Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»

А. П. Мателенок
В. С. Вакульчик

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой
2023

УДК 51(075.8)
ББК 22.11я73
М34

Рекомендовано к изданию в качестве монографии советом учреждения образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 4 от 08.12.2023 г.)

РЕЦЕНЗЕНТЫ:
д-р пед. наук, проф., проректор по научной работе Витебского государственного университета имени П. М. Машерова Е. Я. АРШАНСКИЙ;
д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. дискретной математики и алгоритмики ФПМИ Белорусского государственного университета В. М. КОТОВ;
канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. математики и компьютерной безопасности Полоцкого государственного университета имени Евфросинии Полоцкой А. А. КОЗЛОВ

Мателенок А. П.
М34 Теоретико-методологические основы проектирования и реализации учебно-методического комплекса нового поколения по математике / А. П. Мателенок, В. С. Вакульчик. – Новополоцк: Полоц. гос. ун-т им. Евфросинии Полоцкой, 2023. – 232 с.
ISBN 978-985-531-866-9.

В монографии представлены теоретико-методологические основания разработки учебно-методического комплекса (УМК) по математике нового поколения с позиций теории полипарадигмального подхода, обеспечивающего реализацию свойства эмерджментности взаимосвязанного функционирования компонентов УМК. Предлагаемая авторская методика основана на информационной насыщенности математическими моделями, реализуется на основе принципов пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения в сочетании с традиционными дидактическими принципами.

Отличительную особенность указанной методики составляют методические приемы применения введенных в структуру УМК по математике специальных средств, профессионально ориентированных задач по моделированию конкретных производственных процессов химико-технологического и экологического характера. Они обеспечивают формирование у студентов способностей самостоятельно создавать аналогичные специальные средства для логической организации математической и другой информации, использование математического аппарата в прикладных задачах. Созданный УМК нового поколения является эффективным технологическим ориентиром для начинающего преподавателя.

Адресована научным работникам, аспирантам и преподавателям математики, может быть использована для обучения студентов технических специальностей при организации аудиторных занятий, СРС, контрольных мероприятий по математике, в научно-исследовательской работе со студентами.

УДК 51(075.8)
ББК 22.11я73

ISBN 978-985-531-866-9

Содержание

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ИМ – интегрированный модуль;
ИКТ – информационно-коммуникационные технологии;
СКА – системы компьютерной алгебры;
СРС – самостоятельная работа студентов;
УМК – учебно-методический комплекс;
ЭУМК – электронный учебно-методический комплекс;
ЭГ – экспериментальная группа;
УВО – учреждение высшего образования.

ВВЕДЕНИЕ

Социальный заказ Национальной стратегии устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь до 2030 года требует перехода к новой парадигме образования. В ее основу положено «развитие у обучающихся способностей, дающих возможность самостоятельно усваивать знания, творчески их перерабатывать, внедрять их в практику и нести ответственность за свои действия» [131]. При этом подчеркивается, что ведущей задачей «станет формирование личности с системным мировоззрением, критическим, социально и экологически ориентированным мышлением» [131]. Отсюда следует необходимость повышения эффективности подготовки выпускников учреждений высшего образования, в т.ч. и на основе методического сопровождения обучения студентов математике.

В то же время анализ материалов научно-методических исследований, конференций, опыта преподавания математики в учреждениях высшего образования показывает ряд объективно существующих негативных условий:

– в силу неограниченного общения со средствами современной информационной коммуникации значительная часть студентов страдает «клиповостью» мышления, что влечет за собой серьезные повреждения параметров их обучаемости;

– вследствие этого часть студенческой аудитории характеризуется низким уровнем познавательной самостоятельности и не готова к продуктивному овладению математикой даже на базовом уровне;

– многие современные студенты не имеют простейших представлений о методике рационального изучения любой, в т.ч. математической, информации;

– применяемые формы контроля в малой степени побуждают студентов к систематическим и интенсивным занятиям математикой;

– в практике обучения математике можно определить две крайние ситуации: либо преобладает традиционное обучение, либо значительный объем математической информации выделяется на самостоятельное – методически не спроектированное, без организационно-управляющей поддержки – ее изучение студентом.

Указанные тенденции могут повлечь за собой снижение уровня подготовки специалистов. В этой связи возникает потребность в научном обосновании и проектировании соответствующих, качественно новых методик и методического сопровождения процесса обучения студентов математике.

Задача усложняется тем обстоятельством, что не существует единой для всех, универсальной модели реализации стандарта. Для каждой отдельной специальности и даже в каждом высшем учебном заведении в зависимости от уровня подготовленности поступивших абитуриентов она будет иметь свои особенности. Следовательно, речь идет об актуализации проблемы создания адаптированных к современным и конкретным специальностям методических моделей с признаками технологичности, которые должны включать как некий общий алгоритм действий, выстроенный на теоретико-методологических основаниях современной педагогики, так и алгоритм действий, позволяющий внедрять спроектированные модели в конкретный частнодидактический процесс обучения, в т.ч. математике, с целью его оптимизации и получения нового качества образования.

Эффективное решение выделенной проблемы позволит перестроить самостоятельную работу студентов (СРС), скорректировать их мыслительные процессы, умение и стремление познавать. Будут созданы условия для обеспечения при ограниченности часов предпосылки для активизации эвристической, личностно-развивающей составляющих обучения математике и другим дисциплинам.

Одним из возможных решений названной проблемы может стать создание учебно-методических комплексов (УМК) нового поколения. Понятие «УМК нового поколения» в современной педагогике не оформлено как категория, однако используется в научных трудах. Так, проблема разработки УМК нового поколения была обозначена в ряде публикаций белорусских (Н.В. Бровка, М.И. Демчук, А.В. Макаров, Н.П. Макарова, И.А. Новик, Б.В. Пальчевский) и российских (А.С. Титова, Ю.В. Ганичева, А.Г. Ямщикова, И.И. Короткова и др.) ученых. Однако вопросы повышения эффективности обучения математике студентов технических специальностей на основе таких УМК в этих исследованиях не рассматривались.

Анализ статей, монографий, диссертаций по УМК показал, что среди них отсутствуют исследования, раскрывающие научно-методологические основы разработки и реализации УМК по математике с позиции полипарадигмального подхода, учета взаимосвязей содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для конкретных технических специальностей.

ГЛАВА 1
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ (НА ПРИМЕРЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ)

1.1 Теоретико-методологические аспекты проектирования УМК нового поколения по математике для обучения студентов (на примере технических специальностей)

Инновационность сегодняшних инженерных технологий, возможность получения специального образования на второй ступени высшего образования, а также в аспирантуре, необходимость постоянного самообразования поднимают вопрос возрастания значения математической подготовки студентов технических специальностей.

Как отмечает И.А. Зимняя, «изменения в характере и результате образования все более явно ориентируют его на “свободное развитие человека”, творческую инициативу, самостоятельность обучающихся, конкурентоспособность, компетентность, мобильность, повышение качества подготовки будущих специалистов в системе высшего профессионального образования» [77, с. 21]. Эту задачу необходимо решить в ситуации перехода белорусского высшего образования на сжатые сроки обучения по ряду специальностей. По этой причине требуются дальнейшие исследования концептуальных разработок педагогической теории (Ю.К. Бабанский [6], В.П. Беспалько [15], Н.В. Бровка [18], Г.М. Булдык [19], А.А. Вербицкий [34; 35], В.А. Гайсенок [44], А.А. Груздков [54], А.И. Жук [66], М.А. Журавков [70], В.В. Казаченок [85], А.Д. Король [95; 96], С.А. Мазаник [106], Л.И. Майсеня [107], Д.Г. Медведев [124], О.И. Мельников [125], В.М. Монахов [126], И.А. Новик [133; 134], Б.В. Пальчевский [142], Е.Н. Рогановская [155], Н.М. Рогановский [156], А.П. Сманцер [167], А.А. Столяр [174], И.И. Цыркун [194], Т.М. Шамсутдинова [198] и др.), а также достижений педагогической практики.

Приведенные выше факты обусловливают необходимость разработки и использования имеющихся результатов научных изысканий в процессе обучения математике студентов технических специальностей, в научном обосновании соответствующих методик и механизмов, качественно новой организации учебного процесса с учетом потребностей конкретной специальности и в условиях ограничения аудиторных часов на изучение математики. Такие адаптированные к конкретным специальностям методические средства и методики позволят эффективным образом обеспечивать реализацию образовательной, развивающей, воспитательной функций математики и активизировать самостоятельную деятельность студентов в существующих дидактических условиях.

В указанной связи следует отметить, что в теории и методике обучения обосновано положительное влияние использования возможностей УМК для развития познавательной самостоятельности студентов ([7; 15; 81; 98; 106; 123; 137; 190] и др.). Научные публикации А.И. Жука [66], В.В. Казаченка [85], И.А. Новик [133], Б.В. Пальчевского [142; 143] и др. рассматривают общие теоретические положения создания ЭУМК и УМК для высших учебных заведений, формулируют основные требования к этим комплексам, в них предложены средства для их разработки. В монографиях А.В. Макарова [110] и В.Л. Лозицкого [105] представлены научно-методические основания создания и системного применения ЭУМК и УМК по дисциплинам социально-гуманитарного цикла.

Вместе с тем приходится констатировать отсутствие исследований с научно-методологическим обоснованием содержания, структуры и функционирования компонентов УМК в условиях серьезного сокращения часов на изучение дисциплины, позволяющих организовать обучение математике студентов технических специальностей с научной точки зрения, активизировать самостоятельную деятельность обучаемых и разнообразную деятельность педагогов.

Проведенный анализ авторефератов диссертационных исследований по УМК ученых России показал, что в научных поисках решения выделенной проблемы наметилось несколько направлений. Первое направление связано с изучением места и роли УМК как дидактического пособия. Эти вопросы освещены в исследованиях Ю.В. Ганичева [47], Е.М. Гасанбекова [48], Л.Б. Гиль [51], С.Н. Дворяткиной [60], Е.И. Ермолаева [64], Е.Н. Плахутиной [146], Е.А. Таможней [177], Т.И. Уткиной [184], М.В. Шуркова [203] и др.

Второе раскрывает разработку отдельных компонентов УМК с целью повышения эффективности подготовки студентов. Отдельные работы анализируют для этого внедрение межпредметных задач (О.Е. Кириченко [90] и др.) и профессионально ориентированных специально разработанных задач-заданий, проектов в УМК для усиления мотивации и активизации учебной деятельности студентов (Е.Н. Антоняк [3], А.В. Баранова [10], Е.Г. Вишнякова [36], В.В. Корбут [94], И.И. Короткова [97], К.Е. Маринченко [113], Д.М. Марков [114], Т.Н. Устюжанина [183], В.В. Гура [55] и др.).

Третье направление исследований посвящено созданию дидактической системы, взаимодействие компонентов которой обеспечивает активизацию познавательной самостоятельности студентов (Т.И. Березикова [14], О.Б. Зайцева [74], Т.П. Злыднева [80], Т.В. Тарбокова [178], З.А. Жумагулова [69] и др.).

В исследовании А. Г. Ямщиковой [207] проектирование и реализация УМК осуществлена с позиций компетентностного подхода. Это исследование выделяет четвертое направление.

Выделенные направления и исследования носят общедидактический характер.

Пятое направление – проектирование УМК для конкретного дидактического процесса. В научных трудах А.С. Титовой [180] предпринята попытка выделить компоненты содержания УМК, их отбор и организацию, разработать алгоритм создания учебно-методического комплекса по иностранному языку для студентов экономических вузов. У Н.В. Полхановой [149] исследуется учебно-методический комплекс по биологии.

Шестое направление связано с проектированием УМК нового поколения. Среди имеющихся в нашем распоряжении источников только исследования А.Д. Рапопорт [152] и Л.Ф. Соловьевой [168] относятся к выделенному направлению. В диссертации А.Д. Рапопорт представлена модель УМК нового поколения, ориентированного на развитие субъектной позиции школьников, и система методов, обеспечивающих применение УМК. Исследование Л.Ф. Соловьевой [168] посвящено созданию на основе УМК нового поколения эффективной системы формирования информационно-технологической культуры ученика и учителя.

