

ПРОЕКЦИЯ ЛАМБЕРТА, ПРЕДЛАГАЕМАЯ ДЛЯ ЛИВИИ

Акреш М.С.

(Полоцкий государственный университет)

Приведены параметры проекции Ламберта, которая может быть применена для создания карт в одной координатной зоне с высокой точностью, где искажения в расстояниях не превышают 0,000 1м на краю зоны. Эти результаты могут найти практическое применение для Ливии благодаря высокой точности и простоте вычислений. Рассматривается возможность совместного использования проекции Ламберта с проекцией Гаусса в 16-ти градусной зоне для Ливийских карт, используя с высокой точностью преобразование прямоугольных координат. Анализ численных характеристик проекций показывает, что проекция Ламберта представляет наибольший интерес при создании топографических карт и для производства геодезических вычислений на территории Ливии.

Введение. Геодезические и топографические карты являются одними из самых важных объектов в развитой стране. Как известно, картографические проекции имеют отношение к конфигурации страны и её местонахождению на Земле. Для Ливии имеется несколько вариантов, чтобы принимать ту или иную проекцию, однако нужно провести необходимые исследования.

Все предыдущие исследования доказали, что проекции Ламберта с тремя зонами по старому методу [4] лучше, чем проекции Меркатора UTM. В настоящее время Ливийская геодезическая служба принимает UTM и LTM2 и LTM16, последняя LTM16 недавно предложена для ГИС с 16-ти градусной зоной для территории Ливии [3].

В последние годы вычислительная техника получила существенное развитие благодаря компьютерным программам, и геодезия получила принципиально новые возможности пространственного описания объектов ГИС, в том числе благодаря использованию данных спутниковых систем позиционирования (GPS). В связи с этим стало возможным отказаться от традиционных методов применения систем плоских прямоугольных координат, основанных на геодезических проекциях.

Предлагаемые нами методы основаны на гармонических уравнениях, связывающих геометрические характеристики эллипсоидальных элементов и их отображений на плоскости проекции. Эти методы раньше было труд-

но реализовать из-за больших объемов вычислений. В настоящее время с применением для вычислений компьютерных программ все эти сложности не имеют места [1].

Проекция Ламберта

Гармоническое уравнение доказало, что коническая проекция наилучшим образом и достаточно просто связывает координаты на плоскости и эллипсоиде с любой точностью результатов вычислений, и легко программируется для вычислений на компьютере. Такие уравнения связей можно показать в следующих рекуррентных выражениях:

$$A_1 = \frac{R}{V_0} \cos B_0; \quad c = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2)}}$$

где a и e - параметры эллипсоида;

$$d_1 = c_1;$$

$$d_j = \frac{c_j}{j!} (-1)^{j-1} (\sin B_0)^{j-1}; \quad j = (1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$d'_j = \frac{c'_j}{j} (\sin B_0)^{j-1}.$$

Выражения (1) работают для любого n . В других проекциях эти выражения имеют сложный вид и их определение вызывает определенные проблемы.

Территория Ливийской Джамахирии имеет конфигурацию, близкую к прямоугольной форме, и это дает ей возможность принимать как проекцию Ламберта, так и Гаусса или Меркатора [4]. Если принять проекцию Ламберта с одной зоной с широтой стандартной параллели $26^{\circ}30' 00.0000''$ IS и средним меридианом с долготой $17^{\circ}15' 00.0000''$ E, как в проекции Меркатора, то можно сделать сравнительный анализ численных характеристик этих проекций.

