множества A: $(T_8;T_6)$, $(T_7;T_5)$. В общем случае при вычислении пропускной способности минимального разреза $C(R_{min})$ величина потока, проходящего по таким дугам, берется со знаком «минус». В нашем случае $c(T_8;T_6) = c(T_7;T_5) = 0$. В итоге имеем $F_{max} = C(R_{min}) = 5 + 8 + 2 + 4 + 4 + 1 + 5 = 29$ (единиц). Обозначим полученный поток максимальной величины жирными стрелками, минимальный разрез сети — жирной кривой (рис. 1).

Литература

1. *Иванов Б. Н.* Дискретная математика. Алгоритмы и программы: учеб. пособие. М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. 288 с.

Golubeva O. V., Ekhilevskiy S. G.

Mathematical models of optimization network flow in transport logistics

Abstract. *This paper proposes an efficient, practical, intuitive way to solve the actual applied problem of finding maximum flow in transportation networks with multiple sources and sinks.*

Keywords: *directed graph, the network, the cut, the Ford — Fulkerson theorem.*

Голубева О. В., Ехилевский С. Г., Федченко Т. Н., Лесовая Т. Ю., Зязюля П. В., Пастухов Ю. Ф., Пастухов Д. Ф.

Полоцкий государственный университет
Новополоцк, Республика Беларусь

МЕТОД ПОДОБИЯ В ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Аннотация. *Симплекс-методом решена задача максимального ослабления проникающего гамма-излучения многослойной стеной помещения (укрытия) с ограниченной стоимостью одного 1 м²* *ее площади. Доказана лемма о подобии решений задач линейного программирования для многослойных стен различной толщины. На основе леммы предложен графический алгоритм построения конструкции многослойной стены произвольной суммарной толщины по решению с максимальной толщиной стены 1 м. Сделана поправка на случай целочисленного программирования.*

Ключевые слова: *симплекс-метод, подобие решения однопараметрической задачи линейного программирования, радиационная безопасность.*

Одним из основных принципов нормативного документа НРБ-2000 является принцип оптимальности, требующий максимальной защиты населения и окружающей среды от проникающей радиации с учетом экономических факторов. Рассмотрим задачу максимального ослабления гамма-излучения стеной некоторого жилого помещения, содержащей несколько слоев строительных материалов. Согласно [1], коэффициент ослабления гамма-радиации стеной из трех слоев, расположенных в любой последовательности материалов задается формулой:

$$k\left(x_1, x_2, x_3\right) = 2^{-\left(\frac{x_1}{\Delta_1}+\frac{x_2}{\Delta_2}+\frac{x_3}{\Delta_3}\right)} \to \min, \qquad (1)$$

где $x_i \geq 0$ ($i = 1, 2, 3$) — толщины слоев, а Δ_i — толщины половинного ослабления. Например, для кирпича и сосны $\Delta_1 = 0{,}14$ м, $\Delta_2 = 0{,}3$ м соответственно. Из-за сложного компонентного состава бетона Δ_3 меняется в пределах $0{,}1 \div 0{,}2$ м [2]. В дальнейшем рассматриваем $\Delta_3 = 0{,}16$ м.

Стоимость квадратного метра стены линейно связана с толщинами слоев $C = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3$, где C_i — стоимость кубометра данного материала. По экономическим причинам $C \leq C_{\mathrm{var}}$, где C_{var} — варьируемый в зависимости от максимальной толщины стены x_0 стоимостный параметр. Если $x_0 = 1$ м, то и получаем задачу на условный экстремум:

$$\begin{cases} d\left(x_1, x_2, x_3\right) = \dfrac{x_1}{\Delta_1}+\dfrac{x_2}{\Delta_2}+\dfrac{x_3}{\Delta_3} \to \max(\sup); \quad C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 \leq C_{\mathrm{var}}; \\ C_{\mathrm{var}} \in [0, \max\left\{C_1, C_2, C_3\right\}] \equiv [0, C_{\mathrm{var}}^0]; \qquad x_1 + x_2 + x_3 \leq x_0; \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Система (2) решается симплекс-методом, для этого ее необходимо привести к канонической форме введением дополнительных переменных [3]. Для обобщения получаемого таким способом результата на случай максимальной толщины стенки mx_0 (m — безразмерная положительная величина) докажем следующее утверждение:

Лемма (метод подобия в ЗЛП). Пусть существует однопараметрическое решение $\overline{x}_1(\overline{C_{\text{var}}}), \overline{x}_2(\overline{C_{\text{var}}}), \overline{x}_3(\overline{C_{\text{var}}})$ ЗЛП (2) (при $x_0 = 1$ м). Тогда решение задачи при допустимой толщине стены mx_0 получается из решения (2) методом подобия — однородным растяжением масштабов координатных осей и параметра C_{var} в m раз.

