

2. Предельное значение длины измеряемой линии при создании высотного обоснования тригонометрическим нивелированием не должно превышать величины 250 - 300 м,

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дементьев, В.Е. Современная геодезическая техника и ее применение / В.Е. Дементьев. - Тверь: ООО ИНН «АЛЕН», 2006.
2. Куштин, И.Ф. Геодезия: учеб.-практ. пособие / И.Ф. Куштин. - М.: Приор, 2001.
3. Практическое руководство по вычислению триангуляции. - М.: РИО ВТС, 1961. - Вып. 2.
4. Справочник геодезиста. - М.: Недра, 1985. - Кн. 2.

#### ВЫБОР ПРОЕКЦИИ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ЭВМ

*Гурьев Ю.Л.*

*(Полоцкий государственный университет)*

*Рассмотрены пути автоматизации общего алгоритма геодезических проекций на основе композиционной проекции, удовлетворяющей критерию Чебышева - Граве, основные принципы которого изложены в данной работе. Предложен метод наименьших квадратов для отыскания коэффициентов композиционной проекции площадных объектов, который позволяет в автоматическом режиме подобрать оптимальную систему координат для объекта произвольной формы. В работе также приведена методика изыскания наилучшей проекции для линейных объектов различной конфигурации на основе линии регрессии. Данные методы упрощают процесс автоматизации выбора наилучшей проекции для объектов произвольной формы и различных размеров. Приведена практическая реализация результатов исследований для выбранных объектов на примере трех государств и линейной трассы. Даны рекомендации по применению композиционной проекции при разработке гибких систем координат ГИС.*

**Введение.** При современном развитии компьютерных систем все данные должны формироваться в базу данных. Современные геоинформационные системы (ГИС) занимаются сбором, анализом и дальнейшим хранением

информации, собранной посредством геодезических измерений и методов визуализации информации. Поэтому актуально говорить, чтобы наборы данных были надежно определены в координатной системе, которая имела бы взаимосвязь с общеизвестными системами координат. Такая постановка задачи сложна с использованием классического подхода формирования систем координат на основе известных библиотек картографических проекций.

В данном случае проблема заключается в том, что нет единого алгоритмического описания перевода из одной системы координат в другую. Это делает такие системы координат изолированными от других. Актуально также говорить о порядке искажений в различных системах координат проекции. Если рассмотреть большинство постсоветских стран, то для го<sup>1</sup>/<sub>2</sub> отображения на плоскости используется проекция Гаусса - Крюгера. Здесь следует упомянуть о больших искажениях на краях шестиградусных зон Ц о неудобстве, связанном с отображением одного государства в нескольких зональных системах координат.

Сегодня пространственная информация графических информационных систем, базирующаяся на цифровых картах, распространяется на все аспекты ГИС и становится важным компонентом. Наука о пространственной информации является обширной дисциплиной, в то время как пространственная информация графических систем позиционирования ~ самый более важный компонент.

Наука и техника постоянно совершенствуются, вместе с этим совершенствуются и методы геодезии и картографии. Для адекватного, по мнению разработчиков картографо-геодезического сопровождения ГИС технологий все более широко представляются самые различные проекции М библиотек ГИС. С расширением возможностей сбора информации с земной поверхности методами дистанционного зондирования Земли, и на необходимость в связи с этим предоставления возможностей оперативно обработки этих данных математическими методами, заложенными в ГИС с минимально возможными искажениями, актуально говорить о новом подходе формирования картографо-геодезического обеспечения ГИС.

**Критерий Чебышева - Граве.** Как показывает опыт применения картографических проекций из стандартной библиотеки, любая проекция во-первых, должна соответствовать решению поставленной задачи, во-вторых, обеспечивать минимальные искажения. Известно, что искажения могут быть как в линейных, угловых величинах, так и в площадях. Если непонятен характер и величины искажений, то возникает проблема введения по-

правок в длины линий и углы. С нашей точки зрения, наиболее оптимальными для фактического использования являются конформные проекции, для которых разработана надлежащая математическая основа. Еще Гаусс заложил основы формирования конформных проекций на основе поперечно-цилиндрических и азимутальных проекций.

В настоящее время известны два направления получения наилучших проекций [1]. Первое предполагает решение задачи по методу П.Л. Чебышева: формулируется и доказывается теорема о наилучшей проекции и на ее основе разрабатываются способы получения такой проекции. В этом случае определяются проекции, в которых в пределах картографируемой области максимум модуля логарифма масштаба должен принимать минимальные значения.

