2. Герасименко, М.Д. Единый алгоритм составления условных уравнений и его применение для уравнивания и оценки точности геодезических построений / М.Д. Герасименко // Тр. НИИГАиК. - Новосибирск, 1975. - Т. 34.-С. 66-73.
3. Дегтярева, Е.В. К вопросу применения матричной алгебры в уравнительных вычислениях / Е.В. Дегтярева, В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. - 2001. - № 11. - С. 25 - 26.
4. Коугия, В.А. Сравнение методов обнаружения и идентификации ошибок измерений / В.А. Коугия // Геодезия и картография. - 1998. -№ 5. - С. 23 - 27.
5. Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. - М.: Недра, 1982. - 191 с.

РАЗВИТИЕ РЕКУРРЕНТНОГО СПОСОБА УРАВНИВАНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Скрипленок А. А.
(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается рекуррентное уравнивание, широко использующееся при проектировании и при математической обработке различных геодезических сетей. Представлен обзор алгоритмов, в которых используется рекуррентный способ без составления нормальных уравнений, разработанных автором статьи под руководством В. И. Мицкевича.

Введение. Математический аппарат рекуррентного способа уравнивания разработали Шерман и Моррисон в 50-х годах XX века. Из-за отсутствия матрицы Q_0 до Ю.И. Маркузе этот способ не использовался непосредственно для уравнивания, а применялся при проектировании сетей после вычисления матрицы Q_0 по необходимым измерениям [2].

Рекуррентную формулу в СССР впервые применил Ю.А. Гордеев, который разработал единый алгоритм составления исходных уравнений поправок для параметрического и коррелатного способов обработки.

Вопросом доведения до практического завершения занимался М.Д. Герасименко, а потом в 80-е годы под новым названием рекуррентное параметрическое уравнивание.

Ю.И. Маркузе определил, что в качестве Q_0 можно использовать . $Q_0 = 10^m \times E$, где m » 0 [2].

После этого и стало возможно использовать рекуррентный способ при уравнивании, а также для других целей, таких как включение в сеть новых измерений, выполнение оценки точности неизвестных по мере развития сети, контроль грубых ошибок в измерениях, эффективно уравнивать сеть с учетом ошибок исходных данных и другое. Но основным преимуществом является то, что нет необходимости в составлении системы нормальных уравнений.

На данном этапе развития теории уравнительных вычислений следует искать новые практические пути применения рекуррентного способа. Что успешно выполняется различными учеными, в частности В.И. Мицкевичем в статьях [4 - 6]. Здесь обобщён рекуррентный способ на случай Lp-оценок и случай многокритериальной оптимизации, дан алгоритм с учетом существующего математического аппарата для рекуррентного уравнивания сетей без исходных пунктов, определен способ поиска приращения матриц Q и F по приращению веса, что позволяет нам не искать матрицы QHF каждый раз по-новому, а по приращению веса давать приращение Q, F и давать Q, F для любой матрицы P (что позволяет еще быстрее производить оценку точности).

Все это полностью убеждает в том, что необходимо не только развивать рекуррентный способ в традиционных направлениях, но и необходим поиск новых связей, которые будут давать наибольший эффект во всех областях теоретических и практических задач процесса уравнивания геодезических построений.

Как неоднократно отмечалось [2], рекуррентное уравнивание геодезических сетей, основанное на последовательном учёте некоррелированных измерений с уравниванием поправок:

$$\upsilon_{;}=\alpha,\Delta x,+/_{i}, \tag{1}$$

позволяет уравнивать обширные геодезические сети с применением формул:

$$z7 = ft\text{-}_{1}\surd; \tag{2}$$

$$g_i = \frac{1}{P_i} + \alpha_i Z_i^T;$$ (3)

$$Q_i = Q_{i-1} - \left(\frac{1}{q_i}\right) Z_i^T Z_i,$$ (4)

где $P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$ – вес i-го измереия.

Профессором Ю.И. Маркузе получена следующая начальная матрица обратных весов:

$$Qo = \begin{pmatrix} 10^m & & 0 \\ & 10^m & \\ & & \dots \\ 0 & & 10^m \end{pmatrix},$$ (5)

где m - показатель степени, находящейся в пределах $1 < m < 10$, в зависимости от разрядной сетки ЭВМ и числа значащих цифр в элементах матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок.

Ниже рассмотрим основные направления исследований по развитию рекуррентного способа, выполненного автором статьи под руководством профессора В.И. Мицкевича.

