ГЕОИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ НА ЭВМ ПРОЕКЦИЙ ДЛЯ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Подшивалов В.П., д-р техн, наук, проф.; Гурьев ЮЛ.
(Полоцкий государственный университет);
Морхат Н.В.
(ЗАО «Проектно-изыскательский институт «ГЕО»)

В современных пакетах программ для отображения пространственно распределенной информации в определенной координатной среде предлагается библиотека картографических проекций. По мере совершенствования и развития программного обеспечения эта библиотека постоянно пополняется различными проекциями. Для пользователей автоматизированными информационными системами и даже для их разработчиков необходимы вполне определенные знания о проекциях для того, чтобы при решении какой-либо задачи на определенной территории выбрать из библиотеки наиболее подходящую проекцию. Это может вызывать некоторые проблемы.

В настоящее время, по нашему мнению, актуальной является задача определения класса проекций для геоинформационных технологий, которые должны объединять в себе лучшее из картографических и геодезических проекций в их классическом понимании. Стремительное развитие современных измерительных и обрабатывающих технологий в геодезии, картографии и фотограмметрии, в том числе, дистанционных методов сбора, передачи и представления информации позволяют все более эффективно использовать ее в различных целях. Наша задача заключается в том, чтобы дать математически обоснованную технологию отображения самой разнородной информации, которая может быть распределена на различных по размерам и конфигурации границ территориях. Описание пространственно распределенных объектов, несущих эту информацию, лучше всего представлять в такой системе координат, которая удобна для самого широкого пользователя. Такой системой могут служить плоские прямоугольные координаты, полученные в проекции эллипсоида на плоскости.

Параметры этих проекций, по нашему мнению, должны выбираться автоматически на ЭВМ и удовлетворять следующим требованиям:

- наличие общего математического описания и алгоритма, обеспечивающего необходимую точность вычислений для некоторого класса проекций, полученных на основе теории взаимного отображения поверхности земного эллипсоида и плоскости;

- возможность обеспечения высокоточной и надежной взаимосвязи, как с государственными геодезическими системами координат, так и между различными системами координат геоинформационных технологий;

- доступность, простота и удобство в пользовании для широкого круга потребителей;

- обеспечение минимальных и по возможности пренебрегаемо малых искажений геометрических образов и взаимного положения отображенных объектов;

- алгоритмическое обеспечение достаточно точной, однозначной и оперативной взаимосвязи систем координат различных по общности информационных систем, реализуемое в автоматическом режиме.

Нами разработана общая теория описания определенного класса конформных проекций и общий алгоритм вычислений их численных характеристик на ЭВМ [1, 2]. Этот класс проекций, с одной стороны, объединяет как частные случаи наиболее распространенные в мировой практике геодезические проекции (цилиндрическую Гаусса - Крюгера, коническую Ламберта, стереографическую Руссиля и др.), с другой стороны, допускает получение новых проекций, обеспечивающих минимально возможные искажения отображаемых геометрических образов. В общем алгоритме вычислений выделено одно единственное уравнение, выражающее уравнение изображения на плоскости проекции меридиана эллипсоида, принятого за осевой, в виде убывающего ряда по степеням приращений внутри изображаемой области изометрической широты Sq и определяющее форму изоколы. Следовательно, вид и характер распределения искажений внутри этой области, определяется только этим уравнением, которое называем характеристическим уравнением проекции. Это уравнение имеет общее в принятых обозначениях выражение:

$$SX = X - X_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j Sq^j = \sum_{j=1}^{n} \gamma_{c^j} \ldots \qquad (1)$$

Вычисления производятся по следующим формулам:

- для связи сфероидических координат (изометрической широты q и долготы L) и плоских прямоугольных координат x, y:

$$Sx = x - x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j P_j; \quad Sy = y - y_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j Q_j; \qquad (2)$$

$$\Delta q = q - q_0 = \sum_{j=1}^{n} c'_j P'_j; \qquad \Delta L = L - L_0 = \sum_{j=1}^{n} c'_j Q'_j, \tag{3}$$

где x_0. y_0, q_0, L_0 - координаты начальной точки проекции. При этом x_0, y_0 могут быть приняты равными как длине дуги меридиана и параллели эллипсоида от экватора и Гринвичского меридиана соответственно, так и любыми другими фиксированными численными значениями, в зависимости от решаемой задачи; c_j - коэффициенты характеристического уравнения проекции; c/ - коэффициенты обращенного степенного ряда (1);

Pj - P|P<j-i) - QiQq о; Qj ^ QiPо о ⁺Λβ(/-ι>;

$P_1 = Aq = q-q_0$; $Qi = AI_J = L-L_0$; $P_0 = 1$; $Q_0 = 0$;

