Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»

СЕРИЯ «САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ»

Л. С. Турищев

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Электронное пособие для организации самостоятельной работы
студентов строительных специальностей всех форм обучения
при изучении курса «Строительная механика»

Текстовое электронное издание

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой
2023

Об издании – 1, 2

1 – дополнительный титульный экран – сведения об издании

УДК 624.04(075.8)

Одобрено и рекомендовано к изданию методической комиссией инженерно-строительного факультета в качестве методического пособия (протокол № 3 от 12.05.2023)

Кафедра строительных конструкций

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

канд. техн. наук, доц., зав. каф. строительного производства
Л. М. ПАРФЕНОВА
канд. техн. наук, доц., доц. каф. строительных конструкций
А. И. КОЛТУНОВ

Пособие предназначено для оказания помощи студентам при самостоятельном изучении модуля «Основы теории устойчивости стержневых систем» курса строительной механики. На основе структурно-логических схем приведены рекомендации по технологии формирования междисциплинарной системы знаний, связанных с базовыми теоретическими положениями и понятиями модуля. Содержатся указания по приобретению устойчивых умений и навыков, связанных с практическим применением сформированной системы знаний для решения типовых задач модуля. Имеется банк тестовых заданий для самоконтроля ключевых знаний и умений, связанных с изучаемым модулем. Приведен список рекомендуемой учебной литературы, Интернет-источников. Составлен глоссарий модуля.

Пособие предназначено для студентов специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» очной, заочной, дистанционной форм обучения. Может быть полезно начинающим преподавателям строительной и технической механики.

2 – дополнительный титульный экран – производственно-технические сведения

Для создания текстового электронного издания «Основы теории устойчивости стержневых систем» использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

Леонид Степанович ТУРИЩЕВ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ
СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Электронное пособие для организации самостоятельной работы
студентов строительных специальностей всех форм обучения
при изучении курса «Строительная механика»

Редактор *А. А. Прадидова*

Подписано к использованию 27.11.2023.
Объем издания: 1,21 Мб. Заказ 540.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014, перерегистрация от 24.08.2022.

ЛП № 02330/278 от 27.05.2004.

211440, ул. Блохина, 29,
г. Новополоцк,
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44
http://www.psu.by

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Для обеспечения надежности сооружения помимо прочностного расчета его несущих конструкций необходим их расчет на устойчивость. Конструкции сооружения под действием нагрузки должны находиться в состоянии устойчивого равновесия. Это означает, что если какие-либо дополнительные воздействия выведут нагруженную конструкцию из состояния исходного равновесия, то после их удаления она должна вернуться в первоначальное положение.

Устойчивая конструкция всегда близка к исходному состоянию равновесия, соответствующему заданной нагрузке, и возвращается к нему полностью в упругой стадии или частично в упругопластической при исчезновении воздействий, вызвавших возмущение конструкции. Если этого не случается, то говорят, что происходит потеря устойчивости конструкции.

Обеспечение устойчивости несущих конструкций важно потому, что процесс потери устойчивости происходит очень быстро и практически ведет к разрушению сооружения.

В настоящем пособии рассматриваются вопросы устойчивости упругих центрально сжатых прямолинейных стержней и упругих плоских рам.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Изучение теоретического материала следует начинать с повторения рекомендаций по изучению курса в целом согласно [13]. Содержание изучаемого материала связано с общими положениями и понятиями второго раздела третьей части курса. Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов рассматриваемого материала, которые подлежат пониманию и усвоению согласно [3], приведена на рисунке 1.

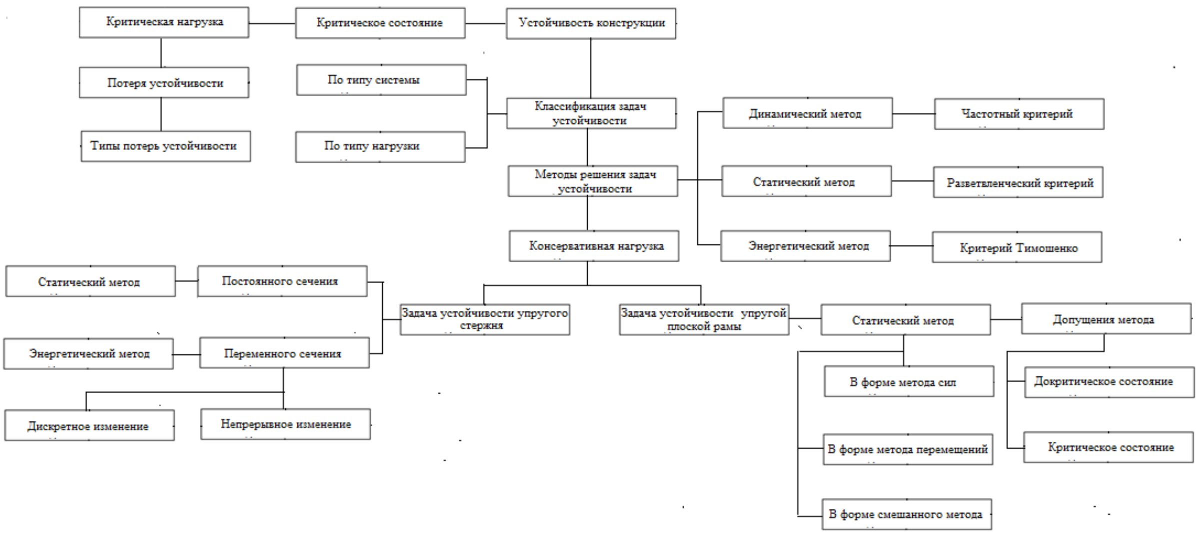


Рисунок 1. – Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов изучаемого материала

Изучение материала должно начинаться с ясного понимания физической сути понятий **устойчивости**, **критического состояния равновесия** и **критической нагрузки** конструкции.

После этого следует разобраться, что собой представляет **потеря устойчивости** конструкции, когда она впервые происходит и какие возможны ее типы.

Затем важно:

– выяснить, по каким признакам классифицируются задачи устойчивости конструкций;

– усвоить, что лежит в основе **классификации задач устойчивости по типу системы**;

– понять, что лежит в основе **классификации задач устойчивости по типу нагрузки**.

После этого следует познакомиться с сутью трех методов решения задач устойчивости:

– **динамический метод**;

– **статический метод**;

– **энергетический метод**

и используемыми в них критериями достижения конструкцией критического состояния:

– **частотный критерий** (динамический метод);

– **разветвленческий или бифуркационный критерий** (статический метод);

– **критерий Тимошенко** (энергетический метод).

Изучение применения методов решения задач устойчивости рекомендуется начинать с решения задачи **упругой устойчивости** прямого сжатого стержня постоянного сечения **статическим методом** при действии **консервативной нагрузки**. Здесь прежде всего важно понять:

– что собой представляет **смежная форма равновесия**;

– что такое **начальные параметры задачи**;

– что собой представляет дифференциальное уравнение, описывающее смежную форму равновесия;

– как ищется решение дифференциального уравнения, описывающего смежную форму равновесия;

– что собой представляет аналитическое выражение, описывающее смежную форму равновесия.

После этого необходимо разобраться, как решается задача упругой устойчивости прямого сжатого стержня переменного сечения **энергетическим методом** при действии **консервативной нагрузки** для двух видов сечения:

– с **непрерывным изменением сечения** по длине стержня;

– с **дискретным изменением сечения** по длине стержня.

