УДК 519.177

МОДИФИКАЦИЯ МАТРИЧНОГО АЛГОРИТМА РАЗБИЕНИЯ ГРАФОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЕКОМПОЗИЦИИ

канд. техн. наук, доц. О.Е. ШЕСТОПАЛОВА, П.В. КИЗИН
(Полоцкий государственный университет)

Предлагается модификация матричного алгоритма разбиения графа, разработанная для решения задач декомпозиции системных структур при отсутствии ограничений на размерности компонент разбиения. Модификация обеспечивает разбиение графа на компоненты с максимальной плотностью связей и максимальной связностью на пути определенной длины. Выбор оптимального значения длины пути для построения компонент максимальной связности предлагается осуществлять по максимуму гистограммы распределения длин минимальных путей в графе. Показано, что такой выбор обеспечивает наилучшие условия для формализации последнего этапа матричного алгоритма – построения разбиения на блочно-диагональной матрице сильной связности.

Введение. Основой методологии проектирования сложных систем является системный подход, в соответствии с которым структурный синтез системы обеспечивается декомпозицией глобальной функции системы на подфункции с повторением, при необходимости, этого деления до тех пор, пока не будут получены элементарные функции, структуры которых очевидны или уже реализованы. Декомпозиция многоаспектна. Она может быть материальной, функциональной, алгоритмической и временной [1; 2].

Универсальным средством описания структуры системы является граф. Методы теории графов находят широкое применение в практических приложениях системотехники, в том числе и при решении задач декомпозиции. Так, ряд задач монтажно-коммутационного проектирования, таких как компоновка печатных узлов РЭА и элементов коммутации СБИС, решается с выделением в графе схемы максимальной клики [3]. Задачи покрытия функциональных схем, трассировки соединений в проектировании многослойных печатных плат и распределения рабочих станций ЛВС по нескольким магистралям требуют разбиения графа на минимально связанные подграфы [4; 5]. Все задачи разбиения графов обладают свойством NP-полноты и в практических приложениях для графов реальной размерности методами полного перебора всех вариантов разбиения не решаются. Чаще используются приближенные эвристические алгоритмы, обеспечивающие поиск решения за меньшее время, но, как правило, содержащие слабо формализуемые процедуры и не гарантирующие нахождение глобального оптимума разбиения [5; 6].

Размерность задач разбиения графов уменьшается в связи с наличием априорных конструктивных ограничений. Так, в поиске оптимального покрытия схем в качестве ограничений могут выступать [4]:

- допустимое число посадочных мест, в которые можно разместить модули на печатной плате ТЭЗ, пластине СБИС, подложке ГИС и т.д., определяющее число вершин в подграфах разбиения;
- максимальное допустимое число внешних связей каждого конструктива, определяющее предельное значение степеней вершин конденсации графа, полученной в результате разбиения;
- электромагнитная или тепловая совместимость отдельных модулей, определяющая фиксированное назначение отдельных вершин в подграфы разбиения.

Вместе с тем ряд практических приложений, использующих разбиение графов, таких ограничений не имеют или имеют в меньшем объеме. К ним относятся: задачи анализа информационных и материальных потоков предприятия, структуры гипертекстовых связей Web-документов; задачи репликации и разделения баз данных; задачи размещения элементов на односторонней печатной плате. Отличительной особенностью задачи декомпозиции в этом случае является поиск компонент разбиения неопределенной размерности, удовлетворяющих некоторому структурно-топологическому критерию разбиения. Так, гиперссылочные графы могут эволюционировать без централизованной координации, а для оптимизации поиска информации в Web-документах предпочтительна тематическая кластеризация. В задаче размещения элементов на плате для минимизации длины проводников в составе схемы выделяются узлы с максимальной плотностью связей между элементами и минимумом межузловых соединений [4; 6 – 8]. В таких случаях задача разбиения состоит в выделении в графе компонент сильной связности – подграфов, в которых все узлы попарно взаимно достижимы на множестве дуг подграфа – и/или компонент, связность которых максимально близка к сильной.

