

## ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

*Памяти профессора Александра Александровича Алексева*

УДК 621.391

© С. В. Дворников, В. К. Железняк, Р. Н. Храмов,  
С. Р. Желнин, М. В. Медведев, А. Н. Симонов, А. М. Сауков

**МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОИЗЛУЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ  
ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АЛЕКСЕЕВА**

Предлагается метод обнаружения нестационарных узкополосных радиосигналов при низких значениях отношения сигнал/шум на основе обработки их частотно-временного распределения плотности энергии Алексева. По мнению авторов, материалы статьи будут интересны специалистам, занимающимся обнаружением узкополосных нестационарных процессов в шумах высокой интенсивности.

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время для решения различных задач в области цифровой обработки сигналов все более широкое применение находят частотно-временные распределения (ЧВР) плотности энергии (ПЭ). Основоположниками теории ЧВР, по праву, считают Классена и Мекленбрука, впервые адаптировавших работы Вигнера и Вилля к практическому решению задач обработки радиосигналов [1]. Затем Леон Коэн в своей фундаментальной работе "Time-frequency representation" сумел обобщить существующие взгляды на формирование билинейных представлений ПЭ в частотно-временном пространстве и получить единое унитарное описание всех потенциально возможных ЧВР [2]. Дальнейшее исследование свойств совместных частотно-временных представлений ПЭ позволило ему выделить их характерные признаки и тем самым определить подходы к формированию новых форм билинейных ЧВР, так называемых распределений класса Коэна.

Творческое развитие теория частотно-временного анализа получила благодаря работам А. Алексева [3–5], сумевшего не только эффективно использовать известные методы совместной частотно-временной обработки радиосигналов во многих практических приложениях радиомониторинга, но и получить принципиально новые научные результаты в данной области. Одним из них является билинейное частотно-временное распределение, оптимально приспособленное к практической реализации методами цифровых технологий. Благодаря уникальности своих свойств оно нашло широкое применение в качестве инструмента частотно-временного анализа. Данная статья, по мнению авторов, является творческим развитием научного наследия доктора технических наук, профессора Александра Александровича Алексева.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Как правило, одномерный анализ сигналов, для которых характерна высокая степень нестационарности параметров, только во временной или в частотной области не обеспечивает достаточного количества информации для принятия правильного решения о сущности исследуемого процесса. Указанные обстоятельства способствовали развитию такого мощного средства анализа, как спектрограммы, позволяющие представлять обрабатываемые процессы в координатах частота—время на основе вычисления их матриц распределения энергии [6]. Вместе с тем известные недостатки спектрограммы, получившей в последнее время название кратковременное преобразование Фурье (КПФ), не позволяют в полной мере обеспечить точное измерение характеристик быстро изменяющихся процессов [7]. Это обусловлено тем, что уменьшение размера временного окна, так чтобы оно позволяло локализовать быстрые изменения сигнала, приводит к неизбежному снижению разрешающей способности вдоль линии его мгновенных частот в соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга. Кроме того, в большинстве случаев исследуемые сигналы подвержены воздействию шумов различной интенсивности, приводящих к существенным ошибкам измерений.

Одно из возможных решений указанных проблем связано с применением совместных частотно-временных распределений. Однако классические формы распределений ПЭ дают приемлемые результаты только для ограниченного класса сигналов [1]. Следовательно, необходимым дальнейший поиск приемлемых форм распределений и методов их синтеза, которые при сохранении общих свойств билинейных представлений класса Коэна, могли быть легко применимы в практических алгоритмах.

В связи с этим цель данной работы — развитие теории частотно-временной обработки сигналов, связанной с синтезом распределения Алексева, адаптированного к решению задачи обнаружения радиоизлучений.

### СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ ФОРМ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КЛАССА КОЭНА

В классе частотно-временных описаний Коэна распределение Вигнера рассматривается как мощный инструмент обработки сигналов, позволяющий измерять их параметры даже в тех случаях, когда они претерпевают существенные изменения на интервале анализа. Оценки, полученные на его основе, являются устойчивыми к значительным изменениям шумовой обстановки.

В теоретическом плане главное достоинство функции Вигнера состоит в том, что сформированные на ее основе распределения обладают свойством максимальной локализации сигнальной энергии в континууме точек мгновенных частот отдельных компонент, в общем случае, сложного (многокомпонентного) процесса. В этом смысле ЧВР Вигнера является базовым среди всех возможных билинейных частотно-временных описаний класса Коэна. В [2] показано, что функция Вигнера может выступать в качестве порождающего распределения, поскольку все остальные возможные частотно-временные представления, могут быть представлены в разной степени его сглаженными версиями.