Во втором случае определение проекции сводится к решению вариационных задач на условный экстремум, предусматривающие получение и оценку искажений проекций как в отдельных точках, так и во всей области картографирования. При этом используется критерии оценки достоинств проекций, предложенные Эйри, Иорданом, В.В. Каврайским, Клингачевым и другими, достаточно полно описанные в литературе.

В математической картографии предложено большое количество наилучших или идеальных проекций, но многие из них получены за счет искажения различных величин. В ряде конкретных случаев наилучшие проекции ищутся для ограниченных по размерам территорий. В нашем понимании должен быть единый и унифицированный подход отыскания наилучшей проекции на основе строгого математического описания. Наш подход основан на теории конформного отображения проекции в соответствии с критерием Чебышева - Граве. «В 1853 году академик П.Л. Чебышев сформулировал теорему о наилучших равноугольных проекциях. Согласно этой теореме, наилучшими равноугольными проекциями для создания карт на конкретные территории является те из них, в которых на контурах этих территорий натуральный логарифм масштаба является постоянной величиной. В частности нулем. Доказал эту теорему в 1894 году академик Д.А. Граве. Первые способы практического получения проекции предложил в 1947 году проф. Н.А. Урмаев» [2]. Суть критерия Чебышева - Граве в следующем [3]: изокола (линия равных искажений) по возможности должна совпадать или быть достаточно близкой к контуру изображаемой территории. В нашем понимании, не обязательно, чтобы изокола идеально совпадала с контуром отображаемой области, а достаточно ограничиться

известными математическими фигурами, уравнения которых известны и описаны математически. Такими фигурами могут быть линия, окружность, эллипс или гипербола. В зависимости от конфигурации отображаемого объекта можно применить одну из описанных фигур для отыскания наилучшей проекции в соответствии критерия Чебышева - Граве. Например, для площадных объектов изоколы могут представлять собой линию, окружность или эллипс. Как показал опыт изыскания наилучшей проекции для линейных объектов, здесь изоколы представляют гиперболы в наилучшей проекции, которая получена на основании критерия Чебышева - Граве.

**Автоматизация выбора проекции ГИС.** В данной работе мы рассматриваем подходы автоматизации выбора проекции для ГИС технологий. На основании композиционной конформной проекции можно добиться выполнения критерия Чебышева - Граве и получить изоколы в виде линий, окружностей, эллипсов или гипербол.

Рассмотрим уравнение изокол масштаба изображения для композиционной проекции, приведенное в работе [4]:

$$m = m_0 \left( 1 + \frac{A_1 \Delta Y^2 + A_2 \Delta Y^{2n}}{2[\frac{1}{8} 4^2]'} \right) \quad (1)$$

где  $m_0$  - масштаб отображения в центральной точке проекции;  $R_0 = c/V_0$ , ( $c$  - полярный радиус;  $V_0$  - функция от широты в центральной точке проекции);  $A_1$  - коэффициент участия конической проекции;  $k_2$  - коэффициент участия цилиндрической проекции.

Приращения  $\Delta Y$  и  $\Delta X$  вычисляются в соответствии со следующими формулами:

$$\Delta X = X - X_0, \quad \Delta Y = Y - Y_0 \quad (2)$$

где  $X, Y$  - прямоугольные координаты текущей точки;  $X_0, Y_0$  - прямоугольные координаты центральной точки проекции.

Причем уравнение (1) имеет смысл, если записать условие, которое должно выполняться для композиционной проекции:

$$\lambda_1 + A_2 = 1. \quad (3)$$

Уравнение (3) облегчает задачу отыскания коэффициентов оптимальной проекции на основе композиции двух проекций.

Рассмотрим следующие случаи для уравнения (1):

1)  $k_1 = 1, k_2 = 0$ . Здесь получаем как частный случай уравнение изокол для конической проекции:

$$m = m_0 + C\Delta X^2, \quad (4)$$

где  $m_0$  и  $C = 1/2m_0R_0^2$  - величины постоянные (константы).

