УДК 62-402.6:004.9

СЛОЖНОСТЬ ФОРМЫ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ЕЕ ИЗМЕРЕНИЯ

канд. техн. наук, доц. Д.Н. СВИРСКИЙ
(Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск)

Рассматривается проблема определения сложности формы поверхности трехмерных объектов. Проанализированы основные методологические подходы к измерению этой характеристики на основе теории множеств, теории информации, теории алгоритмов и теории вычислений. Обоснована необходимость разработки специального объективного показателя сложности геометрической конфигурации природных и технических объемных форм. Предложен численный критерий сложности формы на основе геометрических характеристик как нормированный коэффициент развитости формы поверхности трехмерного объекта. Показаны возможности компьютерных технологий для вычисления коэффициента сложности конфигурации изделий. Исследовано влияние размера дискреты на точность измерения сложности геометрической формы объектов. Построена математическая модель соответствующей регрессионной зависимости. Указаны направления дальнейших исследований, в частности, связанных с разработкой методики оценки влияния симметрии различного рода на численное значение показателя сложности формы поверхности.

Введение. На протяжении всей истории человечество в различных областях своей деятельности (искусстве, технике, науке и др.) использовало изделия сложной пространственной формы. С развитием материальных и духовных потребностей общества, а также способов и средств их удовлетворения количество подобных объектов все более и более возрастает. Вместе с тем расширяется и их разнообразие. Постоянно совершенствуются традиционные и появляются принципиально новые технологические методы производства деталей, ограниченных сложными поверхностями. Параллельно увеличивается число источников патентной и прочей научно-технической информации, справочной литературы, монографий и учебных пособий, посвященных теории и практике изготовления изделий сложной формы. Однако в основном в них приводятся рекомендации по формообразованию деталей определенного вида с помощью специального оборудования [1; 2]. Это сужает область поиска базовых физико-технических эффектов и затрудняет оценку их эффективности при образовании поверхностей сложной формы. По-видимому, положение не улучшится, пока не будет дано строгое общее определение изделия сложной формы (или сложности геометрической формы тела) на основе объективного критерия.

Понятие о сложности. Слово «сложность» В.И. Даль толковал, как «свойство и состояние сложенного (составного, составленного из разных частей)». Эта трактовка весьма близка к установившемуся понятию «система» – совокупность взаимодействующих элементов, объединенных общей целью (функцией). Рассматривая геометрическую форму (конфигурацию) детали в качестве системы, такой подход позволяет выделить общие существенные свойства различных естественных и искусственных объектов. В системном анализе *сложной* принято называть систему, «в модели которой не хватает информации для эффективного управления». В отличие от сложной, *большую* систему понимают как систему, «моделирование которой затруднительно вследствие ее размерности» [3]. В русле системной парадигмы известно несколько концепций, в которых сложность выражается некоторым числом:

- теоретико-множественная концепция, определяющая сложность системы по числу ее элементов;
- теоретико-информационная концепция, связывающая сложность системы с ее энтропией;
- алгоритмическая концепция, связывающая сложность с длиной алгоритма воссоздания системы;
- вычислительная сложность, «привязывающая» алгоритмическую сложность к техническим средствам вычисления.

В рамках теоретико-множественной концепции определяется так называемая «структурная сложность» системы. При ее оценке сложности учитывается сложность составляющих элементов

$$S = \sum_{i=1}^{n} s_i k_i ,$$

где i – количество типов элементов; s_i – сложность элемента i-го типа; k_i – число элементов i-го типа, входящих в систему.

В ряде случаев учитывают также сложность связей между элементами системы

$$C = (1 + \nu\alpha)\sum_{i=1}^{n} C_i k_i ,$$

где ν – коэффициент, учитывающий относительную сложность связей по сравнению со средней сложностью элементов; $\alpha = \dfrac{2M}{N(N-1)}$ (здесь M – фактически реализованное в системе число связей; $N = \sum_{i=1}^{n} k_i$ – общее число элементов в системе; $\dfrac{N(N-1)}{\alpha}$ – максимальное число связей в системе); C_i – сложность элемента *i*-го типа; k_i – количество элементов *i*-го типа [4].

Предложение оценивать степень сложности объекта лишь по количеству его составных частей и связей между ними, во-первых, делает эту характеристику синонимом меры масштаба (размера), подменяя понятие «*сложная* система» термином «*большая* система»; во-вторых, введение меры сложности элемента переводит нерешенную декларированную задачу на низлежащий уровень, не снимая общей проблемы.