Здесь важно понимать, что в обеих задачах необходимо задаваться функцией, которая приближенно будет описывать смежную форму равновесия. Проще всего в качестве такой функции брать аналитическое выражение, полученное при решении задачи устойчивости для аналогичного стержня постоянного сечения.

И в завершение изучения основ теории устойчивости конструкций следует рассмотреть решение задачи **упругой устойчивости** плоской рамы **статическим методом** при действии **консервативной нагрузки**.

Прежде всего важно понять, в чем заключаются особенности решения такой задачи, и какие, в связи с этим, две группы допущений вводятся при ее решении.

Затем следует разобраться с сутью и целями этих групп допущений, вводимых при решении задачи:

– **первая группа допущений** связана с описанием докритического состояния равновесия рамы и преследует цель привести исследуемое состояние равновесия рамы к безизгибному виду;

– **вторая группа допущений** связана с описанием критического состояния равновесия рамы и преследует цель исключить из числа независимых величин, описывающих смежную форму равновесия, величины второго порядка малости.

Затем следует познакомиться с различиями трех видов величин, используемых для описания смежной формы рамы, и связанными с ними тремя разновидностями статического метода решения задачи упругой устойчивости плоских рам:

– в форме метода сил;

– в форме метода перемещений;

– в форме смешанного метода.

После этого необходимо разобраться, как решается задача упругой устойчивости плоских рам методом перемещений, отличительной особенностью которого является сравнительная простота численной реализации.

Здесь прежде всего важно понять:

– как реальная рамная нагрузка приводится к сосредоточенным силам, приложенным к узлам рамы;

– что собой представляют безразмерные параметры, описывающие узловые силы;

– какой зависимостью связаны безразмерные параметры узловых сил в критическом состоянии;

– какими перемещениями описывается смежная форма равновесия рамы в критическом состоянии;

– как образуется основная система метода перемещений для рамы в критическом состоянии;

– что собой представляют канонические уравнения метода перемещений в критическом состоянии рамы;

– в чем особенность коэффициентов канонических уравнений метода перемещений в критическом состоянии рамы;

– что возможны два исхода при решении канонических уравнений метода перемещений в критическом состоянии рамы;

– какой исход при решении канонических уравнений метода перемещений описывает смежную форму равновесия рамы и что является признаком существования такого решения;

– как находится критическое значение безразмерного параметра узловой нагрузки рамы;

– как находятся расчетные длины сжатых стержней рамы.

При изучении теоретического материала рекомендуется использование следующей литературы: [4, с. 669–705; 5, с. 567–572; 7, с. 207–233; 12, с. 95–113].

Для осознанного понимания и усвоения материала рассматриваемого модуля курса прежде всего необходимо повторить:

– *изученное в математике* – понятия величины, функции, вектора, матрицы. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в приложении 1;

– *изученное в физике* – основные понятия и законы классической механики. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в приложении 2;

– *изученное в теоретической механике* – основные понятия и уравнения статики. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, аксиомами и уравнениями, приведены в приложении 3;

– *изученное в модуле «Метод перемещений»* – заданная система, допущения метода, основная система, канонические уравнения, коэффициенты и свободные члены, единичные и грузовое состояния, определение внутренних усилий.

2. УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

После завершения изучения теоретического материала, его понимания и усвоения можно переходить к применению полученных знаний для решения типовых задач. Согласно утвержденной учебной программе курса [3] вы должны при изучении основ теории устойчивости конструкций уметь определять критические нагрузки для упругих стержней и для упругих плоских рам.

Для приобретения умений решения таких задач рекомендуется сначала внимательно прочитать указания к решению соответствующих задач, разобраться с приведенными примерами их решения. После этого рекомендуется к перейти к решению задач, приведенных в [7; 8; 14; 16; 18].

2.1. Определение критической нагрузки упругого стержня постоянного сечения

Рассмотрим определение статическим методом критической нагрузки для центрально сжатого прямого упругого стержня постоянного поперечного сечения при действии консервативной нагрузки (рисунок 2).

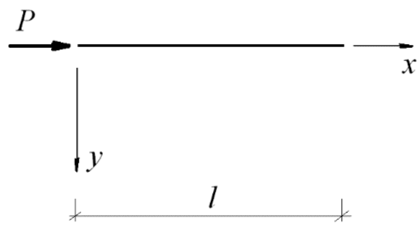


Рисунок 2. – Центрально сжатый прямой стержень

Считается, что стержень имеет произвольные закрепления концов, которые на рисунке 2 условно не показаны. Для математического описания форм равновесия будем использовать показанную на рисунке 2 декартову систему координат с началом на левом конце.

Исходная прямолинейная форма равновесия стержня возможна при любых значениях сжимающей силы P и для нее характерно отсутствие прогибов

$$y(x) \equiv 0$$

и углов поворота сечений

$$y'(x) \equiv 0.$$

При значениях сжимающей силы меньше критического значения эта форма равновесия является единственно возможной и устойчивой.

При критическом значении сжимающей нагрузки $P = P_{кр}$ у стержня появляется вторая смежная изгибная форма равновесия, которая сопровождается появлением прогибов $y(x) \neq 0$ и углов поворота сечений $y'(x) \neq 0$ (рисунок 3).

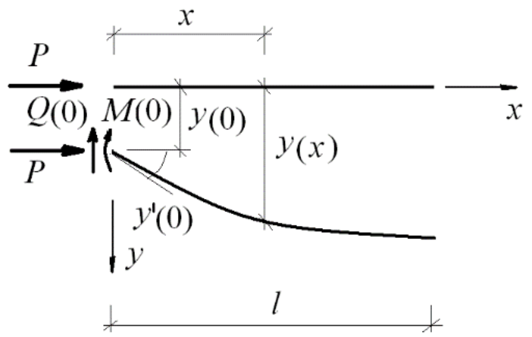


Рисунок 3. – Смежная изгибная форма равновесия стержня

В начале координат изгибная форма равновесия стержня характеризуется начальным прогибом $y(0)$ и начальным углом поворота $y'(0)$, а также начальным изгибающим моментом $M(0)$ и начальной поперечной силой $Q(0)$. Введенные четыре величины называются начальными параметрами задачи. Они характеризуют напряженно-деформированное состояние стержня в начальном сечении и зависят от условий закрепления стержня в этом сечении.

Смежная изгибная форма равновесия стержня, возникающая в критическом состоянии, описывается следующими выражениями:

– для прогибов

$$y(x) = y(0) + \frac{y'(0)}{\alpha}\sin\alpha x - \frac{M(0)}{\alpha^2 EI_z}(1 - \cos\alpha x) - \frac{Q(0)}{\alpha^3 EI_z}(\alpha x - \sin\alpha x);$$

– для углов поворота

$$y'(x) = y'(0)\cos\alpha x - \frac{M(0)}{\alpha EI_z}\sin\alpha x - \frac{Q(0)}{\alpha^2 EI_z}(1 - \cos\alpha x).$$

Используя полученные выражения, можно находить критическую нагрузку для стержней с конкретными условиями закрепления.

Пример. Рассмотрим определение критической нагрузки на примере центрально сжатого стержня с шарнирным закреплением концов (рисунок 4).