Анализ результатов исследований по педагогике, теории и методике обучения и воспитания показал, что проблема разработки УМК сохраняет свою актуальность. Специалистами в области теории и методики обучения и воспитания не рассмотрен вопрос разработки УМК с позиции полипарадигмального подхода, повышения эффективности обучения студентов математике с помощью специальных структурных элементов, предусматривающих активизацию деятельностной, эвристической его составляющих, особенностей взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для технических специальностей.

Изучение истории развития теоретической и методологической проблематики разработки УМК на основе результатов, полученных в [189], создало условия для выделения этапов, имеющих решающее значение.

Период с 60-х до середины 70-х годов прошлого столетия можно назвать этапом формирования научно-теоретических предпосылок УМК. Вопрос об их разработке в теории и практике не был насущным. Главное внимание уделялось подготовке отдельных учебников и методических пособий, а также комплектов, включающих их по учебному предмету. В период 1975–1989 гг. были созданы теоретические основы УМК и учебника, представленные в работах В.П. Беспалько [15], И.К. Журавлева [71], Д.Д. Зуева [81], И.Я. Лернера [103], М.Н. Скаткина [165] и др. Теория УМК разрабатывалась на этом этапе в контексте теории учебника. Учебник представлялся как модель педагогической системы (В.П. Беспалько [15]) или ему отводилась роль ведущего компонента в составе УМК (Д.Д. Зуев [81]). Достигнутые в тот период концептуальные результаты исследований не были использованы в достаточной мере при создании УМК и учебников по конкретным предметам. В 1990-е годы наблюдалось снижение интереса к разработке теоретическо-методологических проблем проектирования УМК. Однако начало 2000-х характеризуется возвращением исследователей и методистов к вопросам разработки УМК. В этой связи В.М. Монахов в [126] обращает внимание на то, что большинство ныне действующих школьных и вузовских учебников и методических пособий не могут и не выполняют свою важнейшую функцию – служить развернутой моделью процесса обучения. Поэтому в своих исследованиях он поднимает вопрос о необходимости теоретической разработки и практической реализации «учебника нового поколения» и предлагает воплотить в жизнь принципиальные изменения системы создания учебников.

Таким образом, в XXI веке проблема УМК приобрела актуальность на новом уровне и в теории, и в практике. Следует отметить, что еще до принятия Постановления Министерства образования Республики Беларусь от 26 июля 2011 г. № 167 «Об утверждении положений об учебно-методических комплексах по уровням основного образования» [138] преподавателями сохранялся и приумножался опыт применения традиционных и современных форм, средств, методов обучения математике, проводилось проектирование учебно-методического обеспечения с целью использования их в образовательном процессе.

За последние десять лет УМК по различным дисциплинам изданы практически каждым учреждением высшего образования Беларуси в форме отдельных методических изданий (на твердых и электронных носителях). Вместе с тем в современных условиях перехода на сжатые сроки обучения возрастает потребность создания УМК нового поколения, которые отражали бы последние изменения в стандартах образования.

Совокупность изложенных выше фактов и положений позволяет актуализировать проектирование и разработку УМК нового поколения на методологическом и практическом уровнях.

Таким образом, относительно цели нашего исследования поставим задачу проектирования и разработки УМК по математике (на примере технических специальностей) в соответствии с основными концептуальными элементами, представленными на рисунке 1.1.

Рисунок 1.1. – Графическая схема проектирования УМК нового поколения по математике

В результате научно-теоретического анализа проблемы разработки и реализации УМК нами были определены *пути совершенствования существующих УМК по математике для студентов технических специальностей* в условиях сокращения числа аудиторных часов:

1) изменение содержательного наполнения компонентов УМК по математике;

2) усиление междисциплинарных связей математики с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами;

3) разработка специальных средств для обучения студентов структурированию, систематизации, логической организации математической информации.

Анализ существующих научных исследований Н.Д. Амбросенко [2], В.П. Беспалько [15], Е.Ю. Бондаренко [123], В.В. Васюкевич [33], И.Г. Захаровой [76], Д.Д. Зуева [81], Л.А. Даринской [59], Г.В. и Н.Б. Лаврентьевых [101], А.С. Махова [123], И.В. Роберт [154], Ю.Г. Татура [15], С.А. Христочевского [190], А.Г. Ямщикова [207], белорусских авторов: Г.И. Бабко [7], М.А. Красновой [98], А.В. Макарова [109], И.А. Новик [133], Б.В. Пальчевского [142], З.П. Трофимова [181], Л.С. Фридман [187] и др., их научных и профессионально ориентированных положений о создании и использования УМК, спроектированных и разработанных на указанных ими основаниях, показали, что в общей дидактике еще присутствуют разночтения в определениях УМК по математике для различных специальностей (Приложение А).

Одни авторы под учебно-методическим комплексом понимают систему дидактических средств обучения по выделенной дисциплине (при ведущей роли учебника), создаваемых с важной целью «реализации воспитательных и образовательных задач, сформированных программой по этому предмету и служащих всестороннему развитию личности учащегося» [81]. Другие указывают на то, что УМК скорее является научно-обоснованной системой образовательных ресурсов, документов по какому-то выделенному предмету, которая формируется для максимальной реализации воспитательных и образовательных задач, указанных в соответствующих образовательных программах [146]. Авторы одной из современных концепций об УМК считают, что комплекс – «средство сопровождения образовательного процесса, основанного на субъект-субъектных отношениях между его участниками, обеспечивающего самостоятельную деятельность учащихся на основе актуализации их субъектного опыта, ориентированного на достижение новых целей образования» [152].

Сравнение различных дефиниций УМК подчеркивает многогранность и сложность выделенного к исследованию понятия. А также дает возможность сделать вывод о том, что в трактовке термина «учебно-методический комплекс» преобладают элементы системного и модульного подходов. В рассмотренных в исследовании определениях УМК чаще всего подчеркивается, что это дидактическое средство или система дидактических средств обучения.

Изучение всех этапов разработки УМК показало, что произошло его качественное изменение от «эскизной модели педагогической системы» [15] и «системы дидактических средств» [81] до создания проектов, «средствиально и поэтапно (через учебные ситуации) обеспечивающих осмысленную продуктивную деятельность обучающихся и оргуправленческую деятельность преподавателя» [142]. При этом следует привести определение Г.В. Пичугиной, которая указывает что УМК является наиболее оптимальной на настоящее время целостной моделью учебно-методического процесса обучения. Автор подчеркивает, что принадлежность структуре УМК взаимосвязанных, взаимодополняемых компонентов «характеризует его как устойчивую и в то же время гибкую систему открытого типа» [145].

Уточним определение УМК по математике для технических специальностей, не отрицая при этом значимости представленных в Приложении А определений, а также не отмеченных в нем. На основании определения, предложенного И.А. Новик [136, с. 63], *под учебно-методическим комплексом нового поколения по математике будем понимать систему учебных пособий, дидактических средств и методик, органически связанных между собой, спроектированных в соответствии с особенностями взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов выбранной специальности, ориентированных на организацию разноплановой деятельности студентов и педагогов, позволяющих студентам с помощью современных форм и методов обучения овладеть содержанием дисциплины и служащих для эффективного решения ряда целей учреждения высшего образования* [31, с. 64].

В качестве методологической основы нашего исследования был выбран полипарадигмальный подход, обеспечивающий, по словам О.Г. Стариковой, опережающий характер образовательной деятельности, поскольку «он обобщает потенциал ведущих парадигм для совершенствования стратегии развития высшего образования» [173, с. 15].

Будем руководствоваться также высказыванием Л.С. Лихачевой, что полипарадигмальный подход – это своего рода перекрестная интерпретация одного и того же объекта несколькими дополняющими друг друга источниками (исследовательскими парадигмами), комплексный подход, в котором реализуется «комплексность» как атрибут и «принцип социального познания». «В этом отношении полипарадигмальный подход представляет собой открытое множество исследовательских парадигм, не надстраивающихся друг над другом, а сосуществующих, взаимодополняющих друг друга в раскрытии разных граней (сторон, аспектов) исследуемого объекта» [104, с. 28].

Согласно [186], под парадигмой понимается совокупность теоретических и методологических положений, на которые ученые опираются для осмысления и интерпретации новых данных, используют в качестве принятого образца научного исследования. В диссертации В.А. Шершневой полипарадигмальный подход – совокупная реализация нескольких парадигм. В работе отмечено, что «полипарадигмальный подход адекватен методологическому плюрализму, который является сущностной характеристикой современной педагогики и способен сыграть важную роль в формировании математической компетентности студентов инженерных вузов» [201, с. 12]. В нашем исследовании полипарадигмальный подход опирается на четыре ведущие парадигмы: *знаниевую, деятельностную, личностно-ориентированную, компетентностную.*

«Знаниевая парадигма имеет своей целью передачу следующему поколению наиболее важных элементов культурного и научного наследия человеческой цивилизации и его опыта. Эта передача осуществляется на основе выдержавшей испытание временем совокупности знаний, навыков и умений, а также нравственных идеалов и жизненных ценностей, способствующих как индивидуальному развитию, так и сохранению социального порядка, позволяющих обеспечить функциональную грамотность и социализацию обучающихся» [148, с. 15].

«Деятельностная парадигма образования в качестве цели образования определяет развитие личности учащегося на основе освоения *универсальных способов деятельности*. Процесс учения понимается не просто как усвоение системы знаний, умений и навыков, составляющих инструментальную основу компетенций учащегося, но и как процесс развития личности, обретения духовно-нравственного опыта и социальной компетентности» [40, с. 4].

Личностно-ориентированная парадигма основана на принципах гуманизации образования, его индивидуализации и дифференциации, принципе развивающего обучения [204, с. 25]. Компетентностная парадигма – на том, что «ожидаемым результатом образовательного процесса является не система знаний, умений и навыков, а *набор заявленных государством ключевых компетенций*, без которых невозможна деятельность современного человека в интеллектуальной, общественно-политической, коммуникационной, информационной и прочих сферах» [77, с. 22].

Анализ указанных парадигм свидетельствует, что все они имеют общегуманистическую основу. В то же время без привлечения ценностей других парадигм ни одна из них не является самодостаточной. Находясь в интегральном взаимодействии, они способствуют формированию целостной гармонично развитой, творческой личности.

В Республике Беларусь впервые полипарадигмальный подход использован Д.Г. Медведевым относительно процесса обучения теоретической механике, который под полипарадигмальным подходом понимает «опору на положения целого комплекса подходов» [124, с. 185]. В соответствии с выделенным утверждением нами *под полипарадигмальным подходом относительно обучения математике студентов технических специальностей понимается комплексное соотнесение системно-деятельностного, модульного, дифференцированного, когнитивно-визуального и компетентностного подходов* (рисунок 1.2).

Комплексное соотнесение системно-деятельностного, модульного и компетентностного подходов детерминирует указанные выше цели обучения математике исследуемых специальностей, при разработке структурных элементов УМК требует учета особенностей содержания общепрофессиональной и специальной подготовки студентов технических специальностей. Выделение особенностей определяет взаимодействие преподавателей и студентов, базирующееся на обогащении и уточнении традиционных и активных средств, форм и методов обучения математике указанных специальностей [31].

В свою очередь, комплексное соотнесение системно-деятельностного, когнитивно-визуального и дифференцированного подходов обусловливает необходимость выполнения следующих *важных педагогических условий*:

– выделение базового, прикладного, творческого уровней усвоения указанного учебной программой математического материала;

– условное деление студенческой аудитории на типологические группы;

– разработка для введения в структуру УМК специальных средств, обеспечивающих с учетом когнитивных свойств наглядности целенаправленное управление самостоятельной деятельностью студентов.

Рисунок 1.2. – Реализация полипарадигмального подхода при разработке УМК

Системно-деятельностный подход основывается на теоретических положениях концепций В.П. Беспалько [15], Л.С. Выготского [39], П.Я. Гальперина [46], А.К. Леонтьева [102], И.Я. Лернера [103], В.М. Монахова [127], А.М. Пышкало [151], А.П. Сманцера [166], И.Ф. Харламова [188] и др., которые рассматривают всякое обучение как обучение некоторой деятельности. Мы руководствуемся положением, сформулированным А.А. Столяром для процесса обучения математике: «Обучение математике есть дидактически целесообразное сочетание обучения математическим знаниям и математической деятельности» [174, с. 9]. При этом следует учесть основные идеи Л.С. Выготского о значительной роли обучения по отношению к развитию личности: «обучение, опираясь на реально достигнутый уровень развития, должно всегда несколько опережать его, стимулировать и вести за собой» [39, с. 163].

