УДК 622.867.322;614.894

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ДЫХАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ХИМИЧЕСКИ СВЯЗАННОМ КИСЛОРОДЕ ПОСЛЕ ИЗМЕНЕНИЯ РЕЖИМА ЕГО ЭКСПЛУАТАЦИИ

## С. Г. ЕХИЛЕВСКИЙ, Е. П. ПОТАПЕНКО, О. В. ГОЛУБЕВА

Предложен формализм, позволяющий моделировать регенерацию воздуха в изолирующем дыхательном аппарате после изменения режима его работы. Показано, что трехкратное снижение объемного расхода воздуха после достижения критического расхода CO<sub>2</sub> вдвое увеличивает срок эксплуатации самоспасателя и на 28 % повышает защитный ресурс аппарата. Сформулированы рекомендации по дозированию физической нагрузки при выходе из зоны аварии на свежую струю. В среде пакета MathCAD написаны программы для проведения цифровых экспериментов, позволяющие отслеживать изменение содержания углекислого газа в регенерируемом воздухе и накопление связанного углерода в толще кислородсодержащего продукта.

Ключевые слова: регенеративный патрон; дыхательный аппарат; проскок CO<sub>2</sub>; моделирование; фильтрация воздуха; сорбент.

Для моделирования реальных ситуаций, возникающих при эксплуатации шахтных изолирующих дыхательных аппаратов, таких как изменение скорости фильтрации воздуха при варьировании физической нагрузки, реверс воздушного потока при наличии маятниковой или комбинированных схем воздуховодной части, необходим учет начальной загрязненности регенеративного патрона [1, 2].

В статье рассмотрен рабочий процесс дыхательного аппарата после изменения режима его эксплуатации, обусловленного уменьшением скорости фильтрации регенерируемого воздуха. Поскольку новая структура работающего слоя сорбента формируется при наличии его начальной загрязненности, воспользуемся предложенным в [2] формализмом:

$$-\omega_{\xi}'(\xi,\tau) = \omega(\xi,\tau) - \exp(-\tau) \left[ u(\xi,0) + \int_{0}^{\tau} \exp(\tau) \omega(\xi,\tau) d\tau \right], \ \tau \ge 0;$$
(1)

$$u(\xi,\tau) = \exp\left(-\tau\right) \left( u(\xi,0) + \int_{0}^{\tau} \exp(\tau) \omega(\xi,\tau) d\tau \right), \ \tau \ge 0,$$
(2)

где  $\omega$  ( $\xi$ ,  $\tau$ ) и u ( $\xi$ ,  $\tau$ ) – приведенные объемные концентрации молекул CO<sub>2</sub> и свя-

**Ехилевский Степан Григорьевич** – доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет.

Потапенко Евгений Павлович – ассистент кафедры строительного производства. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет. E-mail: p0tapenko@mail.ru

**Голубева Оксана Валерьевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой технологий программирования. 211440, Республика Беларусь, г. Новополоцк, ул. Блохина, 29, Полоцкий государственный университет.

занного углерода соответственно;  $\xi$ ,  $\tau$  – обезразмеренные координата и время. Они связаны с глубиной проникновения в фильтр *x* и продолжительностью работы аппарата *t* соотношениями

$$\xi = \beta x/\upsilon; \quad \tau = \beta \gamma t, \tag{3}$$

где v – скорость фильтрации;  $\beta$ ,  $\gamma$  – феноменологические постоянные, характеризующие скорость и ресурс реакции по связыванию CO<sub>2</sub>.

В предложенной постановке *u* (ξ, 0) – известная <sup>2</sup>начальная загрязненность патрона, влияние которой на динамику сорбции и является целью настоящего исследования.

Согласно [2], решение (1) может быть представлено в виде ряда по степеням  $\xi$ :

$$\omega(\xi,\tau) = \exp(-\tau) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\tau)}{n!} \xi^n.$$
(4)

Переменные коэффициенты определяются с помощью рекуррентной процедуры:

$$f_{n+1}(\tau) = u_{\xi}^{(n)}(0,0) + \int_{0}^{\tau} f_{n}(\tau) d\tau - f_{n}(\tau), \ n = 0, 1, 2...,$$
(5)

старт которой обеспечивается следующим из (4) при  $\xi = 0$  соотношением

$$f_0(\tau) = \exp(\tau)\omega(0,\tau). \tag{6}$$

Это соотношение отражает влияние переменного граничного условия на динамику сорбционной активности. Зависимость  $\omega$  ( $\xi$ ,  $\tau$ ) от начальной загрязненности u ( $\xi$ , 0), согласно формуле Маклорена, представлена в (5) ее производными на входе в фильтр:

$$u(\xi, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u_{\xi}^{(n)}(0, 0)}{n!} \xi^{n}.$$

Соотношения (4)–(6) позволяют по известным  $\omega$  (0,  $\tau$ ) и u ( $\xi$ , 0) найти  $\omega$  ( $\xi$ ,  $\tau$ ) и, подставив результат в (2), вычислить u ( $\xi$ ,  $\tau$ ), завершив таким образом решение неоднородной и нестационарной задачи динамики сорбции.

