УДК 681.3

ПОИСК БИНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФАКТОРИЗАЦИИ РАСТРОВЫХ МАТРИЦ

С.В. Абламейко[1], Р.П. Богуш[2], С.В. Мальцев[2]
[1]Беларусь, Минск
[2]Беларусь, Новополоцк

Для сокращения вычислительных затрат при корреляционной обработке бинарных изображений предлагается использовать предварительную факторизацию эталонов. Факторизация рассматривается в алфавитном представлении растровой бинарной информации. Установлено, что вычислительные затраты при обработке реальных изображений будут в несколько раз ниже верхней границы сложности векторно-матричного умножения.

Введение

Поиск объектов является одной из основных практических задач, встречающейся во многих приложениях обработки визуальной информации [1-3]. Традиционно для реализации процедур обнаружения объектов используются корреляционные алгоритмы, реализующие все достоинства метода максимального правдоподобия [3]. Однако при этом требуется существенный объем вычислений, что снижает целостную качественную характеристику корреляционных систем обработки информации.

В значительной мере этот недостаток преодолевается за счет использования различных двумерных преобразований, уменьшающих необходимое число операций умножения и сложения при вычислении корреляционных функций. Во многих системах изображение представляется в двоичном (черно-белом) формате. Для бинарных изображений более эффективными являются прямые методы вычисления корреляционных функций на основе факторизации исходных растровых матриц эталонов-изображений [4-5].

Данная работа посвящена определению вычислительных затрат при обработке реальных бинарных изображений с использованием факторизации растровых матриц эталонов изображений.

1. Факторизация матриц бинарных изображений

Введем необходимые определения.

Матрица A размером $M \times N$ с элементами $a_{ij}=1,0$ ($i \in [1,..,M]$, $j \in [1,...,N]$) называется матрицей бинарного изображения или растровой бинарной матрицей.

Информационными элементами (символами) растровой бинарной матрицы A являются 0 и 1.

Элементы i-й строки растровой бинарной матрицы $a_{ij}=0(1)$ и $a_{ik}=1(0)$ назовем инверсными (противоположными), причем инверсия понимается с точки зрения представления растровой бинарной информации. Тогда строка a_i, инверсная строке a_k, если все элементы i-й строки соответственно противоположны элементам k-й строки.

Слабозаполненной растровой бинарной матрицей D назовем матрицу, содержащую в любой строке хотя бы один информационный символ, тогда на остальных позициях информационные символы отсутствуют. Отсутствие информационного символа трактуется с точки зрения исключения данной позиции при обработке.

Для слабозаполненных матриц строка a_i противоположна строке a_k, если все информационные символы i-й строки соответственно противоположны информационным символам k-й строки.

Введем условия для умножения элементов слабозаполненных растровых бинарных матриц D×C:

$$0\times 0=1,\ 0\times 1=0,\ 1\times 0=0,\ 1\times 1=1.$$

Отсутствие информационного символа в позиции $d_{ij}(c_{ij})$ не требует операции умножения данного элемента на соответствующий элемент позиции $c_{ij}(d_{ij})$ и не учитывается при умножении на слабозаполненные растровые бинарные матрицы.

С учетом представленных определений и теорем из [6,7] любая растровая бинарная матрица может быть факторизована (представлена в виде слабозаполненных матриц-сомножителей).

Экспериментально установлено [8], что минимальный уровень сложности вычислений достигается при разбиении квадратной матрицы размером $2^n\times 2^n$ на блоки размером m=(n-1). Для длин $2^n<N<2^{n+1}$ оптимальный размер блока может быть определен как $m=\lceil \log_2 N+0.5\rceil-1$, $\lceil * \rceil$-наименьшее ближайшее целое.

Факторизованная бинарная матрица с использованием оптимального блочного разбиения представляется в виде

$$A = D_{h_2}^{ext}\cdot\prod_{i=1}^{h_2} C_i^{ext}\cdot D_{h_1}^{\mathrm{int}}\cdot\prod_{i=1}^{h_1} C_i^{\mathrm{int}},\qquad C_i=\begin{bmatrix} B_i^{(1)} & & \\ & B_i^{(2)} & \\ & & B_i^{t}\end{bmatrix},$$

$$t_{\mathrm{int}}=\begin{cases}\left\lceil\dfrac{m}{2^i}\right\rceil=\dfrac{m}{2^i} & if\quad m\equiv 0 \bmod 2^i\\ \left\lceil\dfrac{m}{2^i}\right\rceil+1 & if\quad m\neq 0 \bmod 2^i\end{cases},\quad t_{ext}=\begin{cases}\dfrac{N}{m2^i} & if\quad N\equiv 0\,\mathrm{mod}(m2^i)\\ \left\lceil\dfrac{N}{m2^i}\right\rceil+1 & if\quad N\neq 0\,\mathrm{mod}(m2^i)\end{cases},$$

$$h_2=\lfloor \log_2(N/m)\rfloor,\ h_1=\lfloor \log_2 m\rfloor.$$

Алгоритм факторизации:

1. Ввод исходной бинарной матрицы размером N×N.