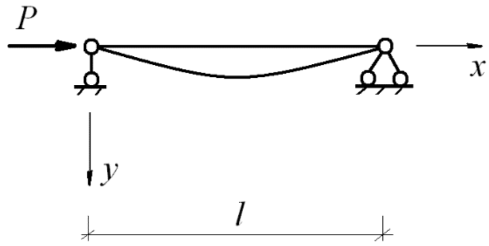


Рисунок 4. – Стержень с шарнирным закреплением концов

В соответствии с условиями закрепления на левом конце начальные параметры задачи характеризуются следующими значениями:

$$y(0)=0, \quad y'(0)\neq 0, \quad M(0)=0, \quad Q(0)=0\,.$$

С учетом значений начальных параметров выражение, описывающее прогибы смежной изгибной формы равновесия стержня, примет вид

$$y(x)=\frac{y'(0)}{\alpha}\sin\alpha x\,.$$

Из условий закрепления стержня на правом конце ($x=l$) следует, что прогиб на этом конце равняется нулю

$$y(l)=0\,.$$

Следовательно

$$\frac{y'(0)}{\alpha}\sin\alpha l=0\,,$$

и так как $y'(0)\neq 0$, а параметр нагрузки $\alpha=\sqrt{\dfrac{P}{EI_z}}$ может принимать только конечные значения, то из полученного выражения следует, что

$$\sin\alpha l=0\,.$$

Корни этого уравнения имеют вид

$$(\alpha l)_n=n\pi \ \ (n=1,2,3,\ldots).$$

Наименьший корень

$$(\alpha l)_1=\pi$$

соответствует тому значению параметра нагрузки, когда стержень будет находиться в критическом состоянии и у него появится смежная изгибная форма равновесия. Следовательно, критическая нагрузка будет равняться

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_z}{l^2}.$$

2.2. Определение критической нагрузки упругой плоской рамы

Рассмотрим произвольную упругую плоскую раму, нагруженную узловой нагрузкой (рисунок 5, *а*).

Силы, приложенные к узлам рамы, описываются однопараметрической зависимостью

$$P_1 = \alpha_1 P, \dots, P_k = \alpha_k P.$$

Действующие на раму узловые силы опишем с помощью безразмерных параметров

$$\nu_1 = l_1 \sqrt{\frac{P_1}{(EI_z)_1}}, \dots, \nu_k = l_k \sqrt{\frac{P_k}{(EI_z)_k}}.$$

Здесь l_k и $(EI_z)_k$ соответственно длина и изгибная жесткость сжатого стержня, примыкающего к нагруженному узлу *k*. Безразмерные параметры нагрузки также описываются некоторой однопараметрической зависимостью

$$\nu_1 = \beta_1 \nu, \dots, \nu_k = \beta_k \nu.$$

где ν – общий безразмерный параметр нагрузки, который может изменяться в интервале

$$0 < \nu \le \nu_{кр}.$$

Смежная изгибная форма равновесия (рисунок 5, *б*), возникающая в критическом состоянии ($\nu = \nu_{кр}$), описывается угловыми и линейными перемещениями узлов рамы

$$Z_1, \dots, Z_n.$$

Эти перемещения принимаются за основные неизвестные в расчете рамы на устойчивость методом перемещений.

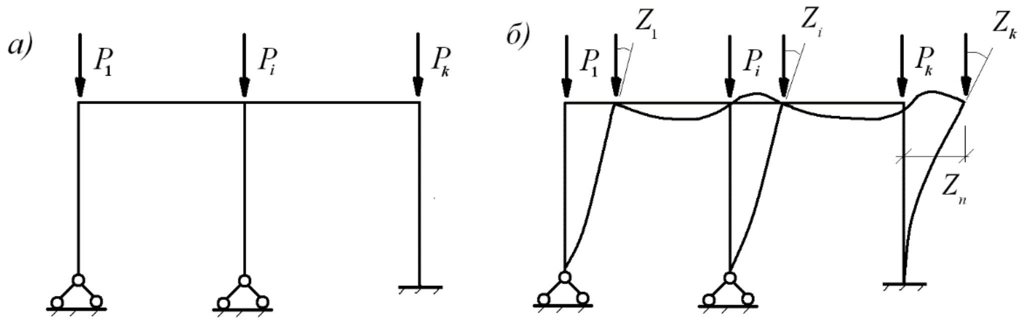


Рисунок 5. – Упругая плоская рама

Основная система при расчете рам на устойчивость методом перемещений образуется так же, как и при расчете их на прочность, и получается наложением на узлы рамы связей, устраняющих возможность их перемещений (рисунок 6).

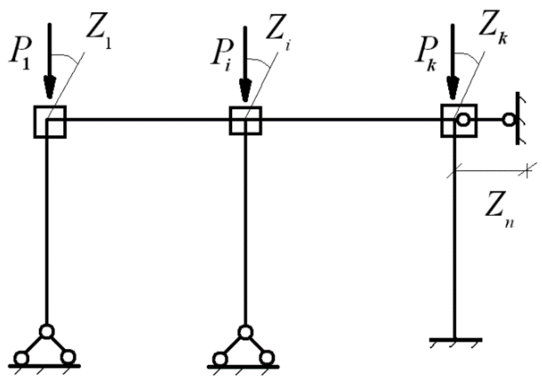


Рисунок 6. – Основная система метода перемещений

Для определения основных неизвестных $Z_1,...,Z_n$ составляется система канонических уравнений

$$\begin{aligned} &r_{11}Z_1 + ... + r_{1n}Z_n = 0; \\ &\text{...............................} \\ &r_{n1}Z_1 + ... + r_{nn}Z_n = 0, \end{aligned}$$

коэффициенты которой зависят от параметра нагрузки ν

$$r_{ik} = r_{ik}(\nu).$$

Полученная система уравнений является системой однородных линейных алгебраических уравнений, и при ее решении возможны два случая.

Первый случай соответствует нулевому или тривиальному решению системы уравнений. В этом случае корни системы равны между собой и тождественно равны нулю

$$Z_1 = \ldots = Z_n \equiv 0 .$$

Этому решению соответствует первоначальная форма равновесия рамы без изгиба. Такая форма равновесия возможна при любых значениях параметра нагрузки ν. Но при значениях $\nu < \nu_{кр}$ она устойчивая и единственная, а при значениях $\nu \geq \nu_{кр}$ она неустойчивая и неединственная.

Второй случай соответствует ненулевым или нетривиальным решениям системы канонических уравнений. В этом случае корни системы разные и отличны от нуля

$$Z_1 \neq 0, \ldots, Z_n \neq 0 .$$

Этому решению соответствует смежная изгибная форма равновесия. Признаком существования такого решения является равенство нулю определителя системы канонических уравнений

$$\begin{vmatrix} r_{11}(\nu) & \ldots & r_{1n}(\nu) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ r_{n1}(\nu) & \ldots & r_{nn}(\nu) \end{vmatrix} = 0 .$$

Раскрывая определитель, получим нелинейное уравнение, которое выражает условие достижения рамой критического состояния

$$\Phi(\nu) = 0 .$$

Левая часть уравнения в общем случае представляет собой некоторое сложное трансцендентное выражение, поэтому для его решения обычно используют численные методы. Наименьший положительный корень этого уравнения определяет критическое значение параметра $\nu_{кр}$ рамы. Зная это значение, можно определить критическое значение продольной силы в каждом сжатом стержне рамы

$$N_{i_{кр}} = \left(\beta_i \nu_{кр}\right)^2 \frac{\left(EI_z\right)_i}{l_i^2} \quad \left(i = 1, \ldots, k\right).$$

Для проверки несущей способности центрально сжатых рамных стержней нужно знать не критическую нагрузку, а величину коэффициента продольного изгиба φ. Этот коэффициент и учитывает снижение несущей способности сжатых стержней вследствие возможной потери устойчивости.

