ВЫБОР МЕТОДА УРАВНИВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАСЕЧЕК НА ПЛОСКОСТИ

Головань Г.Е., канд. техн, наук, доц.;
Грищенков Е.В.; Креида Н.Н.
(Полоцкий государственный университет)

Рассматриваются методы нелинейного программирования, рассчитанные не решение наземных и пространственных геодезических засечек. Большой класс геодезических задач, связанных с оптимальным планированием работ, проектированием геодезических сетей, разработкой рациональных методов обработки измерений и др., решается одним из математических аппаратов теории исследования операций методом математического программирования. Этот метод включает линейное, нелинейное, динамическое программирование и отличается от непосредственного программирования на ЭВМ, но без ЭВМ, как правило, не используется. Если показатель эффективности является линейной функцией независимых переменных и ограничения, определяющие область допустимых значений переменных, представляют собой линейные зависимости, то такие задачи решаются методами линейного программирования. Область его применения в геодезии разнообразна - создание проектов полевых геодезических работ; поиск оптимальных высот геодезических знаков; уравнительные вычисления и др. Математический аппарат линейного программирования для уравнительных вычислений используется в основном при реализации метода наименьших модулей. Широкий класс экстремальных задач решается с помощью нелинейного программирования, рассчитанного на тот случай, когда критерий эффективности и ограничения выражаются нелинейными зависимостями от параметров. При этом исходя из типа задачи используют методы программирования: выпуклое, квадратичное, сепарабельное, стохастическое и целочисленное.

Введение. В настоящее время известно большое количество численных методов решения нелинейных экстремальных задач. Большое разнообразие методов объясняется тем, что попытка найти наилучший метод, который позволил бы решать широкий круг задач, встречающихся на практике, сталкивается со значительными трудностями.

Согласно литературным источникам, методы нелинейного программирования разграничивают на три основные группы: прямого поиска;

методы, использующие первые частные производные целевой функции; методы, требующие знания вторых производных.

При разработке методов даются экспериментальные либо теоретические характеристики эффективности применения (например, скорости сходимости). Теоретические оценки получены не для всех методов. Если они известны, то, как правило, их определяют на основе жестких требований к целевой функции, которые нелегко проверить на практике. Поэтому наиболее часто выполняют экспериментальную оценку алгоритмов на основе сравнительного анализа различных методов, используя реально существующие (не теоретические) объекты исследования.

Важную роль при экспериментальном сравнении алгоритмов играет выбор критериев сравнения: точность решения, определяющаяся локализацией достаточно малой окрестности экстремума, т.е. близость вектора переменных к истинным экстремальным значениям; количество вычисленных значений целевой функции и время счета на ЭВМ. При сравнении методов необходимо также учитывать широту области применения алгоритма, простоту его реализации и надежность работы в трудных ситуациях. Результаты экспериментального сравнения зависят от того, как запрограммированы алгоритмы для ЭВМ и какие тестовые примеры выбраны для сравнения.

Основные исследования. Для выполнения сравнительного анализа применим следующие известные методы нелинейного программирования: наискорейшего спуска; Хука - Дживса; Нелдера - Мида; Пауэла; релаксации и метод Ньютона [1].

Для сравнения методов выберем семь тестовых примеров, информация о которых помещена на рисунках 1 - 7.

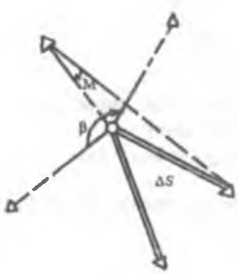

Рис. 1. Комбинированная засечка:
M- **прямой угол; β - обратный угол;**
Δ5- разность расстояний

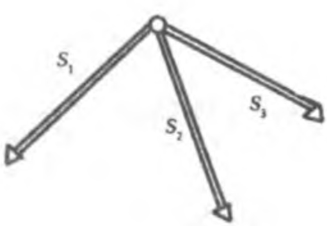

Рис. 2. Линейная засечка:
Si **- измеренные дальности**

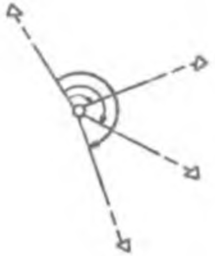

Рис. 3. Обратная засечка

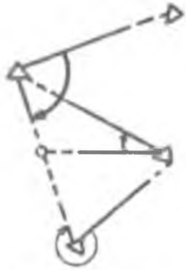

Рис. 4. Прямая засечка

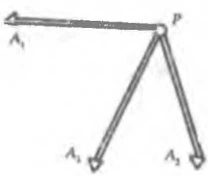

Рис. 5. Гиперболическая засечка
с разностями расстояния:
ΔS | = %οι - *SPA2*, ΔS2 "*SPAI - SPAZ*,
SSz ~ SPAJ - SPAI