Постановка задачи исследования. Предметом данной работы является модификация матричного алгоритма для решения задачи декомпозиции не взвешенного орграфа структуры системы путем разбиения на компоненты с максимальной плотностью связей, имеющие сильную или максимально прибли-

женную к сильной связность на путях ограниченной длины, выбранной по результатам предварительного анализа гистограммы распределения длин минимальных путей.

Матричный алгоритм разбиения графов, как следует из его названия, оперирует матричными представлениями графа. Это создает условия для наглядного представления результатов промежуточных этапов решения, визуального анализа зависимости результатов от различных стратегий определения оценок для принятия решений и лучшего понимания природы задачи разбиения. Названное преимущество выгодно отличает алгоритм от альтернативных, например, от метода Мальгранжа, решающего поставленную задачу исключительно в терминах теории множеств, по результатам нахождения прямых и обратных транзитивных замыканий [5; 9].

Матричный алгоритм выделения в графе максимально сильно связных подграфов состоит в следующем [9]:

1) по матрице смежности графа E строятся матрицы достижимости R и контрдостижимости $Q = R^T$;

2) находится матрица сильной связности $C = (c_{ij})_{m\times m} = R \wedge Q$;

3) узлы графа, имеющие одинаковые строки (столбцы) в матрице сильной связности C группируются перестановкой строк (столбцов) для получения блочно-диагональной матрицы, в которой каждая группа узлов, образующая диагональный блок и есть максимально сильно связанный подграф.

Пусть орграф G задан на множестве узлов X размерностью m и множестве дуг A размерностью n. В этом случае с учетом особенностей сформулированной задачи разбиения ее постановка будет иметь следующий вид: требуется найти разбиение графа $G = \{X, A\}$ на совокупность подграфов $P(G_p)$ так, чтобы для $f = 1\ldots p$, где p – число частей разбиения, выполнялись следующие условия:

$$\forall G_f \in P\ G_p\ \left[\bigcup G_f = G\right];$$

$$\forall G_f, G_g \in P\ G_p\ \ , f \neq g\left[X_f, X_g \neq \varnothing \wedge X_f \bigcap X_g = \varnothing\right]; \tag{1}$$

$$\forall G_f \in P\ G_p\ \left[\forall x_i, x_j \in G_f\ \exists r_{ij} \neq 0 \wedge \exists r_{ji} \neq 0\right] \vee \left[\sum r_{ij} = \max \wedge \sum r_{ji} = \max\right];\ i, j = 1\ldots m_f,\ i \neq j,$$

где m_f – размерность множества узлов X_f для f-й компоненты разбиения; r_{ij} – элемент матрицы достижимости графа R, определяемой как

$$R = r_{ij}\ _{m\times m} = E \vee E^2 \vee \ldots \vee E^{m-1},$$

где E – матрица смежности графа: $E = e_{ij}\ _{m\times m}$; $e_{ij} = 1 \Leftrightarrow \exists\ x_i, x_j\ \in A$ – элемент матрицы смежности.

Модификация матричного алгоритма. Применение матричного алгоритма к решению задачи в постановке (1) требует:

- формализации этапа предварительного анализа, целью которого является выбор оптимальной длины пути выделения компонент сильной связности;

- модификации третьего этапа алгоритма в связи с дополнительным ограничением декомпозиции, требующим, в соответствии с последним условием постановки (1), обеспечения максимально возможной связности в подграфах, не являющихся компонентами сильной связности.

Формализация этапа предварительного анализа должна иметь два варианта реализации: 1) для ограничения поиска компонент максимальной связности на множестве путей с длиной, не превышающей заданную; 2) в отсутствие такого ограничения.