В свою очередь величина коэффициента φ зависит от гибкости стержня, для определения которой нужно вычислить приведенную или расчетную длину сжатого рамного стержня. Такая длина определяется по формуле

$$l_{0_i} = \mu_i l_i ,$$

где μ_i – коэффициент приведения длины рамного стержня, характеризующий влияние других стержней рамы на условия закрепления его концов;

l_i – геометрическая длина рамного стержня.

Коэффициент приведения длины произвольного сжатого рамного стержня связан с безразмерным параметром критической нагрузки рамы формулой

$$\mu_i = \frac{\pi}{\beta_i \nu_{кр}} .$$

Пример. Для упругой плоской рамы с заданной узловой нагрузкой (рисунок 7) требуется, используя метод перемещений:

– определить критическую нагрузку;
– определить коэффициенты приведения длин сжатых рамных стержней.

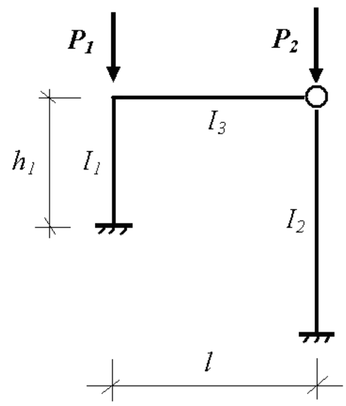


Рисунок 7. – Упругая плоская рама

Действующая нагрузка является однопараметрической и описывается следующими соотношениями:

$$P_1 = 2P, \quad P_2 = P ,$$

а параметры рамы принимают следующие значения:

$$l = 7 \text{ м}, h_1 = 8 \text{ м}, h_2 = 11 \text{ м}, E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа},$$
$$I_z = 10000 \text{ см}^4, I_1 = I_z, I_2 = I_z, I_3 = 1{,}8 I_z .$$

Определим погонные жесткости стержней рамы

$$i_1 = \frac{EI_1}{h_1} = \frac{EI_z}{8}, \quad i_2 = \frac{EI_2}{h_2} = \frac{EI_z}{11}, \quad i_3 = \frac{EI_3}{l} = \frac{1{,}8EI_z}{8}.$$

Выразим все погонные жесткости через меньшее значение и перейдем к относительным значениям погонных жесткостей

$$i_1 = 1{,}374i, \quad i_2 = i, \quad i_3 = 2{,}824i.$$

Введем безразмерные параметры нагрузки

$$\nu_1 = h_1\sqrt{\frac{P_1}{EI_1}} = 8\sqrt{\frac{2P}{EI_z}}, \quad \nu_2 = h_2\sqrt{\frac{P_2}{EI_2}} = 11\sqrt{\frac{P}{EI_z}}$$

и свяжем их однопараметрической зависимостью, приняв за параметр полученную наименьшую величину

$$\nu_1 = 1{,}029\nu, \quad \nu_2 = \nu.$$

Следовательно, параметр заданной нагрузки *P* связан с безразмерным параметром ν соотношением

$$P = \frac{\nu^2 EI_z}{h_2^2}.$$

Образуем основную систему метода перемещений для нашей рамы (рисунок 8)

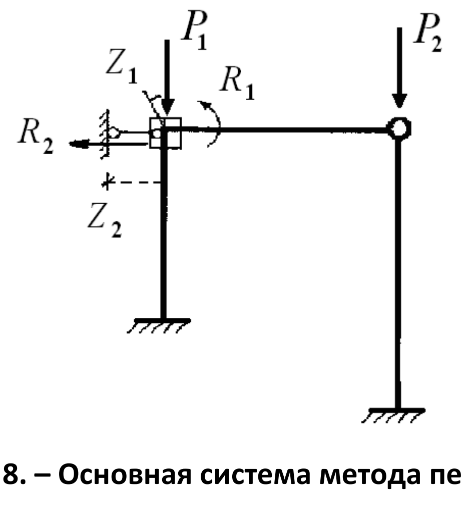


Рисунок 8. – Основная система метода перемещений

и составим канонические уравнения

$$\begin{aligned} r_{11}(\nu)Z_1 + r_{12}(\nu)Z_2 = 0; \\ r_{21}(\nu)Z_1 + r_{22}(\nu)Z_2 = 0. \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов канонических уравнений рассмотрим единичные состояния.

Первое единичное состояние и соответствующая ему эпюра изгибающих моментов показана на рисунке 9.

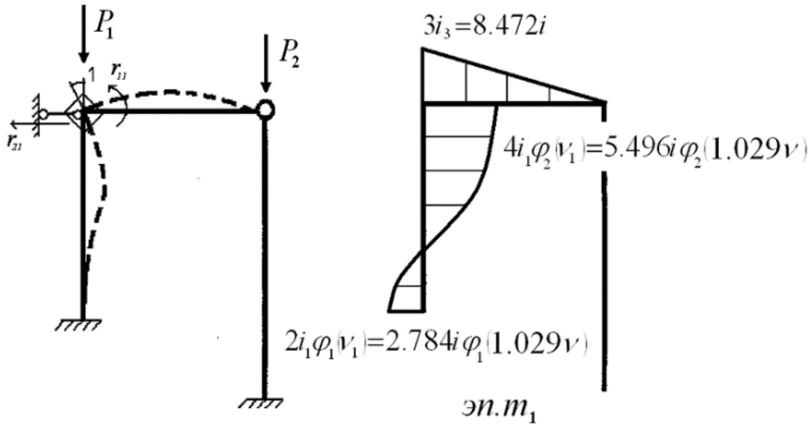


Рисунок 9. – Первое единичное состояние

Для определения коэффициента r_{11} вырежем левый узел рамы (рисунок 10)

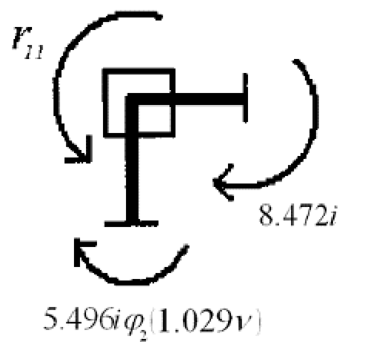


Рисунок 10. – Левый узел рамы

и из условия его равновесия найдем

$$r_{11} = 8{,}472i + 5{,}496i\phi_2\left(1{,}029\nu\right).$$

Для определения коэффициента r_{21} вырежем верхнюю часть рамы (рисунок 11).

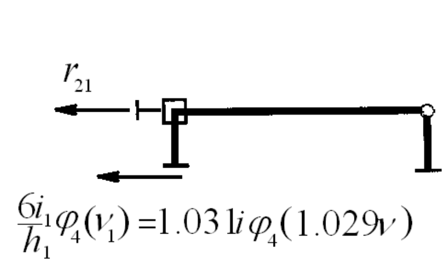


Рисунок 11. – Верхняя часть рамы

и из условия равновесия найдем

$$r_{21} = -1{,}031 i \phi_4 \left(1{,}029 \nu\right).$$

Второе единичное состояние и соответствующая ему эпюра изгибающих моментов показаны на рисунке 12.