Как видно из уравнения (4), изоколы представляют собой линии, которые удаляются от параллели (параллельно) пропорционально квадрату расстояния от осевой параллели до линии с текущим значением масштаба отображения;

2)  $k_1 = 0, k_2 = 1$ . В таком случае получаем поперечно-цилиндрическую проекцию со следующим уравнением для изокол:

$$m = m_0 + C\Delta Y^2, \quad (5)$$

где  $m_0$  и  $C = 1/2m_0R_0^2$  - величины постоянные (константы).

Из уравнения (5) следует, что изоколы представляют собой линии, параллельные осевому меридиану, и характер искажений возрастает пропорционально квадрату расстояния от осевого меридиана до линии с текущим значением масштаба отображения;

3)  $A_1 = 0,5, k_2 = 0,5$ . Здесь получаем частный случай композиционной проекции - азимутальную проекцию с уравнением изоколы в виде:

$$m \approx m_0 + C(ZLX^* + \Delta\Gamma^2), \quad (6)$$

где  $m_0$  и  $C = 1/2m_0R_0^2$  - величины постоянные (константы).

Уравнение (6) представляет собой уравнение окружности, т.е. изоколы в азимутальной проекции являются окружностями;

4)  $0 < k_1 < 1, 0 < k_2 < 1$ . При заданных коэффициентах можно подобрать оптимальную композиционную проекцию для площадных объектов. Причем изоколы в этом случае будут представлять эллипсы, форма которых зависит от коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ ;

5)  $A_1 < 0, k_2 > 0$  или  $A_1 > 0, k_2 < 0$ . Композиционная проекция с такими коэффициентами может быть наилучшей проекцией для линейных объектов, и изоколы в такой проекции будут представлять собой гиперболы.

Как видно, из пяти случаев, рассмотренных выше, композиционная проекция является универсальной и на основании ее можно добиться выполнения критерия Чебышева - Граве в нашем понимании, т.е. подобрать форму изокол в виде линии, окружности, эллипса или гиперболы. Такой подход позволяет использовать композиционную проекцию для упрощения автоматизации выбора оптимальной проекции для любого объекта с

точки зрения минимизации искажений для территории произвольной конфигурации или линейного объекта произвольной формы.

Для площадных объектов поиск коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  ведется на основе метода наименьших квадратов с учетом формулы (1).

Для линейных объектов поиск коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  ведется на основе линии регрессии

**Метод наименьших квадратов при получении наилучшей проекции площадного объекта.** Рассмотрим произвольную территорию с  $n$  точками, расположенными на границе этой территории. Для каждой из этих точек мы можем применить формулу (1) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} m_1 + \frac{1/8 \Delta X_1^2 + 1/8 \Delta^2}{2m_0 R_0^2} &= m_1 \\ w^{1/8} + \frac{3/8 \Delta \Delta^2 + 3/8 \Delta \Gamma_2^2}{2 \Lambda^{1/8} \Gamma_2^2} &= m_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ m_n + \frac{3/8 \Delta \Delta^2 + 1/8 \Delta \Gamma_n^2}{2w^{1/8} \Gamma_n^2} &= m_n. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В соответствии с критерием Чебышева - Граве, рассмотренным нами выше, масштаб искажений должен быть одинаковой величиной вдоль границы отображаемой территории и для точек, лежащих на границе этой территории, т.е. можем записать условие  $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$ . Добавим также формулу (3) в систему уравнений (7) и запишем все в следующем виде:

$$\begin{aligned} m \cdot 1 + k_1 \left( -\frac{\Delta X_1^2}{2m_0 R_0} \right) + k_2 \left( -\frac{\Delta Y_1^2}{2m_0 R_0} \right) &= m_0; \\ m \cdot 1 + k_1 \left( -\frac{\Delta X_2^2}{2m_0 R_0} \right) + k_2 \left( -\frac{\Delta Y_2^2}{2m_0 R_0} \right) &= m_0; \\ &\dots \\ m \cdot l + k_1 \left( -\frac{\Delta X_n^2}{2m_0 R_0} \right) + k_2 \left( -\frac{\Delta Y_n^2}{2^{5/8} \Gamma_n} \right) &= w_0; \\ m \cdot 0 + k_1 \cdot 1 + k_2 \cdot 1 &= 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Запишем систему (8) в матричной форме:

$$K \times A = M, \quad (9)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 10 \\ \frac{AX_1^2}{2^{5/8}7/8} & \frac{AX_2^2}{2n^{1/8}7/8} \dots & \frac{\Delta X_{if}^2}{2m_0^{7/8}} \\ \frac{AY_1^2}{2^{1/8}7/8} & \frac{\Delta Y_1^2}{2^{3/4}7/8} \dots & \frac{\Delta Y_n^2}{2w_0^{7/8}} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$K = [m \ k_i \quad 1/8]; \quad M = [m_0 \ m_0 \dots \ 1].$$

Мы можем решить уравнение (9) методом наименьших квадратов и запишем решение в следующем виде:

$$K = (A \times A^{-1} \times M). \quad (10)$$

Матрица K представляет значения масштаба искажений вдоль границы отображаемого контура и коэффициентов участия конической и поперечно-цилиндрической проекций соответственно.