Формирование компетенций специалиста, его познавательной самостоятельности и особенно умения познавать математическую информацию – сложная дидактическая задача. Она может быть решена педагогом при использовании и гибком сочетании различных форм, методов и средств обучения, но в условиях деятельностного подхода главным элементом среди них является самостоятельная работа студентов. Знания при систематическом и научно организованном ее выполнении добываются в самостоятельном поиске, в преодолении постоянно нарастающих трудностей, тем самым формируются необходимые качества будущего специалиста.

По утверждению А.П. Сманцера, «в основе системного подхода лежит положение о необходимости всестороннего рассмотрения явлений, процессов, исследуемых в науке <...> Системный подход к процессу обучения позволяет более детально выявить все взаимосвязи между его компонентами» [166, с. 74].

Системно-деятельностный подход дает возможность рассматривать УМК как совокупную целостность, направленную на достижение целей обучения математике студентов технических специальностей, выявлять связи между ними и взаимовлияние. Указанный подход предусматривает ориентацию на формирование компетенций будущего профессионала.

Умение не только увидеть задание или проблему с различных сторон, но провести анализ и синтез различных вариантов решений, из общего целого выделить составные части либо отдельные элементы соединить в целую картину, поможет не только в процессе обучения математике для студентов технических специальностей, но и в становлении будущего специалиста, в обычной жизни.

Задача выделения математической информации для разработки структурных элементов УМК приводит к вопросу структурирования всего содержания дисциплины. Указанный факт и анализ существующих дидактических теорий структурирования учебного материала: метод дидактических матриц (В.П. Беспалько [15]), теория графов (А.М. Сохор [169]), метод модульного построения (П.А. Юцявичене [206]) и др., подчеркивают важность включения в методологию этого проектирования *модульного подхода* к обучению математике студентов технических специальностей.

Выявленный и установленный подход является наиболее перспективным в плане *технологизации* учебного процесса. Разбиение математического содержания на автономные модули для повышения эффективности его изучения выступает как ключевой параметр, позволяющий придать создаваемому УМК интегральную целостность и системность. Дидактические возможности модульного подхода позволяют педагогу объединять различные виды, формы и средства обучения, выбирать наиболее эффективные из них для каждого изучаемого модуля и конкретной аудитории обучаемых.

Модульный подход упорядочивает изложение теории, практики, обеспечивает обучение математике системой проверки контроля знаний. Таким образом, в модульном обучении осуществляется проектирование гибких образовательных структур как по содержанию, так и по организации обучения, «гарантирующих удовлетворение потребности, имеющейся в данный момент у человека, и определяющих вектор нового, возникающего интереса» [21, с. 36].

Значимую роль в получении студентами системных математических и специальных профессионально ориентированных знаний, умений, навыков, а также в овладении ими указанными стандартом компетенциями выполняет *компетентностный подход*. А.И. Жук подчеркивает, «компетентностный подход в образовании предполагает в качестве ценностных оснований максимальную степень самоопределения в профессии, способности адаптироваться к изменяющимся условиям производства, а также активность личности в процессе получения профессионального образования, способность мобилизовать свои знания и умения в ситуации деятельности» [66, с. 8]. Отметим значительный вклад белорусских и зарубежных ученых в разработку понятийного аппарата компетентностного подхода, среди которых Е.Я. Аршанский [5], В.И. Байденко [9], О.Л. Жук [67; 68], И.А. Зимняя [77], А.В. Макаров [109], А.В. Хуторской [192], Л. Перез [209], Б.Ж. Райзер [210] и др.

Базовыми категориями компетентностного подхода выступают компетенция и компетентность. Обратимся к определениям Е.Я. Аршанского, который указывает, что «компетентностный подход – это методологический подход, при котором определение целей, отбор содержания, организация образовательного процесса и оценка его результатов осуществляется на основе формируемых у обучающихся компетенций. Компетенция – набор знаний, умений, способов и опыта деятельности. В этом случае компетентность выступает как интегративное качество личности, характеризующее степень овладения той или иной компетенцией, выраженность компетенции» [5, с. 5].

Компетентностный подход в разработке и реализации процесса обучения математике на основе УМК нового поколения имеет следующую сущность: под содержанием образования понимаются не только усвоение математических знаний, освоение умений и навыков, но и овладение способами деятельности, указанными стандартом компетенциями. Разработка средств, форм и методов на основе выделенного подхода направлена на формирование самостоятельного профессионала, готового к осознанному выбору решения возникающих задач.

Основы выявления специфических различий обучающихся в протекании психических процессов исследованы в работах Л.С. Выготского [39], П.Я. Гальперина [46] и др. Труды психологов демонстрируют значительные индивидуальные различия студентов в процессе обучения, важную роль среди которых играет уровень развития мышления. Теоретические основания индивидуализации обучения наиболее полно выделены в работах С.И. Архангельского [4], Ю.К. Бабанского [6], И.Э. Унт [182] и др. Согласно И.Э. Унт, индивидуализация – это учет индивидуальных особенностей обучающихся во всех формах и методах обучения, дифференциация – это учет индивидуальных особенностей в той форме, когда учащиеся группируются на основании каких-либо особенностей [182].

Ввиду этого логика проектирования и воплощения процесса обучения математике студентов технических специальностей на основе УМК нового поколения ведет к дифференциации студенческой аудитории. Она предполагает применение *дифференцированного подхода* к обучению, который позволяет привести процесс овладения студентами математической информацией в соответствие с учетом уровней их способностей.

«Под дифференцированным подходом к обучению математике будем понимать такую его организацию, при которой каждый студент, овладевая некоторым минимумом математических знаний и их практических приложений, получает право и возможность расширять и углублять свои математические знания на более высоких уровнях усвоения» [24, с. 12]. Методика реализации дифференцированного подхода на основе УМК основывается на выявлении трех уровней усвоения изучаемого математического материала, делении студенческой аудитории на три типологические группы.

В соответствии с этим определим три уровня обучения студентов технических специальностей: базовый, прикладной и творческий. Каждый из названных уровней, в соответствии с исследованиями В.С. Вакульчик [24], имеет значительные отличия по количественным и качественным показателям. Количественные показатели выявляются на основе полученных результатов контроля и диагностики. Качественные показатели уровня математических знаний характеризуются: а) объемом знаний; б) пониманием материала; в) осмысленностью и действенностью знаний; г) уровнем познавательной активности и самостоятельности.

Объем знаний студента – назначенное количество определений, указанных правил, необходимых таблиц, формулировок теорем с доказательствами, которые должны быть усвоены обучаемым на достаточном уровне. Действенность и осознанность знаний проверяется по навыкам и умениям студента анализировать задачи, выбирать из нескольких решений оптимальное. При этом проверяется способность делать обобщения, выделять главное, структурировать, систематизировать учебную информацию, в т.ч. математическую, применять теоретические знания к решению практических заданий. Уровень познавательной активности студента оценивается с учетом степени сложности задания, предложенного для самостоятельного решения.

Экспериментальные данные исследования показали, что для повышения эффективности обучения математике существенную роль оказывает создание на базе УМК нового поколения условий для перехода на более высокий уровень обучения студентов технических специальностей.

Рассмотрим *когнитивно-визуальный* подход к обучению математике студентов технических специальностей. Сущность выделенного подхода заключается в учете познавательной роли наглядности. Согласно положениям научных работ психолого-педагогического характера (Т.П. Зинченко [79], Н.В. Бровки [18], Н.А. Резник [153], В.А. Далингера [58], О.О. Князева [91], А.А. Столяра [174] и др.), наглядность в усвоении математической информации может играть более значительную роль, чем обычное зрительное восприятие.

По мнению Н.В. Бровки, «реализация когнитивно-визуального подхода в процессе обучения учащихся математике позволяет сконструировать визуальную учебную среду – совокупность условий обучения, в которых акцент ставится на использовании резервов визуального мышления учащихся. Эти условия предполагают наличие как традиционных наглядных средств, так и специальных средств и приемов, активизирующих работу органов зрения» [18, с. 153].

При включении в структуру УМК нового поколения специальных средств, созданных на основе когнитивно-визуального подхода, возникают предпосылки для повышения наглядности и доступности представления математической информации. Эти средства являются инструментами для оказания студентам помощи в организации их познавательной деятельности, в частности на этапах восприятия и переработки изучаемого математического материала. Создаются условия повышения эффективности обучения математике студентов исследуемых специальностей. Они реализуют содержательные знания, наглядное представление о структуре выделенного к изучению учебного материала, оказывают возрастающее влияние на уровень и степень познавательной активности студентов, их самостоятельности.

Реализация полипарадигмального подхода направлена на достижение целей обучения математике: *обучение студентов математическим знаниям, математической деятельности; организация их самостоятельной познавательной деятельности; формирование указанных стандартом компетенций*. Она позволяет выработать особую стратегию, исходя из особенностей данного изучаемого объекта и объективных условий его существования.

Достижение указанных целей обучения математике зависит от обоснованного выбора информативной емкости его содержания в сочетании с соответствующими формами, методами, средствами организации на основе УМК разноплановой деятельности преподавателей и студентов. Отсюда следует вывод о необходимости наличия в УМК нового поколения структурных элементов, содержание которых будет подчиняться определенным методическим требованиям, учитывать дидактические принципы и реализовывать дидактические парадигмы и подходы, способствовать повышению эффективности обучения математике.

Выделим основные *методические требования к обучению математике на основе УМК нового поколения для студентов технических специальностей*:

– опора на дидактические принципы и подходы к обучению математике в соответствии со спецификой подготовки студентов конкретных специальностей;

– учет уровня школьной математической подготовки студентов, ее преемственных связей с высшей математикой;

– реализации в УМК предшествующих, сопутствующих и перспективных междисциплинарных связей математики с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами;

– обоснованное сочетание посредством УМК многообразия форм, методов, средств обучения математике при определяющей роли самостоятельной работы студентов [119, с. 43].

Согласно А.М. Сохору, принципы обучения – это исходные дидактические положения. Они отражают протекание объективных законов и закономерностей процесса обучения и определяют его направленность на развитие личности [169]. Принципы обучения студентов математике в учреждениях высшего образования представлены на частнодидактическом уровне в фундаментальных исследованиях А.А. Столяра [174], И.А. Новик [135], В.Г. Скатецкого [164], А.П. Сманцера [166], Г.М. Булдыка [19], Н.В. Бровки [18], В.В. Казаченка [85] и др. А.А. Столяр в систему принципов теории обучения математике включил «принципы научности, сознательности усвоения, активности учащихся, наглядности обучения, прочности знаний и индивидуального подхода» [174, с. 64]. В трудах В.Г. Скатецкого традиционные дидактические принципы обучения дополнены принципами фундаментальности, профессиональной адаптации, пролонгации, преемственности [163].

Сравнительный анализ образовательных стандартов на примере трех специальностей (1-48 01 03 – «Химическая технология переработки природных энергоносителей и углеродных материалов»; 1-70 04 02 – «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»; 1-70 04 03 – «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов») показал, что в них имеются значительные пересечения в циклах естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин. При этом тесная связь в стандартах проявляется в необходимости учета экологической, энергосберегающей и химико-технологической составляющих, входящих в структуру общепрофессиональных и специальных дисциплин.

В указанной связи нами выявлены *особенности взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для технических специальностей:* потребность в переносе свойств и зависимостей, выраженных в математических формулах и объектах, на их использование в содержании специальных дисциплин; важность развития у студентов умений строить математические модели, исследовать их свойства; востребованность в установлении базовых тем по математике для изучения важных направлений (экологического, энергосберегающего, химико-технологического характера) в специальных дисциплинах; необходимость формирования у студентов опыта поиска путей решения на основе математического моделирования проблем разработки технологических процессов переработки природных энергоносителей, режимов работы систем теплогазоснабжения, водоотведения, вентиляции, кондиционирования воздуха, охраны воздушного и водного бассейнов и др.

На основе выявленных особенностей взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для исследуемых специальностей были сформулированы *условия установления взаимосвязей содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики* в подготовке студентов специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»:

– учет экологической и химико-технологической составляющих общепрофессиональных и специальных дисциплин в обучении математике;

– обеспечение формирования опыта переноса свойств и зависимостей, выраженных в математических формулах, на их использование в содержании указанных дисциплин;

– усиление профессионально ориентированной направленности математической подготовки специалиста.