Введем понятие порядка матрицы достижимости. Будем считать, что матрица достижимости имеет порядок k, если она получена дизъюнкцией степеней матрицы смежности по k-ю степень включительно:

$$R_k = E \vee E^2 \vee \ldots \vee E^k = e_{ij} \vee e_{ij}^2 \vee \ldots \vee e_{ij}^k\ \ ,\ k < m - 1. \tag{2}$$

Из (2) следует, что элемент матрицы достижимости k-го порядка равен 1, если узел x_j достижим из узла x_i на пути длиной, меньшей либо равной k дугам. Полной матрицей достижимости будем считать матрицу достижимости порядка $k = m - 1$, так как если число узлов графа равно m, то длина максимально возможного пути в графе равна $m - 1$ дуг. Аналогично будем определять порядок матрицы контрдостижимости и матрицы сильной связности.

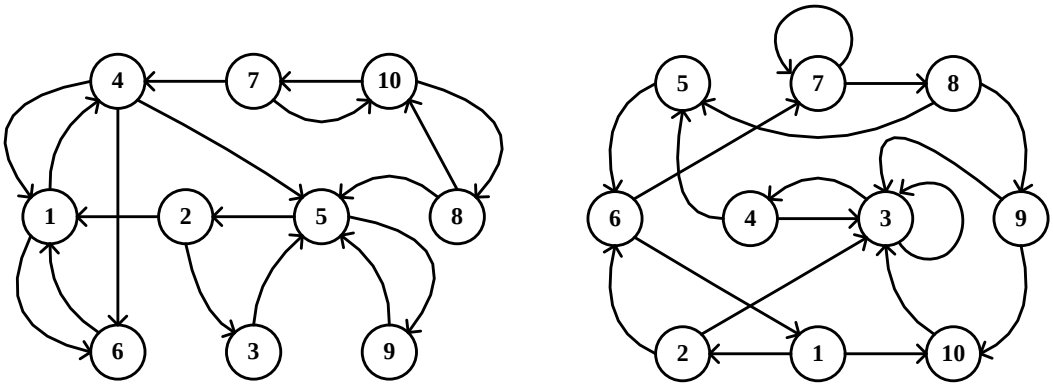
Если задача декомпозиции поставлена с ограничением максимальной длины пути в подграфах величиной k, то матричный алгоритм следует выполнять с построением матрицы достижимости k-го порядка, что позволит сократить объем вычислений в практических реализациях алгоритма. Если такое

ограничение не задано, то задача предварительного анализа требует определения оптимального значения длины пути для выделения компонент сильной связности, т.е. величины *k*.

Предлагается определять оптимальную величину *k* по соответствию максимуму гистограммы распределения длин минимальных путей в графе. Этот способ, как будет показано далее, позволяет построить разбиение графа на компоненты сильной связности и/или компоненты с максимальным числом узлов, достижимых попарно на минимально возможной длине пути, что в решении прикладных задач обеспечит максимальную надежность связей в подсистемах, выделенных в результате декомпозиции.

Теоретическими основаниями для выдвижения данной гипотезы являются следующие положения. Предельным по числу связей является полный граф, у которого любая пара вершин смежная, и, следовательно, все узлы взаимно достижимы на пути длиной, равной одной дуге. При удалении дуг из полного графа без разделения его на несвязанные компоненты растет число разделяющих связей между узлами, что приводит к возникновению в графе путей длиной, большей, чем одна дуга. Если в реальном графе для каждой пары узлов определить минимально возможную длину пути достижимости, то, очевидно, что наибольшее число пар достижимых узлов найдется по соответствию максимальному количеству путей некоторой определенной длины и, следовательно, именно на этой длине пути можно построить разбиение графа, в наибольшей степени удовлетворяющее последнему условию постановки (1).

Покажем справедливость выдвинутых предположений на примерах применения предлагаемого способа для декомпозиции двух орграфов G_1 и G_2 (рис. 1).



а) б)

Рис. 1. Орграфы примеров применения модификации матричного алгоритма:
а – G_1; б – G_2

Для построения гистограммы распределения длин минимальных путей требуется определить минимальную длину пути из узла *i* в узел *j* для каждой пары узлов графа. Введем в рассмотрение матрицу минимальных путей графа $M = m_{ij}\ _{m\times m}$, где m_{ij} – минимальная длина пути из узла *i* в узел *j*. Формализовать расчет матрицы минимальных путей можно в два этапа. На первом этапе выполняется расчет матриц наличия путей с каждой из возможных для заданного графа длин.