P'_J = X P'_σ·0 - ρ^z, √_0·0; ρ^z_7 = β¼._1) + √_1ζ/_0− υ;

p\ =Ax=X-X_0; Q\ = Ay=y-y_0; P_o = 1; Q_0 = 0;

- для вычисления частного масштаба длин m и сближения меридианов на плоскости γ:

$$m = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{r};$$

$$\gamma = arctg\left(\frac{k_1}{k_2}\right). \tag{4}$$

где ⅛=-∑Λ⅛-I | : ⅛-∑A⅛-!>· (5)
7=1 7=1

- для вычисления кривизны изображения геодезической линии эллипсоида на плоскости (уравнение Схольса):

$$\Gamma = \Gamma_1 \sin Л - \Gamma_2 \cos A. \tag{6}$$

Здесь A - геодезический азимут линии;

$$\Lambda = \frac{(A_1^2 + \Lambda_2')\sin B + (A_1A_3 - A_2A_4)}{(k_1^2 + k_2^2)^{3/2}} \qquad \Gamma_2 = \frac{k_1k_4 + k_2k_3}{(^*I^2+Ф^{3/2}}$$

3 =^∑⁺0^7+1)^7-1) ≘ -Σ√ (Z ⁺ O^cQтI)^_3-I)*
7=1 7=1

где B - геодезическая широта точки.

Далее получены общие уравнения связи полярных координат на плоскости и эллипсоиде:

- для расстояний:

$$S_{пл} = S_{эл}\left(\frac{m_i + m_k + 4m_{ср}}{6} - \Gamma_m^2 \frac{S^2}{24}\right); \tag{7}$$

- для дирекционных углов и геодезических азимутов:

$$\alpha_{ik} = A_{ik} - \gamma_i + \Gamma_i \frac{S^2}{2}. \tag{8}$$

В характеристических уравнениях для проекций данного класса предусмотрена возможность варьирования значением частного масштаба длин $m_0 \leq 1$ на осевом меридиане (в поперечно-цилиндрических), на стандартной параллели (конических), в центральной точке (стереографических, азимутальных и композиционных). Например, коэффициенты *c,* характеристического уравнения для конических проекций имеют вид:

$$c_j = \frac{c_1}{j!}(-1)^{(j-1)}(\sin B_0)^{(j-1)}. \tag{9}$$

При этом первые два коэффициента у всех проекций данного класса одинаковы и определяются по формулам:

$$c| = m_0 r_0'> \qquad c_2 = -\frac{c_1}{2}\sin B_0, \tag{Ю}$$

где r_0 - радиус параллели на широте центральной точки проекции; B_0 - геодезическая широта центральной точки изображаемой области.

Для поперечно-цилиндрических проекций (Гаусса - Крюгера, *UTNf)* имеем коэффициенты характеристического уравнения до восьмой степени:

$$^{c}\iota = 'W ¾ = \quad -\frac{c_1}{2}\sin B_0; \quad c_3 = \frac{S}{6}\text{-}\cos^2 B_0(tg^2 B_0 - 1 - ⅛^2);$$

$$c_4 = \frac{-S}{24}\text{-}sin\ B_0\ \text{COS}^2\ Д)(5 - Ig^2 B_0 + 9\eta_0^2 + 4⅛^4);$$

$$c_5 = \frac{-S}{uo}\text{-COS}^4\ B_o(5 - 18⅛^2⅞ + tg^*B_0 + 14⅛^2 - 58\eta'⅛^2⅞);$$

$$c_6 = \frac{-S}{720}\text{-}\sin B_0 \cos^4 ⅞(58⅛^2⅞ - 61 - Ig^4 B_0 - 270\surd_o^2 + 330\surd_3⅛^2⅞); \tag{11}$$

$$C_7 = \frac{-S}{5040}\text{-}\cos^6⅞(479⅛¼ - 61 - 179⁄g4 + 4⅛^6⅞);$$

$$⅞ = \frac{—S}{40320}\text{-}\sin B_0 \cos^6 fi⅛(l\ 385 - 311\ Ug^2 B_0 + 543⅛^4 B_0 - Ig^6 B_0).$$

Здесь $\tau⅛^2 = e'^2 \cos^3 B_0$, e^2 - второй эксцентриситет меридианного эллипса.

