснования метода наименьших квадратов.

При разработке метода многокритериальной оптимизации применялись следующие целевые функции:

- *основная:*

$$\Phi_1 W = \sum_{I=I}^{N} \wedge|4W\Gamma> \qquad (0$$

где X - вектор координат определяемых пунктов; N - количество измерений; $P_n = \zeta/$ - веса результатов измерений; n_l - показатель степени для каждого измерения; $L(X)$ - свободный член нелинейного параметрического уравнения;

- *дополнительные:*

$$\Phi_2(X,w) = \min(\max(M)), \qquad (2$$

где M - ошибка положения пункта;

$$\Phi_2(\%,\pi) = \mathrm{minfamax}\Lambda O: \qquad (3$$

$$\Phi_2 Gr,\pi) = \min\wedge\sum_{j=1}^{K}\tfrac{3}{4}\max\lambda/J. \qquad (4$$

Здесь $q = l\text{-}p$ (уровень значимости); p - вероятность попадания в кру ошибок; K - количество определяемых пунктов;

$$\Phi_1(X,n) = \mathrm{minimax}—\frac{M}{p}\Big), \qquad (5$$

$$\Phi_2(A',zi) = \min\sum_{}^{K} \frac{M_j}{MPj}, \qquad (6)$$

$$\Phi_2(y,_w) = mi\pi(F_n^r P\Lambda). \qquad (7)$$

где $P_2 = {}^c\!/\!_{\sigma_l^2}$ - диагональная матрица с весами для МНК; V_{11} - вектор поправок в результаты измерений из уравнивания;

$$\Phi_2(X,n) = \min(\max <J\Lambda\overline{K} \mid)\cdot \qquad (8)$$

Дополнительные целевые функции предназначены для определения показателей степени n_l для каждого измерения методом проб и ошибок. Одно приближение предусматривает $3N(n_l$-0.1; n_l; n_l +0.1) уравнительных вычислений, для которых $\Phi_2(A^r,w)$ будет минимальна. Количество приближений не превосходит 20. Приближения начинаются со всех значений $n_l = 2$.

Приведем результаты уравнивания двух геодезических сетей:

1) геодезического четырехугольника с исходными данными, приведенными в [Л;

2) линейно-угловая триангуляция из [2].

Обработка первой сети

Результаты представлены в таблицах 1 - 4.

Таблица 1

Уравнивание по МНК по углам

№ измерения	P_1	n_i	Vi'
1	0,04	2,0	-1,33
2	0,04	2,0	0,22
3	0,04	2,0	0,44
4	0,04	2,0	21,89
5	0,04	2,0	-8,67
6	*0,04*	2,0	18,99
7	*0,04*	2,0	-13,79
8	*0,04*	2,0	12,24

μ= 3,545; AZ_1 = 0,103 м; AZ_2= 0,163 м.

Таблица 2

Минимизация целевых функций (1) и (2) по углам

№ измерения	*P,*	"i	*Vi*"
1	0,165	1,12	-0,18
2	0,145	1,20	0,00
3	0,162	1,13	0,06
4	0,020	2,43	19,89
5	0,009	2,95	-10,94
6	0,022	2,36	20,23
7	0,019	2,45	-12,71
8	0,026	2,27	13,65

$\mu = 2{,}554$; $M_1 = 0{,}0628$ м; $M_2 = 0{,}0610$ м.

Таблица 3

Минимизация целевых функций (1) и (7) по углам

№ измерения	*p,*	я/	*Vi*"
1	0,007	3,10	-1,02
2	0,040	2,00	-0,01
3	0,007	3,10	0,51
4	0,040	2,00	21,78
5	0,007	3,10	-8,95
6	0,040	2,00	18,72
7	0,007	3,10	-13,76
8	0,040	2,00	12,71

$\mu = 3{,}222$; $M_1 = 0{,}166$ м; $M_2 = 0{,}282$ м.

Таблица 4

Минимизация целевых функций (1) и (8) по углам

№ измерения	*p,*	Ъ	V_i"
1	0,011	2,80	2,02
2	0,008	3,00	0,67
3	0,034	2,10	1,10
4	0,011	2,80	19,25
5	0,029	2,20	-11,69
6	0,013	2,70	17,62
7	0,009	2,90	-14,94
8	0,018	2,50	15,97

$\mu = 2{,}121$; $AZ_1 = 0{,}119$ м; $M_2 = 0{,}136$ м

По данным таблиц 1 - 4 можно сделать следующие выводы:

1) результаты таблицы I и таблицы 3 близки между собой, что подтверждает соответствие результатов теореме Гаусса - Маркова;

2) целевые функции (1) и (2) дают наилучший результат, сравнивая .W_1 и M_2 с другими таблицами;

3) вектор V_i в таблице 2 и таблице 4 практически идентичны, что говорит в пользу минимизации целевых функций (1) и (2).

Обработка второй сети

Сравнивая 21-ю поправку в измерения, убеждаемся в том, что целевые функции (1) и (7) дают одинаковый результат с МНК, отвечающий теореме Гаусса - Маркова, величины V_1 для целевых функций (1) и (8) минимальны. Остальные результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5

Результаты многокритериальной оптимизации

Целевая функция		$\mathcal{N}_1$, м	M_1, *м*	M_y, м
МНК	0,966	0,0072	0,0126	0,0113
(1)и(2)	1,079	0,0058	0,0093	0,0087
(1)и(7)	0,966	0,0072	0,0126	0,0113
(1)и(8)	1,260	0,0110	0,0181	0,0144

По данным таблицы 5 видно, что наилучший результат дают целевые функции (1) и (2), а наихудший - функции (1) и (8). Поэтому для многокритериальной оптимизации следует брать дополнительную целевую функцию (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мицкевич, В.И. О невозможности поиска грубых ошибок измерений при параметрическом способе уравнивания / В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. - 1994. - № 4. - С. 24-26.
2. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы): учеб, пособие *для* вузов / Н.В. Яковлев [и др.]. - М.: Недра, 1982. - 368 с.