С учетом свойства *k*-й степени матрицы смежности – каждый элемент матрицы *k*-й степени матрицы смежности E^k равен числу путей из узла x_i в узел x_j длиной в *k* дуг – расчет элементов матрицы наличия путей с длиной, равной *k* дуг $P_k = p_{k_{ij}}\ _{m\times m}$ выполняется следующим образом: $p_{k_{ij}} = 1$, если соответствующий элемент матрицы E^k не равен 0; $p_{k_{ij}} = 0$ – в противном случае. Далее по матрицам наличия путей для длин от 1 до $m-1$ дуг включительно элементы матрицы минимальных путей *M* рассчитываются следующим образом:

$$m_{ij} := \begin{cases} 0 \text{ if } \sum p_{k_{ij}} = 0;\ k = 1...m-1, \\ \min\ k \cdot p_{k_{ij}}\ \ \forall p_{k_{ij}} \neq 0;\ k = 1...m-1. \end{cases}$$

Из гистограмм распределения длин минимальных путей, построенных по результатам расчетов матриц минимальных путей для графов G_1 и G_2 (рис. 2), видно, что в графе G_1 наибольшее число узлов достижимы на пути длиной в две дуги, а в графе G_2 максимальное число путей приходится на длину,

равную трем и четырем дугам. Следовательно, согласно предлагаемому критерию, оптимальная величина k для графа G_1 равна 2, а для графа G_2 – 3 или 4. В последнем случае выбор одного из двух альтернативных значений может быть осуществлен в пользу кратчайшей длины пути в соответствии с требованием обеспечения максимальной надежности связей в выделяемых подсистемах. Так, в анализе структурно-топологических характеристик систем максимальная длина пути между узлами графа определяет параметр, называемый диаметром структуры, который характеризует инерционность информационных процессов в системе. Предпочтительными являются варианты структур с меньшим значением диаметра, так как возрастание этого параметра отражает увеличение разделяющих связей, характеризуя тем самым снижение общей надежности. При решении задачи декомпозиции разбиением графа выбор меньшего из двух возможных значения k обеспечит минимизацию диаметра выделяемых подсистем.

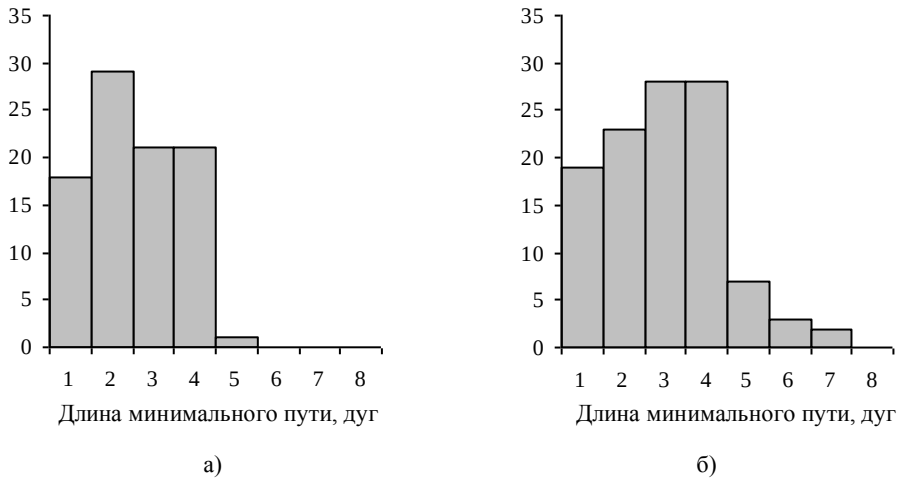


Рис. 2. Распределение длин минимальных путей:
а – для G_1; б – для G_2

Как следует из гистограмм (см. рис. 2), при числе узлов, равном 10, в графе G_1 не оказалось путей длиной более 5 дуг, а в графе G_2 – более 7 дуг, т.е. расчет матриц наличия путей не всегда требуется выполнять до предельного значения $k = m - 1$. Критериями завершения расчета матриц для $k < m - 1$, гарантирующими дальнейшее определение всех элементов матрицы минимальных путей, являются:

