

**ТЕХНОЛОГИЯ ПОЛУЧЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ КООРДИНАТ  
ПУНКТОВ В ОБОБЩЁННОМ МЕТОДЕ Ыр-ОЦЕНОК**

*Мицкевич В.И., д-р техн. наук, проф.; Будо А.Ю.  
(Полоцкий государственный университет)*

*Представлены исследования по вычислению приближенных координат определяемых пунктов с последующим уравниванием геодезических сетей с использованием зависимых результатов измерений.*

При уравнивании геодезических сетей параметрическим способом задают начальные координаты определяемых пунктов разными путями:

- а) снятые с карты с точностью 1/3 наименьшей стороны сети с последующим многократным уравниванием сети по уточнённым координатам [1];
- б) с помощью последовательной вставки пунктов с решением многократных засечек (с избыточными измерениями) методами нелинейного программирования [2].

Общеизвестно, что начальные координаты, полученные для триангуляции 2 класса с точностью 10 м, уточняются сразу без итераций за одно приближение. Вопросами необходимой точности начальных координат для применения одного приближения занимались многие учёные [3 - 5]. Но неизменно было известно, что какие бы ошибки не были бы в приближённых координатах, уравненные значения координат при сходящихся итерациях приводили к однозначному значению уравненных координат определяемых пунктов. Этот эффект распространялся и на метод Ыр-оценок, для которого доказана сходимость итераций в работе [6].

В работах [7] получены формулы обобщённого метода Ыр-оценок (OMLP), которые имеют вид:

$$x = -H^{-1}G, \tag{1}$$

где  $H_M$  - матрица Гессе, равная

$$H = Z + A^T C_2 A.$$

Здесь  $Z_M$  - матрица, элементы которой вычисляются с использованием  $A$  и  $C_1$  по формуле:

$$Z | J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} \cdot \sigma_{ij} \cdot (C_1)_{k,p}.$$

Матричную запись для матрицы Z найти не удалось.

Матрица для градиента, входящего в (1) вычисляется по формуле:

$$G = A^T \cdot C_3 \cdot I,$$

$$r \text{Д} \otimes \quad \Lambda \times r \cdot \overline{P} \dots \dots \dots [1] \text{J} \times r \cdot i$$

$$C_1 = K_n^{-1} \square \left\{ \frac{n \cdot |n-2|}{2} |L(X)|^{\frac{n-4}{2}} \cdot \left[ |L(X)|^{\frac{n}{2}} \right]^T \right\},$$

$$C_2 = K_n^{-1} \square S \cdot n \cdot \left\{ |L(X)|^{\frac{n-2}{2}} \cdot \left[ S \cdot \frac{n}{2} \cdot |L(X)|^{\frac{n-2}{2}} \right]^T \right\},$$

$$C_3 = K_n^{-1} \square S \cdot \left\{ n \cdot |L(X)|^{\frac{n-2}{2}} \cdot \left[ |L(X)|^{\frac{n}{2}} \right]^T \right\},$$

где  $S_{N \times N}$  - диагональная матрица сигналов (единиц на диагонали с знаком числа L(X)); знак  $\square$  означает поэлементное умножение матриц. Например,

$$\text{ЛИВ} = (a_{,j} \cdot -i >_{ij});$$

В этом методе отмечено, что результаты уравнивания зависят от значений начальных координат пунктов, т.е. данный метод при различных начальных координатах приводит к разным значениям уравненных координат. Для получения однозначного решения в этом методе необходимо решить задачу о выборе начальных координат определяемых пунктов. Обратимся к таблице 1.

Таблица 1

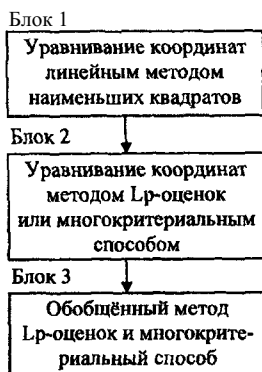
Влияние значений начальных координат на результаты уравнивания для геодезического четырехугольника при  $n = 2,0$

№ вар.	Начальные координаты				Уравненные координаты			
	$x_i$	$y_i$	$x_2$	$y_2$	$X_i$	$Y_i$	$x_2$	$Y_i$
1	1249,888	1230,086	99,969	499,953	1249,920	1230,071	99,926	499,983
2	<b>1250,888</b>	1230,086	99,969	499,953	1249,967	1230,007	100,036	499,945
3	1249,888	<b>1231,086</b>	99,969	499,953	1249,884	1230,093	99,959	499,961
4	1249,888	1230,086	<b>100369</b>	499,953	1250,000	1229,938	100,128	499,923
5	1249,888	1230,086	99,969	<b>500355</b>	1250,022	1229,895	100,189	499,963
6	<b>1249388</b>	1230,086	99,969	499,953	1249,925	1230,047	99,949	499,967
7	1249,888	<b>1230Д86</b>	99,969	499,953	1249,895	1230,086	99,961	499,961
8	1249,888	1230,086	<b>100,069</b>	499,953	1249,892	1230,086	99,963	499,960
9	1249,888	1230,086	99,969	<b>500,055</b>	1249,890	1230,088	99,962	499,962

По данным таблицы 1 следует вывод о нелинейности изменений урвненных координат в обобщённом методе  $L_p$ -оценок при линейном малом изменении начальных координат. Например, в вариантах 2 и 6 урвненные координаты отличаются нелинейно, хотя  $x_2$  в варианте 2 было изменено на 1 м, а в варианте 6 на 0,1 м. Но бывают исключения (см. варианты 2,6 для  $X_i$ ).

