КОРРЕJIАТНОЕ УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАСШИРЕННОЙ ПСЕВДООБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

Плюта В.Е.
(Полоцкий государственный университет)

Предложен новый метод уравнивания геодезических сетей, позволяющий автоматизировать коррелатный способ уравнивания с применением универсальной формулы подсчета допустимых свободных членов условных уравнений координат.

В теории математической обработки геодезических измерений все чаще используются общие методы решения задачи уравнивания, в которых применяются расширенные псевдообратные мвтрицы.

В практике геодезических вычислений на быстродействующих ЭВМ при уравнивании параметрическим способом используется расширенная псевдообратная матрица:

$$F = (A^{T}PA)^{-1}A^{T}P. \qquad (1)$$

Здесь $Axix_t$ - матрица коэффициентов уравнений поправок, P_{NxN} - матрица весов измерений. Матрице F присуще равенство, используемое при уравнивании.

$$\hat{} \mid_{x} \mid \sim \sim \hat{} rxN \hat{}, Nxl \quad (2)$$

где L_{NX1} - вектор свободных членов параметрических уравнений поправок, и оценке точности

$$2=FP^{\wedge 1}F^{\tau} \qquad (3)$$

для вычисления обратной матрицы весов в традиционных и нетрадиционных методах уравнивания. При этом вектор поправок в результаты измерений

$$I^{7} = At/x + £ , \qquad (4)$$

а уравненные координаты получают по формуле:

$$\hat{X} = X^{0}+<\sqrt{x}, \qquad (5)$$

где X^0 - вектор в общем случае произвольных, но близких к $\hat{X}$, предварительных координат определяемых пунктов.

Формулы (1)-(5) реализуют параметрический способ уравнивания. При коррелатном способе уравнивания под условием $F^{\tau}PF$-min решают систему условных уравнений:

$$BF + IF = O_1 \qquad (6)$$

где B_{rxN} -матрица коэффициентов условных уравнений, а W_{rxl} - вектор свободных членов (невязок) этих уравнений, число которых равно г. Здесь вектор поправок в результаты измерений вычисляют по формуле [3]:

$$K = -P^{\wedge l}B^{\tau}(BP^{\wedge l}B^{\tau})^{\wedge l}H. \qquad (7)$$

Оба способа уравнивания геодезических сетей равноценны, но коррелатный способ реже используется на ЭВМ из-за трудностей составления коэффициентов матрицы В.

Для автоматизации коррелатного способа уравнивания в 1972 году был предложен алгоритм, разработанный М.Д. Герасименко [1].

Мы предлагаем автоматизировать коррелатный способ уравнивания на основе применения матрицы F. Сущность нашего метода заключается в следующем:

1) вычисляют координаты всех определяемых и исходных пунктоя ю необходимому количеству измерений, опираясь в плановых сетях на іервые два исходных пункта.

В этом случае будет получен вектор X^0. Такой вычислительны! ірйем использован как в трудах М.Д. Герасименко [1, 2], так и в работах О.И. Маркузе [5] при рекуррентном уравнивании;

2) вычисляем вектор свободных членов $Z_{Nx)}$, элементы которого бу-ут отличны от нуля для избыточных измерений, и получим

$$\delta x = -F_{l}/, \qquad (8)$$

также вектор

$$K_1 = P^{\wedge 1}F^{\tau}(F_1P^{\wedge 1}F_1{}^{\tau})^{\sim 1}\delta x + /, \qquad (9)$$

или, подставляя (1) в (9), найдем

$$K_1 = A|\delta x + /, \quad (Ю)$$

где $F_i = (A_1^T PA_1)$ *A}P,* а A_1 - матрица коэффициентов уравнений поправок для свободной геодезической сети.

Сравнивая (7) и (9), приходим к выводу, что B = F|, следовательно,

$$\delta x_{доп.} = 2{,}5\sqrt{\sum_{i=1}^{N} F_i^2 \sigma_i^2}, \quad (11)$$

где σ_1 - стандарты результатов измерений используемые при вычислении весов измерений $P_(= \sigma\theta^2/\sigma$^.