В частности, при отсутствии начальной загрязненности  $u(\xi, 0) = 0$  соотношения (1), (2) примут вид:

$$-\omega_{\xi}'(\xi,\tau) = \omega(\xi,\tau) - \exp(-\tau) \int_{0}^{t} \exp(\tau) \omega(\xi,\tau) d\tau;$$
<sup>(7)</sup>

$$u(\xi,\tau) = \exp(-\tau) \int_{0}^{\tau} \exp(\tau) \omega(\xi,\tau) d\tau.$$
(8)

Выполнив в (7) интегрирование по частям, получим

$$-\omega_{\xi}'(\xi,\tau) = \exp(-\tau) \left[ \omega(\xi,0) + \int_{0}^{\tau} \exp(\tau) d_{\tau} \omega(\xi,\tau) \right].$$
<sup>(9)</sup>

При  $\tau = 0$  из (9) следует

$$\omega(\xi,0) = \omega(0,0) \exp(-\xi)$$

С учетом этого обстоятельства решение (9) удобно искать в виде

$$\omega(\xi,\tau) = \exp(-\xi-\tau) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\tau)}{n!} \xi^n, \qquad (10)$$

выделив exp (- $\xi$ ) в качестве множителя. Благодаря этому исчезает последнее слагаемое в (5):

$$f_{n+1}(\tau) = \int_{0}^{\tau} f_n(\tau) d\tau.$$
(11)

При  $\xi = 0$  из (10) следует условие (6), которое при постоянной концентрации сорбтива на входе в фильтр  $\omega$  (0,  $\tau$ ) = 1 примет вид:

$$f_0(\tau) = \exp(\tau). \tag{12}$$

Решением рекуррентного соотношения (11), (12) является

$$f_n(\tau) = \exp(\tau) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!}, \quad n = 1, 2, \dots.$$
(13)

Подставив (12), (13) в (10), получим зависимость проскока CO<sub>2</sub> от времени и координаты при нулевой начальной загрязненности патрона и постоянной концентрации CO<sub>2</sub> на входе в фильтр:

$$\omega_{1}\left(\xi,\tau\right) = \exp\left(-\xi-\tau\right)\left[f_{0}\left(\tau\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} f_{n}\left(\tau\right)\right] = \\ = \exp\left(-\xi\right)\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} \left(1 - \exp\left(-\tau\right) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^{k}}{k!}\right)\right].$$
(14)

С помощью (8) найдем соответствующую (14) загрязненность патрона

$$u_{1}(\xi,\tau) = \exp(-\xi) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} g_{n}(\tau) \equiv 1 - \exp(-\tau) \left(1 + \exp(-\xi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} \sum_{k=1}^{n} \frac{\tau^{k}}{k!}\right), \quad (15)$$

где

$$g_n(\tau) = 1 - \exp(-\tau) \sum_{k=0}^n \frac{\tau^k}{k!}.$$
 (16)

Будем считать, что до изменения режима работы аппарата загрязненность патрона изменялась в соответствии с формулами (15), (16). Затем в момент времени  $\tau_1$  скорость фильтрации изменилась в  $\alpha$  раз. При этом в соответствии с (3) в  $\alpha^{-1}$  изменится обезразмеренная длина патрона. Если под  $\xi$  понимать обезразмеренную

ISSN 0536-1028

координату после изменения режима дыхания, в качестве начальной загрязненности в (1), (2) нужно подставлять  $u_1$  ( $\alpha\xi$ ,  $\tau$ ). Для рекуррентной процедуры (5) потребуются производные этой функции по  $\xi$  на входе в патрон:

$$\frac{\partial^{n} u_{1}(\alpha\xi,\tau)}{\partial\xi^{n}}\Big|_{\xi=0} = \alpha^{n} \frac{\partial^{n} u_{1}(\xi,\tau)}{\partial\xi^{n}}\Big|_{\xi=0}.$$
(17)