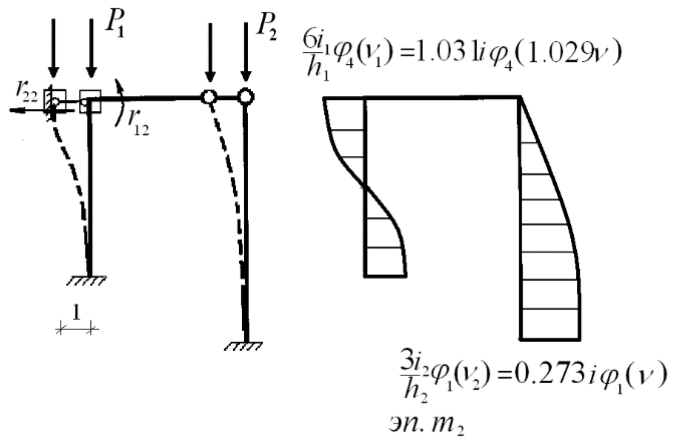


Рисунок 12. – Второе единичное состояние

Для определения коэффициента r_{12} вырежем левый узел рамы (рисунок 13)

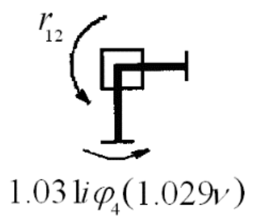


Рисунок 13. – Левый узел рамы

и из условия его равновесия найдем

$$r_{12} = -1{,}031 i \phi_4 \left(1{,}029 \nu\right).$$

Для определения коэффициента r_{22} вырежем верхнюю часть рамы (рисунок 14)

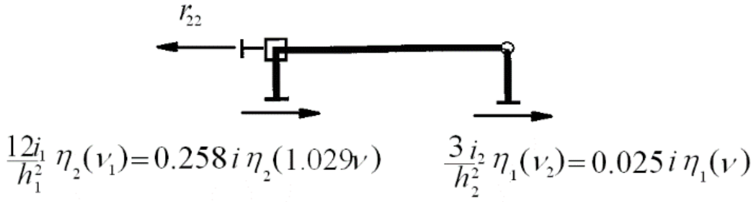


Рисунок 14. – Верхняя часть рамы

и из условия ее равновесия найдем

$$r_{22} = 0{,}258 i \eta_2 (1{,}029\nu) + 0{,}025 i \eta_1 (\nu).$$

Запишем условие достижения рамой критического состояния:

$$\begin{vmatrix} r_{11}(\nu) & r_{12}(\nu) \\ r_{21}(\nu) & r_{22}(\nu) \end{vmatrix} = 0.$$

Тогда после раскрытия определителя получим нелинейное уравнение для определения критического параметра нагрузки

$$\Phi(\nu) = 0,$$

где

$$\Phi(\nu) = \left(8{,}472 i + 5{,}496 i \phi_2 (1{,}029\nu)\right) \times$$
$$\times \left(0{,}258 i \eta_2 (1{,}029\nu) + 0{,}025 i \eta_1 (\nu)\right) - 1{,}031^2 i^2 \phi_4 (1{,}029\nu).$$

Численное решение полученного уравнения выполним с помощью математического пакета MathCAD. С этой целью сначала осуществим графическое отделение наименьшего корня (рисунок 15).

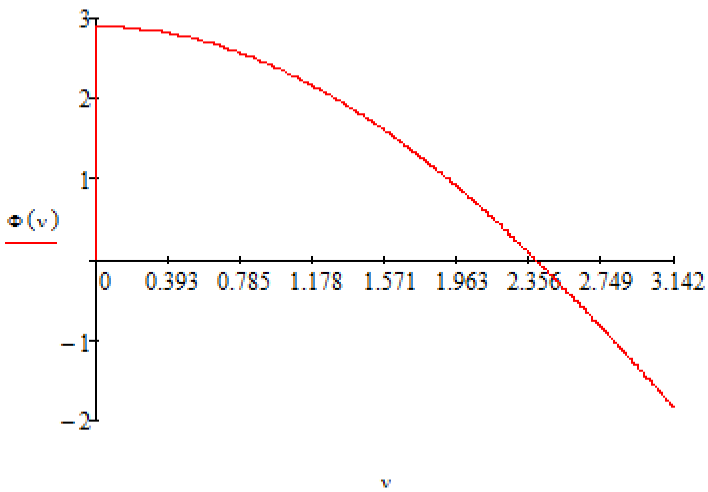


Рисунок 15. – Отделение наименьшего корня

Затем выберем начальное приближение наименьшего корня

$$\nu = 2{,}356$$

и с помощью встроенной функции *root* найдем критическое значение безразмерного параметра нагрузки

$$\nu_{кр} = root(\Phi(\nu),\ \nu)$$
$$\nu_{кр} = 2{,}389$$

Тогда значение параметра низшей критической нагрузки рамы, согласно установленному выше соотношению между *P* и ν, будет равно

$$P_{кр} = \frac{\nu_{кр}^2 EI_z}{h_2^2} = 99{,}07 \text{ кН.}$$

С учетом принятой однопараметрической зависимости безразмерные параметры нагрузки в критическом состоянии рамы принимают значения

$$\nu_{1кр} = 1{,}029\nu_{кр} \quad \nu_{2кр} = \nu_{кр}.$$

Тогда коэффициент приведения длины левой сжатой стойки будет равняться

$$\mu_1 = \frac{\pi}{\nu_{1кр}} = 1{,}278,$$

а ее расчетная длина примет значение

$$h_{1_0} = \mu_1 h_1 = 10{,}244 \text{ м}.$$

В свою очередь коэффициент приведения длины правой сжатой стойки будет равняться

$$\mu_2 = \frac{\pi}{\nu_{2кр}} = 1{,}315,$$

а ее расчетная длина примет значение

$$h_{2_0} = \mu_2 h_2 = 14{,}465 \text{ м}.$$

3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

При изучении строительной механики важную роль играет адекватная самостоятельная оценка приобретенных знаний и умений. Наиболее рационально это можно осуществлять с помощью самотестирования. Для его проведения в пособии содержатся тестовые задания первого уровня, позволяющие проверить понимание и усвоение основных понятий, принципов, терминов изученного материала.

В представленных тестовых заданиях первого уровня использованы задания закрытой формы. В заданиях закрытой формы необходимо выбрать правильный ответ из представленных вариантов ответов. Возможны две разновидности таких заданий: с выбором одного правильного ответа, с выбором нескольких правильных ответов.

3.1. Тестовые задания

1. Равновесное деформированное состояние нагруженной конструкции, когда при малых отклонениях конструкция возвращается в исходное состояние, называется

1) предельным;
2) неустойчивым;
3) безразличным;
4) критическим;
5) устойчивым.

2. Как называется нагрузка, при которой достигается критическое состояние конструкции?

1) предельной;
2) ненадежной;
3) безразличной;
4) критической;
5) надежной.

3. Утрата нагруженной конструкцией способности сохранять первоначальную форму равновесия при малых отклонениях называется

1) потерей прочности;
2) потерей устойчивости;
3) безразличным состоянием;
4) потерей равновесия;
5) критическим состоянием.

4. При решении каких задач устойчивости конструкций рекомендуется применять динамический метод?

1) задачи упругой устойчивости при действии консервативной нагрузки;

2) задачи упругой устойчивости при действии неконсервативной нагрузки;

3) задачи упругопластической устойчивости при действии консервативной нагрузки;

4) задачи упругопластической устойчивости при действии неконсервативной нагрузки;

5) любые задачи устойчивости.

5. Какому соотношению удовлетворяет приращение полной потенциальной энергии конструкции в устойчивом состоянии равновесия?

1) $dП < 0$;

2) $dП \leq 0$;

3) $dП = 0$;

4) $dП \geq 0$;

5) $dП > 0$.