Все сказанное выше составляет теоретические предпосылки для учета и принятия во внимание при разработке УМК нового поколения и обучения математике на его основе студентов исследуемых специальностей следующих традиционных дидактических принципов: научности, информационной системности и целостности, доступности, структуризации, сознательности усвоения, преемственности, реализации обратной связи в обучении математике и др.

Реализация *принципа научности* связана с анализом математической информации, выделением в ней важных идей, использованием достоверных научных знаний, фактов и примеров, стандартной и новейшей научной терминологии, последних научных достижений в математике, с организацией и поощрением поисковой научно-исследовательской деятельности студентов.

Принцип информационной системности и целостности отражает необходимость построения процесса обучения математике в строгой логической последовательности с опорой на ранее усвоенные знания, чтобы новые знания становились фундаментом для усвоения последующих. Его воплощение на практике осуществляется за счет разумного использования средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в органичном сочетании со всем арсеналом организационных форм, методов, дидактических средств проектируемого комплекса. Указанный принцип выполняется за счет реализации в УМК нового поколения предшествующих, сопутствующих и перспективных междисциплинарных связей математики с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

Соблюдение этого принципа требует от педагога исходить из уровня подготовленности студентов, учитывать их жизненный опыт, интересы, особенности развития. При этом следует добиваться согласования темпа сообщения информации со скоростью ее усвоения студентами, ориентировать их на понимание и осмысление изучаемого материала, а не на запоминание и зазубривание. Реальные возможности для этого имеют системно-деятельностный, дифференцированный, модульный, когнитивно-визуальный дидактические подходы.

Принцип структуризации отражает психолого-педагогическую закономерность, согласно которой обучение математике на технических специальностях строится по отдельным функциональным модулям. Они предназначены для достижения конкретных дидактических целей, содержание которых отвечает требованиям целостности, практической значимости, компактности, автономности, систематичности, логической последовательности, наглядного представления и изложения учебного материала. Модуль при этом выполняет роль своего рода банка информации и методического руководства по ее усвоению.

Вместе с тем в соответствии с особенностями взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов конкретных специальностей отдельного рассмотрения и обогащения как особо востребованных относительно решения поставленной проблемы требуют дидактические принципы *пролонгации*, *профессиональной направленности*, *развивающего обучения*.

Сравнительный анализ требований к обязательному минимуму содержания учебных программ, указанным стандартом компетенциям, а также интервьюирование преподавателей естественнонаучных и специальных кафедр позволили сделать вывод, что программы в цикле естественнонаучных дисциплин (математика, физика, химия и информатика) для технических специальностей имеют значительные совпадения, во многом идентичны.

В каждой из исследуемых специальностей в цикле общепрофессиональных и специальных дисциплин: «Промышленная экология», «Инженерная экология», «Рациональное использование и охрана водных ресурсов», «Химия», «Физическая химия», «Химия воды и микробиология», нами выявлены достаточно близкие требования к знаниям, умениям, навыкам. Идентичными требованиями характеризуются дисциплины: «Инженерная и машинная графика», «Начертательная геометрия и инженерная графика», «Инженерная графика», «Энергосбережение и энергетический менеджмент», «Основы энергосбережения». В содержании указанных общепрофессиональных и специальных дисциплин имеются темы, в которых используются общие базовые математические понятия и соответствующие математические модели, иллюстрирующие востребованность и универсальность математического языка (в таблице 1.1 представлены фрагменты отдельных тем).

Из приведенных данных следует, что для повышения эффективности обучения математике студентов технических специальностей при разработке УМК нового поколения требуется учет *принципа пролонгации*. Он впервые введен В.Г. Скатецким, который отмечал, что указанный принцип продлевает процесс овладения математическими понятиями, фактами, утверждениями в рамках общего курса. Он помогает расширить, углубить и обобщить излагаемый в курсе математики материал [164]. Относительно нашего исследования принцип пролонгации состоит в выявлении и учете на основе УМК нового поколения междисциплинарных связей математики с физикой, химией и информатикой, в проектировании и использовании задач междисциплинарного содержания (п. 2.2). Значит, требуется включение в структуру УМК компонентов, ориентированных на раскрытие связей изучаемого математического аппарата и значимых для овладения естественнонаучными дисциплинами, и задач на обеспечение возможности углубленного изучения особо востребованных тем.

Сравнительный анализ требований стандартов показал, что *экологическая составляющая* есть не только в содержании дисциплин «Промышленная экология», «Инженерная экология», «Рациональное использование и охрана водных ресурсов», но и в других, представленных в Приложении Б. В обучении студентов технических специальностей экологическая составляющая занимает важное место, однако из-за небольшого количества аудиторных часов, отведенных на изучение указанных дисциплин, не всегда у преподавателя находится время на вывод математического аппарата, позволяющего математическими средствами производить расчеты, связанные с экологическими проблемами. Чаще формулы выдаются в готовом виде, ссылкой на стандарты или справочники.

Поэтому в УМК нового поколения по математике необходимо наличие структурного элемента, в содержание которого будут включены профессионально ориентированные задачи экологического, энергосберегающего, химико-технологического характера, позволяющие продемонстрировать математический аппарат, необходимый для вычислений, вывода формул, создания и исследования соответствующих математических моделей.

Таблица 1.1. – Базовые математические понятия, используемые в содержании общепрофессиональных и специальных дисциплин

Базовые математические понятия	Общепрофессиональные и специальные дисциплины	Тема, в которой используется базовое математическое понятие в общепрофессиональных и специальных дисциплинах
Производная функции	Физическая химия	Температурный коэффициент теплового эффекта процесса $\Delta C_p = \frac{d\Delta H}{dT}$
	Инженерная экология	Вычисление мощности источника загрязнения $S = Q \cdot C + kCV + \frac{d(CV)}{dt}$
	Механика жидкости и газа	Коэффициент объемного сжатия жидкости $\beta_c = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}$
		Вязкость жидкости $T = \pm\mu \cdot S \cdot \frac{dU}{dy}$
Интегралы	Механика жидкости и газа	Расход жидкости через сечение $Q = 2\pi \int_0^{r_0} urdr$
		Время истечения при переменном напоре из цилиндрического резервуара: $t = \frac{2L}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{2r_o}^{0} \sqrt{2r_0 - H}\, d(2r_0 - H)$
	Физическая химия	Химический потенциал идеального газа $G = \int nRT \frac{dp}{p}$
Дифференциальные уравнения	Механика жидкости и газа	Касательное напряжение в турбулентном потоке $\tau = \mu \cdot \frac{d\overline{u}_x}{dz} + \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{d\overline{u}_x}{dz}\right)^2$
	Инженерная экология	Изменение концентрации отходов описывается уравнением $\frac{dL}{dt} = -k_1 L$
	Физическая химия	Скорость химических реакций $-\frac{dc}{d\tau} = k\left(\frac{a-x}{V}\right)\left(\frac{b-x}{V}\right)$
Векторы	Механика жидкости и газа	Движение элементарной жидкой частицы в векторной форме по принципу Даламбера $\rho\Delta V \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \rho\Delta V \cdot \overline{F} + \overline{p}_n \Delta S_n - \overline{p}_x \Delta S_x - \overline{p}_y \Delta S_y - \overline{p}_z \Delta S_z$

Следовательно, можно утверждать, что для повышения эффективности обучения математике студентов технических специальностей при разработке УМК требуется учет *принципа профессиональной направленности*. Для исследуемых специальностей выделенный принцип детерминирует выявление и учет междисциплинарных связей математики с физической химией, инженерной экологией, механикой жидкости и газа и др. Он обусловливает проектирование в структуре УМК нового поколения системы задач профессионально ориентированного содержания.

Относительно принципа профессиональной направленности имеются различные суждения. В определении В.Г. Скатецкого профессиональная направленность обучения математике рассматривается как «целостная динамическая структура, которая включает методические принципы изложения курса математики и позволяет студентам овладеть содержанием курса математики» [164, с. 9]. Профессиональную направленность А.Н. Сендер рассматривает, «с одной стороны, как ведущее качество личности, а с другой – как общую, профессиональную и специальную педагогическую направленность личности» [161, с. 5].

Не отрицая значимости указанных определений, в нашем исследовании будем следовать трактовке, предложенной Г.И. Худяковой, которая утверждает, что «принцип профессиональной направленности – это единство двух аспектов: содержательного и процессуального» [191, с. 117]. При этом подразумевается, что содержательный аспект предусматривает будущую профессиональную деятельность студентов. Процессуальный аспект профессиональной направленности обучения содержит совокупность методических форм, приемов и средств. Их систематическое применение помогает студентам овладевать способностью применения системы математических знаний при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин, а в будущем и при профессиональной реализации.

Принцип профессиональной направленности обучения математике студентов технических специальностей на основе УМК нового поколения выражается в содержательных связях этого обучения с будущей профессиональной деятельностью, обеспечивает высокую мотивацию к активному и осознанному овладению математическим аппаратом. При этом учет указанного принципа реализует связь теории с практикой, максимальное приближение содержания дисциплины «Математика» к содержанию общепрофессиональных и специальных дисциплин, способствует овладению студентами указанными стандартом компетенциями.

Принципы пролонгации и профессиональной направленности нацелены на выполнение в обучении математике на основе УМК нового поколения студентов технических специальностей методологической и системообразующей функций.

Методологическая функция выделенных принципов базируется на философских принципах целостности мира, взаимопроникновения различных форм науки и развития знания. Она реализуется посредством УМК спроектированной в нем системой задач междисциплинарного, профессионально ориентированного характера, путем логического анализа формул, применяемых в естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплинах, выявления взаимосвязей и взаимозависимости входящих в них параметров. При этом выполняет *методологическую задачу* по формированию использования математических знаний для овладения другими дисциплинами.

Методологическая функция названных принципов формирует у студентов систему взглядов, убеждений, развивает у них мотивацию к решению экологических, энергосберегающих, нефтеперерабатывающих и других государственно важных проблем как основы формирования мировоззрения будущего специалиста.

Системообразующая функция дидактических принципов проявляется в том, что их учет обеспечивает целостность, согласованность и целесообразность образовательных стандартов, учебных планов и программ, целей, содержания, форм, методов, средств обучения, субъект-субъектных отношений. Учет принципов пролонгации и профессиональной направленности играет роль системообразующего, регулятивного элемента обучения математике студентов технических специальностей на основе взаимосвязанных структурных элементов УМК нового поколения. Ее реализация в обучении математике студентов технических специальностей заключается в наполнении компонентов УМК иллюстративным материалом междисциплинарного, профессионально ориентированного содержания.

Экспериментально обоснованная методика обучения математике на основе УМК нового поколения студентов технических специальностей с учетом принципов пролонгации и профессиональной направленности представлена в п. 2.2.

Недостаточная разработанность научно-методического обеспечения для обучения математике студентов технических специальностей в условиях сжатых сроков обучения позволяет актуализировать к отдельному рассмотрению при разработке УМК нового поколения и методики его применения возможность учета *принципа развивающего обучения.* «Принцип *развивающего обучения* – это такое построение обучения, при котором можно закономерно управлять темпами и содержанием развития посредством организации обучающих воздействий. Такое обучение должно действительно «вести за собой» развитие, внутри себя создавать условия и предпосылки психического развития в соответствии с высокими нормами и требованиями будущей школы» [137, с. 77].

Реализация указанного важного принципа предполагает целенаправленное формирование у студентов продуктивной аналитико-синтетической деятельности, навыков и умений логически мыслить. Студенты в процессе обучения математике овладевают приемами сравнения, обобщения, абстрагирования, классификации, систематизации, анализа, синтеза. Важно научить их доказывать истинность выдвинутого положения, аргументировать тезисы, выделять главную мысль, различать существенные и второстепенные признаки, делать выводы на основе анализа фактического материала.

Принцип развивающего обучения подразумевает в обучении математике студентов исследуемых специальностей необходимость наличия в УМК специальных средств, предназначенных для целенаправленного развития и формирования у них умений и навыков структурирования, систематизации, логической организации информации. В этой связи весь методический арсенал УМК нового поколения, вся совокупная целостность структурных элементов УМК потенциально должна иметь возможность формировать компетентного специалиста, способного планировать деятельность, ставить цели, определять средства для их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты.