Согласно (15), имеют место равенства:

$$u_{1\xi}'(\xi,\tau) = -\exp(-\xi) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} g_{n}(\tau) + \exp(-\xi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n-1}}{(n-1)!} g_{n}(\tau);$$
  

$$u_{1\xi}'(0,\tau) = -g_{0}(\tau) + g_{1}(\tau);$$
  

$$u_{1\xi}''(\xi,\tau) = \exp(-\xi) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{n}}{n!} g_{n}(\tau) - 2\exp(-\xi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n-1}}{(n-1)!} g_{n}(\tau) +$$
  

$$+\exp(-\xi) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\xi^{n-2}}{(n-2)!} g_{n}(\tau);$$
  

$$u_{1\xi}''(0,\tau) = g_{0}(\tau) - 2g_{1}(\tau) + g_{2}(\tau).$$

Аналогично  $u_{1\xi}'''(0,\tau) = -g_0(\tau) + 3g_1(\tau) - 3g_2(\tau) + g_3(\tau)$ , что позволяет заметить общую закономерность

$$u_{1\xi}^{(n)}(0,\tau) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} C_{n}^{k} g_{k}(\tau), \qquad (18)$$

где  $C_n^k$  – количество сочетаний из *n* объектов по *k*.

Таким образом, в (5) в соответствии с изложенным и формулами (16), (17), (18) следует подставлять

$$u_{\xi}^{(n)}(0,0) = u_{1\xi}^{(n)}(\alpha\xi,\tau_1)\Big|_{\xi=0} = \alpha^n \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C_n^k \left(1 - \exp(-\tau_1) \sum_{m=0}^k \frac{\tau_1^m}{m!}\right).$$
(19)

При этом для старта итерационной процедуры необходимо воспользоваться выражением (12), так как изменение скорости фильтрации не меняет содержание CO<sub>2</sub> в выдохе.

Результаты численных расчетов, выполненных по формулам (1), (4), (5), (12), (19) в среде пакета MathCAD, представлены на рис. 1–3.

Рассмотрена ситуация, когда трехкратное замедление воздушного потока  $\alpha = 1/3$  увеличивает обезразмеренную длину патрона до  $\eta = 10$ . Согласно [3, 4], это соответствует самоспасателю с массой кислородсодержащего продукта 1 кг при переходе с 10-го режима дыхания (близкая к предельной нагрузка при быстром по-

кидании горнорабочим зоны аварии) на 3-й (нагрузка ниже средней при спокойном выходе горнорабочего из зоны аварии).

Чтобы повысить скорость цифровых экспериментов, при реализации рекуррентной процедуры (5) использованы встроенные функции пакетов cspline и interp, обеспечивающие кубическую сплайн-интерполяцию переменных коэффициентов  $f_{x}(\tau)$  (рис. 1).

$$\begin{split} \eta &:= 10 \qquad \underset{k=0}{\overset{N}{\longrightarrow}} = 30 \qquad \alpha := \frac{1}{3} \qquad ul(\xi,\tau) := 1 - e^{-\tau} \cdot \left[ 1 + e^{-\xi} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left[ \frac{(\xi)^{n}}{n!} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{(\tau)^{k}}{k!} \right] \right] \\ \omega l(\xi,\tau) := e^{-\xi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{N} \left[ \frac{\xi^{n}}{n!} \left( 1 - e^{-\tau} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^{k}}{k!} \right) \right] \right] \qquad \tau := \alpha \cdot \eta \qquad \tau 1 := \eta \\ \tau := \alpha \cdot \eta \qquad \tau 1 := \eta \\ \tau := 2077 \qquad v(n,\tau) := \alpha^{n} \cdot \sum_{k=0}^{n} \left[ (-1)^{n-k} \cdot \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot \left( 1 - e^{-\tau} \cdot \sum_{l=0}^{k} \frac{\tau^{l}}{l!} \right) \right] \\ \Delta := 0.1 \qquad N1 := \frac{\eta}{\Delta} \qquad k := 0..N1 \qquad x_{k} = \Delta \cdot k \qquad f0(\tau) := e^{-\tau} \\ yl_{k} := v(0,\tau 1) - fl(x_{k}) + \int_{0}^{3k} fl(x) \, dx \qquad S1 := cspline(x,y1) \qquad fl(\tau) := interp(S1,x,y1,\tau) \\ y2_{k} := v(1,\tau 1) - fl(x_{k}) + \int_{0}^{3k} f34(x) \, dx \qquad S35 := cspline(x,y2) \qquad f2(\tau) := interp(S35,x,y35,\tau) \\ u(\xi,\tau) := e^{-\tau} \cdot \left( fl(\tau) + fl(\tau) \cdot \xi + \frac{f2(\tau)}{2} \cdot \xi^{2} + \frac{f3(\tau)}{3!} \cdot \xi^{3} + \dots + \frac{f35(\tau)}{35!} \cdot \xi^{35} \right) \qquad \tau 2 := \eta \\ u(\xi,\tau) := e^{-\tau} \cdot \left( ul(\alpha,\xi,\tau 1) + \int_{0}^{\tau} e^{\tau} \cdot u(\xi,\tau) \, d\tau \right) \qquad \tau 2 := coot(u(\eta,\tau) - 0.375,\tau) \qquad \tau 2 := 2.078 \\ \int_{0}^{\eta} u(\xi,\tau 2) \, d\xi \cdot \left( \int_{0}^{\eta} u(\xi,0) \, d\xi \right)^{-1} = 1.283 \\ \frac{ul(\alpha,\xi,\tau 1)_{0.5}}{u(\xi,0)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{6} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{4} = \frac{u(\xi,\tau)}{2} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u(\xi,\tau)}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u($$