Здесь идея создания наилучшей проекции сводится к тому, что вначале определяются геодезические (географические) координаты всех граничных точек, которые будут формировать проекцию. Далее вычисляются географические координаты центра проекции и в соответствии с параметрами выбранного референц-эллипсоида и координат центра проекции вычисляются прямоугольные координаты всех граничных точек в какой-либо из стандартных проекций (например, в поперечно-цилиндрической проекции Гаусса - Крюгера). Зная прямоугольные координаты всех точек, вычисляются приращения между координатами текущей точки и центром проекции. В соответствии с вычисленными величинами формируется матрица A. Матрица M состоит только из элементов масштаба искажений в центральной точке проекции, которые могут быть приняты равными единице или вычислены по следующей формуле:

$$m_0 = \frac{2}{1 + \text{rmax}}, \quad (H)$$

где  $m_{n,a} \chi$  - максимальный масштаб искажений в какой-либо из граничных точек Лагранжа и композиционных проекций.

**Получение наилучшей проекции линейного объекта на основе линии регрессии.** Общие принципы разработки наилучшей проекции для линейного объекта изложены в других работах. Идея получения наилучшей геодезической проекции для любого линейного объекта базируется на композиционной проекции. Запишем общее уравнение координат в композиционной проекции [5]:

$$X = k_1 X_1 + k_2 X_2; \tag{12}$$

$$Y = k_1 Y_1 + k_2 Y_2$$

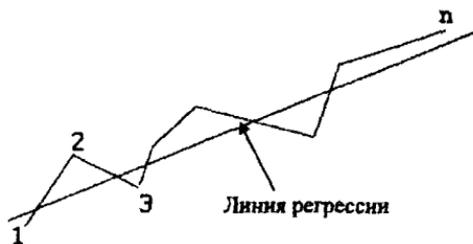
где  $k_1$  и  $k_2$  - коэффициенты конической и цилиндрической проекций соответственно;  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  - координаты проекций, которые образуют композиционную проекцию.

Причем коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  должны удовлетворять уравнению (3), которое упрощает поиск коэффициентов участия конической и цилиндрической проекций в композиционной проекции.

При разработке наилучшей геодезической проекции для линейного объекта оптимальный вариант получается тогда, когда один из описанных выше коэффициентов принимает отрицательное значение. В этом случае линии одинаковых искажений в проекции (графики изокот) представляют гиперболы, которые наилучшим образом подобраны под отображаемый линейный объект.

Рассмотрим общие принципы разработки наилучшей геодезической проекции для линейного объекта на основе композиционной проекции в соответствии с формулами (12) и (3).

Допустим, что нам необходимо подобрать наилучшую проекцию для линейного объекта, изображенного на рисунке 1.



**Рис. 1. Произвольный линейный объект с изображением линии регрессии**

Прежде всего необходимо найти линию регрессии для произвольного количества точек (n), показанных на рисунке 1. Для этого рассмотрим порядок действий, необходимых для отыскания линии регрессии).

Определим геодезические (географические) координаты  $B_n L_n$  всех поворотных точек нашего линейного объекта. Далее необходимо вычислить геодезические (географические) координаты центра наилучшей проекции по формулам:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{B_{\min} + B_{\max}}{2}; \\ L_0 &= \frac{L_{\max} + L_{\min}}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где приняты следующие обозначения:  $B_0, L_0$  - геодезические (географические) координаты центра проекции;  $B_{\min}, B_{\max}$  - минимальное и максимальное значение широты для всего линейного объекта;  $L_{\min}, L_{\max}$  - минимальное и максимальное значение долготы для линейного объекта. Причем  $B_{\min}, B_{\max}, L_{\min}, L_{\max}$  выбираются из геодезических (географических) координат всех точек линейного объекта.