Взаимосвязанное функционирование компонентов УМК предполагает научно организованный процесс овладения математической информацией, который опирается на имеющуюся у студента зону ближайшего развития. Оно предполагает опору на те психические процессы, которые должны складываться у него в совместной работе с педагогом и другими студентами, а затем функционировать в его самостоятельной деятельности.

Зона ближайшего развития позволяет охарактеризовать возможности и перспективу развития. Определение зоны ближайшего развития – важнейший параметр в воплощении принципа развивающего обучения. Она определяется содержанием тех задач, которые студент еще не может решить самостоятельно, но может осуществить поиск решения с помощью компонентов УМК, что в конечном счете создаст предпосылки к его нахождению. Такой подход проектирует в УМК возможность формирования познавательной самостоятельности студента, воспитания такого его личностного качества, как независимость.

Методические приемы эвристического обучения играют важную роль в познавательном процессе обучения студентов исследуемых специальностей математике на основе УМК нового поколения. При этом необходимо реализовать гармоничное единство его образовательной, воспитательной и развивающей функций. Указанные приемы оказывают решающее воздействие на формирование активной познавательной самостоятельности и индивидуальной самореализации студента. В нашем исследовании они являются эффективными средствами к достижению поставленной в нем цели.

«Эвристический, проблемный метод изложения материала, способствуя усилению мотивационно-ценностного компонента в обучении «строгой и сухой» математике, позволяет развивать логическое мышление, аналитико-синтетическую деятельность студентов, играет важную роль особенно на этапе введения нового понятия – «особой» точки процесса освоения математической информации. Познавательная деятельность эвристического характера совершенствует и комплексно активизирует психические процессы мышления на уровне восприятия и памяти, воображения и творческого мышления, воспроизведения, воссоздания или создания нового. При этом, очевидно, решается задача управления развития личности каждого студента, и в определенной мере, решается проблема развития его личности через обучение» [25, с. 19].

Выявленные и установленные нами методологические основания разработки УМК нового поколения позволяют рассматривать его в качестве средства для повышения эффективности обучения математике студентов технических специальностей, формирования их познавательной самостоятельности, указанных стандартом компетенций специалиста в условиях сжатых сроков обучения. Ориентация на полипарадигмальный подход, на выявленные особо востребованные относительно решения поставленной проблемы взаимодополняющие дидактические принципы, функции выделяет цели и способы их достижения, особенности выбора содержания, отбора адекватных форм, средств, методов сопровождения в обучении математике посредством взаимосвязанных компонентов УМК разноплановой деятельности преподавателей и студентов.

1.2 Проектирование специальных компонентов УМК нового поколения по математике на основе когнитивно-визуального подхода

В параграфе отдельное внимание уделено когнитивно-визуальному подходу как наименее разработанному в научно-методических исследованиях и психолого-педагогической литературе относительно выделенной проблемы.

В теории и методике, в которой признается высокое образовательное значение заложенного в наглядности потенциала, особое внимание отводится проблеме учета в познавательном процессе принципа наглядности на основе развития и использования резервов визуального мышления обучающегося.

Одним из основоположников введения термина «мышление посредством визуальных операций» является Р. Арнхейм [208, с. 101]. Термин «визуализация» происходит от латинского *visualis* – воспринимаемый зрительно, наглядно. Визуализация информации фактически позволяет представлять числовую и текстовую информацию в виде наглядных образов: графиков, диаграмм, структурных схем, таблиц, карт и т.д. Такое понимание визуализации как процесса наблюдения предполагает минимальную мыслительную и познавательную активность познающего субъекта. При этом визуальные дидактические средства выполняют лишь иллюстративную функцию.

Иное определение визуализации дается в известных педагогических концепциях. Советский психолог В.П. Зинченко считает, что «визуальное мышление – это человеческая деятельность, продуктом которой является порождение новых образов, создание новых визуальных форм, несущих определенную смысловую нагрузку и делающих знание видимым» [79, с. 207].

Более истинной представляется точка зрения авторов, отстаивающих в своих исследованиях тезис о том, что визуальное мышление является видом образного, не совпадающего с визуальным (Н.В. Бровка [18], Н.А. Резник [153], В.А. Далингер [58], О.О. Князева [91], М.А. Чошанов [197] и др.). Принимая во внимание наличие визуального мышления, многие из них подчеркивают когнитивное свойство визуализации. Они указывают на тот факт, что визуализация не только особым образом «помогает» обучающемуся на этапе восприятия и переработки изучаемой информации, в организации его аналитико-мыслительной деятельности. Она также дает содержательные знания, оказывает существенное влияние на глубину осознанности восприятия и понимания специальным образом представленного математического объекта [27].

Приведем определения, которые характеризуют понятие визуализации касательно данного исследования, позволяют использовать его на частно-дидактическом уровне относительно обучения математике студентов технических специальностей. В монографии Н.В. Бровки дается следующее определение: «Визуализация или наглядность понимается шире, чем возможность зрительного восприятия, поскольку, воздействуя на органы чувств обучаемого, обеспечивает формирование более полного представления образа или понятия, что приводит, во-первых, к более прочному усвоению материала, во-вторых, развивает эмоционально-ценностное отношение к полученным знаниям» [18, с. 151]. Приведем также определение А.А. Вербицкого: «Процесс визуализации – это свертывание мыслительных содержаний в наглядный образ; будучи воспринятым, образ может быть развернут и служить опорой адекватных мыслительных и практических действий» [35].

В 90-е годы прошлого века стали говорить о когнитивной революции в науке. Появились особые способы представления информации – когнитивные инструменты: схема, график, таблица, гипертекст и т.п. «С помощью эффективной организации взаимодействия человека и визуальной модели разрабатываются новые методы повышения качества принимаемых решений, методики постановки и структуризации проблем. При этом делаются попытки разработать формы представления модели, учитывающие индивидуальные способности человека» [146, с. 14].

Однако имеет место противоречие между объективно существующим в теории и методике обучения теоретическим обоснованием положительного влияния визуального мышления на уровень и степень аналитико-синтетической деятельности обучающегося и отсутствием таких проектов в практике обучения математике студентов технических специальностей. В традиционной практике обучения математике студентов технических специальностей вербальная и символическая абстракции преобладают над образностью. Указанное противоречие обусловливает необходимость разработки теоретических положений когнитивно-визуального подхода относительно обучения математике студентов названных специальностей на основе УМК нового поколения.

Предоставим когнитивно-визуальному подходу роль важного параметра влияния на повышение эффективности обучения математике, на формирование проектируемых стандартом компетенций специалиста. Следуя за В.С. Безруковой, под когнитивно-визуальным подходом будем понимать принцип формирования образовательной технологии на основе взаимосвязи и единства абстрактно-логического содержания учебного материала и методов с наглядно-интуитивными [12].

Названный подход связан с использованием когнитивных возможностей визуальной информации. В математике это проявляется, например, при работе над иллюстрациями. Когнитивная визуализация содержит в себе ключ и значительный потенциал к решению многих учебных проблем. Здесь учитывается роль цвета, усиливающего восприятие, запоминание, осмысление изучаемой информации. Поэтому данный подход стимулирует широкое использование в процессе обучения математике цвета и формы, графиков и рисунков, комплексных когнитивно-визуальных заданий и мультипликаций.

Согласно исследованиям Н.В. Бровки, «когнитивно-визуальный подход в методической системе обучения студентов математике выражается в следующих действиях:

- перенос акцента с иллюстративного аспекта использования наглядности на познавательный процесс;
- организация деятельности состоит в систематизации математических фактов и их анализе и является детерминантой движения к содержательному теоретическому знанию;
- включение в структуру различных видов наглядности элементов проблемного обучения, т.е. постановка вопросов или выявление противоречий, которые побуждают к самостоятельному осмыслению и изучению существенных внутренних связей, свойств и отношений рассматриваемых математических объектов;
- обучение студентов учебным действиям, выполнение которых ведет к формированию содержательных обобщений, обладающих математической символьной наглядностью;
- включение в обучение такой структуры наглядности, которая в состоянии воздействовать на психологическую сферу путем подкрепления позитивной мотивации, интереса к предмету, рефлексии, результатом чего является усиление познавательной активности обучаемых (в частности, разработка таблиц, алгоритмов или структурно-логических схем)» [18, с. 151–152].

Указанные выше аспекты стратегически-тактического направления реализации выделенного подхода к обучению математике позволяют отчетливо видеть различие в традиционной трактовке понятий «визуализация» и «когнитивная визуализация». «Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении математике позволяет сконструировать визуальную учебную среду – совокупность условий обучения, в которых акцент ставится на использовании резервов визуального мышления учащихся. Эти условия предполагают наличие как традиционных наглядных средств, так и специальных средств и приемов, активизирующих работу органов зрения» [91, с. 4].

Таким образом, *чтобы реализовать когнитивно-визуальный подход, необходимо создать визуальную учебную среду – совокупность условий обучения, в которых акцент ставится на использовании когнитивных резервов визуального мышления.*

При когнитивно-визуальном подходе способы представления визуальной информации, согласно [199], можно классифицировать по четырем группам: текстовая (знаково-текстовая); знаковая (знаково-символическая); образно-знаковая; образная.

Из перечисленных в классификации групп при изучении курса математики наиболее эффективно, на наш взгляд, могут быть задействованы образно-знаковая, знаково-текстовая и образная группы.

К *образно-знаковой группе* представления визуальной информации отнесем составление и использование графических схем, частных алгоритмов решения задач, отдельных приложений систем компьютерной алгебры (СКА). Будем исходить из утверждения, что «весьма эффективным средством представления информации является структурирование текста в виде блок-схем, причинно-следственных диаграмм, семантических сетей, когнитивных карт и т.д.» [147, с. 8].

Графические схемы – это графическое представление определения, понятия, темы, состоящее из связанных между собой блоков и стрелок, содержащих в себе определенный математический объект: факт, понятие, теорему, идею и т.п. Частный алгоритм решения задачи – графическое представление в компактном виде метода решения задачи, последовательности действий, применения формул и положений, используемых в процессе этого решения или выполнения его отдельного важного этапа. Названные графические средства являются методически эффективными для реализации когнитивно-визуального подхода в конкретном дидактическом процессе обучения математике студентов технических специальностей, влияющими на активизацию и организацию самостоятельной познавательной деятельности студентов. Предлагаемые специальные средства визуализации информации служат компактным описанием определенного отрезка учебного материала. Они помогают студенту с формированием и развитием представлений о структуре и взаимосвязях изучаемых математических объектов, требуют применения комплексных знаний и умений по изучаемой теме [27].

Эти средства служат специальными методическими инструментами, которые позволяют обеспечить наглядное представление о системе учебного материала. Они оказывают значительное влияние на степень и уровень познавательной активности студентов, их самостоятельности, на формирование указанных стандартом компетенций (1-АК-1, АК-2, АК-3, АК-4, ПК-23; 2-АК-1, АК-4, АК-6, АК-7, ПК-1, ПК-6). Обучение математике на основе УМК позволяет целенаправленно формировать навыки их построения и использования для рациональной организации мыслительной деятельности студентов технических специальностей [27]. Проиллюстрируем пример проектирования организации познавательной деятельности студентов в процессе построения граф-схемы «Определенный интеграл» (рисунок 1.3).