- равенство единице всех элементов матрицы для текущего значения k, означающее взаимную достижимость всех узлов графа на пути длиной, равной k;
- идентичность матриц k-й степени и степени $k + 1$, означающая, что длина пути для всех попарно достижимых узлов найдена, и дальнейшее увеличение k приводит к нахождению длин путей, увеличенных на 1 дугу за счет петель графа;
- чередование через одну, две и т.д. идентичных матриц разных степеней, означающее, что длина пути для всех попарно достижимых узлов найдена и дальнейшее увеличение k приводит к нахождению длин путей, увеличенных за счет замкнутых контуров графа на две дуги, три дуги и т.д.

Для подтверждения оптимальности выбранных значений k для G_1 и G_2 было выполнено разбиение графов с применением матричного алгоритма с использованием трех значений k: выбранным оптимальным значением; значениями меньше и больше оптимума, для построения матриц сильной связности соответствующего порядка.

Как уже отмечалось, построение блочно-диагональных перестановочных матриц сильной связности при решении задачи декомпозиции орграфа в постановке (1), требует модификации третьего этапа матричного алгоритма. Орграфы чаще имеют несимметричную матрицу смежности, поэтому в используемой в предлагаемой модификации алгоритма матрице сильной связности k-го порядка для строки (столбца) произвольного узла не обязательно найдется идентичная строка (столбец). Следовательно, при наличии одинаковых строк (столбцов) после построения их перестановкой диагональных блоков максимально сильной связности требуется осуществлять группировку оставшихся строк (столбцов) для получения максимально насыщенных диагональных блоков, соответствующих компонентам разбиения с максимальным числом узлов, взаимно достижимых попарно на длине пути, соответствующей порядку используемой для разбиения матрицы сильной связности. Очевидно, что такое построение обеспечит и минимизацию числа путей достижимости рассматриваемой длины для узлов, принадлежащих разным час-

тям разбиения графа. Заметим, что формализация этапа построения перестановочной матрицы сильной связности требует введения критерия качества для оценки вариантов перестановок. Так, в работе [5] вводится оценка предпочтительности μ_{ij} для пар строк (столбцов) i и j относительно их взаимного переноса, показывающая, на сколько увеличится суммарный вес элементов в блоках после взаимного переноса i и j или, соответственно, на сколько уменьшится суммарный вес элементов области сечения, образуемой элементами матрицы, расположенными вне блоков разбиения.

Результаты построения блочно-диагональных перестановочных матриц сильной связности графа G_1 для значений $k = 1$ и 2 показаны в таблицах 1 и 2 соответственно.

Таблица 1

Перестановочная матрица сильной связности графа G_1 для $k = 1$

Узел	2	3	4	6	1	9	5	10	7	8
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Таблица 2

Перестановочная матрица сильной связности графа G_1 для $k = 2$

Узел	7	8	10	6	1	4	2	3	5	9
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
4	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Как видно из таблицы 1, матрица графа G_1 для $k = 1$ имеет минимальную насыщенность, не позволяет выделить ни одной компоненты сильной связности и непригодна для решения задачи декомпозиции.

Матрица для $k = 2$ позволяет выделить три компоненты сильной связности: на множествах узлов {7, 8, 10}, {1, 4, 6} и {5, 9}, и одну компоненту с взаимной достижимостью узлов без замкнутых контуров {2, 3}, выделение которой является безальтернативным после выделения компонент сильной связности (в таблице 2 соответствующие диагональные блоки показаны заливкой).

Два варианта декомпозиции графа G_1, полученные в результате построения матрицы сильной связности графа для $k = 3$, показаны в таблицах 3 и 4.