В этом исследовании взяли несколько пунктов на проекции по нормальному и оптимальному масштабам, переводили их в прямоугольную систему координат и еще раз преобразовывали в геодезические координаты, чтобы определить ошибки, и сравнивали с проекциями UTM, LTM2 и LTM16, применяющимися в настоящее время в Ливии [3]. Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1

Результат преобразования геодезических координат в прямоугольные координаты
и обратно с коэффициентами и нормальным масштабом

Проекция Ламберта			
B	20° 00' 00.0000"	20° 00' 00.0000"	20" Off 00.0000"
L	7' 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3" 00' 00.0000"
X	2233945.9658	2221136.9731	2214577.2024
Y	789373.9762	526415.5974	315900.4470
Y	3'20'47.3410"	2'13'51.5606"	1"20' 18.9364"
Масштаб (норм)	1.00631518		
Переход к B	20° 00' 00.0000"	20" Off 00.0000"	20' 00' 00.0000"
Переход к L	7' 30' 00.0000"	5° Off 00.0000"	3' 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
dL в метрах	0.000	0.000	0.000
B	26° 00' 00.0000"	26° Off 00.0000"	26" Off 00.0000"
L	7' 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3' 00' 00.0000"
X	2898808.5227	2886630.3775	2880393.6779
Y	750497.0260	500489.4413	300342.2372
Y	3'20' 47.3410"	2'13'51.5606"	1'20' 18.9364"
Масштаб (норм)	1.00003781		
Переход к B	26° 00'00.0000"	26" 00' 00.0000"	26' 00' 00.0000"
Переход к L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3' 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
LB в метрах	0.000	0.000	0.000
B	32° 00'00.0000"	32" Off 00.0000"	32 00' 00.0000"
L	7" 3ff 00.0000"	5" Off 00.0000"	3" 00' 00.0000"
X	3563648.5068	3552101.1877	3546187.5481
Y	711621.3958	474564.1654	284784.5556
Y	3'20' 47.3410"	2°13' 51.5606"	1°20' 18.9364"
Масштаб (норм)	1.00467848		
Переход к B	32° 00'00.0000"	32" Off 00.0000"	32 Off 00.0000"
Переход к L	7' 30' 00.0000"	5" 00'00.0000"	3' 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
dL в метрах	0.000	0.000	0.000

Прямоугольные координаты в проекции Ламберта и Гаусса. Соотношение между ними

Прямоугольные координаты в разных проекциях отличаются друг от друга, но при этом в традиционных методах представления проекций отношения между ними сложные для вычислений.

Результат преобразований геодезических координат
в прямоугольные координаты и обратно с оптимальным масштабом

Проекция Ламберта			
B	20° 00' 00.0000"	20° 00' 00.0000"	20° 00' 00.0000"
L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
X	2236661.3418	2223902.1550	2217367.8910
Y	786304.6156	524368.7105	314672.1161
T	3°20'47.3410"	2°13'51.5606"	1°20'18.9364"
Масштаб (оптим)	1.00240228		
Переход к B	20° 00' 00.0000"	20° 00' 00.0000"	20° 00' 00.0000"
Переход к L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
dL в метрах	0.000	0.000	0.000
B	26° 00' 00.0000"	26° 00' 00.0000"	26° 00' 00.0000"
L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
X	2898938.6819	2886807.8896	2880595.4404
Y	747578.8326	498543.3643	299174.4021
γ	3°20'47.3410"	2° 13'51.5606"	1°20' 18.9364"
Масштаба (оптим)	0.99614932		
Переход к B	26° 00' 00.0000"	26° 00' 00.0000"	26° 00' 00.0000" 1
Переход к L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
dL в метрах	0.000	0.000	0.000 -
B	32° 00' 00.0000"	32° 00' 00.0000"	32 00'00.0000" ' ,
L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
X	3561193.5369	3549691.1177	3543800.4725
Y	708854.3643	472718.8950	283677.2142
г	3°20' 47.3410"	2° 13'51.5606"	1°20' 18.9364"
Масштаба (оптим)	1.00077195		
Переход к B	32° 00' 00.0000"	32° 00' 00.0000"	32 00'00.0000" ·d
Переход к L	7° 30' 00.0000"	5° 00' 00.0000"	3° 00' 00.0000"
dB в метрах	0.000	0.000	0.000
dL в метрах	0.000	0.000	0.000

Используя общие гармонические уравнения, описывающие класс проекций [1], можно достаточно легко вести преобразование координат между проекциями с высокой точностью. Задача еще более упрощается если имеют одинаковые главную широту B_0 и долготу центрального меридиана в различных проекциях.

