

**О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗМУЩАЮЩЕГО
ПОТЕНЦИАЛА ЗЕМЛИ С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА ГЕОИДА**

Писецкая О.Н., канд. техн. наук

(Белорусская государственная сельскохозяйственная академия, Горки)'

Ярмоленко А.С., д-р техн. наук, проф.

(Новгородский государственный университет, Россия)

Показана возможность повышения точности определения возмущающего потенциала Земли посредством использования чистых аномалий силы тяжести. Их использование становится возможным благодаря внедрению в производство спутниковых технологий, которые позволяют с высокой точностью определять геодезические координаты и, следовательно, точно определить аномалии силы тяжести.

В настоящее время развитие гравиметрических работ должно выполняться с учетом потребности в решении задач геодезии. Одним из направлений использования гравиметрических данных является изучение параметров фигуры Земли и ее гравитационного поля.

На данном этапе решение «частных» задач преобладает над «системными». Это связано с тем, что созданы пункты сети, на которых определены «частные» (специализированные) данные. Примером этому служат пункты высотной сети, которые имеют точные значения высот, но их координаты определены приближенно, а значения силы тяжести отсутствуют; пункты плановых геодезических сетей имеют точные координаты, но точность определения высот пунктов невысока и т.д.

В связи с внедрением спутниковых технологий необходимо переходить к решению «системных задач», т.е. задач с учетом применения различного рода геодезических, гравиметрических, астрономических и других данных с целью повышения точности определяемых параметров.

Рассмотрим вопрос о повышении точности определения аномалий высот путем перехода от использования смешанных аномалий силы тяжести к чистым аномалиям.

Данная проблема рассмотрена в работе [1] В.В. Броваром.

Исследования показали, что ошибки возмущающего потенциала и отклонений отвеса, которые вычислены с использованием чистых аномалий, снижаются вдвое, при этом точность определения высот квазигеоида составляла порядка ± 10 м.

Связь между чистой (δg) и смешанной аномалиями (Δg) силы тяжести имеет следующий вид [2, § 51]:

$$\delta g = \Delta g + 0,3086\zeta, \quad (1)$$

где ζ - аномалия высоты геоида над эллипсоидом.

Средняя квадратическая ошибка чистой аномалии будет:

$$m l_g = m l_g + Q,095 m l. \quad (2)$$

Если принять среднюю квадратическую ошибку определения аномалии высоты 0,5 м, то

$$m l_g \sim m l_g + 0,5 \cdot \theta > 25.$$

Вторым членом, равным 0,02, можно пренебречь. Это значит, что при средней квадратической ошибке измерения геодезических высот 0,5 м и менее чистые, и смешанные аномалии можно считать равноточными. Следовательно, возмущающий потенциал можно определять по чистым аномалиям. Исходя из точности определения возмущающего потенциала возможно выполнить обоснование плотности гравиметрических пунктов. Согласно [3], стандарт возмущающего потенциала, определяемого классическим способом, вычисляется в дискретном случае по формуле:

$$\left\langle \frac{1}{4\pi R} \sum_{i=a}^{180} \frac{\Delta g}{r_i} S(\psi_i) \cdot \Delta \sigma \right\rangle^2 \quad (3)$$

где σ_r, σ_{14g} - стандарты возмущающего потенциала T и смешанной аномалии силы тяжести Δg ; $S(\psi)$ - функция Стокса [2]; $\Delta \sigma$ - элементарная площадь на поверхности шара; R - радиус шара.

Стандарт возмущающего потенциала, получаемого с помощью GPS-измерений, определяется по формуле:

$$\sigma_{T_{GPS}} = \frac{\sigma_{\delta g}}{4\pi R} \sqrt{\sum_{i=a}^{180} K_{GPS}^2(\psi_i) \cdot p_i \cdot (\Delta \sigma_{GPS})^2}, \quad (4)$$

где $\sigma_{\delta g}, \sigma_{jg}$ - стандарты возмущающего потенциала T_{GPS} , вычисленного с применением GPS-измерений и чистой аномалии силы тяжести δg ; $\Delta < 1/8ps$ - элемент площади, покрываемый одним гравиметрическим пунктом

на поверхности шара; $X^{1/2} > X\psi$ - функция Неймана для случая наличия GPS-измерений; p_i - число повторений величины $S(\psi_i)$ и $K_{GPS}(\psi_i)$ при суммировании; a - начальное значение l .