Рис. 1. Программа расчета проскока СО2 и степени отработки регенеративного патрона

На рис. 2 видно, что уменьшение скорости фильтрации воздуха, выполненное в момент  $\tau_1 = 2,077$  критического проскока  $CO_2(\omega_1(\eta, \tau_1) = 0,375)$ , привело к более длительному пребыванию молекул углекислого газа в слое хемосорбента и снижению их содержания в регенерируемом воздухе (кривая 2). Происходит это практически мгновенно ( $\tau = 0$ ), за время протекания фронта медленного потока через фильтр. Затем начинается постепенный (эволюционный) рост концентрации  $CO_2$ , обусловленный дальнейшим исчерпанием поглотительного ресурса регенеративного патрона. Наконец, в момент  $\tau = \tau_2 = 2,078$  происходит повторное достижение

критического проскока CO<sub>2</sub> (кривая 3) уже в ослабленном режиме работы дыхательного аппарата. Таким образом, время защитного действия аппарата возрастает на 100 % ( $\tau_2/\tau_1 = 1$ ). Иными словами, если фактор скорости выхода работника на свежую струю не является решающим, целесообразно после быстрого покидания зоны непосредственной опасности умеренно дозировать физическую нагрузку, что позволит преодолеть значительно большее расстояние. В некоторых случаях именно это обстоятельство может оказаться решающим для спасения горнорабочего в чрезвычайной ситуации.



Рис. 2. Изменение критического проскока  $CO_2$ (кривая *1*) после замедления потока воздуха (кривая  $2 - \tau = 0$ ; кривая  $3 - \tau = \tau_2 = 2,078$ )



Рис. 3. Эволюция отработки патрона после критического проскока CO<sub>2</sub> (кривая 1) с замедлением потока воздуха (кривая  $2 - \tau = \tau_2 =$ = 2,078; кривая  $3 - \tau = 5,000$ ) и без замедления потока воздуха (кривая 4)

Существенно, что кривая 3 является более выпуклой, чем кривая 1, описывающая приведенную концентрацию в момент критического проскока, но до замедления потока. Это означает формирование новой структуры работающего слоя сорбента после изменения режима дыхания. Более медленные молекулы СО, связываются за то же время более узким слоем поглотителя. Как следствие, интенсивнее нагружена передняя часть работающего слоя сорбента и быстрее исчерпывается ее ресурс. По этой причине в конце патрона кривые пересекаются, значит, работающий слой сорбента после уменьшения скорости фильтрации стал уже.

В этом можно убедиться, изучив эволюцию распределения связанного углерода в патроне (рис. 3). В отличие от проскока CO<sub>2</sub> изменение загрязненности не претерпевает скачка в момент замедления воздушного потока ( $u_1(\alpha\xi, \tau_1) = u$  ( $\xi$ , 0)). Обе приведенные функции описывают кривую *1*.

Кривая 2 соответствует моменту  $\tau_2 = 2,078$  повторного достижения критического проскока. Очевидно, что при изменении режима работы аппарата время наступления критического проскока (прирост срока эксплуатации) не может быть мерой защитного действия. В качестве таковой, согласно [5], следует использовать среднюю загрязненность патрона. В данном случае ее прирост составляет 28,3 % (рис. 1), что равно относительной разности площадей под кривыми 2 и 1.