В аналоговой форме билинейное частотно-временное распределение Вигнера описывается функцией вида

$$\rho_W(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} z_a(t + \tau/2) z_a^*(t - \tau/2) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1)$$

где  $z_a(t) = z(t) + j\tilde{z}(t)$  — аналитическое представление сигнала;  $z(t)$  — действительная часть сигнала конечной энергии;  $\tilde{z}(t)$  — мнимая часть сигнала, связанная с  $z(t)$  посредством преобразования Гильберта; (\*) — знак комплексного сопряжения. Распределение вида (1) с математической точки зрения можно трактовать как спектральное разложение функции автокорреляции сигнала  $z_a(t)$ .

В практических приложениях, как правило, удобнее иметь дело с дискретными формами различного вида частотно-временных представлений для построения на их основе алгоритмов, реализующих цифровые методы обработки. Формально переход к цифровым методам связан с заменой аналогового представления процесса обработки

соответствующими выражениями для его дискретизированной формы. Указанные операции обусловлены необходимостью обработки сигналов, представленных не континуальным, а конечным набором данных.

В результате процесса дискретизации аналогового сигнала  $z(t)$  новые формы получают и процедуры Фурье, составляющие основу распределения (1). А именно, согласно [7, 8], прямое дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) имеют следующий вид:

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}; \quad (2)$$

$$z(n) = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) e^{j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad (3)$$

где  $\{e^{j2\pi kn/N}\}$  — базис дискретных экспоненциальных функций Фурье,  $k, n = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $z(n)$  — дискретизированное представление  $z(t)$ ;  $F(k)$  — спектр  $z(n)$ ;  $N$  — число дискретных отсчетов сигнала на интервале наблюдения.

Основная задача преобразования, связанного с переходом к дискретной форме описания ЧВР Вигнера, заключается в сохранении в ней преемственности всех положительных свойств, присущих континуальному распределению. С этой целью рассмотрим некоторый произвольный сигнал  $z(t)$  с ограниченной полосой частот  $F_{\max} < |f|$ , то есть  $F_a(f) = 0$ . Очевидно, что для такого сигнала распределение Вигнера также будет существовать только в пределах указанной полосы частот [5]. Представим сигнал  $z(t)$  внутри рассматриваемого

интервала частот рядом Котельникова  $\Delta t \leq \frac{1}{2F_{\max}}$ :

$$z(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} z(m \cdot \Delta t) \frac{\sin\left[\pi\left(\frac{t}{\Delta t} - m\right)\right]}{\pi\left(\frac{t}{\Delta t} - m\right)}, \quad (4)$$

учитывая, что в силу ортогональности функций sinc

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{\Delta t} - m\right) \cdot dt = \Delta t \cdot \delta_{nm}, \quad (5)$$

где  $\delta_{nm}$  — символ Кронекера.

Теперь с учетом замены переменной  $\tau/2$  на  $\mu$  в формуле (1) представим  $\rho_W(f, t)$  для значений  $f = 0$  и  $t = 0$ :

$$\begin{aligned} \rho_w(0, 0) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} z_a^*(-\mu) z_a(\mu) d\mu = \\ &= 2\Delta t \sum_{m=-\infty}^{\infty} z_a(m \cdot \Delta t) z_a^*(-m \cdot \Delta t). \end{aligned} \quad (6)$$

На основании свойств инвариантности распределений класса Козна [2], сдвинем исходный сигнал по частоте и времени на величину  $f'$  и  $t'$  соответственно:

$$\hat{z}_a(t) = z_a(t + t') \cdot e^{-j2\pi f'(t+t')}. \quad (7)$$

Сигнал  $\hat{z}_a(t)$  также занимает ограниченную полосу частот, но она уже будет больше чем  $F_{\max}$ , а именно  $F_{\max} + f'$ . Следовательно, при расчете ЧВР теперь потребуется меньший период дискретизации равный

$$\Delta t' = \frac{1}{2(F_{\max} + f')} :$$

$$\begin{aligned} \rho_{wz}(0, 0) = \rho_{wz}(f, t) &= 2\Delta t' \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{z_a(t' + m\Delta t') \times \\ &\times z_a^*(t' - m\Delta t') \cdot e^{-j2\pi f'(t'+m\Delta t')} e^{j2\pi f'(t'-m\Delta t')}\} = \\ &= 2\Delta t' \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{z_a(t' + m\Delta t') z_a^*(t' - m\Delta t') \cdot e^{-j4\pi f' m\Delta t'}\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Анализ процедур проделанного перехода к (8) показывает, что для различных значений  $f'$  должны быть использованы различные скорости дискретизации. Однако, поскольку в соответствии с начальными условиями диапазон изменения  $f'$  ограничен  $|f'| \leq F_{\max}$ , то и период дискретизации сигнала в (8) должен определяться неравенством

$$\Delta t' \geq \frac{1}{4F_{\max}}.$$

Подробное описание рассмотренных процедур представлено в [5].