Таблица 3

Первый вариант выделения блоков в перестановочной матрице сильной связности графа G_1 для $k = 3$

Узел	7	8	10	6	4	1	5	2	9	3
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
5	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Таблица 4

Второй вариант выделения блоков в перестановочной матрице сильной связности графа G_1 для $k = 3$

Узел	7	8	10	6	4	1	5	2	9	3
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
5	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Первый вариант (см. табл. 3) соответствует разбиению графа на компоненты сильной связности {7, 8, 10}, {1, 4, 6} и {2, 3, 5, 9}, второй (см. табл. 4) – на компоненты {7, 8, 10}, {1, 4, 5, 6} и {2, 3, 9}.

Заметим невозможность выбрать предпочтительный вариант из этих двух альтернатив на основании анализа перестановочной матрицы сильной связности с использованием дополнительных критериев: размерности множеств узлов компонент разбиения и количество пар взаимно достижимых узлов, принадлежащих разным частям разбиения графа, в обоих вариантах одинаковы.

Сравним варианты декомпозиции графа G_1, полученные для $k = 2$ и 3, по плотности связей компонент разбиения.

Плотность связей является мерой связанности между элементами структуры, определяется как отношение числа существующих к числу возможных связей.

Для орграфа определяется по формуле:

$$\Delta = \frac{n}{m(m-1)}. \tag{3}$$

Как следует из сравнения вариантов декомпозиции графа G_1 (табл. 5), выбор величины k для построения разбиения по соответствию максимуму гистограммы распределения длин минимальных путей позволил получить вариант разбиения графа, наилучший с точки зрения плотности связей отдельных компонент. При этом, как было показано выше, результат выполнения матричного алгоритма для этого варианта имеет однозначную интерпретацию.

Таблица 5

Плотности связей компонент разбиения графа G_1
для различных значений длины минимального пути достижимости узлов k

Величина k	Множество узлов компоненты разбиения	Плотность связей компоненты разбиения	Средняя плотность связей компонент разбиения
2	{7, 8, 10}	0,67	0,75
	{1, 4, 6}	0,83	
	{5, 9}	1,00	
	{2, 3}	0,50	
3 (первый вариант)	{7, 8, 10}	0,67	0,64
	{1, 4, 6}	0,83	
	{2, 3, 5, 9}	0,42	
3 (второй вариант)	{7, 8, 10}	0,67	0,44
	{1, 4, 5, 6}	0,50	
	{2, 3, 9}	0,17	

Выполненное аналогичным образом разбиение графа G_2 для выбранных значений $k = 3$ и $k = 4$, а также для сравнения для значений $k = 2$ и $k = 5$ показало следующее.

Как и в разбиении графа G_1, перестановочная матрица сильной связности, полученная для значения k, меньшего предполагаемого оптимума, т.е. для $k = 2$, оказалась минимально насыщенной и малопригодной для построения разбиения. Тем не менее применение условий (1) в отсутствие компонент сильной связности дает результат разбиения графа на три подграфа на множествах вершин: {1, 2, 3, 4}; {6, 8}; {5, 7}, и два узла: 9 и 10.

Разбиение с применением матрицы сильной связности третьего порядка позволило в отсутствие компонент сильной связности выделить в составе графа G_2 два подграфа по критерию с максимальной взаимной достижимостью на множествах узлов: {5, 6, 7, 8}; {1, 2, 3, 4, 10}, и один отдельный узел – 9.

Блочно-диагональная группировка элементов матрицы четвертого порядка позволила установить, что компонентами сильной связности на пути длиной, меньшей либо равной 4 дугам, оказались подграфы {5, 6, 7, 8} и {1, 2, 3, 4, 10} – первый вариант разбиения, а также подграфы {5, 7, 8} и {1, 2, 3, 4, 6, 10} – второй вариант разбиения.

Заметим, что первый вариант разбиения для $k = 4$ совпал с результатом для $k = 3$, однако по критерию минимума количества пар взаимно достижимых узлов, принадлежащих разным частям разбиения, предпочтительным оказался второй вариант.