Вычисления ведутся по следующим уравнениям:

$$X_m - X_m = X_l - X_l;$$

$$X_m - (XQ + \Delta X_m) = X_l - (1/6 + \Delta X_l); \quad (2)$$

$$X_m = X_l \wedge_m - \wedge X_l.$$

$$X_m = X_l + (c_3 - (Z_3)P_3 + (c_4 - (Z_4)Y_4 + (c_5 - (Z_5)P_5 + \dots \quad (3)$$

$$Y_m = Y_l + (c_3 - d_3)Q_l + (c_4 - (Z_4)\beta) + (c_5 - d_5)Q_l + \dots$$

где c - коэффициенты Гаусса; d - Коэффициенты Ламберта.

Уравнение (3) дает соотношение между координатами, и для доказательства будем выполнять преобразование прямоугольных координат Ламберта в проекцию Гаусса (табл. 3), из прямоугольных координат Гаусса в геодезические координаты, при этом число членов разложений равное (табл. 4).

Таблица 3

Преобразование прямоугольных координат Ламберта в координаты проекции Гаусса

Проекция Ламберта		Проекция Гаусса	
Y	X	Y	X
526415.5974	2221136.9731	523757.0253	2220235.9182
789373.9762	2233945.9658	786599.1979	2230084.7212
500489.4413	2886630.3775	500991.0966	2886484.6500
284784.5556	3546187.5481	283541.4038	3545851.1851
474564.1654	3552101.1877	472738.3916	3552863.1442
711621.3958	3563648.5068	709603.0109	3566613.4901

Таблица 4

Преобразование прямоугольных координат Гаусса в геодезические координаты

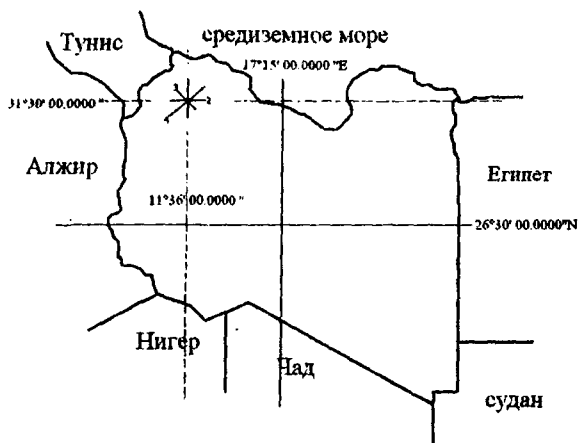
Проекция Гаусса		Геодезические координаты	
Y	X	L	B
523757.0253	2220235.9182	5° 00' 00.0000"	20° 00' 0.0000"
786599.1979	2230084.7212	7° 30' 00.00017"	20° 00' 0.0002"
500991.0966	2886484.6500	5° 00' 00.0000"	26° 00' 0.0000"
283541.4038	3545851.1851	3° 00' 00.0000"	32° 00' 0.0000"
472738.3916	3552863.1442	5° 00' 00.0000"	32° 00' 0.0000"
709603.0109	3566613.4901	7° 30' 00.0000"	32° 00' 0.0000"

Из таблиц 3, 4 видно, что точность преобразований достаточно высокая как для решения научных, так и практических задач геодезии.

Измерение расстояний на проекциях

Измерение расстояний на проекциях - одна из самых важных целей в картографии, особенно на картографических подложках ГИС.

Произведем сравнение вычислений в различных проекциях и выберем наилучшие для территории Ливии с точки зрения точности измерения расстояний. Из представленного рисунка можно видеть положение и изученность нескольких расстояний (показаны пунктирами).



Положение расстояний на обеих проекциях

Из рисунка видно, что взяты расстояния, расположенные по диагоналям, чтобы наиболее объективно судить об их искажениях, потому что масштаб в обеих проекциях изменяется вдоль диагоналей примерно одинаково. Вначале вычислили все расстояния по проекции Ламберта и Гаусса и сравнили с точными расстояниями, вычисленными из решения обратной геодезической задачи на эллипсоиде [1,2, 5].

Результаты, полученные при вычислении в различных проекциях, приведены в таблице 5.