Следовательно, при переходе к дискретному времени выражение для ЧВР Вигнера будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_w(f, n\Delta t') &= 2\Delta t' \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{z_a[(n+m) \cdot \Delta t'] \times \\ &\times z_a^*[(n-m) \cdot \Delta t'] \cdot e^{-j4\pi f m\Delta t'}\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Используя формулу интерполяции и учитывая, что  $\rho_w(f/2, n\Delta t')$  представляется преобразованием Фурье последовательности  $Y(n, m, \Delta t') = z_a[(n+m) \cdot \Delta t'] \cdot z_a^*[(n-m) \cdot \Delta t']$  как функции от  $m$  при фиксированном  $n$ , можно восстановить значения распределения Вигнера [3, 4]:

$$\begin{aligned} \rho_w\left(\frac{f}{2}, n\Delta t'\right) &= \sum_{k=-\infty}^{N-1} \rho_w\left(\frac{k \cdot f_M}{2}, n\Delta t'\right) \times \\ &\times \frac{\sin[M\pi(f - f_M)]}{M \sin[\pi(f - f_M)]}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $f_M = \frac{1}{M\Delta t'}$  и  $M = 2N - 1$ ;  $M$  берется большим или равным длительности последовательности  $2L - 1$ .

Заметим, что для  $Y(n, m, \Delta t')$  это означает, что  $N \geq L - |n|$ . Поэтому для формирования  $\rho_w$  ограниченной по длительности последовательности достаточно определить отсчеты по формуле (10), которые с учетом (9) задаются выражением при  $\Delta t' = 1$ :

$$\begin{aligned} \rho_w\left(\frac{k}{2M}, n\right) &= \\ &= 2 \sum_{m=-N+1}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{km}{M}} z_a(n+m) \cdot z_a^*(n-m), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $M = 2N - 1$ . Правая часть равенства (11) интерпретируется как  $M$ -точечное ДПФ последовательности  $Y(n, m) = z_a(n+m) \cdot z_a^*(n-m)$  для фиксированного  $n$ , где  $n \in [-N+1, N-1]$ . Таким образом, для вычисления  $\rho_w$  ограниченной последовательности достаточно вычислить одно ДПФ для каждого значения  $n$  в наборе данных.

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АЛЕКСЕЕВА И ЕГО МЕСТО В КЛАССЕ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ КОЗНА

Тривиальность описания для дискретной формы ЧВР Вигнера еще не позволяет сделать вывод о возможности синтеза простых в реализационном плане алгоритмов. В частном случае, когда  $N$  есть степень числа два, при вычислении (2) и (3) могут быть использованы классические формы быстрых преобразований Фурье (БПФ). Вместе с тем непосредственное применение алгоритма БПФ наталкивается на трудности, связанные с различием выражений (2) и (11). В [4] А. Алексеевым представлена последовательность преобразований, позволяющая получить следующий вид дискретной формы ЧВР Вигнера:

$$\begin{aligned} \rho_w\left(\frac{k}{2M}, n\right) &= 2 \sum_{m=0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{(k/2)m}{N}} Y(n, m) + \\ &+ 2 \sum_{m=0}^{N-1} e^{j2\pi \frac{(k/2)m}{N}} Y(n, m) - 2|Z_a(n)|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Анализ выражения (12) показывает, что для расчета дискретной формы распределения Вигнера при фиксированном  $n$  необходимо придерживаться следующего алгоритма, разработанного А. Алексеевым в [4, 5].

1. Формируются две последовательности данных:

$$Y_1(n, m) = z_a(n + m) \cdot z_a^*(n - m) \quad \text{и}$$

$$Y_2(n, m) = z_a(n - m) \cdot z_a^*(n + m).$$

2. Над последовательностями  $N \cdot Y_1(n, m)$  и  $N \cdot Y_2(n, m)$  соответственно осуществляются операции ДПФ и ОДПФ.

3. Полученные результаты для целочисленных значений  $k/2$  (т. е. для четных значений  $k$ ) суммируются.

4. Из полученного результата вычитается удвоенное значение квадрата огибающей сигнала для заданной величины  $n$ .