Также получены коэффициенты характеристического уравнения до восьмой степени включительно для стереографических проекций Руссиля и Гаусса в виде, аналогичном (10).

$$c_1' = \frac{1}{c_1};\ \ c_2' = -\frac{c_2}{c_1^3};\ \ c_3' = \frac{1}{c_1^5}(2c_2^2 - c_1c_3);$$

$$c_4' = \frac{1}{c_1^7}(5c_1c_2c_3 - c_1^2c_4 - 5c_2^3);\ \ c_5' = \frac{1}{c_1^9}(6c_1^2c_2c_4 + 3c_1^2c_3^2 + 14c_2^4 - c_1^3c_5 - 21c_1c_2^2c_3);$$

$$c_6' = \frac{1}{c_1^{11}}(7c_1^3c_2c_5 + 7c_1^3c_3c_4 + 84c_1c_2^3c_3 - c_1^4c_6 - 28c_1^2c_2^2c_4 - 28c_1^2c_2c_3^2 - 42c_2^5);$$

$$c_7' = \frac{1}{c_1^{13}}(8c_1^4c_2c_6 + 8c_1^4c_3c_5 + 4c_1^4c_4^2 + 120c_1^2c_2^3c_4 + 180c_1^2c_2^2c_3^2 + \qquad (12)$$

$$+132c_2^6 - c_1^5c_7 - 36c_1^3c_2^2c_5 - 72c_1^3c_2c_3c_4 - 12c_1^3c_3^3 - 330c_1c_2^4c_3);$$

$$c_8' = \frac{1}{c_1^{15}}(9c_1^5c_2c_7 - c_1^6c_8 - 45c_1^4c_2^2c_6 - 90c_1^4c_2c_3c_5 - 45c_1^4c_2c_4^2 + 495c_1^3c_2^2c_3c_4 +$$

-I

$$+165c|^3c\hat{}c_5 - 495cf\,\overset{4}{C}jC_4 + 165c|^3c_2\overset{3}{C}3 - 990cj^ic_2^3c\hat{} + 1287C_1C_2^5<⅞ - 45C_I^4\overset{2}{C}JC_4 +$$

$$+ 9q'c_3⅛ + 9C|^5C_4¾ - 429c_2^7).$$

Аналогичные формулы разработаны для обратного перехода, когда необходимо перейти от элементов на плоскости проекций к соответствующим элементам на поверхности эллипсоида. Здесь участвуют коэффициенты обращенного степенного ряда (1), которые можно получить для каждого вида проекций данного класса, однако для вычислений на ЭВМ рациональнее иметь общие выражения, имеющие вид до восьмой степени включительно.

У конических проекций Ламберта для коэффициентов c_j' имеет место общее выражение для любого и:

$$c_j' = \frac{(\sin⅞\Gamma^{\upsilon}}{\Lambda\sqrt{}}. \qquad (13)$$

С целью минимизации искажений при отображении на плоскости произвольной по форме границ и размерам области эллипсоида в общем алгоритме предусмотрены две возможности:

1) подбором вида проекции, у которой изоколы (линии равных масштабов) близки по своей форме к очертаниям границ изображаемой области, в этом случае получают проекцию, удовлетворяющую критерию Чебышева - Граве о наилучших проекциях;

2) выбором значения частного масштаба длин m_0 в начальной точке проекции регулируется распределение искажений внутри изображаемой области.

Как известно, в общем случае ни одна из отдельно взятых проекций нс может иметь изоколу соответствующей формы.

Первая возможность хорошо реализуется на ЭВМ путем получения новых проекций на основе линейной комбинации (композиции) коэффициентов характеристических уравнений известных проекций из предлагаемого класса. Исследования показывают, что при этом достаточно иметь в распоряжении только коническую и цилиндрическую конформные проекции, например, Гаусса - Крюгера и Ламберта. Так как композиция коэффициентов конформных проекций линейная, получаем композиционную проекцию, которая также конформна потому, что для нее выполняются условия Коши - Римана:

$$A_1=A_2. \tag{14}$$

Это весьма существенно при практической реализации общего алгоритма вычислений в проекциях предлагаемого класса потому, что в конформных проекциях линейные искажения, обусловленные масштабом изображения, всегда более значимы по сравнению с влиянием кривизны изображения геодезической линии эллипсоида на плоскости.

Если обозначить коэффициенты разложения (14) для цилиндрической и конической проекции соответственно Q_{lj} и C_{jm}, то коэффициенты композиционной проекции получают по формуле:

$$C_7 = ⅛C\sqrt{(i)} + \hat{}2^c7(2) > \tag{15}$$

где композиционные коэффициенты характеризуют степень участия проекций в композиции и должны удовлетворять условию:

$$Aj+A_2=l. \tag{16}$$

При этом координаты в композиционной проекции будут отличаться от координат проекций, участвующих в композиции, на малые величины третьего порядка.