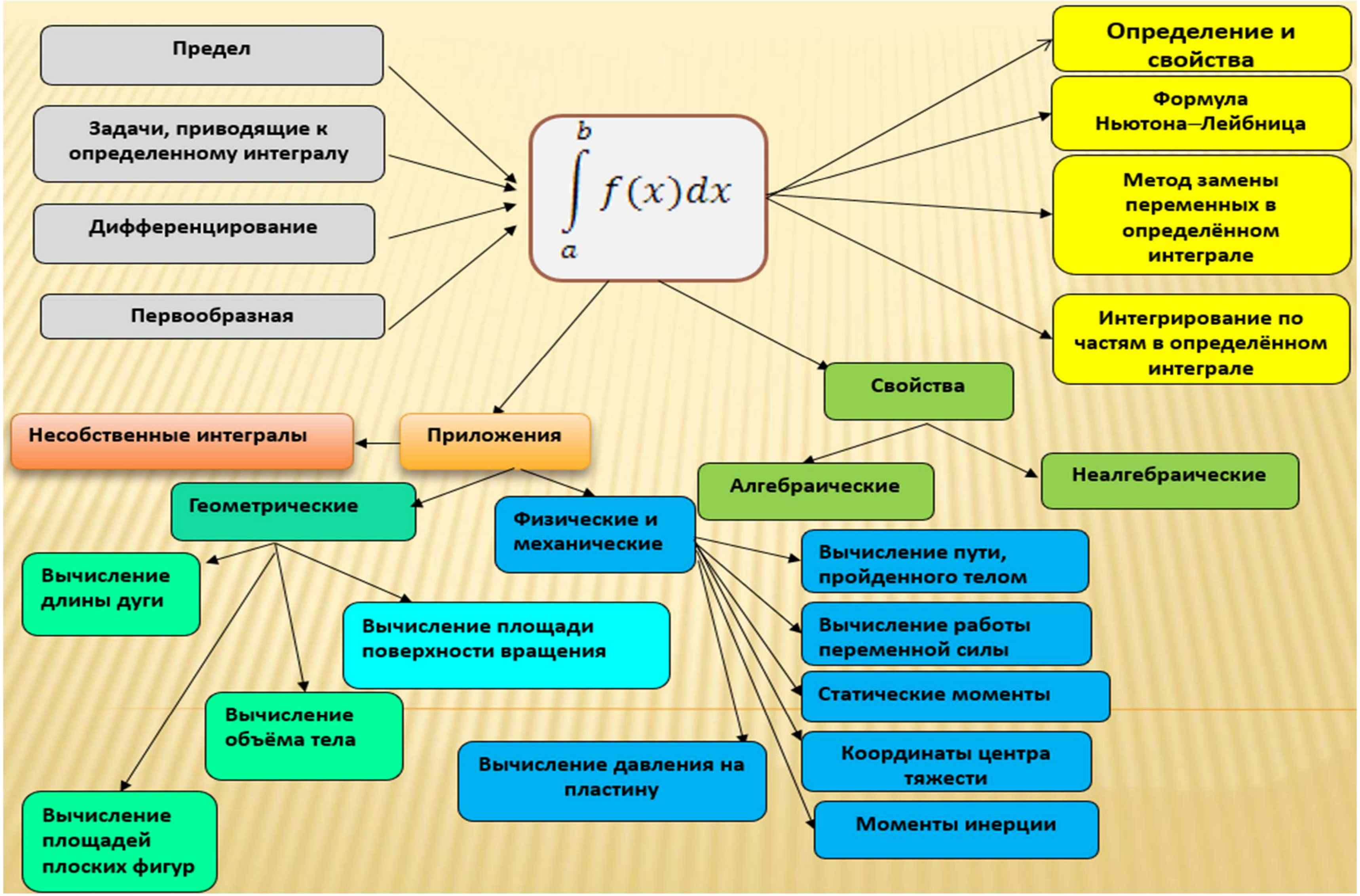


Рисунок 1.3. – Граф-схема «Определенный интеграл»

В процессе составления графической схемы следует обратить внимание студентов на то, что она визуализирует и представляет в сжатом компактном виде положения и математические факты. Они являются необходимыми для осознанного понимания родового понятия и инструментария его применения в теории и практических приложениях раздела «Определенный интеграл».

Поэтому имеются основания утверждать, что при этом создаются благоприятные условия для методически целенаправленного оказания помощи студентам в организации связей изучаемых тем и понятий между собой. Такая помощь неявно и опосредованно способствует запоминанию, осознанию, овладению студентами, хотя бы на базовом уровне, ключевыми позициями основных понятий и положений.

Следует отметить, что в процессе организации построения в аудитории представленной граф-схемы целесообразно воспользоваться ИКТ, выполненной в Microsoft PowerPoint. Применяя анимационные возможности выбранной программы по мере ответов студентов на экране будут появляться элементы граф-схемы до полного, завершенного, варианта.

Презентация учитывает эффективную роль цвета, который усиливает восприятие, запоминание, осмысление учебной информации. Нами установлено, что наиболее эффективным при построении данной модели графической схемы является метод эвристического диалога преподавателя и студентов (таблица 1.2).

Представленный выше методический прием включения образно-знаковой группы визуализации информации в обучении математики, по нашему мнению, позволяет «охватить единым взглядом» в сжатом, компактном, систематизированном виде основные положения базового уровня для исследуемых специальностей раздела математики. Однако главное назначение такого способа работы с математической информацией – способствовать с опорой, главным образом, на когнитивно-визуальный и системно-деятельностный подходы развитию навыков анализа, классификации, систематизации, обобщения, логической ее организации.

Студенты при этом получают ценный опыт рационального, эффективного, удобного представления и овладения новым знанием. Включение предлагаемого способа визуализации математического аппарата в обучение математике, являясь существенным элементом, влияющим на уровень осознанности обучения, формирует обобщенное видение всей структуры изучаемого материала. «Разработка таких схем способствует выработке внутренних предварительных представлений о структуре изучаемой дисциплины и учебной деятельности по детальному овладению предметом» [112, с. 163].

Таблица 1.2. – Эвристический диалог для организации этапа повторения, систематизации, обобщения математической информации модуля

Вопрос преподавателя	Ответ аудитории
1. Какие математические понятия и проблемы позволили математикам и потребовали от них ввести понятие «Определенный интеграл», разработать инструментарий его применения в теории и практических приложениях?	– предел функции; – необходимость после разбиения объекта на элементарные части суммирования бесконечного числа бесконечно малых слагаемых; – дифференцирование функции; – первообразная
2. Какой минимум знаний является достаточным для успешного вычисления определенного интеграла?	– его определение и свойства; – формула Ньютона–Лейбница и условия ее применения; – метод замены в определенном интеграле и условия его применения; – интегрирование по частям в определенном интеграле и условия его применения
3. Какие свойства определенного интеграла вы знаете?	– алгебраические; – неалгебраические
4. Какое новое, важное для вычисления, например, потенциала силового поля, понятие стало возможным ввести на основании понятий предела и определенного интеграла?	– несобственный интеграл
5. Какая часть из изученной нами теории понятия определенного интеграла представляется вам наиболее значимой в мировоззренческом и профессиональном планах?	– идея разбиения на элементарные части объекта в случае невозможности проводить необходимые расчеты рассматриваемых параметров и последующего суммирования элементарных частей с помощью определенного интеграла; – формулы для использования определенного интеграла в приложениях
6. Какие приложения вы знаете?	– геометрические; – физические; – механические
7. Дайте классификацию геометрических приложений определенного интеграла	– вычисление площадей плоских фигур; – вычисление длины дуги; – вычисление объемов тел; – вычисление площади поверхностей тел вращения

Выделенные к обсуждению средства помогают студентам целенаправленно овладевать навыками системного и сравнительного анализа, которые заявлены в образовательном учебном стандарте как академические компетенции (1 – АК-2; 2 – АК-2).

По граф-схемам, частным алгоритмам легко прослеживаются внутрипредметные и междисциплинарные связи, позволяющие соединить изучаемые понятия и темы в единое целое [27]. Эти средства позволяют абстрактный, насыщенный формулами и определениями материал подать новым, неформальным способом. Они являются дополнительным источником подкрепления мотивации к обучению.

К запоминанию, составлению граф-схем, частных алгоритмов решения задач, приложений СКА и работе с ними студенты могут привлекаться в процессе изучения, применения определения, понятия, теоремы, темы, теории; при их повторении, при организации контроля уровня и степени их усвоения. Важно отметить, что при разработке завершающего практического занятия по овладению отдельным модулем следует провести в наиболее рациональной, приемлемой в конкретных дидактических условиях форме теоретический опрос студентов по основным блокам, входящим в граф-схему изучаемого раздела математики.

Чаще всего в результате обучения математике усваивается в основном содержательная сторона знания и практически слабо освоена операционная сторона, т.е. умение применять эти знания, что является залогом устойчивого формирования компетенций. Поэтому одной из важнейших задач обучения является формирование обобщенных приемов умственной деятельности. Их условно разделяют на две большие группы: алгоритмического, репродуктивного и эвристического, творческого типа.

В словаре по педагогике Г.М. Коджаспирова дается следующее определение: алгоритм – предписание, задающее на основе системы правил последовательность операций, точное выполнение которых позволяет решать задачи определенного класса [92]. В энциклопедии эпистемологии и философии науки: алгоритм (алгорифм; от лат. формы имени ученого IX в. аль-Хорезми Algorithmi) – точное предписание о порядке выполнения некоторой системы операций над исходными данными для получения желаемого результата, которое исполняется вычислителем [89].

Таким образом, алгоритм предполагает точное следование предписаниям и правилам. Рациональное использование алгоритмических приемов позволяет решать значительное число математических задач, относящихся к базовому и прикладному уровням обучения. Проведенное исследование показало, что *именно алгоритмы, алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач являются тем строительным материалом, на котором возможно сформировать не только знания, умения и навыки по математике, но и деятельность по их применению.*

Многолетний опыт применения алгоритмических предписаний, частных алгоритмов решения задач свидетельствует о важности их использования при разработке позиционируемого УМК в обучении математике. Именно указанные специальные средства целенаправленно способствуют преодолению познавательной инфантильности многих современных студентов технических специальностей. Они помогают им овладеть обобщенными приемами умственной деятельности алгоритмического, репродуктивного характера. В значительной степени они формируют у студентов базовые и прикладные математические знания и умения, а также отдельные компетенции, веру в себя, свои познавательные силы.

Благодаря правильно спроектированной деятельности педагога, возможен переход от включения в познавательный процесс репродуктивных алгоритмических предписаний к включению предписаний, требующих творческого уровня самостоятельной деятельности, – *эвристическим предписаниям*. Они стимулируют поиск решения новых задач и открытие ранее неизвестных студенту знаний, ориентированных не на формально-логический, а на содержательный анализ проблем.

Основной отличительной особенностью эвристической учебной деятельности Г.М. и А.Ю. Коджаспировы [92] называют получение нового для ее участников образовательного продукта: идеи, вопроса, текста, правила и т.п. Обучение носит сопровождающий характер, т.е. преподаватель помогает студенту прийти к новым идеям и довести их до реального продукта.

При этом И.Я. Лернер считает, что творчеству необходимо учить. Он выделяет следующие черты творческой деятельности:

- самостоятельный перенос ранее усвоенных знаний и умений в новую, подчас неожиданную ситуацию;
- умение самостоятельно найти проблему в привычной ситуации;
- видение новой функции объекта;
- умение самостоятельно видеть элементы рассматриваемого объекта в их взаимосвязи;
- видение альтернативных вариантов решения;
- комбинирование ранее известных способов в новые [103].

В нашем исследовании *«под алгоритмическими предписаниями понимаются рекомендации совокупности действий репродуктивного характера, приводящей к требуемому результату. А под эвристическими предписаниями понимаются рекомендации по осуществлению совокупности действий частично-поискового характера, после выполнения которых задачная или проблемная ситуация может быть разрешена»* [122, с. 48].

В результате поиска форм, методов, средств включения в УМК *знаково-текстовой группы* представления визуальной математической информации была установлена необходимость ввести в его структуру информационные таблицы, алгоритмические и эвристические предписания. Нами выявлено, что научно обоснованное проектирование и включение в процесс изучения новой темы или решения задачи специальных методических средств позволяет аккумулировать достоинства проблемного и объяснительно-иллюстративного методов обучения математике.

Использование таких таблиц и предписаний способствует углублению понимания не только цели задания, но и путей их решения. Поэтому они оказывают студентам помощь в систематизации, запоминании и применении знаний. Приведем пример проектирования организации познавательной деятельности студентов на основе включения предлагаемых методических средств реализации когнитивно-визуального подхода на практическом занятии «Прямая на плоскости». Информационные таблицы (таблицы 1.3 и 1.4) заполняются вместе со студентами с использованием элементов эвристической беседы.

Представленные дидактические средства оказывают студентам помощь также на этапах восприятия, представления, осмысления, овладения, математической информацией на практическом занятии. *Специальные средства, спроектированные вместе со студентами, позволяют активизировать их мыслительную деятельность в начале практического занятия.* На протяжении всего занятия таблицы остаются на доске и способствуют запоминанию формул и составлению алгоритмов.