Матрица сильной связности для $k = 5$ оказалась максимально насыщенной: из 100 элементов матрицы только 9 оказались нулевыми. В результате максимально связанным на длине пути, меньшей либо равной 5 дугам, оказался подграф, включающий в себя 8 из 10 узлов исходного графа: с 1-го по 8-й включительно. При этом оставшиеся узлы, 9-й и 10-й, в отсутствие взаимной достижимости друг с другом имеют сильную связность с семью и шестью вершинами выделенной компоненты соответственно.

Как следует из сравнения вариантов декомпозиции графа G_2 (табл. 6), выбор величины k по соответствию максимуму гистограммы распределения длин минимальных путей, позволил получить с применением матричного алгоритма два варианта разбиения графа, наилучших с точки зрения плотности

связей отдельных компонент. При приближенном равенстве средней плотности связей компонент разбиения для этих вариантов (0,41 и 0,42) вариант разбиения для $k = 3$ и идентичный ему первый вариант разбиения для $k = 4$ обеспечивают более равномерное распределение связей по компонентам разбиения.

Таблица 6

Плотности связей компонент разбиения графа G_2
для различных значений длины минимального пути достижимости узлов k

Величина k	Множество узлов компоненты разбиения	Плотность связей компоненты разбиения	Средняя плотность связей компонент разбиения
2	{1, 2, 3, 4}	0,33	0,11
	{6, 8}	0	
	{5, 7}	0	
3 и 4 (первый вариант)	{5, 6, 7, 8}	0,42	0,41
	{1, 2, 3, 4, 10}	0,40	
4 (второй вариант)	{5, 7, 8}	0,50	0,42
	{1, 2, 3, 4, 6, 10}	0,33	
5	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}	0,25	–

Декомпозиции орграфов G_1 и G_2, построенные по наилучшим вариантам разбиения, приведены на рисунке 3 (выделенные подсистемы показаны пунктиром).