Далее вычисляем прямоугольные координаты всех поворотных точек линейного объекта в какой-либо из стандартных проекций (например, в поперечно-цилиндрической проекции Гаусса - Крюгера) согласно общему алгоритму геодезических проекций.

В соответствии с вычисленными прямоугольными координатами для нашего линейного объекта можем найти линию регрессии, записанную в виде:

$$y = bx + a. \quad (14)$$

Рассмотрим формулы для вычисления коэффициентов  $a$  и  $b$  в формуле (14):

$$a = \frac{[\sum y] - n \bar{x} \bar{y}}{Det}, \quad (15)$$

$$b = \frac{[\sum xy] - n \bar{x} \bar{y}}{Det}, \quad (16)$$

$$ner = W \cdot [x^2] - (x \cdot f). \quad (17)$$

В формулах (15)-(17) приняты следующие обозначения:  $N$  - количество поворотных точек линейного объекта;  $x$ , и  $y$ , - прямоугольные координаты  $i$  поворотной точки, вычисленные в какой-либо из стандартных проекций (например, в поперечно-цилиндрической проекции Гаусса - Крюгера);  $[zz]$  - знак суммы значений аргументов  $zz$ .

Далее, зная параметры  $a$  и  $b$  линии регрессии наилучшим образом соответствующей набору точек линейного объекта, можем вычислить коэффициенты участия конической и цилиндрической проекций в композиционной проекции.

Для коэффициента участия конической проекции запишем формулу:

$$k_1 = - \left| \frac{b^2}{1+b^2} \right| \text{ или } /c_1 = \left| \frac{1+b^2}{b^2} \right|. \quad (18)$$

Для коэффициента участия поперечно-цилиндрической проекции в композиционной проекции для линейного объекта перепишем формулу (3) в виде:

$$*_2 = 1 - *_1. \quad (19)$$

В формуле (18) коэффициент участия конической проекции вычисляется в соответствии с первой формулой, если значение  $b$  имеет отрицательное значение и в соответствии со второй формулой, если  $b$  имеет знак «плюс».

Можно заметить, что формулы (18) и (19) для вычисления коэффициентов участия конической и поперечно-цилиндрической проекций в явной степени зависят от параметра  $b$ , который является тангенсом угла, образованного линией регрессии с осью  $x$ . Таким образом, коэффициенты композиционной проекции будут зависеть от расположения линии регрессии относительно поворотных точек линейного объекта.

### **Практическая реализация получения наилучшей проекции**

В качестве демонстрации практической реализации двух подходов, рассмотренных выше, мы выбрали территории трех государств (Австрия, Португалия и Беларусь) и линейный объект - трассу Брест - Москва.

Рассмотрим государство Австрия, показанное на рисунке 2. Для данного государства в программе выбирались крайние точки севера (N), юга (S), запада (W) и востока (E). Географические координаты, которые сняты с картографической подложки, приведены в таблице 1.



Рис. 2. Карта Австрии

Таблица 1

Географические координаты граничных точек Австрии

Название точки	В - географическая широта	Л - географическая долгота
N	48°58'	15°00'
S	46°2 Г	14°35'
W	47°05'	9°28'
E	47°58'	17°08'

Далее вычислялись координаты центра проекции по следующим формулам:

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) = 47^{\circ}40'' \quad \left. \vphantom{R} \right\} \quad (20)$$

$$\Lambda = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{8} \pm \frac{1}{8} \right) = 14^{\circ}0'18''$$

С помощью программы вычисляются плоские прямоугольные координаты и численные характеристики граничных точек Австрии в стандартных геодезических проекциях (поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса - Крюгера, коническая проекция Ламберта и стереографическая проекция Руссилья). При пересчете координат применялись параметры референц-эллипсоида Красовского и центр проекции, координаты которого вычислены по формуле (20). Масштаб изображения в центральной точке проекции  $m_0$  принят равным единице. Результаты вычислений приведем в таблице 2.