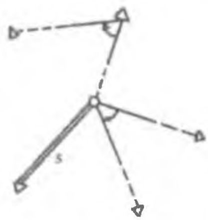

Рис. 6. Линейно-угловая засечка

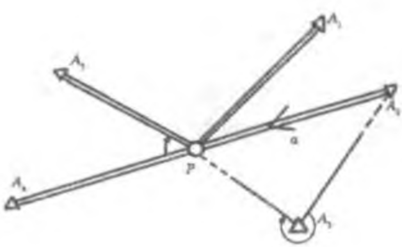

Рис. 7. Комбинированная засечка Два горизонтальных угла, дирекционный угол β, расстояния %οс; разность расстояний :
***SS* = *SPAZ - SPAŽ*, сумма расстояний: ∑S' = %ο | + %ο<**

Во всех случаях применялась минимизация целевой функции:

<W⅛²(X),
7=1

где X = (x|, x_2)$^{\tau}$; P - веса измерений; L - свободный член нелинейных параметрических уравнений.

В таблице 1 указаны виды засечек и дано отношение малой к большой полуоси эллипса ошибок. Чем меньше это отношение, тем труднее выполняется поиск минимума. Для вычисления весов измерений принято σ_p = 1, O’; σ_s = 0,02 м; для разности и суммы расстояний σ_{is}, σ_{zs} = 0,10 м при среднем расстоянии между исходным и определяемым пунктами 15000 м.

Таблица 1

Дополнительные сведения о тестовых примерах

Номер тестового примера	Название засечки	в/а
1	Линейно-угловая	0,65
2	Линейная	0,70
3	Обратная	0,14
4	Прямая	0,70
5	Г иперболическая	0,56
6	Линейно-угловая	0,28
7	Комбинированная	0,60

Все вычисления выполнялись по специально составленным проіраммам для IBM PC/AT-286 на алгоритмическом языке Фортран-4.

Результаты вычислений (/ - количество итераций; *T* - время счета в секундах) представлены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты минимизации целевой функции

Номер тестового примера	Номер метода нелинейного программирования											
	I		II		III		IV		V		VI	
	J	*T*	*j*	*T*	7	*T*	*j*	*T*	*J*	*T*	*J*	*T*
1	17	2	12	6	27	2	4	1	21	3	4	0- 1
2	20	1	9	2	34	1	8	2	25	2	5	0-1
3	-	-	5	4	59	4	-	-	92	11	5	1
4	20	2	10	5	41	3	-	-	28	4	4	0- 1
5	20	2	И	3	25	1	-	-	20	2	4	0-1
6	-	-	10	6	86	6	-	-	62	9	-	-
7	19	1	10	7	23	3	4	2	36	5	4	0- 1

Проведем сравнительный анализ методов нелинейного программирования, давая последовательную характеристику каждому из них.

Метод наискорейшего спуска (I) быстро сходится к минимуму, но для тестовых примеров на рисунках 3 и 6 решения не найдено из-за малой области сходимости.

Метод Хука -Дживса (II) имеет большую область сходимости, легко программируется, но требует много машинного времени.

Метод Нелдера - Мида (III) имеет наилучшие характеристики из всех примененных методов.

Метод Пауэла (IV) быстро сходится к минимуму для всех выпуклых функций, но обладает самой маленькой областью сходимости. Поэтому им и не решены тестовые примеры на рисунках 3-6.

Метод релаксации [2] (V) прост в программировании и надежен в работе. Для него особенно характерно то, что им может быть локализована сколь угодно малая область минимума.

Метод Ньютона - Гаусса [3] (VI) быстрее всех методов приводит к решению, но не для всех примеров характеризуется большой областью сходимости.

Заключение. В настоящее время широко используются персональные ЭВМ, которые в десятки раз быстрее выполняют арифметические операции по сравнению с ЕС ЭВМ. С увеличением быстродействия ЭВМ сокращаются различия во времени, заметные в таблице 2. Поэтому при разработке алгоритмизации необходимо отдать предпочтение тому методу, который имеет простую стратегию поиска экстремума, удобен для программирования и надежен в работе. Этими характеристиками обладают многие методы нелинейного программирования и, в частности, метод релаксации, примененный В.И. Мицкевичем при разработке технологического алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Химмельблау, Д.М. Прикладное нелинейное программирование / Д.М. Химмельблау; пер. с англ. - М.: Мир, 1975. - 534 с.
2. Мицкевич, В.И. Вычисление различных видов засечек на ЭЦВМ методом сверхрелаксации / В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. - 1974.-№ 10.-С. 36-40.
3. Мицкевич, В.И. Исследование области сходимости при вычислении координат способом линеаризованных итераций / В.И. Мицкевич, Ахмад Али Хасан // Геодезия и картография. - 1994. - № 6. - С. 14-16.