Кривая 3 соответствует моменту  $\tau = 5,000$  после изменения режима работы аппарата. Для сравнения на рис. 3 приведена кривая 4, соответствующая тому же количеству молекул CO<sub>2</sub>, поступившему

после  $\tau_1$  в патрон, работающий в прежнем режиме  $\omega_1(\xi, \tau_1 + 5\alpha)$ . Благодаря более высокой скорости фильтрации проскок оказывается выше, а степень отработки кислородсодержащего продукта ниже. При этом кривая *3* более выпуклая, чем кривая *4*, что еще раз подтверждает сужение работающего слоя сорбента.

Таким образом, в работе развит формализм, позволяющий моделировать регенерацию воздуха в изолирующем дыхательном аппарате после изменения режима

его работы. В среде пакета MathCAD написаны программы для проведения цифровых экспериментов, позволяющие отслеживать изменение содержания углекислого го газа в регенерируемом воздухе и накопление связанного углерода в толще кислородсодержащего продукта. Правильность полученных результатов подтверждается их внутренней непротиворечивостью и разумной интерпретируемостью. Показано, что трехкратное снижение объемного расхода воздуха после достижения критического расхода СО<sub>2</sub> вдвое увеличивает срок эксплуатации самоспасателя и на 28 % повышает защитный ресурс аппарата. Исходя из этого сформулированы рекомендации по дозированию физической нагрузки горнорабочего при выходе из зоны аварии на свежую струю.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кримштейн А. А. Решение задачи изотермической динамики сорбции при произвольных граничных и начальных условиях // Динамика сорбции и ее практическое положение: труды Первой науч.-техн. конф. ТНИХИ. Тамбов, 1974. С. 3–8.

2. Ехилевский С. Г., Голубева О. В., Потапенко Е. П. Влияние начальной загрязненности регенеративного патрона на работу шахтного респиратора на химически связанном кислороде // Изв. вузов. Горный журнал. 2014. № 8. С. 37–43.

3. Пак В. В., Ехилевский С. Г., Ильинский Э. Г., Конопелько Е. И. Значения феноменологических параметров модели хемосорбции в регенеративных патронах шахтных респираторов // Изв. вузов. Горный журнал. 1998. № 11/12. С. 108–112.

4. Диденко Н. С. Регенеративные респираторы для горноспасательных работ. М.: Недра, 1990. 160 с.

5. Ехилевский С. Г., Голубева О. В., Ольшаников С. А., Потапенко Е. П. Оценка повышения эффективности использования ресурса дыхательного аппарата на химически связанном кислороде // Изв. ДГИ. 2013. № 2. С. 113–120.

Поступила в редакцию 24 марта 2014 г.

### SIMULATION OF THE OPERATION OF A BREATHING DEVICE WORKING ON CHEMICAL OXYGEN AFTER CHANGING ITS MODE OF OPERATION

Ekhilevskiy S. G., Patapenka Ya. P., Golubeva O. V. – Polotsk State University, Novopolotsk, Belarus. E-mail: p0tapenko@mail.ru

There has been a proposed formalism that allows stimulation of the regeneration air in the breathing device after changing its mode of operation. It is shown that a three-fold reduction in the volume flow rate after reaching the critical flow of CO<sub>2</sub> doubles the life of the self-rescuer and increases in protection resource of the unit by 28 %. Recommendations on choosing the physical load at the exit from the accident zone to the fresh air flow were formulated. As a part of MathCAD, a program was written for digital experiments to track the change in carbon dioxide content in the regenerated air and accumulation of fixed carbon in the thickness of the oxygen-containing product.

Key words: regenerative cartridge; breathing device; leakage of CO<sub>2</sub>; modeling; air filtration; sorbent.

#### REFERENCES

Krimshtein A. A. Dinamika sorbtsii i ee prakticheskoe polozhenie: trudy Pervoi nauch.-tekhn. konf. TNIKhI [Sorption dynamics and its practical status: proceedings of the First scientific and technical conf. of TRDII]. Tambov, 1974. pp. 3–8.
 Ekhilevskiy S. G., Golubeva O. V., Patapenka Ya. R. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal – News of the Higher Institutions. Mining Journal. 2014. no. 8. pp. 37–43.

3. Pak V. V., Ekhilevskiy S. G., Iliinskii E. G., Konopelko E. I. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal* – *News of the Higher Institutions. Mining Journal.* 1998. no. 11/12. pp. 108–112.

4. Didenko N. S. *Regenerativnye respiratory dlia gornospasatelnykh rabot* [Regenerative respirators for mining rescue operations]. Moscow: Nedra, 1990. 160 p.

5. Ekhilevskiy S. G., Golubeva O. V., Olshanikov S. A., Patapenka Ya. R. *Izv. DGI. – News of DSI.* 2013. no. 2. pp. 113–120.