Прямоугольные координаты и численные характеристики  
в стандартных проекциях для Австрии

Поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса - Крюгера				
	N	S	W	E
X(M)	5426252,3029	5135119,5914	5227952,8616	5318701,8085
Y(M)	1125271,6874	1095826,0781	707009,9071	1285585,9478
m	1,0000323	1,0000058	1,0016551	1,0005498
$\gamma''$	0,5280409°	0,2050122°	-3,5435986°	2,1052498°
(dSS)max	1/31000	1/171100	1/600	1/1800
Стереографическая проекция Руссилья (азимутальная)				
	N	S	W	E
X(M)	5426256,1812	5135113,6031	5227996,7852	5318691,6777
Y(M)	51261,4307	21812,3444	-366911,9551	211551,7837
m	1,0001449	1,0001345	1,0008445	1,0002833
$\gamma''$	0,5228178	0,2072584	-3,5574145	2,0997050
(dSS)max	1/6900	1/7400	1/1200	1/3500
Коническая проекция Ламберта				
	N	S	W	E
X(M)	5426260,0792	5135107,6823	5228043,2976	5318681,8419
Y(M)	51267,8524	21815,1469	-366819,1985	211533,9733
m	1,0002589	1,0002611	1,0000515	1,0000137
$\gamma^0$	0,5174676	0,2094512	-3,5729906	2,0945117
(dSS)max	1/3900	$1/3\beta <N>$	1/19400	1/73000

В таблице 2 приняты обозначения: A', U- прямоугольные координаты в выбранной геодезической проекции; m - частный масштаб изображения длин линии в граничной точке;  $\gamma$  - сближение меридианов; (dSS)<sub>max</sub> - максимальное искажение длины линии в точке в относительной мере.

Видно, что в поперечно-цилиндрической проекции наибольшее значение масштаба, а следовательно и максимальные искажения длин, имеет место в крайней западной точке территории и составляет 1/600; в стереографической проекции Руссилья соответственно для крайней западной точки - 1/1200; в конической проекции Ламберта для южной точки - 1/3800. Наиболее подходящей проекцией для территории Австрии, вытянутой вдоль параллели, является коническая проекция Ламберта, которая представляет собой частный случай композиционной проекции. Также следует отметить, что при использовании оптимального масштаба, вычисленного по формуле (11), можно добиться уменьшения искажений в два раза для любой из рассмотренных в таблице 2 стандартных проекций.

Таким образом, максимальные искажения в конической проекции будут составлять не хуже 1/7600 при оптимизированном масштабе, что достаточно неплохо, учитывая тот фактор, что территория Австрии располагается в двух координатных зонах проекции Гаусса - Крюгера, в которой искажения на краях зоны достигают порядка 1/1300.

Далее с помощью прямоугольных координат поперечно-цилиндрической проекции, приведенных в таблице 2, получают коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  композиционной проекции, а также оптимальный масштаб в центральной точке проекции по методу наименьших квадратов, который описан нами выше.

Для территории Австрии получили, что оптимальный масштаб в центральной точке равен 0,9999, коэффициент участия конической проекции равен 0,8716 и коэффициент участия цилиндрической проекции равен 0,1284. Далее в программе методом итераций подбираются координаты центра ( $B_0 = 47^\circ 40'$ ,  $L_0 = 14^\circ 0'Г$ ) композиционной проекции с учетом минимизации искажений на граничных точках. С учетом этих параметров вычисляются прямоугольные координаты и численные характеристики в композиционной проекции для Австрии.

В таблице 3 максимальное значение масштаба искажений составляет 1/7500 для точек NnW. Следует отметить, что восточная точка E в композиционной проекции имеет величину масштаба искажения 1/276400, характеризуется тем, что центр проекции наиболее близок к этой точке и отдален на одинаковом расстоянии для остальных граничных точек. Если сравнивать коническую проекцию Ламберта с оптимизированным масштабом и композиционную проекцию, полученную по методу наименьших квадратов, то величины искажений получились одного порядка.

Таблица 3

Прямоугольные координаты и численные характеристики  
в композиционной проекции для Австрии

Координаты	Композиционная проекция			
	N	S	W	E
$X_{(m)}$	5426470,5065	5135243,1264	5226736,5987	5319493,1338
$Y_w$	1124745,2963	1096360,7550	707409,7577	1285395,8838
m	1,000133778	1,000130549	1,000133157	0,999997343
$Y^\circ$	0,728827565	0,41776328	-3,359928139	2,305503434
(dSS)max	1/7500	1/7700	1/7500	1/376400

Аналогичным образом подбирались наилучшие проекции для Португалии и Беларуси. Здесь приведем прямоугольные координаты и численные характеристики в наилучших проекциях для этих государств.