Для корректности результата предварительно необходимо преобразовать исходную последовательность данных  $\{z(n)\}$  в последовательность комплексных данных аналитического сигнала  $\{z_a(n)\}$ . Существует несколько вариантов решения данной задачи. В частности, А. Алексеевым в [3] использован подход, базирующийся на следующей связи спектров Фурье действительного и аналитического сигналов:

$$F_a(f) = \begin{cases} 2F(f) & \text{при } f > 0; \\ F(f) & \text{при } f = 0; \\ 0 & \text{при } f < 0. \end{cases} \quad (13)$$

При обработке узкополосных процессов, когда среднее значение сигнала на интервале наблюдения равно нулю, имеем  $F(0) = 0$ . В этом случае алгоритм получения аналитического сигнала существенно упрощается.

1. Вычисляется ДПФ действительного сигнала  $z(n)$ .

2. Для отрицательных значений частот спектр обнуляется и умножается на два для положительных значений частот.

3. Над полученной последовательностью осуществляется ОДПФ.

В результате применения представленного алгоритма получается массив комплексных значений процесса, реальная и мнимая части которого связаны между собой преобразованием Гильберта. Предложенная процедура синтеза дискретного распределения Вигнера вписывается в технику цифровой обработки сигналов (ЦОС) и фактически сводится к выполнению четырех процедур БПФ.

В развитие теории частотно-временного анализа А. Алексеевым в [4] получены дискретные формы наиболее известных распределений класса Коэна, из которых наибольший интерес с точки зрения его свойств представляет ЧВР Чоя—Вильямса с ядром экспоненциального вида

$$\rho_{CW}\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) = \sum_{v=-N+1, v \neq 0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{k \cdot v}{M}} \times \sum_{u=-N+1}^{N-1} \frac{\sqrt{G} \cdot e^{-\frac{u^2}{4v^2/G}}}{4\sqrt{\pi} |v|} Y(u, v). \quad (14)$$

Следует отметить, что при  $G \rightarrow \infty$  формула (14) транспонируется к виду (11). Анализ выражения (14) показывает, что синтез практических алгоритмов на его базе связан со сложными процедурами расчета экспоненциального ядра, поскольку в его основу положена гауссова функция, выбор которой в определенной степени произволен [5]. В [4] А. Алексеев показал, что экспоненциальная форма ядра не является единственно возможной. В некоторых случаях с точки зрения обработки и трактовки результатов более удобно использовать различного рода функции, в той или иной степени аппроксимирующие гауссову. В частности, им предложено новое распределение на базе (14), у которого амплитудные значения в пределах главного лепестка функции строго равны единице, а за его пределами — нулю.

Для получения аналитического описания распределения Алексева достаточно в выражении (14) перейти от экспоненты во внутренней сумме к пороговой функции. Учитывая, что ширина главного лепестка гауссовой функции часто берется на уровне  $\exp(-1/2) \approx 0.606$  [9], получим диапазон изменения  $u$  в зависимости от  $v$ :  $|u| \leq b \cdot |v|$ , где  $b = \sqrt{2/G}$ . В результате внесенных изменений искомая формула принимает вид

$$\rho_A\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) = \sum_{v=-N+1, v \neq 0}^{N-1} e^{-j2\pi \frac{k \cdot v}{M}} \times \sum_{u=-[b \cdot |v|]}^{[b \cdot |v|]} g(v, u) Y(u, v); \quad (15)$$

$$g(v, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{G}{\pi}} \cdot \frac{1}{4|v|} & \text{при } |u| \leq b \cdot |v|; \\ 0 & \text{при } |u| > b \cdot |v|. \end{cases}$$

В полученном выражении (15), называемом частотно-временным распределением Алексева, [...] — знак целой части, а значения  $u$  не превышают по модулю величины  $N-1$ . Очевидно, что процедура вычисления внутренней суммы в (15)

существенно проще, чем в (14), и по сложности приближается к процедуре вычисления массива  $Y(n, m)$  в формуле (11), если  $G \rightarrow \infty$ .

По своим свойствам распределение Алексеева (15) является родственным ЧВР "конусного" типа [10], но поскольку используемый в выражении (15) вид функции  $g(v, u)$  в своей основе является гауссовым, то полученное распределение по качеству анализа сближается с ЧВР "экспоненциального" типа [4], но при этом позволяет получить существенный выигрыш в объеме вычислений. По своей природе ЧВР Алексеева является распределением класса Коэна, его свойства подробно изучены в [4]. Действительно, при  $G \rightarrow \infty$  из (15) получается классическая форма дискретного ЧВР Вигнера. В тоже время при  $G = 8$  имеем известное распределение Бёрна—Иордана [11].