Таблица 5

На проекции Гаусса $X = X_0 + x$, $X_0 = 2932282.6855$ м, $n\% = 0.996111652$								
	Φ	λ	X	y	m	$\square\%$	$S_{\square} + ds$	Sann
1	31°15'	11°36'	538174.581	536506.552	0.9996760	0.99965716	55421.021 +	55440.017
	31°45'	11°36'	593521.692	533645.468	0.9996379		+ 19.004	
2	31°30'	11°18'	567358.485	563537.918	1.00004455	0.99965716	56982.928 +	57002272
	31°30'	13°54'	564416.720	506630.975	0.99928997		+ 19.344	
3	31°00'	12°00'	508627.069	499786.599	0.99920495	0.99937410	43844.184 +	43871.597
	31°18'	11°42'	543225.117	526717.762	0.99954728		+ 27.413	
4	31°15'	11°18'	539678.211	565039.958	1.00006577	0.99965716	79489221 +	79516.153
	31°45'	11°54'	592084.013	505272.339	0.99927277		+ 26.931	
На проекции Ламберта $X = X_0 + x$, $X_0 = 2932282.6855$ м, $n\% = 0.996111652$								
	Φ	λ	X	y	m	tn_m	$S_n + ds$	S элл
1	31°15'	11°36'	536862.391	537793.490	0.99957600	0.99995445	55437.682 +	55440.021
	31°45'	11°36'	592246.418	535355.016	1.00035308		+ 2.339	
2	31°30'	11°18'	565835.334	565045.317	0.99995445	0.99995445	56999.703 +	57002298
	31°30'	13°54'	563328.153	508100.781	0.99995445		+ 2.596	
3	31°00'	12°00'	507567.931	500873.906	0.99921754	0.999430(9)	43846.678 +	43846.610
	31°18'	11°42'	541983.768	528041.559	0.99965006		+ 24.931	
4	31°15'	11°18'	538152.165	566328.972	0.99957597	0.99995445	79512.783 +	79516.138
	31°45'	11°54'	591028.861	506945.997	1.00035308		+ 3.355	
Решение по геодезическим задачам								
	1		2		3		4	
	55440.021		57002.280		43871.621		79516.113	

Закключение. Показано, что проекция Ламберта лучше принятой в настоящее время в Ливии проекции Меркатора, в ней меньше искажений, проще вычисления для всей территории Ливии. При необходимости установления связи координат этих проекций, в статье показаны возможности преобразования систем координат Ламберта и Гаусса с высокой точностью. На основании исследований, приведенных в статье, можно сделать следующие *выводы*:

- проекция Ламберта с одной зоной для изображения всей территории Ливии имеет высокую точность и ожидаемую ошибку в координатах меньше 0.0001 м на краю зоны;
- проекция Ламберта с оптимальным масштабом дает лучшие результаты в измерении расстояния, чем измерения в нормальном масштабе;

- предлагаемая система преобразования координат дает возможность для Ливии использовать на практике две системы координат совместно (Гаусса и Ламберта);
- проекция Ламберта имеет простые алгоритмы вычислений с любой точностью благодаря рекуррентным зависимостям, а в проекции Гаусса алгоритмы существенно сложнее;
- алгоритмы вычислений в проекции Ламберта дают 100 % результатов без ошибок;
- проекции Ламберта и Гаусса в измеренных расстояниях не отличаются друг от друга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подшивалов, В.П. Теоретические основы формирования координатной основы для геоинформационных систем / В.П. Подшивалов. - Новоград-Закарпатский: ПГУ, 1998.
2. Морозов, В.П. Курс сфероидической геодезии / В.П. Морозов. - М.: Недра, 1979.
3. Издание Ливийской геодезической службы, 2006.
4. Акреш, М.С. Сравнительный анализ проекций / М.С. Акреш. - Триполитан: 1999.
5. Бугаевский, Л.М. Математическая картография 1 Л.М. Бугаевский. - М.: Златоуст, 1998.
6. Якшевич, В.С. Таблицы для вычисления сеток изолиний на морских картах и приближенного решения геодезических задач на большие расстояния / В.С. Якшевич. - ВМФ, 1957.