Таблица 1.3. – Информационная таблица для организации структурирования, наглядной систематизации, классификации, обобщения информации на практическом занятии

Название вида уравнения прямой	Формула	Элементы, которые можно «прочитать» в уравнении
Общее уравнение	$Ax + By + C = 0$	$\overline{n}(A, B)$
Каноническое	$\frac{x - x_1}{m} = \frac{y - y_1}{n}$	$M_1(x_1, y_1); \overline{S}(m, n)$
Параметрическое	$\begin{cases} x = m \cdot t + x_0, \\ y = n \cdot t + y_0 \end{cases}$	$M_0(x_0, y_0); \overline{S}(m, n)$
С угловым коэффициентом	$y = \kappa \cdot x + b$	κ, b
Уравнение в отрезках	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	a, b

Таблица 1.4. – Информационная таблица для организации восприятия, представления, осмысления, овладения, математической информацией на практическом занятии

Способы задания прямой на плоскости	Необходимые данные	Формулы
Двумя точками	$M_1(x_1, y_1); M_2(x_2, y_2)$	$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$
Точкой и направляющим вектором	$M_1(x_1, y_1); \overline{S}(m, n)$	$\dfrac{x-x_1}{m}=\dfrac{y-y_1}{n}$
Точкой и вектором нормали	$M_1(x_1, y_1); \overline{n}(A, B)$	$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0$
Точкой и угловым коэффициентом	$M_1(x_1, y_1); k$	$(y-y_1)=k(x-x_1)$
Величинами отрезков, отсекаемых на координатных осях	a, b	$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

Информационные таблицы специальным образом визуализируют информацию, органично соединяя образ и текст, взаимно усиливая их когнитивное взаимодействие. При этом у студентов конструируются и формируются умения анализировать, сравнивать, классифицировать, устанавливать причинно-следственные связи в изучаемых математических фактах и положениях. Разработанный методический инструментарий оказывает существенное влияние на становление специалиста, способного продолжать обучение на протяжении всего периода профессиональной деятельности [118].

К *образной* группе представления информации отнесем приложения, разработанные в СКА [А-1], иллюстративный материал междисциплинарного, профессионально ориентированного содержания. С помощью этих приложений, разработанных на примере темы «Поверхности второго порядка в пространстве» модуля «Теория поля», нами в [30, с. 53–55] представлена методика реализации когнитивно-визуального подхода на лекционных и практических занятиях, включающих значительное количество графиков. При проектировании изображения поверхностей второго порядка в пространстве графические и дидактические возможности программ позволяют показать строение чертежей во всех плоскостях (рисунок 1.4).

Предлагаемый подход представления трудной для восприятия математической информации способствует успешному формированию образного мышления обучаемых, обеспечивает повышение уровня знаний и умений, повышает процент понимания учебного материала по математике. Вид поверхностей второго порядка исследуется студенческой аудиторией с помощью метода сечений параллельными и координатными плоскостями с использованием приема эвристической беседы.

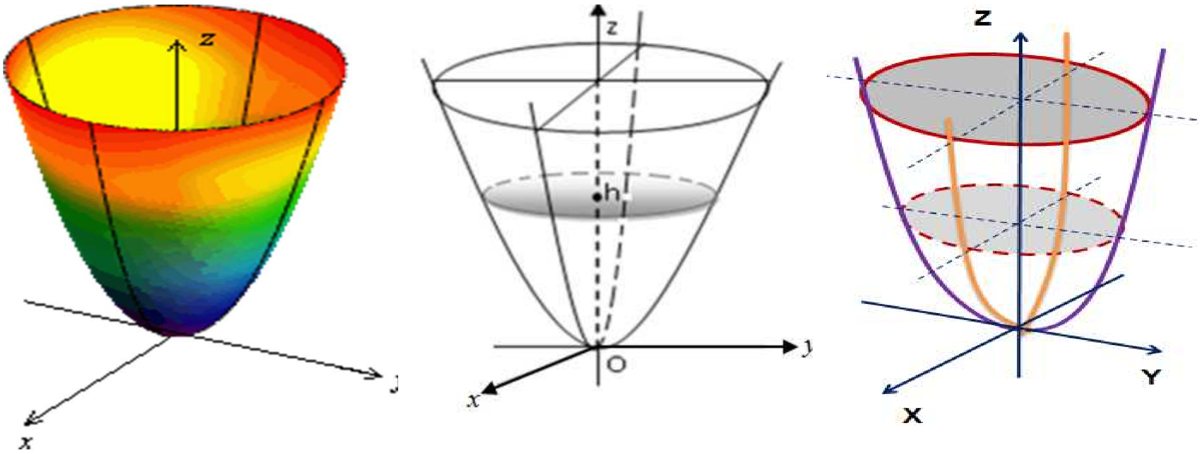


Рисунок 1.4. – Эллиптический параболоид

Предлагаемые методические средства когнитивно-визуального подхода являются специфическими и в то же время удобными, достаточно эффективными средствами организации математической и другой информации. Они формируют у студентов навыки работы с графическими объектами.

Развивая визуальное мышление, указанные средства особым образом фиксируют внимание при усвоении учебного материала. Неявно и опосредованно способствуя свертыванию мыслительных содержаний в наглядный образ, они обеспечивают формирование более полного представления образа или понятия. Значимость их роли состоит в том, что они содействуют организации видения всей структуры изучаемого материала. Эти специфические средства приводят к более прочному и глубокому его усвоению, развивают и формируют у студентов эмоционально-ценностное отношение к полученным математическим знаниям, способствуют повышению эффективности обучения математике студентов технических специальностей.

1.3 Структура, функции и особенности использования УМК нового поколения по математике в обучении студентов (на примере технических специальностей)

Для разработки и реализации УМК нового поколения на *практическом уровне* необходимо конкретизировать входящие в него элементы, выделив их основные качественные признаки, дидактические свойства, реализуемые функции при их системном применении в обучении математике студентов технических специальностей.

Дидактический анализ признаков, характерных функций, технологических свойств УМК указан в работах А.И. Жук [66], Ю.И. Воротницкого [38], В.Л. Лозицкого [105], Б.В. Пальчевского [142; 143], А.В. Макарова [109; 110] и др. Анализ имеющихся у нас изданных УМК по математике в форме учебных пособий ([11; 41; 42; 61; 128; 196] и др.) показывает, что структура большинства из них включает: учебно-тематический план изучения дисциплины, учебную программу курса, планы проведения аудиторных занятий, список основной и дополнительной литературы по математике, перечень контрольных вопросов, в редких случаях – методические рекомендации преподавателям. Однако для создания эффективных условий для развития самостоятельной познавательной деятельности студентов, формирования компетентного специалиста подобного наполнения не всегда достаточно.

Функциональный потенциал УМК нового поколения позволяет ему, выступая в качестве эффективного инструмента системно-методического обеспечения обучения математике, проектироваться в соответствии с особенностями образовательной подготовки студентов конкретной специальности, быть ориентированным на эффективную организацию разноплановой деятельности студентов и педагогов. УМК по математике должны реализовывать связь между теорией обучения и ее практическим воплощением [22]. Тем не менее, в практике обучения математике таких УМК не представлено. Это свидетельствует о недостаточной разработанности в педагогической теории и практике подходов к пониманию потенциальных возможностей, дидактической роли структурных элементов УМК.

Исходя из методологических оснований, выявленных и установленных в п. 1.1, определим задачу разработки такого структурного состава УМК, на основе интегрального взаимодействия которого возможно создание организационно-педагогических условий для обеспечения непрерывности и полноты дидактического цикла обучения математике студентов технических специальностей. Структурные элементы УМК нового поколения призваны содержать организационные, систематизированные теоретические, практические, контролирующие материалы организационного, систематизированного теоретического, практического, контролирующего характера с целью оказания помощи студентам в прохождении основных этапов по изучению и применению математического аппарата и систематического его применения при решении профессионально ориентированных задач [32].

Компоненты УМК нового поколения призваны оказывать помощь студентам в овладении основными формами, методическими приемами изучения научной математической информации. Структурные элементы выполнят поставленные задачи, если будут находиться во взаимосвязи, взаимовлиянии, функционально дополняя друг друга, проектироваться в соответствии с учебной программой, особенностями корреляции содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов технических специальностей.

В основе структуры УМК нового поколения, представленного в нашем исследовании, положен дидактический подход, разработанный В.Л. Лозицким [105]. В соответствии с ним при разработке УМК должны быть отражены и учтены следующие важные требования: форма, в которой будет представлено содержание учебного и учебно-практического блоков; осознание деятельности преподавателя как активного субъекта, управляющего средствами обучения и учебной деятельностью студентов; рассмотрение различных дидактических целей и путей достижения их в учебном процессе, предлагаемых средств обучения и организации познавательной деятельности студентов с их использованием; повышение мотивации и активизация познавательной самостоятельной деятельности на основе применения УМК нового поколения; формирование и развитие способностей к рефлексии у студентов и возможность корректировать результаты учебной деятельности; развитие в обучении математике навыков культуры учебного труда.

Обратимся к «Положению об учебно-методическом комплексе на уровне высшего образования» [138], в соответствии с ним структура УМК может быть представлена теоретическим, практическим, контроля знаний и вспомогательным блоками. В соответствии с этим, а также результатами исследования возможных дидактических путей решения поставленной проблемы нами предложена графическая схема разработки и реализации УМК нового поколения в обучении математике (рисунок 1.5).

Разделяя мнение А.Д. Рапопорт [152] о важности свойства эмерджентности УМК, что «каждый структурный элемент комплекса разрабатывается с учетом собственных особенностей и функций, однако эффект от взаимодействия всех элементов в пределах указанной системы значительно превышает эффекты от простой суммы заложенных в них особенностей и функций», мы отказались от одной из ключевых характеристик предложенного ею УМК – полицентричности. По нашему мнению, в разрабатываемом УМК по математике должно быть ядро – совокупность УМК (учебные пособия), в каждом из которых спроектированы все основные структурные элементы УМК нового поколения в сжатой форме. Ядро является исходным проектом обучения математике и материализованной основой его сопровождения в каждом отдельном изучаемом модуле. Учебное пособие способствует адаптации студентов к обучению в УВО, направляет их мыслительную деятельность, учит применять структурные элементы УМК нового поколения по математике.

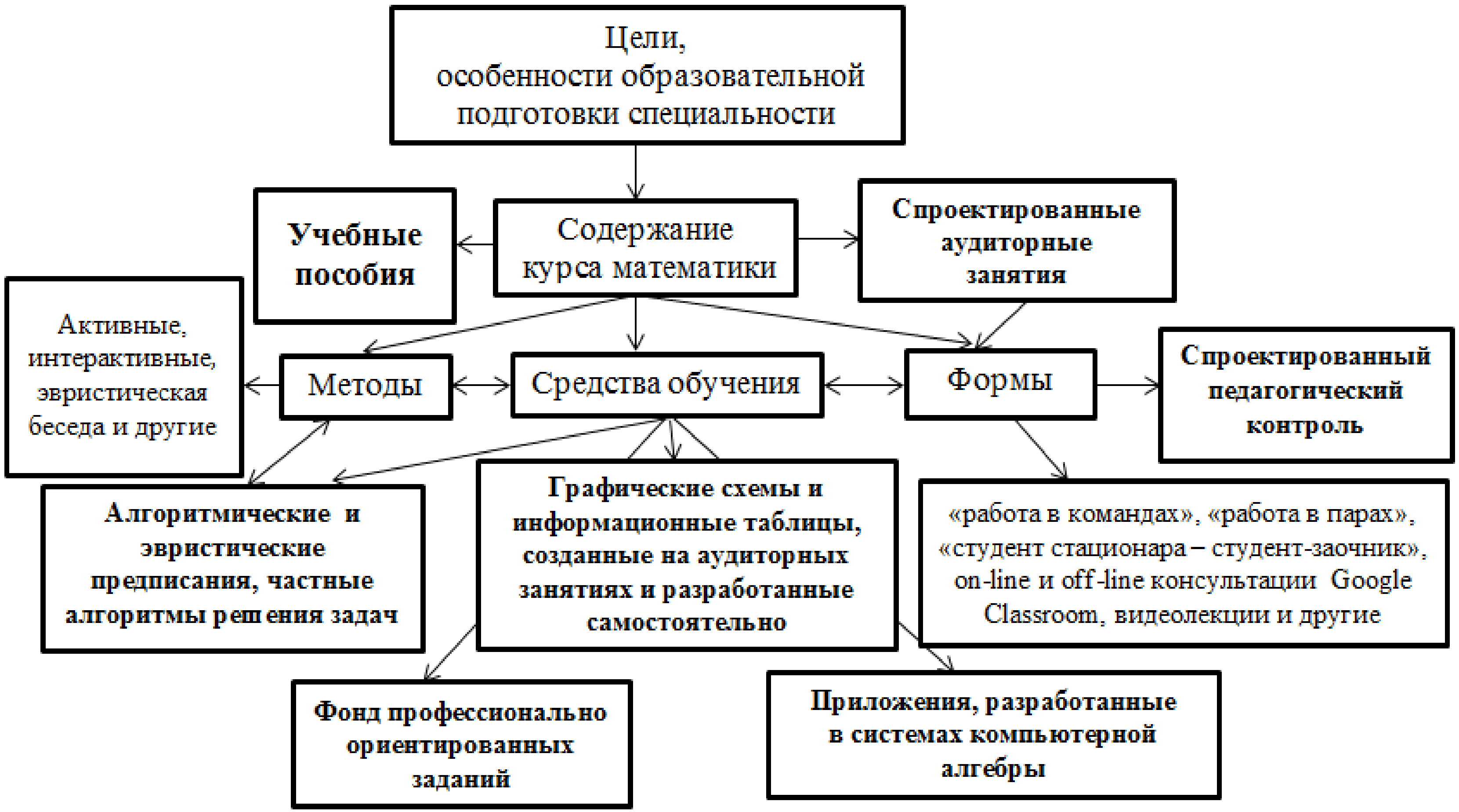


Рисунок 1.5. – Графическая схема разработки и реализации УМК нового поколения в обучении математике