6. Какому соотношению удовлетворяют приращения потенциальной энергии внутренних сил dV и внешних сил dU конструкции, находящейся в критическом состоянии равновесия?

1) $dV < dU$;

2) $dV \leq dU$;

3) $dV = dU$;

4) $dV \geq dU$;

5) $dV > dU$.

7. Какому соотношению удовлетворяет нагрузка P, действующая на конструкцию в устойчивом состоянии равновесия, с критической нагрузкой конструкции $P_{кр}$?

1) $P < P_{кр}$;

2) $P \leq P_{кр}$;

3) $P = P_{кр}$;

4) $P \geq P_{кр}$;

5) $P > P_{кр}$.

8. Как называется критерий достижения конструкцией критического состояния при решении задачи устойчивости статическим методом?

1) частотный критерий;

2) разветвленческий критерий;

3) критерий Тимошенко;

4) критерий Эйлера;

5) критерий Ясинского.

9. При определении критической нагрузки упругого сжатого стержня постоянной жесткости статическим методом начальные параметры задачи зависят от

1) материала стержня;

2) изгибной жесткости поперечного сечения;

3) величины критической нагрузки;

4) условий закрепления стержня в сечении на левом конце, где находится начало координат;

5) условий закрепления стержня в сечении на правом конце.

10. Начальные параметры задачи об устойчивости упругого сжатого стержня постоянной жесткости связаны с сечением на левом конце стержня, где находится начало координат, и характеризуются в этом сечении

1) изгибающим моментом;

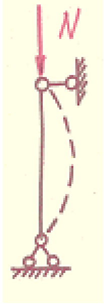
2) изгибающим моментом, поперечной силой;

3) прогибом;

4) прогибом, углом поворота;

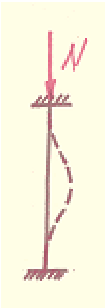
5) изгибающим моментом, поперечной силой, прогибом, углом поворота.

11. Чему равняется коэффициент приведения длины μ сжатого стержня?



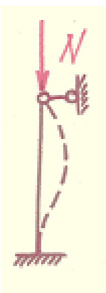
1) 0,5;
2) 0,7;
3) 1;
4) 1,5;
5) 2.

12. Чему равняется коэффициент приведения длины μ сжатого стержня?



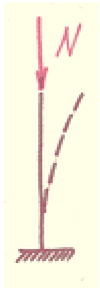
1) 0,5;
2) 0,7;
3) 1;
4) 1,5;
5) 2.

13. Чему равняется коэффициент приведения длины μ сжатого стержня?



1) 0,5;
2) 0,7;
3) 1;
4) 1,5;
5) 2.

14. Чему равняется коэффициент приведения длины μ сжатого стержня?



1) 0,5;

2) 0,7;

3) 1;

4) 1,5;

5) 2.

3.2. Ответы на тестовые задания

1 – **5**;

2 – **4**;

3 – **2**;

4 – **5**;

5 – **5**;

6 – **3**;

7 – **1**;

8 – **2**;

9 – **4**;

10 – **5**;

11 – **3**;

12 – **1**;

13 – **2**;

14 – **5**.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Учебно-нормативные документы

1. Образовательный стандарт высшего образования первой ступени специальности Промышленное и гражданское строительство ОСВО 1-70 02 01-2013 ; утв. 30.08.2013. – Минск, 2013.

2. Типовая учебная программа дисциплины «Строительная механика», регистрационный № ТД-J.066/тип ; утв. 30.06.2010. – Минск, 2010.

3. Учебная программа дисциплины «Строительная механика», регистрационный № 07/19/уч. ; утв. 28.06.2019.

Учебная литература основная

4. Борисевич, А. А. Строительная механика : учеб. пособие для вузов / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк. – Минск : БНТУ, 2009. – 756 с.

5. Дарков, А. В. Строительная механика : учеб. для вузов / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – СПб. : Лань, 2010. – 656 с.

6. Строительная механика. Стержневые системы : учеб. для вузов / А. Ф. Смирнов [и др.] ; под ред. А. Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1981. – 512 с.

7. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений : учеб. для вузов / А. Ф. Смирнов [и др.] ; под ред. А. Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1984. – 416 с.

8. Клейн, Г. К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики / Г. К. Клейн, В. Г. Рекач, Г. И. Розенблат. – М. : Высш. шк., 1972. – 320 с.

9. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Статика стержневых систем / Под ред. Г. К. Клейна. – М. : Высш. шк., 1980. – 384 с.

10. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – Ч. 1 : Статически определимые системы. – 224 с.

11. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2009. – Ч. 2 : Статически неопределимые системы. – 200 с.

12. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – Ч. 3 : Основы динамики и устойчивости сооружений. – 136 с.

13. Турищев, Л. С. Введение в строительную механику / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2016. – 56 с.

Учебная литература дополнительная

14. Рабинович, И. М. Основы строительной механики стержневых систем / И. М. Рабинович. – М. : Госстройиздат, 1960. – 520 с.

15. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов : учеб. для вузов / А. Е. Саргсян [и др.] ; под ред. А. Е. Саргсяна. – М. : Высш. шк., 2000. – 416 с.

16. Безухов, Н. И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О. В. Лужин, Н. В. Колкунов. – М. : Высш. шк., 1987. – 264 с.

17. Кузьмин В. А. Сборник задач по курсу строительной механики / В. А. Кузьмин, В. Г. Рекач, Г. И. Розенблат ; под ред. И. М. Рабиновича. – М. : Госстройиздат, 1963. – 331 с.

18. Строительная механика в примерах и задачах / Под ред. В. А. Киселева. – М. : Стройиздат, 1986. – 387 с.

Интернет-ресурсы

19. Учебные курсы для студентов по сопротивлению материалов и строительной механике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mysopromat.ru/uchebnye_kursy/.

20. Сайт кафедры строительной механики СПбГПУ с учебными материалами по строительной механике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://smitu.ru/.

21. Сайт кафедры строительной механики БелГУТ с учебными материалами по строительной механике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mechanika.bsut.by/.

Приложение 1

Краткие справочные сведения по математике, связанные с содержанием изучаемого модуля[1]

Величина – характеристика объекта (предмета или процесса), которую можно численно измерить. Величина может быть скалярной и векторной.

Скалярная величина (скаляр)[2] – величина, результат измерения которой характеризуется одним числом.

Абсолютная величина (модуль) – само числовое значение величины, если оно положительное, или числовое значение величины, взятое со знаком «плюс», если оно отрицательное.

Единица измерения – скалярная величина, результат измерения которой есть число 1.

Размерность величины – единица измерения, через которую эта величина выражена.

Безразмерная величина – отношение двух величин одинаковой размерности.

Постоянная величина (константа) – величина, принимающая одно определенное числовое значение.

Переменная величина – величина, принимающая различные числовые значения.

Параметр – постоянная величина, характеризующая некоторый объект, процесс или явление, которая может изменяться в зависимости от рассматриваемых условий.

Непрерывная переменная величина – величина, принимающая все значения, заключенные между некоторыми границами.

Дискретная переменная величина – величина, принимающая отдельные значения, заключенные между некоторыми границами.

Область изменения переменной величины – совокупность значений, которые может принимать величина.

Числовая ось – прямолинейная ось с выбранным положительным направлением, началом отсчета, шкалой (равномерной или неравномерной) и единицей масштаба для наглядного изображения числового значения величины в виде точки на оси.