Многочисленные расчёты показали, что начальными координатами для OML $p$  могут быть координаты, полученные из урвнивания необобщённым методом  $L_p$ -оценок при том же  $p$ , т.е. в том случае, когда корреляция измерений не учитывается.

На рисунке приведена блок-схема программы для OML $p$



Блок-схема программного комплекса

Согласно рисунку начальные координаты определяемых пунктов могут быть сняты с карты или схемы с точностью  $1/3$  наименьшей стороны сети с дальнейшим уточнением их методом урвнивания (блок 1).

Второй блок, так же как и первый, реализуется по формулам OML $p$  при данном значении  $p$  для независимых величин. В результате использования одних и тех же формул для урвнивания во всех трёх блоках начальные координаты будут удовлетворять требованиям метода OML $p$ .

После выхода статьи [8] были обнаружены ошибки в программе, которые привели к следующим новым результатам.

По данным таблицы 2 можно сделать вывод, что поправки из урвнивания отличаются на небольшую величину по сравнению с данными таблицы 2 из статьи [8]. Урвнивание независимых величин по методу  $L_p$ -оценок необходимо для получения начальных координат определяемых пунктов при различных  $p$ .

Ранее было выполнено уравнивание с начальными координатами, полученными по МНК ( $n = 2,0$ ), и эти координаты использовались для обобщённого метода Lp-оценок, что привело к результату, показанному в таблице 3(а) из статьи [8] (по программе kemngrpsо версии 2006 г.).

Таблица 2

Обработка независимых GPS-измерений

№	$V_{1j}$	$V_{13}$	$V_{j0}$	$V_{23}$	$V_{30}$
1	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1
2	0	0	0	-0,1	-0,1
3	2,8	3,1	3,2	3,2	3,2
4	0	0	0,3	0,4	0,5
5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,4
6	5,5	£?	4,4	4,1	4,0
7	-2,8	1/8... -	-2,4	-2,4	-2,3
8	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5
"Ti	-0,3	-0,7	-1,1	-1,4	-1,5

Таблица 3(а)

Обработка зависимых GPS-измерений

№	$V_{1,0}$	$V_{1,S}$	$V_{2,0}$	$V_{213}$	$V_{310}$
1	2,2	50 —	-1,2	68,1	-11,3
2	0	$\sum 0,8$ —	0,6	10,8	-48,2
3	2,1	4,3	2,5	32,1	35,1
4	0	0	..... $\sim 0 > 3$	0,5	..... 2,9
5	0	-0,2	2,6	-14,5	19,5
6	5,5	4,0	3,9	-3,6	-29,2
7	-2,7	0,1	-6,4	63,7	-13,4
8	1,1	0,1	4,2	-2,6	-27,6
9	-1,1	— 4	-j,4.....	19,8	-2,8

После того как стало известно, что начальные координаты надо брать корректно из-за соответствующих вычислений и затем их использовать для уравнивания OMLp, мы получили новые результаты, приведенные в таблице 3(б) (после исправления ошибок в программе kemngrpsо версии 2007 года). По данным таблицы 3(б) видно, что OMLp может быть использован не только в робастном случае, как это отмечалось в статье [8], но и при любом п.

## Обработка зависимых GPS-измерений

№	$V_{12}$	$V_{15}$	$V_{2'0}$	$V_{23}$	$V_{3.0}$
1	-3,0	-0,4	1,0	1,4	0,4
2	-0,2	-0,4	0,2	-0,3	-0,4
3	-4,8	-0,8	2,2	2,6	2,8
4	-0,7	1,4	0	0,4	0,3
5	1,9	-1,4	-0,8	-0,5	-0,7
6	12,3	9,1	5,9	4,9	4,4
7	-8,6	-3,8	-3,8	-3,1	-4,2
8	2,7	-0,7	0,5	0,3	0
9	-1,2	-0,4	-0,6	-U	-1,5

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гайдаев, П.А. Математическая обработка геодезических сетей / П.А. Гайдаев. -М.: Недра, 1973. - 288 с.
2. Мицкевич, В.И. Вычисление различных видов засечек на ЭЦВМ методом сверхрелаксации / В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. - 1974.-№ 10.-С. 36-40.
3. Гринберг, Г.М. Применение электронно-вычислительных машин при уравнивании триангуляции и полигонометрии / Г.М. Гринберг // Проблемы астрономии и геодезии.-М.: Наука, 1970.-С. 115-121.
4. !Оршанский, З.М. О необходимости и достаточном числе приближений при уравнивании триангуляции / З.М. !Оршанский // Труды Новосибирского института инженеров геодезии, аэрофотосъёмки и картографии. - 1948. - Т. II. - С. 89 - 100.
5. Проворов, К.Л. Радиогодезия / К.Л. Проворов, Ф.П. Носков. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Недра, 1973. - 352 с.
6. Fletcher, R. The calculation of linear best  $L_p$ -approximations / R. Fletcher, L.A. Grant, M.D. Hebden // Computer Journal. - 1971. - V. 14, № 3. - P. 277-279.
7. Мицкевич, В.И. Алгоритм обобщённого метода  $L_p$ -оценок на основе метода Ньютона / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо // Вести. Полоц. гос. ун-та. - 2006.-№9.-С. 92-96.
8. Мицкевич, В.И. Некоторые вопросы робастного уравнивания зависимых GPS-измерений / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо, ЮЛ Будо // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. - 2007. - № 2 (55). - С.9-11.