В таблице 4 приведены результаты, полученные для Португалии в поперечно-цилиндрической проекции, которая является оптимальной для этого государства из стандартных видов проекций, которые получаются как частные случаи на основе композиционной проекции.

Таблица 4

Прямоугольные координаты и численные характеристики для Португалии в поперечно-цилиндрической проекции

Координаты	N	S	W	E
$x_{00}$	4664731,739	4091035,752	4297697,063	4603078,863
$Y(M)$	699595,1029	676481,7796	527238,4411	811086,1203
$m$	1,000009346	1,000000244	1,000258043	1,000237865
$\gamma^\circ$	0,223548877	0,030055898	-1,044520819	1,105632269
$(dSS)_{max}$	1/107000	1/4094500	1/3900	1/4200

В таблице 4 приняты такие же обозначения, как и для таблицы 2.

Для территории Португалии также были подобраны коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$ , а также оптимальный масштаб отображения в центральной точке по методу наименьших квадратов. С учетом этих параметров были получены прямоугольные координаты и численные характеристики в композиционной проекции, приведенные в таблице 5.

Таблица 5

Прямоугольные координаты и численные характеристики в композиционной проекции для Португалии

Координаты	N	S	W	E
$x_W$	4664664,9762	4091068,3469	4298109,7630	4602699,6078
$Y_w$	700194,0727	675591,9372	526885,6013	811511,1614
$m$	1,00009444	1,000096451	1,000137537	1,000136761
$\gamma^\circ$	0,066281456	-0,11171407	-1,195202724	0,942001462
$(dSS)_{max}$	1/10500	1/10400	1/7300	1/7300

Как видно из таблицы 5, максимальные искажения достигают величины 1/7300 для западной и восточной точек.

Для поперечно-цилиндрической проекции (см. табл. 4) максимальное искажение составляет 1/3900 для западной точки. Здесь также при оптимизации масштаба можно добиться уменьшения искажения в два раза, т.е. максимальное искажение будет порядка 1/7800, что немного лучше, чем композиционной проекции с коэффициентами, подобранными по методу наименьших квадратов. Это говорит о том, что не всегда метод наименьших квадратов уместно применять для территорий преимущественно вытянутых вдоль меридиана или параллели.

Для территории Беларуси также была подобрана наилучшая проекция на основании композиционной проекции, причем коэффициенты и оптимальный масштаб отображения в центральной точке также подбирались на основе метода наименьших квадратов. Приведем значения прямоугольных координат и численных характеристик в таблице 6.

Таблица 6

Прямоугольные координаты и численные характеристики  
в композиционной проекции для Беларуси

Координаты	N	S	W	E
$x_{<M}$	6223550,0681	5685593,9151	5801443,2854	5932677,1298
$Y(M)$	1865066,0794	2035355,7991	1527174,2532	2173294,4860
$m$	1,000324625	1,000340902	1,000343488	1,000249699
$\gamma^\circ$	0,298778258	2,198017486	-3,688509952	4,006619618
$(dS/S)_{max}$	1/3100	1/3000	1/2900	1/4000

Как видно из таблицы 6, максимальное значение масштаба искажений составляет 1/2900 для западной точки.

Следует отметить, что территория Беларуси в настоящее время имеет общегосударственную систему координат на основании проекции Гаусса - Крюгера в шестиградусных зонах, причем территория располагается в трех координатных зонах, на краях которых искажения достигают величины порядка 1/1700.

В качестве линейного объекта мы выбрали трассу Брест - Москва, показанную на рисунке 3. Данный линейный объект имеет десять поворотных точек и протяженность 1010 км.

Приведем географические координаты всех основных населенных пунктов, через которые проходит трасса (табл. 7). Географические координаты получены с помощью программы GoogleEarth.



Рис. 3. Трасса Брест - Москва

Таблица 7

Географические координаты для трассы Брест - Москва

Название точки	В - широта, °'	Л - долгота, °'
Брест	52 03	23 42
Ивацевичи	52 43	25 20
Барановичи	53 08	26 02
Минск	53 54	27 35
Борисов	54 13	28 31
Орша	54 30	30 24
Смоленск	54 47	32 03
Вязьма	55 12	34 19
Можайск	55 30	36 02
Москва	55 45	37 37

Для трассы Брест - Москва мы получили линию регрессии в следующем виде:

$$y = 2.2626x - 11635078. \quad (21)$$

Коэффициент участия конической проекции был вычислен по формуле:

$$k_1 = \left| \frac{1 + b^2}{b^2} \right| = 1.1953. \quad (22)$$

Соответственно, коэффициент участия цилиндрической проекции определим следующим образом:

$$k_2 = 1 - \frac{1}{8} = -0.1953. \quad (23)$$

С учетом вышеперечисленных параметров вычислим прямоугольные координаты и численные характеристики в композиционной проекции для линейного объекта Брест - Москва. Результаты вычислений приведены в таблице 8.