Равноточность определения возмущающего потенциала определяется равенством:

$$\sigma_{\Gamma} = \sigma^3 / 4_w \quad (5)$$

Полагая равноточность определения смешанной и чистой аномалий, (5) запишем так:

$$\sum_{i=a}^{180} S(\psi_i) \cdot (\Delta\sigma)^2 = \sum_{i=a}^{180} K_{GPS}^2(\psi_i) P_i \cdot (\Delta\sigma_{GPS})^2 \quad (6)$$

Задаваясь постоянными значениями площадок $\Delta\sigma^2$ и $\Delta\sigma$, запишем:

$$\frac{(\Delta\sigma_{GPS})^2}{(\Delta\sigma)^2} = \frac{\sum_{i=a}^{180} S^2(\psi_i) p_i}{\sum_{i=a}^{180} K_{GPS}^2(\psi_i) p_i} \quad (7)$$

Определим, при каком соотношении $\Delta\sigma_{GPS} / \Delta\sigma$ будет сохраняться равноточность определения возмущающего потенциала по чистым и смешанным аномалиям, и найдем отношение стандартов $\frac{\sigma_{TGPS}}{\sigma_{\Gamma}}$ возмущающих потенциалов с учетом численного интегрирования. Обобщив результаты решений, получим таблицу 1.

Таблица 1

Стандарты возмущающих потенциалов и их соотношение

i, a	$\frac{\sigma_{TGPS}}{\sigma_{\Gamma}}$	σ_{TGPS}	σ_{Γ}
0,1	0,777899	11725,433831	15073,212581
0,1	0,757822	21933,080896	28942,245868
0,3	0,744568	31499,687573	42305,984138
0,4	0,733942	40632,388340	55361,844970
0,5	0,725134	49431,477354	68168,763892
0,6	0,718945	57949,333753	80603,338011
0,7	0,711738	66247,175295	93078,001843
0,8	0,705737	74340,957937	105338,010502
0,9	0,701321	82245,119716	117271,741489

Из таблицы 1 видно, что крайнее значение отношения стандартов равно 0,70.

Формулу (7) можно записать в следующем виде:

$$\frac{f^{1/8}GPS}{I \Delta\sigma J 10,70J}^2 = \left(\frac{\quad}{\quad} \right)^2 \quad (8)$$

тогда

$$\frac{\Delta^{\sigma}GPS}{\Delta\sigma} = 1,5, \quad (9)$$

или

$$\Delta^{\sigma}Gps = 1,5\Delta\sigma, \quad (10)$$

то есть использование GPS-измерений позволяет при одинаковой точности определения аномалий силы тяжести уменьшить плотность гравиметрических пунктов в 1,5 раза.

Использование чистых аномалий повысит точность определения возмущающего потенциала Земли. В продолжение работы [1] для оценки точности определения возмущающего потенциала с учетом «рельефа» геоида, т.е. на гипсометрической поверхности применим численное дифференцирование.

Поскольку возмущающий потенциал является функцией силы тяжести (здесь пока не будем различать чистые и смешанные), то можно записать:

$$T_i = (\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_4, \Delta g_{j+1}, \dots, \Delta g_n). \quad (11)$$

Здесь функция f соответствует оператору Молоденского. Средняя квадратическая ошибка величины T будет:

$$\frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{j=1}^n f e_j \frac{1}{\sqrt{8}}. \quad (12)$$

В явном виде получить производную $\frac{\Delta f}{9\Delta g_y}$ затруднительно. Поэтому вместо нее определяется численная производная

$$T = \frac{\Delta f}{\Delta g_j}. \quad (13)$$

$$me^{\wedge} = (\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_7) + A(\Delta g_8, \dots, \Delta g_n) - (\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_7, \dots, \Delta g_n); \quad (14)$$

$\Delta(\Delta g_j)$ - приращение аномалии силы тяжести на пункте J .

Будем определять возмущающий потенциал в каждой точке регулярной сети измерения аномалий. Тогда, очевидно, можно составить матрицу частных численных производных возмущающего потенциала по аномалиям:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ T_{31} & T_{32} & \dots & T_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{ni} & T_{n2} & \dots & T_{nn} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где, например, T_{2i} - частная производная возмущающего потенциала в точке 1 по аномалии силы тяжести, измеренной в точке 2; T_{ii} - частная производная возмущающего потенциала в той же точке 1 по аномалии силы тяжести, измеренной в точке 3, и т.д.

Вычисление таких частных производных по смешанным аномалиям в классическом случае решения задачи осуществляется следующим образом.