Важной особенностью распределения Алексеева является возможностью регулировать в нем степень подавления интерференционного фона. Экспериментальные исследования сигналов сложной структуры (речевые сигналы, шумоизлучения, сигналы многоканальных видов передач с частотным уплотнением и передач дискретных сообщений с межсимвольной интерференцией и др.) показывают, что целесообразный диапазон значений коэффициента  $G$  находится в пределах от 0.1 до 10 [4]. Подобный выбор позволяет для большого класса сигналов получать существенный эффект по подавлению интерференционного фона при сохранении высокой разрешающей способности от-

носительно сигнальных компонент. Разница в качестве анализа для известных распределений и предлагаемого распределения ощущается при  $G > 5$ , когда уровень "паразитного" фона проявляется в большей степени, но сигнальные компоненты идентифицируются с той же точностью и надежностью [5].

Во многом указанные выводы могут быть отнесены к распределению, представляющему частный случай ЧВР Алексеева. В частности, при определении ядра следующим образом:

$$g(v, u) = \begin{cases} 1 & \text{при } |u| \leq b \cdot |v|; \\ 0 & \text{при } |u| > b \cdot |v|. \end{cases} \quad (16)$$

В подтверждение теоретических выводов в табл. 1 представлены зависимости примерных объемов вычислений (число операций умножения), требуемых для реализации алгоритмов обработки процессов на основе дискретного ЧВР Вигнера, "экспоненциального" распределения и распределения Алексеева при коэффициенте  $G = 2$ . Анализ представленных результатов показывает, что при заданном значении коэффициента  $G$  временные показатели сокращаются примерно в четыре раза. В табл. 2 приведены результаты исследования вычислительных возможностей разработанного алгоритма цифровой обработки сигналов для полученного распределения в зависимости от коэффициента  $G$ .

**Табл. 1.** Число требуемых операций для спектральных преобразований

Тип ЧВР	Объем $N$						
	32	64	128	256	512	1024	2048
Вигнера	192	448	1024	2304	5120	11264	24576
Чоя—Вильямса	2208	8576	33780	133120	528896	2107392	8411136
Алексеева	688	2464	9152	34944	135936	535040	2120704

**Табл. 2.** Зависимость требуемого числа операций для распределения Алексеева от  $G$  и заданных значений объема исходных данных  $N$

$G$	Объем $N$			
	64	128	256	512
0.1	4022	15447	60253	234869
1.0	3028	11470	44344	173793
10	1306	4582	16794	63590
100	527	2043	6636	18358
1000	466	1224	3359	9851

Следует обратить внимание, что с ростом коэффициента  $G$  скорость анализа, в принципе, может быть увеличена на порядок, когда  $G$  достигает значений 10 и выше. Правда, в этом случае качество анализа несколько ухудшается. Однако даже для указанных значений  $G$  идентификация сигнальных компонент на интерференционном фоне обеспечивается [5].

### ОБНАРУЖЕНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АЛЕКСЕЕВА

В классической постановке задача обнаружения радиосигналов на фоне помех состоит в определении алгоритма обработки принятой реализации  $x(t)$ , содержащей или только помеху  $\eta(t)$ , или комбинацию сигнала  $z(t)$  и помехи  $\eta(t)$ . При помощи этого алгоритма выносятся решения о наличии сигнала  $H_1: x(t) = z(t) \otimes \eta(t)$  или его отсутствии  $H_0: x(t) = \eta(t)$  в наблюдаемом процессе. (Символ  $\otimes$  означает произвольное взаимодействие помехи с сигналом).

Качество любого обнаружителя определяется двумя показателями: вероятностью ложного обнаружения (ложной тревоги)  $\alpha$  и вероятностью пропуска полезного сигнала  $\beta$  (или вероятностью правильного обнаружения  $D = 1 - \beta$ ). С позиции теории проверки статистических гипотез задача обнаружения формулируется как проверка гипотезы  $H_0$  о том, что наблюдаемая величина  $x(t)$  является только шумом с распределением  $F_0(x)$ , против альтернативной гипотезы  $H_1$  о том, что  $x(t) = z(t) \otimes \eta(t)$  с распределением  $F_1(x)$  [12].