Значение одного из композиционных коэффициентов может быть любым, при этом получаются проекции с различными по форме изоколами: A_1 = 1 - проекция цилиндрическая, изоколы параллельны и симметричны изображению осевого меридиана; A_1 = 0 - проекция коническая, изоколы параллельны и практически симметричны изображению стандартной параллели; A_1 = 0,5 - проекция стереографическая Гаусса (частный случай азимутальной), изоколы близки к окружности, описанной вокруг центральной точки проекции; $A_1 < 0$ или $A_2 < 0$ - изоколы представлены семейством двух пар сопряженных гипербол и их асимптот; $(A| \neq A_2) > 0$ - изоколы близки по форме к эллипсу, вытянутому вдоль осевого меридиана при $A, > A_2$ и вытянутому вдоль стандартной параллели при $Ai < A_2$.

Общее уравнение изокол в данном классе проекций имеет вид:

$$\frac{A_1 x^2 + A_2 y^2 \_ j}{2ff⅞(m-/r^T⅞)ζ} \qquad (|γ)$$

Вторая возможность реализуется аналогично тому, как это делается в известной проекции *UTM.* При этом используется простая формула, общая для любого вида проекций:

$$\frac{2}{l + ‰o_к} \qquad ⁄⅜=-- (18)$$

Здесь $m_{ma'}$ - максимальное значение масштаба внутри изображаемой области при $m_t> = 1$. Несложно заметить, что принятое в проекции *UTM* $m_0 = 0{,}9996$ является оптимальным для линейных размеров шестиградусной координатной зоны цилиндрической проекции Гаусса - Боага *(UTM)* на средней широте США. Естественно, для других стран это значение будет иным. В результате выбора оптимального значения масштаба в начальной точке проекции можно уменьшить максимальные искажения в два раза. Например, в проекции Гаусса при $m_0 = 1$ для средней широты США на краю шестиградусной зоны искажения длин достигают величины 1:1250, а в проекции *UTM* при m_0 - 0,9996 соответственно величины 1:2500. При этом эти искажения равны по абсолютной величине на осевом меридиане и на краю зоны; насколько масштаб длин меньше единицы на осевом меридиане, настолько он больше единицы на краю зоны. Понятно, что максимальное изменение масштаба внутри зоны остается прежним.

Если по условиям задачи требуется получить внутри изображаемой области некоторые участки, где требуется обеспечить пренебрегаемо малые искажения, например, изобразить без искажений границы, тогда в наиболее подходящей проекции для изображения этой территории выбираем изоколу *m = const,* проходящую вдоль этого участка, и масштаб в начальной точке вычисляем по формуле:

$$⅝=\sim-\frac{1}{tn} \qquad (19)$$

Отметим, что реализация на ЭВМ предлагаемого пути формирования систем координат для геоинформационных технологий не представляет особого труда. Общий алгоритм позволяет вести вычисления линейных величин с точностью не ниже 0,001 м, а угловых - 0,001", при разности изометрических широт и долгот граничных точек изображаемой территории до 12°. Коэффициенты имеют постоянные значения внутри изображаемой области.

При пониженных требованиях к необходимой точности геометрических образов размеры изображаемой в одной координатной зоне области возрастают. Поиск проекции, обеспечивающей в геоинформационных системах наименее возможные искажения, имеет большое значение потому, что при этом сокращается объем и сложность предварительных вычислений геодезических измерений, и что более важно, характеристики геометрических образов (расстояния, площади и др.), вычисленные по плоским прямоугольным координатам, наименее отличаются от их аналогов на земной поверхности и в большинстве случаев пренебрегаемо малы.

Понятно, что в любом случае искажения отображаемых на плоскости областей поверхности эллипсоида зависят от их площади. Чем меньше площадь, тем меньших искажений можно добиться. Но и в геоинформационных технологиях точность пространственного представления информации зависит от степени общности решаемой задачи (общегосударственные, региональные, локальные). Предлагаемый путь формирования систем координат геоинформационных технологий реализует возможность получения проекций с минимально возможными искажениями, максимальные значения которых зависят от площади изображаемой области и практически не зависят от формы ее границ.

Помимо того, что предлагаемая методика позволяет минимизирован искажения при изображении на плоскости различных по размерам и форме границ областей поверхности земного эллипсоида, на основе ее формируются взаимосвязанные общим алгоритмом системы координат. Это позволяет обеспечить возможности включения отдельных фрагментов в общую систему, вычленение из общей системы отдельных ее элементов и более точное их представление (с меньшими искажениями) в системе плоских прямоугольных координат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подшивалов, В.П. Координатная среда для геоинформационных систем /В.П. Подшивалов//Геодезия и картография. - М., 1997.-№ 6. - С. 51-55.
2. Подшивалов, В.П. Композиционные геодезические проекции / В.П. Подшивалов // Геодезия и картография. - М., 2000. - № 8. - С. 39 - 43.