Теоретико-информационный подход к определению сложности предназначен прежде всего для анализа поведения динамических систем, характеризующихся стохастическим изменением состояния, с использованием энтропии как меры его неопределенности. Следовательно, в таком виде эта концепция неприменима для вычисления сложности статических объектов, в частности геометрической формы объемных тел. Известна ее интерпретация, связывающая сложность с количеством информации, заключенной в объекте [5]. При этом в качестве геометрической меры потенциального количества информации в заданных габаритах объекта используется выражение:

$$I = n_x\, n_N,$$

где n_x – максимальное количество квантов в одном отсчете; n_N – максимальное количество отсчетов в пространстве.

При применении двоичной аддитивной меры (меры Хартли) информационная емкость (сложность формы) пространственного тела в тех же обозначениях имеет вид:

$$I = n_N \log_2 n_x\,.$$

В обоих случаях сложность объекта как величина массива информации зависит от выбранного интервала отсчета, т.е. точностных характеристик процесса и результата его создания (воссоздания).

Два последних направления представляют собой интерпретацию «технологического» аспекта не «сложности», а скорее «трудности» описания, изготовления и т.п. объекта требуемой конфигурации. Алгоритмическая и вычислительная концепции по-своему используют количественную меру того или иного вида ресурсов, затрачиваемых в ходе процесса представления предмета. Несмотря на очевидную связь сложности геометрической формы изделия с затратами на его производство трудность его изготовления зависит также, например, от требуемой точности. Следовательно, понятие «сложность формообразования» $S_{ФО}$ несомненно шире понятия «сложность формы» $S_{кон}$, включая в себя, по крайней мере, еще одну компоненту – точность изготовления $T_{ФО}$:

$$S_{ФО} = f(S_{кон}\,,\, T_{ФО}\,,\, \ldots).$$

Таким образом, задача разработки численного критерия сложности геометрической формы 3D объектов, инвариантного к методам их представления, актуальна.

Коэффициент сложности конфигурации. В работе [6] в качестве меры сложности собственно конфигурации детали предлагалось использовать отношение ее площади поверхности к объему. Эта величина названа коэффициентом развитости поверхности:

$$K_{РП} = S_{пов} / V\,.$$

Для перехода к безразмерной величине целесообразно воспользоваться известным положением о том, что для шара радиуса R отношение площади поверхности к объему минимально:

$$K_{РПш} = S_{повш} / V_ш = 3/ R_{РПш}\,.$$

Тогда безразмерный коэффициент сложности формы (конфигурации) любого пространственного объекта представляет собой отношение коэффициента развитости его поверхности к коэффициенту развитости поверхности шара, имеющего тот же объем:

$$K_C = K_{РП} / K_{РПш}\,, \text{ при } V = V_ш\,.$$

Выразив радиус шара через его объем, можно получить формулу для расчета коэффициента сложности формы объекта в окончательном виде:

$$K_C = \frac{S_{пов}}{3V}\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \ .$$

Здравый смысл подсказывает, что область применимости этого коэффициента не должна включать в себя случаи тел, один из габаритов которых представляет собой бесконечно малую либо бесконечно большую величину. Для нахождения численных пределов применимости K_C можно воспользоваться шкалой изменения безразмерного показателя:

$$\alpha = \frac{L}{\sqrt{S}} \ ,$$

где за L условно принята длина изделия, а S – площадь его поперечного сечения в направлении, перпендикулярном L (рис. 1).

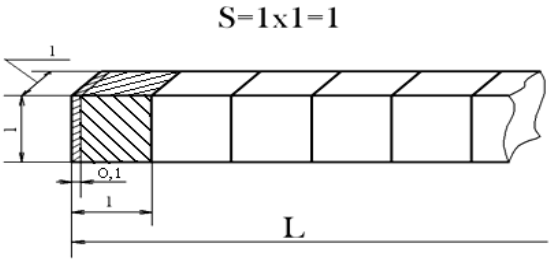


Рис. 1. К определению интервала применимости K_c

По графику (рис. 2) видно, что область корректного применения предлагаемого критерия сложности конфигурации лежит в интервале $10^{-5} \le \alpha \le 10^{8}$.