В настоящее время достаточно успешно энергетическое обнаружение осуществляется при отношении сигнал/шум (ОСШ)  $> 5$  дБ. Для снижения предельного значения ОСШ, при котором успешно решается рассматриваемая задача, предлагается использовать результаты обработки ЧВР [5], учитывая их свойства по локализации энергии вдоль линий мгновенных частот обнаруживаемых радиоизлучений. А в качестве исходного распределения задействовать выражение (15) в силу его функциональной эффективности и простоты практической реализации.

Теперь задача обнаружения будет формулироваться следующим образом: за время, ограниченное заданным интервалом наблюдения  $T_n = t_k - t_n$ , принять решение о наличии сигнала в полосе частот  $\Delta F_{обн}$  обнаружения по результатам обработки пучностей энергии, превысивших некоторый порог. В результате остается принять решение, является ли превысивший порог энергетический

всплеск сигнальным компонентом или же случайным шумовым выбросом (рис. 1).

Очевидно, что в этом случае в качестве решающей статистики для задачи энергетического обнаружения узкополосного процесса на основе ЧВР Алексеева целесообразно определить интервалы непрерывности кусочно-постоянной функции, аппроксимирующей энергетические компоненты, превысившие заданный порог обнаружения. Следовательно, аналитическое выражение для решающего правила при энергетическом обнаружении узкополосных сигналов можно представить следующим выражением:

$$H = \begin{cases} H_1 & M \leq M_{пор}, \\ H_0 & M > M_{пор}, \end{cases} \quad (17)$$

где  $H_1$  и  $H_0$  — соответствующие решения о наличии или отсутствии сигнала;  $M$  — число интервалов непрерывности кусочно-постоянной аппроксимирующей функции;  $M_{пор}$  — порог принятия решения.

Другими словами, если на частоте есть сигнал, то его компоненты идут непрерывно вдоль оси времени, поэтому будет один или малое число интервалов непрерывности. Если сигнал дискретный по частоте, то будет несколько интервалов непрерывности от сигнала и несколько случайных шумовых. Если сигнала нет, то будут короткие интервалы непрерывности, образованные только шумами. Шумы случайны и интервалов будет

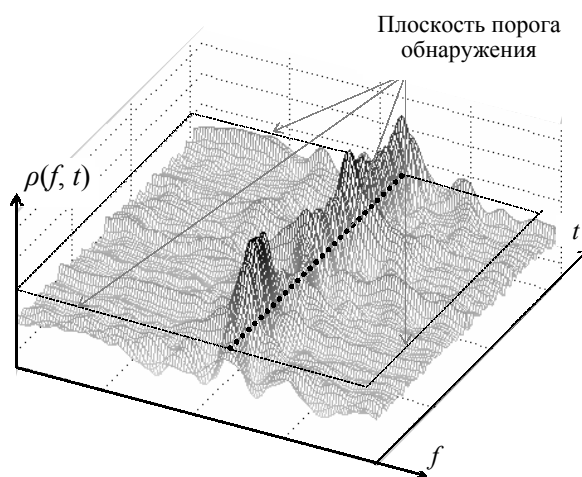


Рис. 1. Принцип реализации процедуры обнаружения радиоизлучений на основе обработки их частотно-временных распределений

много. Из этого предположения и выбирается порог  $M_{пор}$ , который определяет число интервалов, когда на частотной позиции возможно существование сигнала.

Реализация алгоритма (17) предполагает осуществление следующих процедур.

1. Производится расчет фрагмента ЧВР размером  $N \times K$ , где  $N$  — длина массива по времени,  $K$  — длина массива по частоте.

2. Строится кусочно-непрерывная аппроксимирующая функция путем последовательной обработки срезов ЧВР для каждого момента времени  $n = 0, \dots, N$  в соответствии с пороговым правилом

$$I_{n,k} = \begin{cases} 1 & \rho(k,n) \geq \rho_{пор}(k,n); \\ 0 & \rho(k,n) < \rho_{пор}(k,n), \end{cases} \quad (18)$$

где  $\rho_{пор}(k,n)$  — пороговое значение (рис. 1).

3. Интервалы непрерывности оцениваются на линиях спектральных составляющих, т. е. производится расчет длины каждой непрерывности вдоль оси времени  $L_k^{(i)}$  по правилу

$$L_k^{(i)} = L_k^{(i-1)} + 1 \Big|_{I_{n+1,k} = I_{n,k} = 1}, \quad (19)$$

где  $i$  — текущая непрерывность на  $k$ -й частотной позиции по  $n$ .

4. Подсчитывается общее число интервалов непрерывности в исходном срезе  $\rho(k,n)$  по каждому значению  $k$  в соответствии со следующей формулой:

$$M_k = \max(i_k). \quad (20)$$

5. Определяется процедура выбора порога по заданным значениям вероятности ложной тревоги  $\alpha$  и длительности интервала наблюдения  $T_n$ . Выбор величины порога принятия решения  $M_{пор}$ , осуществляется из условия минимизации вероятности пропуска сигнала  $\beta$ .