---

[1] Составлены с использованием: Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике : учеб. пособие / А. Д. Мышкис. – СПб. : Лань, 2007.

[2] Далее по тексту скалярная величина называется просто величина.

Функция – закон (правило), по которому значениям одних переменных величин (независимая переменная *x*) соответствуют значения других переменных величин (зависимая переменная *y*). Независимая переменная называется аргументом функции, а зависимая переменная – значением функции.

Область определения функции – совокупность значений независимой переменной *x*, при которых эта функция определена.

Способы задания функции – аналитический, табличный, графический, компьютерной программой.

Плоская декартова система координат – две взаимно перпендикулярные числовые оси с началом отсчета в точке их пересечения. Горизонтальная числовая ось, направленная слева направо, называется осью абсцисс и обычно это ось независимой переменной *x*. Вертикальная числовая ось, направленная снизу вверх, называется осью ординат и обычно это ось зависимой переменной *y*.

Векторная величина (вектор) – величина, результат измерения которой характеризуется не только числом, но и направлением в пространстве.

Модуль вектора – положительная скалярная величина, характеризующая длину вектора.

Проекция вектора на ось – направленный отрезок оси между основаниями перпендикуляров, опущенных из начала и конца вектора на ось.

Величина проекции вектора есть скаляр, равна длине отрезка, и может быть положительной или отрицательной. Она берется со знаком «+», если направление отрезка совпадает с положительным направлением оси (рисунок 16, *а*), в противном случае она берется со знаком «-» (рисунок 16, *б*).

Если вектор параллелен оси, то он проецируется на эту ось в натуральную величину (рисунок 16, *в*). Если вектор перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю (рисунок 16, *г*).

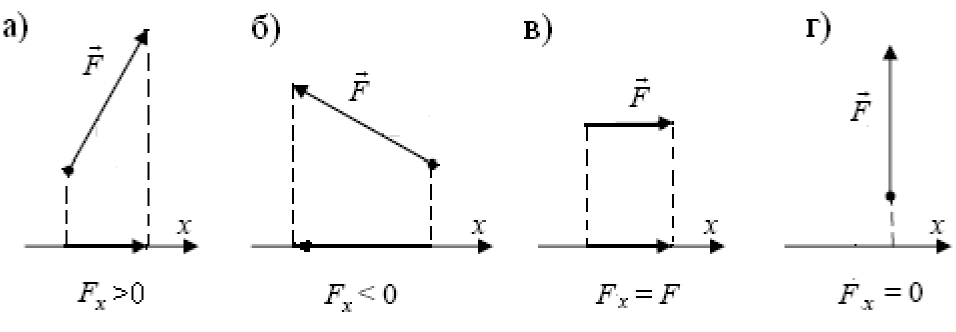


Рисунок 16. – К понятию проекции вектора на ось

Матрица – прямоугольная таблица, составленная из вещественных чисел и имеющая в общем случае вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Размеры матрицы характеризуются количеством строк и столбцов и записываются в виде $m \times n$.

Квадратная матрица – матрица, у которой число строк m равняется числу столбцов n.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{nn} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{m2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Вместо термина «размеры» для такой матрицы применяется термин «порядок», и для матрицы **A** он равен n.

Нулевая матрица – матрица, у которой все элементы равны нулю.

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица – квадратная матрица, у которой равны нулю все элементы, стоящие вне главной (левой) диагонали.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Единичная матрица – диагональная матрица, у которой все диагональные элементы равны единице. Обычно обозначается буквой **E**.

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица-столбец (вектор) – матрица, у которой число столбцов n=1.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$$

Второй индекс у элементов в этом случае опускается.

Матрица-строка – матрица, у которой число строк m=1.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

В этом случае у элементов опускается первый индекс.

Приложение 2

Краткие справочные сведения по физике, связанные с содержанием изучаемого модуля[3]

Механическое движение – процесс изменения взаимного расположения материальных тел или их частей в пространстве с течением времени.

Механическое воздействие – воздействие одного тела на другое, вызывающее деформацию тела или его ускорение при механическом движении, или одновременно и то, и другое.

Сила (внешняя сила) – векторная величина, которая является мерой механического воздействия на тело со стороны другого тела.

Деформация тела – изменение размеров и формы материального тела под действием внешних сил.

Упругая деформация – деформация тела, исчезающая после снятия внешних сил.

Пластическая (остаточная) деформация – деформация, сохраняющаяся в теле после прекращения действия внешних сил.

Внутренние силы – силы взаимодействия между атомами тела, возникающие при его деформации вследствие смещения атомов из равновесных положений в узлах кристаллической решетки. Эти силы носят дискретный характер (являются дискретными переменными величинами) и имеют электромагнитную природу.

Силы упругости – внутренние силы, возникающие в теле при его упругой деформации.

Тело отсчета – тело, по отношению к которому рассматривается механическое движение прочих тел.

Система отсчета – тело отсчета вместе со связанной с ним системой координат.

Инерциальная система отсчета – система отсчета, которая может покоиться или двигаться только равномерно и прямолинейно.

Первый закон Ньютона (закон инерции[4]) – существуют системы отсчета, в которых всякое материальное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока при воздействии со стороны других тел это состояние не изменится.

---

[3] Составлены с использованием: Макаренко, Г. М. Курс общей физики : учеб. пособие / Г. М. Макаренко. – Минск : Дизайн ПРО, 2003.

[4] Впервые был сформулирован Галилеем.

Инертность – свойство материальных тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Второй закон Ньютона – ускорение, которое материальное тело приобретает в инерциальной системе отсчета, пропорционально действующей на тело силе, обратно пропорционально массе тела и по направлению совпадает с силой.

Масса – физическая величина, характеризующая инерционные и гравитационные свойства материальных тел.

Третий закон Ньютона – всякое действие материальных тел друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные тела, всегда равны по модулю, противоположно направлены, действуют вдоль прямой, соединяющей точки их приложения, и приложены к разным телам.

Сила тяжести – сила, с которой материальное тело притягивается к Земле.

Вес тела – сила, с которой тело, притягиваясь к Земле, действует на горизонтальную опору или натягивает нить вертикального подвеса. Вес тела равен силе тяжести, когда ускорение тела относительно Земли равно нулю.

Ускорение свободного падения – ускорение, с которым все тела падают в определенном месте под действием силы притяжения к Земле. Оно не зависит от массы тела, но зависит от высоты тела над поверхностью Земли. Вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения примерно одинаково и равно 9,81 м/с^2.

Приложение 3

Краткие справочные сведения по теоретической механике, связанные с содержанием изучаемого модуля[5]

Абсолютно твердое тело[6] – материальное тело, у которого под действием приложенных к нему сил не возникают деформации.

Материальная точка – частный случай тела, размеры которого малы или ими можно пренебречь по сравнению с размерами других тел или расстояниями между ними.

Кинематические состояния тела – два состояния тела: равновесие или движение определенного характера.

Равновесие тела – неподвижность (покой) тела относительно Земли.

Свободное тело – тело, которое может перемещаться в пространстве в любом направлении.

Связи тела – другие тела, с которыми соприкасается или на которые опирается рассматриваемое тело и которые ограничивают свободу его движения. Принято говорить, что связи наложены на тело.

Несвободное тело – тело, движение которого ограничено наложенными связями.

Активные силы (внешние силы) – все приложенные к телу силы, кроме сил, действующих со стороны связей.

Реактивные силы (реакции связей) – силы, с которыми связи действуют на тело. Направлены реакции всегда в сторону, противоположную той, куда связь не дает телу перемещаться.