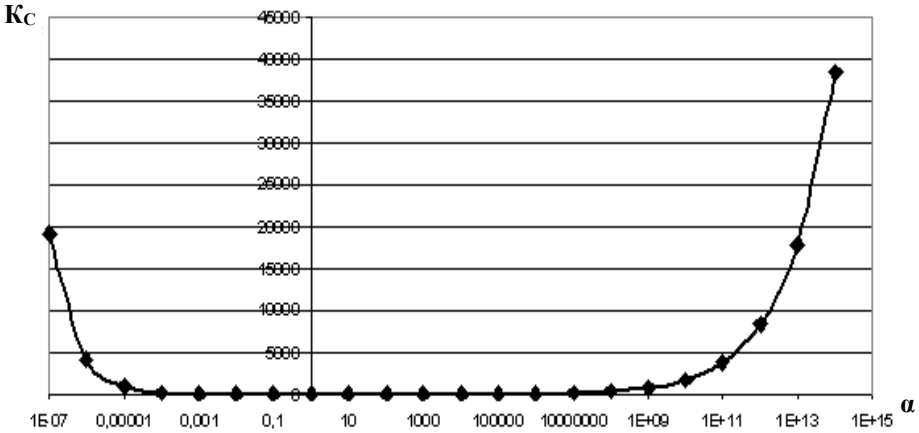


Рис. 2. Область применимости коэффициента сложности формы

Дискретное моделирование в определении коэффициента сложности формы. В современных условиях широкой компьютеризации практической деятельности вычисление объема, площади поверхности и, следовательно, K_c может осуществляться автоматически по соответствующей 3D параметрической модели объекта. При этом вычисление V по числу элементарных 3D единиц – «вокселей» – напоминает известный со времен Архимеда метод с опусканием предмета в жидкость, а вычисление $S_{пов}$ обычно основано на столь же древнем методе «исчерпывания» [7]. В то же время применение дискретных компьютерных технологий для расчета геометрических величин непрерывных форм физических объектов ставит вопрос о влиянии размера вокселя (рис. 3) на точность определения K_c. Для наглядного ответа на него удобно прибегнуть к двумерной аналогии.

Определим периметр окружности P, площадь $S_к$ и коэффициент развитости контура $K_{рк} = P/S_к$ круга диаметром 100 мм (2D аналога коэффициента развитости поверхности соответствующего шара $K_{РПш}$) с помощью пикселей со стороной квадрата Δ в 1 мм, 2 мм, 5 мм, 8 мм, 10 мм (рис. 4). Тогда

$P_i = n_i\,\Delta_i$, $S_к = m_i\,(\Delta_i)^2$, где Δ_i – сторона квадрата пикселя, n_i – число пикселей i-го размера на окружности, m_i – число пикселей i-го размера в круге, P_i и $S_к$ – периметр и площадь, рассчитанные с i-й дискретой соответственно.

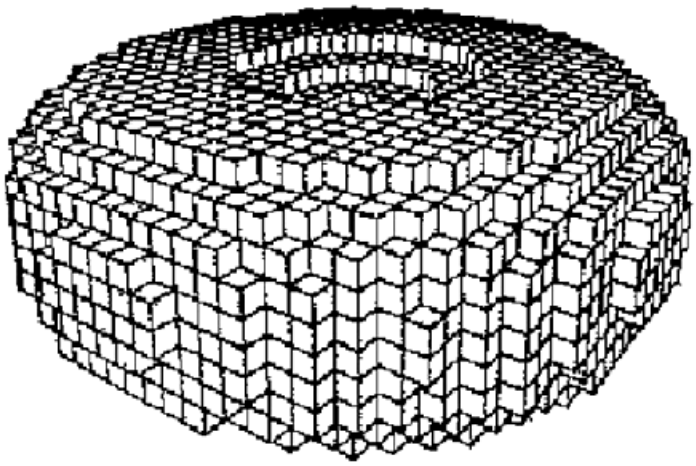
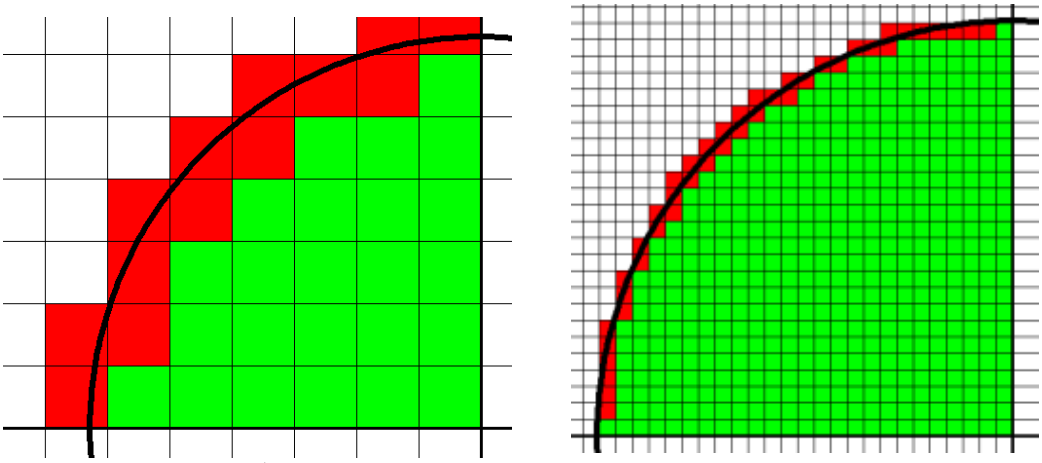