2. Деление исходной матрицы A на подматрицы A_i размером N×m.

3. Формирование блочно-диагональной матрицы C на основе модифицированных матриц B^k.

4. Формирование матрицы перестановок D.

5. Внутренняя факторизация.

5.1. Деление модифицированных матриц B^k на блоки и построение блочно-диагональной матрицы C_i^{int} -i-го сомножителя внутренней факторизации.

5.2. Формирование матрицы перестановок, D_i^{int}, для i-го сомножителя внутренней факторизации.

5.3. Контроль числа шагов: если $h_1=\lfloor \log_2 m \rfloor$, то внутренняя факторизация завершена, иначе повторяем пп.5.1.-5.2 для D_i^{int}.

6. Внешняя факторизация.

6.1. Деление матрицы перестановок D на блоки размером $N\times m2^i$.

6.2. Формирование блочно-диагональной матрицы C_i^{ext} -i-го сомножителя внешней факторизации.

6.3. Формирование матрицы перестановок, D_i^{ext}, для i-го сомножителя внешней факторизации.

6.4. Контроль числа шагов: если $h_2=\lfloor \log_2(N/m) \rfloor$, то факторизация завершена, иначе повторяем пп.6.1.-6.3 для D_i^{ext}.

При использовании представленного алгоритма достигается уменьшение оценки верхней границы сложности до 17% по сравнению с известными.

2. Аддитивные вычислительные затраты при обработке реальных изображений

В работе [6] представлена оценка верхней границы сложности вычисления двумерной корреляции. Однако бинарные изображения характеризуются частичной регулярностью структуры, что обеспечивает повторяемость строк растровых матриц и позволяет предположить существенное уменьшение реальных вычислительных затрат за счет применения факторизации растровых бинарных матриц при корреляционной обработке изображений.

Для экспериментов по оценке реальных вычислительных затрат использовались изображения различной структурной сложности (рис.1).

Для вычисления корреляционных функций двух растровых бинарных матриц путем векторно-матричного умножения, учитывая, что 0 и 1 инверсные символы с точки зрения представления растровой бинарной информации, введем условия:

$$0\times0=1,\ \ 1\times0=-1,\ \ 1\times1=1.$$

При представлении объекта в виде слабозаполненных растровых бинарных матриц данное правило умножения используется лишь на первой итерации. Выходными данными первой итерации являются корреляционные коэффициенты (К) для фрагментов матриц, поэтому для последующих итераций умножения введем условия:

$$0 \times K = -K, \qquad 1 \times K = K.$$

Отсутствие информационного символа в позиции a_{ij} слабозаполненной растровой бинарной матрицы А не требует операции умножения на соответствующий элемент h_{ij} промежуточной корреляционной матрицы Н и не учитывается при вычислении корреляционных значений.