Вначале определяются значения возмущающего потенциала при определенных значениях смешанных аномалий силы тяжести. Затем для данной точки вычисления возмущающего потенциала поочередно изменяется значение смешанной аномалии силы тяжести $\Delta(\Delta g)_j$ для каждой точки земного шара с номером H на величину $\Delta(\Delta g)_j = d dg$. Далее вычисляются значения возмущающего потенциала для каждой точки /1 снова. Это массив 777φ7] [1]. Находим численную производную:

$$T_{ij} = \frac{\Delta(\Delta g)_j \cdot \Delta(\Delta g)_i}{d dg}, \quad (16)$$

где $i = P$ - номер точки смешанной аномалии; $j = H$ - номер точки, в которой определяется возмущающий потенциал.

Значение средней квадратической ошибки возмущающего потенциала в данной точке определим из выражения:

$$m_{TKj} = m_{\Delta g} \sqrt{\sum_{i=1}^n TK_{ij}^2}, \quad (17)$$

где $m_{\Delta g}$ - средняя квадратическая ошибка измерения смешанной аномалии силы тяжести.

Аналогичные вычисления осуществляются и для оценки точности определения возмущающего потенциала по чистым аномалиям силы тяже-

ста. Средняя квадратическая ошибка определения возмущающего потенциала вычисляется по формуле, аналогичной (9):

$$m_{T_j} = \sqrt{m^* f i f y} > \quad (18)$$

где $T_{i,j} = \frac{TT[i][j]}{ddg}$ - значение возмущающего потенциала в

точке II при определенных значениях чистых аномалий; $77[\Pi][Л]$ - значение возмущающего потенциала в точке Л при изменении чистой аномалии точки И на величину ddg . Здесь также принято $I = HJ = Л$.

В таблице 2 приведено распределение значений отношения $\frac{m_m}{m_{TK}}$ для реального объекта, полученного из сети Internet.

Таблица 2

Пределы соотношения средних квадратических ошибок определения возмущающих потенциалов и число повторений

$\frac{m_T}{> \dots}$	Число повторений	Соотношение, %
0,51-0,60	124	25,46
0,61-0,70	135	27,72
0,71-0,80	119	24,44
0,81-0,90	102	20,94
0,91 - 1,00	7	1,44
Итого	487	100

Как видим, эти значения находятся в пределах от 0,51 до 1,00. Рассчитав среднее значение, получаем 0,70. Данное значение совпадает с значением идеальной модели без учета рельефа (см. табл. 1).

Обобщив результаты исследований, можно сделать следующие выводы:

1) в случае применения чистых аномалий силы тяжести для определения возмущающего потенциала для расстояния менее 10 км между гравиметрическими пунктами при средней квадратической ошибке определения аномалий силы тяжести в 1 мгал, стандарт определения возмущающего потенциала составляет менее 12000 мгал (см. табл. 1);

2) использование спутниковых измерений позволяет при одинаковой точности определения аномалий силы тяжести уменьшить плотности гравиметрических пунктов в 1,5 раза;

3) использование чистых аномалий силы тяжести предпочтительнее для повышения точности определения возмущающего потенциала Земли, как для идеальной модели, так и модели с учетом «рельефа» геоида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бровар, В.В. О возможном повышении точности гравиметрических выводов в геодезии / В.В. Бровар // *Астрономический журнал*. - 1971. - Т. 48, №6.-С. 1327-1332.
2. Шимбирев, Б.П. Теория фигуры Земли / Б.П. Шимбирев. - М.: Недра, 1975.-432 с.
3. Писецкая, О.Н. Определение аномалий высот на основе теории потенциала для GPS-измерений / О.Н. Писецкая // *Геодезия и кадастры. Прошлое, настоящее и будущее: материалы Междунар. науч. конф., Новополюк, 26 - 28 октября 2006 г.* / под ред. В.П. Подшивалова. - Новополюк: ПГУ, 2006. - С. 43 - 47.

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ
ПРИ РАЗРАБОТКЕ «БАЗЫ ЗНАНИЙ» ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ
ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
ИНЖЕНЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ**

Хорошилов В.С., канд. техн. наук, доц.

(Сибирская государственная геодезическая академия, Новосибирск)

Рассматриваются вопросы разработки модуля «базы знаний» экспертной системы для оптимального проектирования геодезических работ при монтаже технологического оборудования инженерных объектов. В качестве инструментальной среды выбрана оболочка CLIPS, функциональные возможности которой расширены в результате разработки специального приложения.

Большинство современных инженерных объектов характеризуются сложностью устройств и условий функционирования, разнообразными требованиями к обеспечению точности определения положения деталей, узлов и механизмов; в то же время существует множество и большое разнообразие постоянно развивающихся методов и средств их геодезического обеспечения. За предыдущие годы накоплен колоссальный опыт геодези-