Рис. 3. Дискретная модель гладкой объемной формы «тор» [8]

По построенной регрессионной зависимости $K_{рк} = (0{,}0014\ \Delta + 0{,}042)\cdot 10^3$ м$^{-1}$ коэффициента развитости контура от размера пикселя (т.е. разрешающей способности), при $\Delta \to 0$ относительное отклонение среднего расчетного значения от истинного $K'_{рк} = 2 / R = 0{,}04\cdot 10^3$ м$^{-1}$ ($R = 50$ мм – радиус круга) составило 5 %. Полученные результаты вполне могут быть распространены на анализ точности определения K_c для 3D объекта.



а)

б)

Рис. 4. Аппроксимация контура кругового сектора пикселями размером: а) 8 мм; б) 2 мм

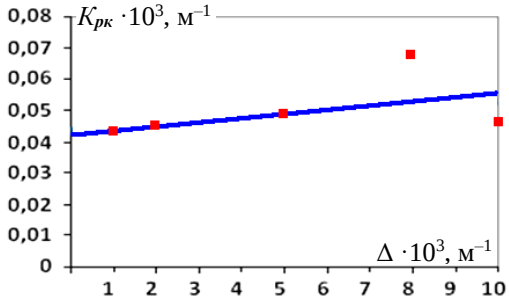


Рис. 5. К расчету точности определения $K_{рк}$

Заключение. Предлагаемая численная мера сложности конфигурации объемных тел основана на их геометрических атрибутах, а значит, может быть использована как объективный частный критерий для выбора эффективного технологического способа формообразования. Использование компьютерных средств геометрического моделирования делает изложенную методику расчета K_c удобной для практического применения в условиях автоматизации научно-технической работы.

На следующем этапе исследований автор намерен выявить с целью учета в методике расчета K_c влияние на эту величину такого широко распространенного в природе и технике явления, как симметрия. Предварительно можно предположить, что при измерении сложности формы этот феномен можно учесть, определяя коэффициент сложности не для всего объекта, а только для его симметрично инвариантной части, взяв за базис соответствующую виду симметрии часть шара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дружинский, И.Я. Сложные поверхности. Математическое описание и технологическое обеспечение / И.Я. Дружинский. – Л.: Машиностроение, 1985. – 263 с.
2. Радзевич, С.П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории / С.П. Радзевич. – Киев: Растан, 2001. – 592 с.
3. Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М.: Высш. шк., 1989. – 367 с.
4. Теория сложности: моногр. / Ю.С. Шарин [и др.]. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 1999. – 132 с.
5. Горюшкин, В.И. Основы гибкого производства деталей машин и приборов / В.И. Горюшкин. – Минск: Наука и техника, 1984. – 222 с.
6. Свирский, Д.Н. Количественная оценка сложности конфигурации изделия / Д.Н. Свирский // Сб. науч. тр. ВГТУ. – Витебск: ВГТУ, 1995. – Ч. 2. – С. 10 – 12.
7. Болтянский, В. О понятиях площади и объема / В. Болтянский // Квант. – 1977. – № 5. – С. 2 – 9.
8. Ли, К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / К. Ли. – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.

Поступила 22.07.2011

A FORM COMPLEXITY AND COMPUTER-AIDED TECHNOLOGIES FOR ITS MEASUREMENT

D. SVIRSKY

The problem of determination of complexity of the three-dimensional objects surface form is considered. The main methodological approaches to this characteristic measurement on the basis of the theory of sets, the theory of the information, the theory of algorithms and the theory of calculations are analyzed. Necessity of working out of a special objective indicator of complexity of a geometrical configuration of natural and technical volume forms is proved. The quantitative criterion of complexity of the form on the basis of geometrical characteristics is offered as normalized factor of the three-dimensional object surface form development. The possibilities of the computer technologies for a configuration complexity factor calculation are shown. Influence of the discrete size on accuracy of measurement of complexity of the geometrical form of objects is investigated. The mathematical model corresponding regression dependence is constructed. The directions of the further researches which should be working out are specified. In particular, the techniques of an estimation of a various sort symmetry influence on numerical value of the surface form complexity indicator.