Таблица 8

Прямоугольные координаты и численные характеристики трассы Брест - Москва в композиционной проекции

№ точки	X	Y	m	y	(<ZSS)max
Брест	5792538,2490	1538478,6361	1,0000665	-5,6535038	1/15050
Ивацевичи	5856768,8908	1655717,8573	0,9999410	-4,3212695	1/17000
Барановичи	5899705,4636	1705937,6146	0,9998758	-3,7503233	1/8100
Минск	5979295,7694	1813231,3429	0,9999016	-2,4911378	1/10200
Борисов	6012262,5525	1875604,4401	0,9999711	-1,7357604	1/34700
Орша	6041710,6922	1998562,4253	1,0000650	-0,2151448	1/15400
Смоленск	6074088,1167	2104850,0593	1,0001238	1,1152766	1/8100
Вязьма	6125580,0441	2248219,7281	1,0001811	2,9395168	1/5500
Можайск	6165810,9043	2354804,9104	1,0001963	4,3184600	1/5100
Москва	6202158,9696	2451789,7843	1,0001767	5,5884673	1/5100

Как видно из таблицы 8, максимальное значение масштаба искажений составляет величину 1/5100 для точек «Можайск» и «Москва», что достаточно неплохо, учитывая то, что трасса располагается в нескольких координатных зонах Гаусса - Крюгера общегосударственной системы координат.

**Заключение.** В работе рассмотрены пути автоматизации общего алгоритма геодезических проекций на основе композиционной проекции. Предложены метод наименьших квадратов для отыскания коэффициентов композиционной проекции площадных объектов и метод на основе линии регрессии для линейных объектов. Как видно из практической части работы, оба метода работают достаточно эффективно и дают наилучшие результаты для произвольных по форме объектов.

По нашему мнению, для разработки систем координат геоинформационных систем следует применять композиционные проекции. Как показал практический опыт применения композиционных проекций, для любого объекта (площадного или линейного) на основе их можно подобрать оптимальную систему координат с минимально возможными искажениями. В некоторых случаях на основе композиционных проекций можно подбирать частные случаи наиболее распространенных геодезических проекций таких как поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса - Крюгера (UTM), коническая проекция Ламберта и стереографическая (азимутальная) проекция Руссилья. Также следует отметить, что выбор композиционной проекции в рамках общего алгоритма осуществляется в автоматизированном режиме, т.е. пользователь не должен обладать глубокими знаниями в области математической картографии для выбора наилучшей проекции; точки зрения минимизации искажений. Пользователю достаточно задать территорию, для которой должна быть подобрана геодезическая проекция, программа осуществит выбор наилучшей проекции автоматически. В программе также предусматривается возможность выбора частного случая композиционной проекции, например проекции Гаусса - Крюгера или UTM, если это необходимо для дальнейшей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бугаевский, Л.М. Математическая картография / Л.М. Бугаевский. - М: Златоуст, 1998. - 400 с.
2. Урмаев, Н.А. Методы изыскания новых картографических проекций / Н.А. Урмаев. - М., 1947.
3. Подшивалов, В.П. Теоретические основы формирования координатной среды для геоинформационных систем / В.П. Подшивалов. - Новогрудок: ПГУ, 1998.- 125 с.
4. Подшивалов, В.П. Основы формирования координатной среды автоматизированных технологий / В.П. Подшивалов // Вести. Полоц. гос. ун-та. Прикладные науки. - 2004. - № 1. - С. 86 - 89.
5. Huryeu and Padshyvalau: Automated design of coordinate system for linear objects. Proceedings of the 1<sup>st</sup> Scandinavian Research Conference on Geographical Information Science, 5<sup>th</sup> - 7<sup>th</sup>, September 2007, As, Norway. - P. 147- 155. Available: <http://www.scangis.org/scangis2007/papers/>