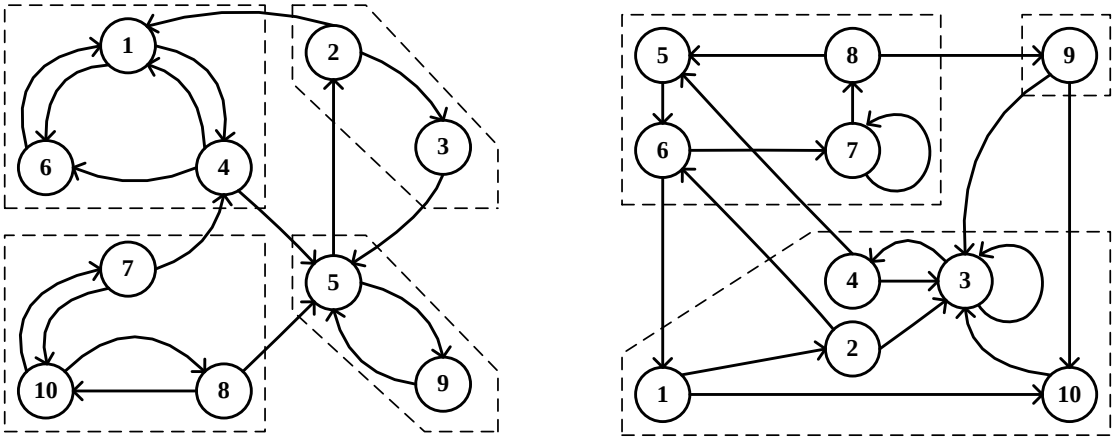


Рис. 3. Результаты декомпозиции графов:
а – G_1; б – G_2

Заключение. При решении задачи декомпозиции системы на невзвешенном орграфе ее структуры в случае, если априорные ограничения не определяют строго размерности и/или множества узлов компонент разбиения, предлагаемая модификация матричного алгоритма дает вариант разбиения графа, наилучший с точки зрения плотности и надежности связей в выделяемых подсистемах. Помимо этого, выбор ограничения длины пути построения компонент сильной или приближенной к ней связности по соответствию максимуму гистограммы распределения длин минимальных путей графа позволяет получить матрицу сильной связности графа ограниченного порядка, с приемлемой для применения матричного алгоритма насыщенностью, которая обеспечивает наибольшее удобство применения матричного алгоритма и однозначность интерпретации результатов разбиения. Особо следует отметить сокращение объема вычислений при решении задачи декомпозиции с применением предлагаемой модификации алгоритма. Выбор предлагаемым способом величины k для построения разбиения ограничивает объем вычислений единственным ходом выполнения алгоритма с применением для разбиения матрицы достижимости k-го порядка, тогда как применение классического матричного алгоритма потребовало бы как минимум d ходов, где d – наибольшая длина минимального пути в графе. Для графов G_1 и G_2, величина d составила 5 и 7 соответственно (см. рис. 2), то есть эффективность предлагаемой модификации существенна даже для графов малой размерности.

Все предлагаемые решения легко формализуются и могут быть использованы для автоматизации системного анализа. Также их можно рекомендовать к использованию в дополнение к итерационным алгоритмам декомпозиции, используемым при наличии конструктивных ограничений на размерности компонент разбиения, для получения начального приближения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bertalanffy, L. General System Theory – A Critical Review / L. Bertalanffy // General Systems. – 1962. – V. VII. – P. 1 – 20.
2. Александров, А.А. Системный подход / А.А. Александров // СIO. – 2007. – № 4. – С. 42 – 46.
3. Лузин, С.Ю. Выделение в графе наибольшего полного подграфа в задачах автоматизации проектирования / С.Ю. Лузин, О.Б. Полубасов // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2003. – № 4. – С. 22 – 25.
4. Норенков, И.П. Последовательные алгоритмы компоновки (разрезания) / И.П. Норенков // Применение CAD/CAM систем для проектирования и технологической подготовки производства [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=010_EDA/eda046.mod/?cou=Default/CAD_CAM.cou. – Дата доступа: 12.12.2010.
5. Погребной, В.К. Матричный алгоритм решения задач разрезания графов / В.К. Погребной // Изв. Томского политехн. ун-та. – 2007. – Т. 311, № 4. – С. 22 – 25.
6. Курино, К. Schism: управляемый рабочей нагрузкой подход к репликации и разделению баз данных / К. Курино [и др.] // Материалы шестнадцатой технической конференции «Корпоративные базы данных-2011» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://citforum.ru/database/articles/madden_vldb2010/. – Дата доступа: 9.01.2011.
7. Информационный анализ организационных структур систем управления региональной потребительской кооперации / А.В. Дейнека [и др.] // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ. – 2005. – № 4. – Режим доступа: http://www.ej.kubagro.ru/2005/04/09. – Дата доступа: 18.10.2010.
8. Сычев, А.В. Использование самоорганизации в сети Веб для повышения эффективности ИПС / А.В. Сычев // Материалы работ победителей конкурса учебных материалов по информационному поиску «Класс-2006» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://company.yandex.ru/academic/class2006. – Дата доступа: 14.08.2009.
9. Волоченская, Т.В. Компьютерная математика / Т.В. Волоченская, В.С. Князьков. – Пенза: ПГУ, 2002. – Ч. 2: Теория графов. – 89 с.

Поступила 14.02.2011

THE GRAPH PARTITION MATRIX ALGORITHM MODIFICATION FOR THE DECOMPOSITION PROBLEMS SOLUTION

O. SHESTOPALOVA, P. KIZIN

The graph partition matrix algorithm modification for the decomposition problems solution assuming no constrained partition components dimensions is introduced. The modification ensures the graph partition with components definition having the maximum links density and the maximum connectivity on the defining length path. The length path optimal value definition for maximum connectivity components selection is determined under the fit of the minimal length path distribution bar chart maximum. The inspection showed that the selection ensures the best conditions for the matrix algorithm last step formalization – the graph partition selection with using of block-diagonal strong connectivity matrix.