Доказательство

Умножив каждое уравнение системы (2) на положительное m, и введя новые обозначения переменных $y_1 = mx_1$, $y_2 = mx_2$, $y_3 = mx_3$, $y_0 = mx_0$, $C'_{\text{var}} = mC_{\text{var}}$, получим:

$$\begin{cases} D(y_1, y_2, y_3) = \left(\dfrac{y_1}{\Delta_1} + \dfrac{y_2}{\Delta_2} + \dfrac{y_3}{\Delta_3}\right) \to \max(sup); \\ \qquad (C_1 y_1 + C_2 y_2 + C_3 y_3) \le C'_{\text{var}}; \\ C'_{\text{var}} = mC_{\text{var}} \in [0, m\max\{C_1, C_2, C_3\}] = [0, mC^0_{\text{var}}]; \\ \qquad y_1 + y_2 + y_3 \le y_0; \quad y_1, y_2, y_3 \ge 0. \end{cases} \tag{2′}$$

Задачи (2) и (2′), отличаются только обозначением переменных. Следовательно, их решения и связаны между собой соотношением подобия , что соответствует растяжению масштабов параметра C_{var}, координатных осей, и областей изменения переменных C^0_{var}, x_0 в m раз. Что и требовалось доказать.

Согласно лемме, коэффициент ослабления радиации в задаче (2′) равен:

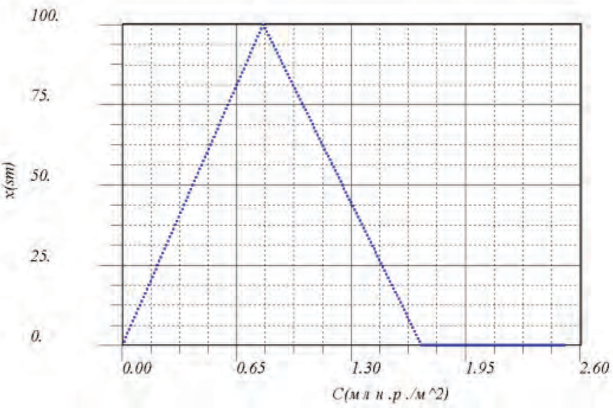
$$K\left(\overline{y}_1, \overline{y}_2, \overline{y}_3\right) = K\left(m\,\overline{x}_1, m\,\overline{x}_2, m\,\overline{x}_3\right) = 2^{-m\left(\frac{\overline{x}_1}{\Delta_1} + \frac{\overline{x}_2}{\Delta_2} + \frac{\overline{x}_3}{\Delta_3}\right)} =$$

$$= \left(2^{-\left(\frac{\overline{x}_1}{\Delta_1} + \frac{\overline{x}_2}{\Delta_2} + \frac{\overline{x}_3}{\Delta_3}\right)}\right)^m = \left(k\left(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}\right)\right)^m. \tag{3}$$

Алгоритм графического решения задачи

Исходим из стоимости 01.12.2015 г. кубометра кирпича, сосны и бетона на строительных рынках Минска C_1 = 1,7 млн руб./м³, C_2 = 2,5 млн руб./м³, C_3 = 0,8 млн руб./м³. На рис. 1 для x_0 = 1 м по-

а)



б)

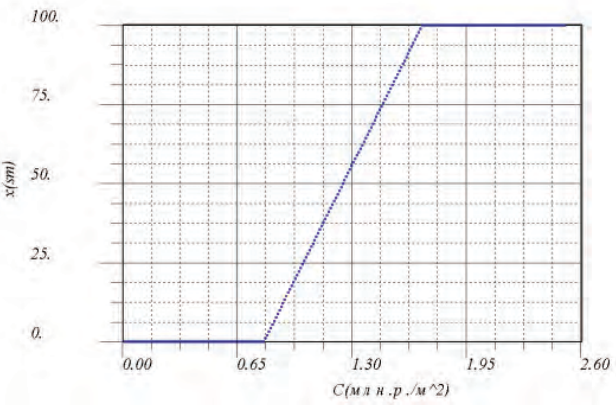


Рис. 1. Зависимости для x_0 = 1 м толщины слоев бетона (а) и кирпича (б) от стоимости 1 м² стенки C (млн руб./м²)

казано решение системы (2), полученное с помощью подпрограммы Dlprs и библиотеки IMSL [4]. Видно, что, как только допустимая стоимость квадратного метра стены метровой толщины превышает 0,8 млн руб./м² — стоимость одного кубометра самого дешевого материала (бетона), появляется возможность часть бетона заменить слоем более дорогого кирпича, лучше поглощающего гамма-излучение. Сосна, как самый дорогой и слабо поглощающий материал, отсутствует в оптимальной конструкции стенки ($x_0(C_{var})\ \ 0$). Тем не менее, развитый формализм применим для наращивания радиационной защиты уже существующих деревянных строений. При этом в (1)–(3) полагаем x_2 = const.