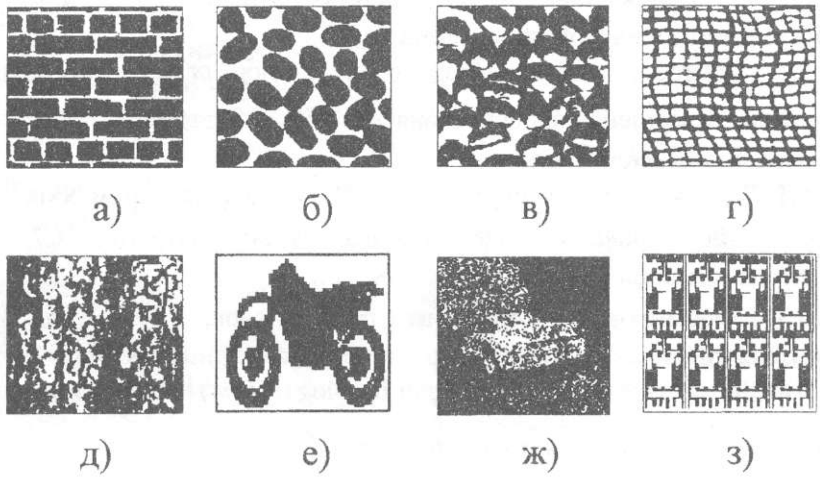

Рис.1. Изображения с различной регулярностью структуры

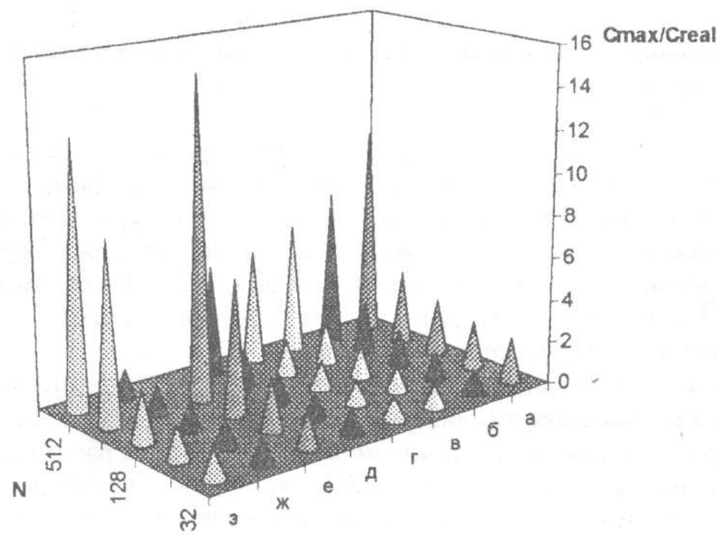

Рис.2. Уменьшение вычислительных затрат относительно верхней границы.

Анализ полученных результатов показывает, что при обработке изображений на основе факторизации матриц реальные вычислительные затраты будут в несколько раз ниже максимально необходимых для любых размеров изображений. Выигрыш зависит от структуры изображения, причем с увеличением регулярности структуры выигрыш также будет увеличиваться.

Представленный в [6] алгоритм позволяет обнаруживать объекты произвольных размеров на изображениях различного формата. Основные временные затраты при вычислении корреляционных функций определяются форматом обрабатываемого изображения, размерами объекта и числом необходимых операций для умножения вектора на факторизованную матрицу объекта [7]. В связи с этим представляет интерес оптимального представления формата и эталона при обнаружении объектов. В табл.1. по результатам проведенных экспериментов представлено необходимое число операций для корреляционного поиска объектов книжного и альбомного формата.

Таблица 1

Вычислительные затраты при поиске объектов прямоугольной формы

Размер объекта	**Размер изображения**			
	400*300	300*400	700*300	300*700
32*216	**36 006 000**	58 774 500	**63 010 500**	154 084 500
216*32	46 806 000	48 154 500	81 910 500	87 305 500
54*216	**46 614 000**	76 090 500	**81 574 500**	199 480 500
216*54	81 312 400	85 674 300	142 296 700	159 744 300
108*216	**64 512 000**	105 984 000	**112 896 000**	278 764 000
216*108	122 593 600	139 585 200	214 538 800	282 505 200

Полученные данные свидетельствует о том, что минимальные вычислительные затраты обеспечиваются при поиске объекта на изображении книжного формата. Для прямоугольных объектов уменьшение временных затрат достигается при представлении их для обнаружения в альбомном формате.

Заключение

В работе показано, что при обработке изображений на основе факторизации матриц реальные вычислительные затраты будут в несколько раз ниже максимально необходимых для любых размеров изображений. Выигрыш зависит от структуры изображения, причем с увеличением регулярности структуры выигрыш также будет увеличиваться. Установлено, что при поиске объектов на изображении, корреляционным методом с использованием факторизации матриц, для сокращения временных затрат обрабатываемое прямоугольное изображение необходимо представлять в книжном формате, а прямоугольные объекты – в альбомном формате.

Литература

1. Kyatkin A.B., Chirikjian G.S. Pattern Matching as a Correlation on the Discrete Motion Group // Computer Vision and Image Understanding. – 1999. - Vol.74. - №1. – P.22-35.

2. Jain A.K. Fundamentals of digital image processing, Prentice Hall, 1989.

3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: в 2-х кн./ Пер. с англ. - М.: Мир, 1982.- 792с.

4. Varga A., Computation of inner-outer factorisation of rational matrices // IEEE Trans. Autom. Control. – 1998. – Vol.43. - №5. – P.684-688.

5. Verwoerd W., Nolting V. Angle decomposition of matrices // Comput. Phys. Commun. – 1998. –Vol.108. - №2-3. P.218-239.

6. Абламейко С.В., Богуш Р.П., Мальцев С.В. Сокращение вычислительных затрат при корреляционной обработке бинарных изображений // Цифровая обработка изображений. - 2001. - Вып.5.- С. 130-141.

7. Bogush R., Maltsev S., Ablameyko S., Uchida S., Kamata S. An efficient correlation computation method for binary images based on matrix factorisation // Proc. of 6th Int.Conf. on Document Analysis and Recognition. – Seattle, 2001. – P.312-316.

8. Мальцев С.В., Богуш Р.П. Сокращение сложности вычисления векторно-матричного произведения при цифровой обработке бинарных сигналов // Докл. II-й Междунар. конф. "Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях". - Том 1.–Минск: Ин-т. техн. кибернетики НАН Беларуси, 2000. - С.25-30.