Принцип освобождаемости тел от связей – несвободное тело можно рассматривать как свободное, на которое, кроме задаваемых внешних сил, действуют реакции связей.

Система сил – совокупность нескольких сил, действующих на тело.

Эквивалентные системы сил – системы сил, под действием каждой из которых тело находится в одинаковом кинематическом состоянии.

***Равнодействующая* (R)** – сила, эквивалентная некоторой системе сил.

Уравновешивающая сила – сила, равная по модулю равнодействующей и направленная по линии ее действия в противоположную сторону.

---

[5] Составлены с использованием: Завистовский, В. Э. Теоретическая механика : учеб.-метод. комплекса для студентов строительных специальностей / В. Э. Завистовский, В. Н. Коровкин, Н. А. Кулик. – Новополоцк: ПГУ, 2008.

[6] В дальнейшем для краткости называемое просто тело.

Система взаимно уравновешивающихся сил – система сил, которая, будучи приложенной к телу, находящемуся в покое, не выводит его из этого состояния.

Основная задача статики – исследование условий равновесия тела под действием приложенных к нему сил.

Аксиомы статики – исходные положения условий равновесия тела, принимаемые без математических доказательств и представляющие собой результат обобщений многочисленных опытов и наблюдений над равновесием и движением тел. Некоторые физические законы классической механики одновременно являются и аксиомами статики.

1-*ая аксиома – закон инерции.* Под действием взаимно уравновешивающихся сил тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно. Данная аксиома выражает первый закон классической механики.

2-*ая аксиома – условие равновесия двух сил.* Две силы, приложенные к телу, взаимно уравновешиваются только в том случае, если они равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

3-*я аксиома – принцип присоединения и исключения взаимно уравновешивающихся сил.* Действие системы сил на тело не изменится, если к ней присоединить или из нее исключить систему взаимно уравновешивающихся сил.

Следствие 3-ей аксиомы. Не изменяя кинематического состояния тела, силу можно переносить вдоль линии ее действия, сохраняя неизменным ее модуль и направление.

4-*ая аксиома – правило параллелограмма сил.* Равнодействующая двух пересекающихся сил приложена в точке их пересечения и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах.

5-*ая аксиома – закон равенства действия и противодействия.* Силы действия друг на друга двух тел равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Данная аксиома выражает сформулированный Ньютоном третий закон классической механики.

6-*ая аксиома – принцип затвердения.* Равновесие сил, приложенных к деформирующемуся телу, сохраняется при его затвердении.

Плоская система сил – система произвольно расположенных сил, линии действия которых лежат в одной плоскости.

Пара сил – плоская система двух параллельных, противоположно направленных и равных по модулю сил, приложенных к одному телу (рисунок 17).

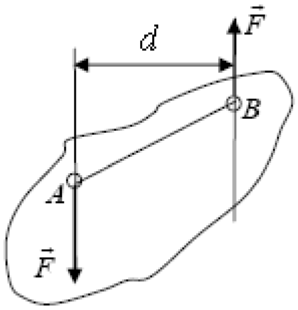


Рисунок 17. – К понятию пары сил

Так же, как и отдельная сила, пара сил является мерой механического воздействия на тело. Пара сил не имеет равнодействующей, ее силы не уравновешиваются, и поэтому она стремится произвести вращение тела, к которому приложена, в плоскости действия.

Плечо пары сил – кратчайшее расстояние *(d)* между линиями действия сил, составляющих пару.

Момент пары сил на плоскости – количественная мера действия пары сил на тело, равная алгебраической величине произведения модуля одной из сил пары на плечо.

$$M = \pm Fd$$

Может изображаться криволинейной стрелкой, указывающей направление, в котором пара сил стремится вращать тело. Момент пары сил считается положительным, если пара сил стремится вращать тело в плоскости действия против хода часовой стрелки. В противном случае он считается отрицательным (рисунок 18).

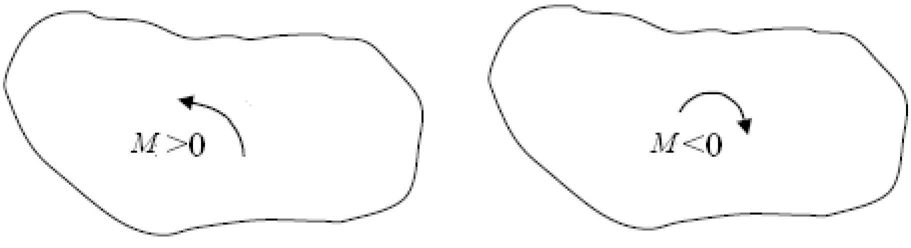


Рисунок 18. – К правилу знаков момента пары сил

Момент силы относительно точки на плоскости – алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на ее плечо относительно этой точки.

$$M = \pm Fd$$

Момент силы считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг точки против вращения часовой стрелки. В противном случае он считается отрицательным.

Центр приведения – любая точка плоскости, в которую могут переноситься силы плоской системы.

Главный вектор системы сил на плоскости **($\mathbf{R}^*$)** – геометрическая сумма сил плоской системы, получаемая при их переносе в центр приведения.

Главный момент системы сил на плоскости (М) – алгебраическая сумма моментов сил плоской системы относительно центра приведения.

Два условия равновесия плоской системы сил – силы, произвольно расположенные на плоскости, находятся в равновесии, если их главный вектор и главный момент равны нулю.

$$\mathbf{R}^* = 0 \quad M = 0$$

Уравнения равновесия плоской системы сил – условия равновесия плоской системы сил, выраженные в виде системы трех независимых уравнений. Возможны три разновидности таких систем уравнений.

Первая разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – два уравнения проекций сил на координатные оси и одно уравнение моментов относительно произвольной точки

$$\sum F_{i_X} = 0;$$
$$\sum F_{i_Y} = 0;$$
$$\sum M_{i_O} = 0.$$

Вторая разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – одно уравнение проекций сил на произвольную ось и два уравнения моментов относительно двух произвольных точек

$$\sum F_{i_U} = 0;$$
$$\sum M_{i_A} = 0;$$
$$\sum M_{i_B} = 0.$$

При этом ось *U* не должна быть перпендикулярной прямой, проходящей через точки *A* и *B*.

Третья разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – три уравнения моментов относительно трех произвольных точек

$$\sum M_{i_A} = 0;$$
$$\sum M_{i_B} = 0;$$
$$\sum M_{i_C} = 0.$$

При этом точки *A*, *B*, *C* не должны лежать на одной прямой.

Глоссарий

Устойчивость конструкции – свойство конструкции сохранять свою первоначальную форму равновесия в деформированном состоянии и возвращаться к ней при малых возмущающих воздействиях.

Критическое состояние равновесия – граничное состояние равновесия конструкции, при переходе через которое исходная форма равновесия из разряда устойчивых переходит в разряд неустойчивых.

Критическая нагрузка – нагрузка, при которой достигается критическое состояние равновесия конструкции.

Потеря устойчивости – утрата конструкцией способности сохранять свою первоначальную форму равновесия при малых возмущающих воздействиях.

Динамический метод – метод, основанный на изучении условий существования свободных колебаний конструкции в окрестности исходной формы равновесия.

Статический метод – метод, основанный на изучении условий появления у конструкции смежных форм равновесия.

Энергетический метод – метод, основанный на исследовании поведения полной потенциальной энергии конструкции в окрестности исходной формы равновесия.