Теперь рассмотрим пример с произвольной максимальной толщиной здания, используя лемму о подобии ЗЛП. Пусть к стене здания предъявлены ограничения — максимальная толщина y_0 = 0,5 м при максимальной допустимой стоимости $C_{var}{}'$ = 0,65 (млн руб./м²). Вычисляем масштабный коэффициент $m = y_0 / x_0 =$ = 0,5 / 1 = 0,5. Для максимальной толщины 1 м допустимая стоимость составит $C_{var} = C_{var}{}' / \mathrm{m}$ = 0,65 / 0,5 = 1,3 (млн руб./м²). По рис. 1 находим толщины слоев кирпича и бетона x_1 = 50 + 25 / 4 = = 56,25 см, x_3 = 50 – 25 / 4 = 43,75 см. Тогда толщины слоев кирпича и бетона для y_0 = 0,5 м будут $y_1 = mx_1$ = 28,125 см, будут $y_3 =$ = mx_3 = 28,875 см. С учетом поправки на целое число единиц кирпича (берем с недостатком, так как C_1 = 1,7 млн руб./м² > C_3 = 0,8 млн руб./м²), например 5 кирпичей толщиной 5 см (25 < 28,125см). Тогда y_1 = 25 см, $y_3 = X_0 - y_1$ = 50 – 25 = 25 см. Получим остаточную стоимость $\Delta C = C_{var} - y_1C_1 - y_3C_3$ = 0,65 – 0,25(1,7 + 0,8) = 0,025 млн руб./м² > 0, что согласуется со вторым неравенством (2′). Используя формулу (3) в явном виде, получим коэффициент ослабления:

$$K\left(\overline{y_1}, \overline{y_2}, \overline{y_3}\right) = 2^{-\left(\frac{m\overline{x_1}}{\Delta_1}, + \frac{m\overline{x_3}}{\Delta_3}\right)} = 2^{-\left(\frac{\overline{y_1}}{\Delta_1}, + \frac{\overline{y_3}}{\Delta_3}\right)} = 2^{-\left(\frac{25}{14}, + \frac{25}{16}\right)} = 0{,}098.$$

Таким образом, в работе решена задача максимального ослабления проникающего излучения многослойной стеной фиксированной толщины с ограниченной стоимостью единицы площади. Соответствующая задача линейного программирования в нормальной форме решена симплекс-методом. Доказана лемма о подобии решений задач линейного программирования для стен различной толщины. На основе леммы предложен графический алгоритм нахождения решения при произвольной суммарной толщине стены по решению, полученному для стены толщиной 1 м. При этом сделана поправка на случай целочисленного программирования.

Литература

1. *Сивухин Д. В.* Атомная и ядерная физика: в 2 ч. Ч. 2: Ядерная физика. М.: Наука, 1989. 416 с. (Общий курс физики. Т. 5.)

2. *Ковчур С. Г.* [и др.]. Радиационная безопасность. Витебск: Изд-во ВГТУ, 2006. 175 с.

3. *Галлеев Э. М., Тихомиров В. М.* Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1989. 204 с.

4. *Бартеньев О. В.* Математическая библиотека IMSL. Ч. 3. М.: Диалог; МИФИ, 2001. 368 с.

Golubeva O. V., Ekhilevsky S. G., Fedchenko T. N., Lesovaya T. Yu., Zyazyulya P. V., Pastukhov Yu. F., Pastukhov D. F.

Similarity method in one-parametrical problems of linear programming

Abstract. *Simplex — the method has solved a problem of the maximum easing getting scale — radiations by a multilayered wall of the room (shelter) with the limited cost of one square meter of its area. The lemma about similarity of solutions of problems of linear programming for multilayered walls of various thickness is proved. On the basis of a lemma the graphic algorithm of creation of a design of a multilayered wall of any total thickness according to the decision with the maximum thickness of wall of 1 m is offered. The amendment on a case of integer programming is made.*

Keywords: *simplex-method, similarity of the solution of a one-parametrical problem of linear programming, radiation safety.*

УДК 338.2
ББК 65.6(2Рос)
М74

М74 **Модернизация российской экономики. Прогнозы и реальность:** сборник научных трудов II Международной научно-практической конференции. — СПб.: Издательство Санкт-Петербургского академического университета, 2016. — 540 с.; ил.

ISBN 978-5-94047-301-5

В работе II Международной научно-практическая конференции «Модернизация российской экономики. Прогнозы и реальность» приняли участие специалисты из стран ближнего и дальнего зарубежья: Белоруссии, Казахстана, Италии, Украины, Монголии, а также представители образовательных учреждений и предприятий Санкт-Петербурга, Мурманска, Владимира, Владивостока, Екатеринбурга и др.

Сборник научных трудов представляет основные темы обсуждения: актуальные проблемы государственного и муниципального управления, вклад реального сектора экономики в устойчивое развитие макрорегиона Северо-Запада, экономическая сбалансированность регионального развития, оценка эффективности ИТ-проектов; опыт регионов и муниципалитетов по институционализации стратегических решений, перевод стратегических приоритетов в реальные программы действий, создание механизмов реализации стратегий для экономической модернизации, реформирование и повышение эффективности государственного и муниципального управления.

УДК 338.2
ББК 65.6(2Рос)

ISBN 978-5-94047-301-5