С учетом (3) вместо (11) можно записать

$$(4\chi iU.=2{,}5\sigma_0\sqrt{\beta}\hat{}. \quad (12)$$

Если кроме двух начальных исходных пунктов нет больше твердых пунктов, то $F = F_i$. Если дополнительные исходные пункты есть, то продолжают вычисления;

3) вычислим для дополнительных К исходных пунктов свободные члены координат

$$W = \begin{pmatrix} '\hat{}_1+\delta x,' \\ \%o+\delta x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_{x_k} + \delta x_{t-1} \\ W'_n+\delta x, \end{pmatrix} \quad (13)$$

Выделим из $(FI_{XN})_2$ матрицу S_{2kxN}, где $F_2 = (AjPA_2)AjP$, а A_2 - матрица коэффициентов уравнений поправок для свободной геодезической сети, не содержащей избыточных измерений.

Тогда

$$V_7 = -P^{\wedge}⅛^{\tau}(SP^{\wedge}⅛^{\tau})^{\wedge l} (F, \qquad (14)$$

при этом используя Q из формулы (3), получим

$$(‰xl\cdot)\partial<w>. * 2>5^{\sigma}0\sqrt{‰,2*} \bullet \qquad (15)$$

Вектор поправок в результаты измерений будет таким:

$$v=v,_{+}v_{1}. \qquad \mathbf{(16)}$$

Если в свободной геодезической сети нет избыточных измерений, то / = F_1 =0. Одновременно с этим, если исходных пунктов больше двух, то F = F_2.

Рассмотрим область практического использования формул (8) - (16):

1) если ранее вычислялись $V_{аоп}$ [4] и $/_{яоп}$ [5], то теперь можно получить δх доп и W_{40n}, что облегчит контроль грубых ошибок измерений для любых геодезических построений, при этом надо знать матрицу Q = $(A^1 PA)'^1$, а не матрицу F;

2) стало легче уравнивать трилатерацию коррелатным способом;

3) можно автоматизировать составление условий координат и применять их при традиционном коррелатном уравнивании.

Отметим, что для (16) возможны следующие варианты:

а) F| = 0; F_2 = 0; F = 0 - для бесконтрольной свободной геодезической сети;

б) $F_1 \neq 0$; F_2 = 0; F = Fi - для сети, не содержащей дополнительный исходных пунктов;

в) F_1 = 0; $F_2 \neq 0$; F = F_2 - для свободной сети, не содержащей избыточных измерений, т.е. / = 0;

г) $F_1 \neq 0$; $F_2 \neq 0$; F= $F_1 + F_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасименко, М.Д. Уравнивание триангуляции по методу условий с использованием однотипных условных уравнений / М.Д. Герасименко *И* Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. - 1973. - № 3. - С. 43-46.

2. Герасименко, М.Д. Единый алгоритм составления условных уравнений и его применение для уравнивания и оценки точности геодезических построений / М.Д. Герасименко // Тр. НИИГАиК. - Новосибирск, 1975. - Т. 34.-С. 66-73.
3. Дегтярева, Е.В. К вопросу применения матричной алгебры в уравнительных вычислениях / Е.В. Дегтярева, В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. - 2001. - № 11. - С. 25 - 26.
4. Коугия, В.А. Сравнение методов обнаружения и идентификации ошибок измерений / В.А. Коугия // Геодезия и картография. - 1998. -№ 5. - С. 23 - 27.
5. Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. - М.: Недра, 1982. - 191 с.

РАЗВИТИЕ РЕКУРРЕНТНОГО СПОСОБА УРАВНИВАНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Скрипленок А. А.
(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается рекуррентное уравнивание, широко использующееся при проектировании и при математической обработке различных геодезических сетей. Представлен обзор алгоритмов, в которых используется рекуррентный способ без составления нормальных уравнений, разработанных автором статьи под руководством В. И. Мицкевича.

Введение. Математический аппарат рекуррентного способа уравнивания разработали Шерман и Моррисон в 50-х годах XX века. Из-за отсутствия матрицы Q_0 до Ю.И. Маркузе этот способ не использовался непосредственно для уравнивания, а применялся при проектировании сетей после вычисления матрицы Q_0 по необходимым измерениям [2].

Рекуррентную формулу в СССР впервые применил Ю.А. Гордеев, который разработал единый алгоритм составления исходных уравнений поправок для параметрического и коррелатного способов обработки.