Так, на рис. 2 представлен фрагмент двумерной кусочно-непрерывной функции  $I_{n,k}$ , сформированный в процессе работы рассмотренного алгоритма.

Следует заметить, что, согласно (17), вероятность ложной тревоги можно представить как вероятность того, что при отсутствии сигнала число интервалов непрерывности аппроксимирующей функции не превысит порогового значения:

$$\alpha = P[M \leq M_{пор} | H = H_0]. \quad (21)$$

Реализация процедуры выбора значения порога  $M_{пор}$  значительно упрощается в случае наличия

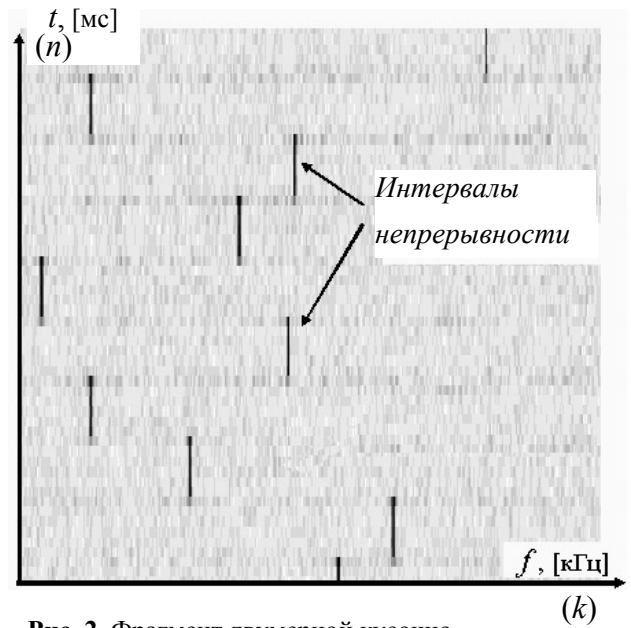


Рис. 2. Фрагмент двумерной кусочно-непрерывной функции  $I_{n,k}$

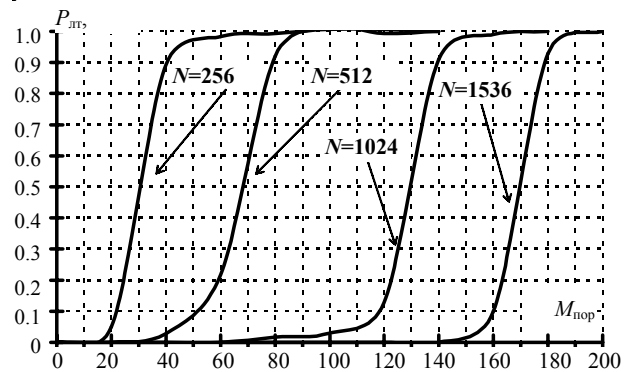


Рис. 3. Зависимость  $P_{лт}$  от  $M_{пор}$  для различных значений  $N$

графиков зависимости  $\alpha = f(M_{пор})$  для различных значений интервала наблюдения  $T_n$  шума. При цифровой обработке сигналов величине  $T_n$  соответствует объем  $N$  дискретных отсчетов входной реализации, поскольку определяется частотой дискретизации. В ходе эксперимента получены зависимости вероятности ложной тревоги ( $P_{лт}$ ) от порога принятия решения  $M_{пор}$  для различных значений  $N$ , представленные на рис. 3.

Следует отметить, что зависимости  $\alpha = f(M_{пор})$ , получены для шумов гауссовой природы. Вместе с тем предложенный подход к обнаружению позволяет рассматривать в качестве ме-

шающего воздействия и аддитивную смесь нормального шума и некоторой сосредоточенной узкополосной помехи естественного происхождения. В этом случае сосредоточенная компонента мешающего воздействия будет интерпретироваться как некоторый узкополосный сигнал шумовой природы.

В практических приложениях значение порога  $M_{\text{пор}}$  можно определить для любой шумовой ситуации. С этой целью достаточно набрать требуемую статистику по обработке ЧВР ПЭ в отсутствие сигнала, т. е. при наличии только фонового мешающего воздействия. Затем на основе полученных результатов построить графики по аналогии с представленными на рис. 3.