1. Реализация метода Lp-оценок и многокритериальной оптимизации [3]

Сущность предложения заключается в применении вместо формулы (3) равенства:

$$g_i = \frac{1}{C_i} + a_i Z_i^T,$$ (6)

где для Lp-оценок

$$c_l = P_i|L_j(X)|^{p-2}$$ (7)

для многокритериального способа.

$$c_i = \lambda(M_t - i)P_k|\Lambda(X)|^{p-2};$$

$$Z(X) = \varphi(X) - T. \quad (8)$$

Здесь Z(X) является свободным членом параметрического уравнения поправок, *an*- показателем степени

Показатель степени *n = 2* - метод наименьших квадратов, МНК; л = 1 - метод наименьших модулей, МНМ; п, для каждого измерения - метод многостепенной многокритериальной оптимизации.

2. Коррелатное уравнивание геодезических сетей рекуррентным способом [3]

Основные формулы взамен формул (2) и (3):

$$Z_i = \beta._1 A; \quad (9)$$

$$<7,=P,+⅛^{r}Z_i; \quad (10)$$

$$Q = Q-\iota-\hat{}⅛$$

где Ь, - вектор коэффициентов матрицы условных уравнений B_i.

3. Применение рекуррентного способа уравнивания при исключении из обработки результатов измерений, путём частичного обнуления их весов

Как отмечалось [4], для исключения какого-либо избыточного измерения используется формула:

$$<_7, =-\frac{1}{P}\alpha_i Z_y{}^{\tau}, \quad (И)$$

что соответствует обнулению весу /-го измерения.

В общем случае, когда в результате изменения веса P_i на величину ΔP,, вместо (3) имеем

$$<7,= \frac{1}{\Delta P,}+ a_l Z]. \quad (12)$$

Формула (12) является более общей, приводящей к формуле (11), когда $\Delta P_i = -P_i$.

4. Поиск оптимальных весов результатов измерений с применением рекуррентного способа уравнивания [5]

Воспользуемся формулой (12), в которой будем использовать приращение ΔP, входящего в выражение:

$$P_{K,i} = |P_i + \Delta P_i| = \left|P_i + \frac{P_i}{5} K_i\right|, \qquad (13)$$

с последующим применением равенства (3), где K_i (-20 < К ≤ 20) - коэффициент для каждого измерения, отыскиваемый методом проб и ошибок (для значений K_1, K_{1+1}, $K_{,\cdot 1}$) под условием минимума двух целевых функций

$$\varphi_1(x)=\sum_{i=1}^{N}\Lambda\Lambda^2(x). \qquad (14)$$

$$\varphi 2(x)=\sum_{;=1}^{i}|M_{d0rt}-M_y|, \qquad (15)$$

где N - количество результатов измерений; / - число определяемых пунктов; Mj - ошибка положения определяемого пункта; M_{aon} - её допустимое значение.

5. Уравнивание обширных геодезических сетей без использования подвижного блока

В статье [6] показано на примере, как можно осуществить параллельное блочное уравнивание нивелирной сети рекуррентным способом подобно тому, как предлагал в своё время Пранис-Праневич.

Предложено присоединять блоки геодезической сети после того, как рекуррентным способом получены для каждого блока обратные весовые матрицы Qi, Q∏, QI∏, расположенные по диагонали:

$$Q=\begin{pmatrix} Qi\ 0 & & o' \\ 0 & Qn & o \\ 0 & 0 & Qlll\ y \end{pmatrix}, \qquad (16)$$

путём подключения общих с блоками (относящихся одновременно к участкам I - II; I - III; Il - III).

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркузе, Ю.И. Основы уравнительных вычислений: учеб, пособ. для вузов / Ю.И. Маркузе. - М.: Недра, 1990. - 240 с.
2. Маркузе, Ю.И. Вычисление и уравнивание геодезических сетей: справ, пособие / Ю.И. Маркузе, Е.Г. Бойко, В.В. Голубев. - М.: Картгеоцешр-Геоиздат., 1994.-431 с.
3. Скриплёнок, А.А. Пректирование и уравнивание геодезических сетей методом Lp-оценок / А.А. Скриплёнок // Вести. Полоц. гос. ун-та. Сер. F. Прикладные науки. - 2008. - № 12.
4. Скриплёнок, А.А. Определение приращений обратной весовой и расширенной псевдообратной матрицы рекуррентным способом при изменении весов измерений / А.А. Скриплёнок // Вести. Полоц. гос. ун-та. Сер. F. Прикладные науки. - 2007. - № 6. - С. 128-131.
5. Скриплёнок, А.А. Подсчёт числа арифметических операций при уравнивании геодезических сетей рекуррентным способом / А.А. Скриплёноа // Вести. Полоц. гос. ун-та. Сер. F. Прикладные науки. Строительство. - 2008.-№6.-С. 171 - 174.
6. Применение рекуррентного способа для уравнивания геодезических сетей без исходных пунктов / В.И. Мицкевич [и др.] *И* Вести. Полоц. гос. ун-та. Сер. В. Прикладные науки. - 2006. - № 3. -С. 121 - 123.