Учитывая, что в роли решающей статистики выступает число интервалов непрерывности аппроксимирующей функции  $M$ , то в качестве первичных исходных данных могут быть выбраны:

$M_{\text{cp}}$  — среднее число интервалов непрерывности аппроксимирующей функции;

$\sigma_M$  — среднее квадратичное отклонение числа интервалов непрерывности  $M$  аппроксимирующей функции от  $M_{\text{cp}}$  для заданного интервала наблюдения  $T_n$ .

Проведенные исследования статистических свойств кусочно-постоянных аппроксимирующих функций осуществлялись для входной реализации в пределах стандартного телефонного канала (4 кГц). При моделировании синтезировались реализации шума или аддитивной смеси сигнала и шума различного объема:  $N = 1536, 1024, 512$  и  $256$  отсчетов. В качестве мешающего воздействия использовалась модель стационарного гауссова шума с нулевым средним.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен лишь один аспект возможного практического приложения распределения Алексева. В принципе, его применение вполне возможно и в других областях науки и техники, где приходится решать задачи, связанные с обработкой и анализом нестационарных процессов. Дальнейшее развитие работы авторами видится в сфере практического приборостроения, а именно создания аппаратно-программных средств обнаружения излучений при последующем измерении и оценивании их параметров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Claasen T.A.C.M., Meclenbrauker W.F.G.* The Wigner distribution a tool for time-frequency signal analysis. Part 1, 2, 3 // *Philips J. Res.* 1980.

2. *Коэн Л.* Время-частотные распределения: Обзор // *ТИИЭР.* 1989. Т. 77, № 10. С. 72–121.
3. *Алексеев А.А., Чеченёв С.Н., Кириллов А.Б.* Анализ сигналов на основе функций распределения мощности в условиях многосигнального воздействия // *Радиотехника.* 1993. № 10. С. 32–37.
4. *Алексеев А.А., Кириллов А.Б.* Технический анализ сигналов и распознавание радиоизлучений. СПб.: ВАС, 1998. 368 с.
5. *Алексеев А.А., Железняк В.К., Комарович В.Ф., Дворников С.В.* Автоматизированная система контроля интенсивности физических полей рассеивания сигналов // *Научное приборостроение.* 2000. Т. 10, № 3. С. 77–87.
6. *Flandrin P., Escudie B.* Time and Frequency representation of finite energy signals: a physical property as a result of Hilbert condition // *Signal Proc.* 1980. V. 2, N 2. P. 93–100.
7. *Cohen L.* Time-frequency analysis. N.J.: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995. 500 p.
8. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
9. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
10. *Choi H.I., Williams W.J.* Improved time-frequency representation of multi-component signals using exponential kernels // *IEEE Trans. on ASSP.* 1989. V. ASSP-37, N 6. P. 862–871.
11. *Hlawatsch F., Papandreou-Suppappola A., Boudreaux-Bartels G.F.* The power classes — quadratic time-frequency representations with scale covariance and dispersive time-shift covariance // *IEEE Transactions on Signal Processing.* 1999. V. 47, N 11. P. 3067–3083.
12. *Дворников С.В.* Метод обнаружения на основе посимвольного перемножения реализаций спектра наблюдаемого процесса с автоматическим расчетом порога отображения // *Научное приборостроение.* 2004. Т. 14, № 2. С. 57–66.

*Военная академия связи, Санкт-Петербург (Дворников С.В., Храмов Р.Н., Желнин С.Р., Медведев М.В., Симонов А.Н.)*

*Федеральное государственное унитарное предприятие "ИНФОРМАКУСТИКА", Санкт-Петербург (Железняк В.К.)*

*Военный инженерный институт радиоэлектроники (ВИИРЭ), г. Череповец (Сауков А.М.)*

Материал поступил в редакцию 23.11.2005.



**METHOD OF RADIO SIGNAL DETECTION BASED  
ON ALEXEEV'S TIME-FREQUENCY DISTRIBUTION****S. V. Dvornikov, V. K. Zheleznyak<sup>1</sup>, R. N. Khramov,  
S. R. Zhelnin, M. V. Medvedev, A. N. Simonov, A. M. Saukov<sup>2</sup>***Military Communication University, Saint-Petersburg**<sup>1</sup>Federal Unitary Enterprise "INFORMAKUSTIK", Saint-Petersburg**<sup>2</sup>Military Engineering Institute of Radioelectronics (VIIRE), Cherepovets*

A nonstationary narrow-band low SNR radio signal detection method based on processing the time-frequency distribution of signal energy density is proposed. The authors believe that this paper may be of interest to specialists in the field of narrow-band nonstationary process detection in the presence of high intensity noise.