Содержание дисциплины, необходимое для овладения математикой на базовом, прикладном и творческом уровнях, представлено для каждого отдельного модуля в УМК с учетом принципов научности, информационной целостности, доступности. В структурных элементах «Спроектированные лекционные занятия», «Спроектированные практические занятия», «Спроектированный педагогический контроль» оно согласовано со специалистами других кафедр. В них с позиций полипарадигмального подхода в преломлении особенностей математической подготовки студентов технических специальностей разработана методика проектирования аудиторных занятий, СРС на основе взаимосвязи с другими элементами УМК с учетом принципов пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения.

В структуру УМК нового поколения введены специальные средства обучения, разработана методика взаимосвязанного их функционирования с названными выше элементами: «Графические схемы, созданные на аудиторных занятиях и самостоятельно»; «Информационные таблицы, созданные на аудиторных занятиях и самостоятельно» (способствуют развитию у студентов умений осмысленно овладевать изучаемой математической информацией: структурировать, систематизировать, логически ее организовывать); «Эвристические предписания»; «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач» (способствуют углублению понимания цели задания, поиску путей его решения); «Приложения, разработанные в системах компьютерной алгебры» (на пропедевтическом уровне знакомят студентов с возможностями СКА, повышают наглядность построения фигур и поверхностей, уменьшают объем вычислительных преобразований, формируют опыт использования ИКТ для решения заданий, а в дальнейшем – профессионально значимых задач) [28; 29]; «Фонд профессионально ориентированных заданий» (стимулируют студентов к расширению своих знаний и навыков на прикладном и творческом уровнях, позволяют студентам получить опыт поисково-исследовательской деятельности при моделировании различных химических, физических, экологических и других процессов) [117].

Предлагаемый подход к разработке и реализации УМК нового поколения создает, как подтверждают экспериментальные исследования, предпосылки для того, чтобы студент мог не только воспользоваться специально спроектированными преподавателем или авторским коллективом средствами обучения, но и научиться их создавать самостоятельно с целью эффективной систематизации, логической организации математической и другой информации, решения профессионально и социально значимых задач.

Прообразами УМК (учебного пособия) представляется необходимым и целесообразным считать методические издания выдающихся математиков и методистов: А.А. Гусака [56; 172], А.А. Дадаяна [57], П.Е. Данко, А.Г. Попова, Т.Я. Кожевниковой [43], Г.И. Запорожца [75], И.А. Каплан [87], А.А. Карпук [88], А.Д. Мышкиса [129], В.Г. Скатецкого [163], А.П. Рябушко [41; 83], Е.И. Гурского [158; 159], Б.П. Демидовича [160], А.Т. Сухой [175; 176] и др. Все уважаемые авторы внесли огромный вклад в пропаганду математического знания, представление в этих изданиях адаптированного к восприятию и усвоению сложного математического аппарата студентами нематематического профиля, в реализацию в практике обучения математике принципов его научности, структуризации, доступности, прочности, развивающего обучения.

Необходимо отметить в этой связи многочисленных авторов внутривузовских изданий методических указаний и пособий, сыгравших в свое время неоценимую помощь студентам в овладении математическим знанием и организации их самостоятельной работы.

Выделим значимость для проектирования структуры и содержания УМК (учебного пособия) в обучении математике студентов технических специальностей исследований и разработок таких ученых-методистов, как Н.В. Бровка [18], В.С. Вакульчик [23], А.И. Жук [66], Т.А. Жур [42], В.В. Казаченок [85], И.А. Новик [133], С.А. Мазаник [106], Л.И. Майсеня [107], И.М. Морозова [128], А.А. Черняк и Ж.А. Черняк [196], В.Г. Кротов [99] и др. В своих работах они исследовали вопросы определения содержательного наполнения УМК по математике, важнейших функций и характеристик, выработки принципиальных дидактических и технологических решений.

Так, А.А. Черняк и Ж.А. Черняк [196] алгоритмизировано описали полный технологический цикл применения многоступенчатого (обучающего и контролирующего) тестирования теоретических знаний и практических навыков. Ими разработаны лабораторные занятия с использованием СКА Mathcad.

В пособие [61] под авторством Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник и др. включены ряд примеров решения задач также с использованием пакета Mathcad. Логическая последовательность расположения материала, особые подходы к изложению теории отличают выделенное издание от традиционных. Отдельного внимания заслуживают представленные в пособии задания для контрольных и лабораторных занятий, тестовые задания по отдельным темам курса.

Учебно-методические комплексы, разработанные под руководством Н.В. Бровки [18], проектируют процесс обучения математическому анализу студентов математических специальностей на основе интеграции его теории и практики обучения. Дидактическая особенность пособия «Система тестов по математике и информатике на базе пакета Mathcad 2000» состоит в разработке интегративного характера обучения математике на основе межпредметных связей и с привлечением когнитивно-визуального подхода.

В УМК Т.А. Жур [41] и И.М. Морозовой [128] присутствуют задачи практико-ориентированного характера, задействованы элементы когнитивно-визуального подхода: присвоены специальные значки основным понятиям, определениям, теоремам.

Представленные УМК являются отдельными методическими изданиями, которые спроектированы в соответствии с учебной программой и выбранным дидактическим процессом для определенных специальностей, по определенным разделам математики. По нашему мнению, такие издания можно отнести к УМК (учебному пособию).

Для обучения математике студентов технических специальностей отдельный интерес представляет совокупность УМК (учебных пособий), подготовленных под руководством В.С. Вакульчик авторским коллективом кафедры высшей математики Полоцкого государственного университета имени Евфросинии Полоцкой [115; 132; 141; 170; 171; 205]. Указанная совокупность учебных изданий разработана в соответствии с учебной программой по математике для технических специальностей по отдельным модулям. Благодаря им обеспечивается организация самостоятельной познавательной деятельности студентов и разноплановой деятельности педагогов в соответствии с задачами, целями обучения математике на технических специальностях с учетом дифференциации аудитории студентов.

В каждый модуль УМК (рисунок 1.6) в развернутом виде помещен теоретический компонент обучающего блока, представленный на трех уровнях изучаемой математической информации, и ее контролирующий компонент. При этом создаются условия для выбора студентом желаемой им отметки и соответствующего уровня обучения. В модуле выделены базовые требования к знаниям, умениям и навыкам (Приложение В), даны рекомендации студентам и преподавателям для работы в информационном поле модуля, содержатся задания, решение которых требует моделирования конкретных прикладных процессов с помощью изучаемого математического аппарата.

Построение УМК с помощью модулей предполагает дальнейшее совершенствование методического комплекса как отдельной дидактической единицы, в т.ч. на основе ИКТ, позволяет студенту адаптироваться к вузовскому обучению, в определенной мере перестроить свою мыслительную деятельность, получить первичный опыт применения структурных элементов УМК.

Рисунок 1.6. – Структура отдельного модуля УМК (учебного пособия)

Учебно-методический комплекс (учебное пособие), являясь своего рода путеводителем студентов для организации их самостоятельной работы, предоставляет возможность упорядочить процесс самостоятельного изучения математического материала, организовать самоконтроль студентов за результатами обучения и подготовки к различным формам контроля. С помощью учебного пособия студент осознает цели и задачи своей работы в каждом модуле, учится распределять время, эффективным образом проектировать свою самостоятельную деятельность. Структурированность, целостность учебного модуля с адекватным методическим руководством по его изучению облегчает, регламентирует, направляет СРС, являясь методической основой для более глубокого изучения учебной дисциплины [28].

Вместе с тем эксперимент подтвердил, что для обучения математике студентов технических специальностей в условиях сжатых сроков для формирования компетентного специалиста наличия учебного пособия недостаточно. Необходимо и целесообразно отдельное проектирование других структурных элементов УМК по математике.

Как указывает в своих работах А.П. Сманцер: «Ведущая, направляющая форма организации учебной работы в вузе – лекция, которая призвана обеспечить систематическое изложение изучаемой науки, научить студентов анализировать, сопоставлять получаемую информацию, делать выводы и обобщать, способствовать овладению навыками работы с ней, давать нужные направления для дальнейшей самостоятельной работы над учебным материалом. Она отличается строгой научностью, риторичностью и эмоциональностью изложения» [166, с. 20].

Согласно этому высказыванию компонент разрабатываемого УМК нового поколения *«Спроектированные лекционные занятия»* в нашем исследовании рассматривается как звено, которое органично функционирует и взаимодействует с другими его составляющими [28]. В нем следует сохранить преемственность в формах организации и методах обучения в школе и вузе как «одну из важнейших предпосылок, главное педагогическое условие успешности обучения первокурсников, их быстрейшей адаптации к специфике вузовской системы» [166, с. 197].

Наличие УМК (учебного пособия) позволяет в начале первого курса читать лекции с небольшим объемом учебного теоретического материала, но со значительным количеством решений и разборов заданий, с конкретными примерами, иллюстрациями изучаемых понятий и фактов; обучением конспектированию материала. По мере развития культуры учебного труда студентов происходит и увеличение, а также усложнение теоретического и практического материала.

Формы и методы, применяемые на лекционных занятиях, способствуют формированию у студентов целенаправленного восприятия сложных теорий. Проектирование лекционных занятий происходит на основе разумной и научно обоснованной интеграции и обогащения как традиционных, так и современных средств, форм и методов возможностями ИКТ. Постоянное повышение эффективности функционирования лекционных занятий предполагает многообразие в подборе и разработке форм проведения аудиторных занятий, методик изложения теоретического материала. Оно определяется характером темы, сложностью и особенностями ее содержания, уровнем общей подготовленности конкретной студенческой аудитории.

Знания на практике, а также навыки самоанализа, рефлексии, самооценки имеют важное значение для достижения устойчивых теоретических знаний. Этому должен способствовать следующий компонент УМК нового поколения – *«Спроектированные практические занятия»*. При проектировании и обеспечении его использования требуется применение особых методов управления образовательной деятельностью, оказывающих существенное влияние на мотивацию студентов технических специальностей к исследованию, на их саморегуляцию в процессе обучения математике.

Осознанный выбор методов традиционного, активного (интерактивного) обучения способствует переходу студентов на более высокие уровни познавательной деятельности. При этом будут максимально задействованы силы студентов на организацию их внеаудиторной самостоятельной работы.

Указанный структурный элемент УМК предназначен для целенаправленного создания условий формирования осознанных знаний по математике, применения математического аппарата в изучении естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, овладения студентами необходимыми компетенциями.

В настоящее время существует проблема в том, что традиционные диагностические методы контроля не в полной мере удовлетворяют современным требованиям и не способны выявить степень сформированности устойчивых компетенций выпускника. В соответствии с этим необходимы разработки новых методик систематического педагогического контроля. При этом важно осуществить включение проверки теоретических знаний по математике, формирования познавательной самостоятельности, умений их применять в рамках профессионально ориентированных заданий.

«Большой процент (69–73%) опрошенных одной из причин трудностей, которые возникают при изучении высшей математики на первом курсе, считают отсутствие систематического контроля со стороны преподавателей» [167, с. 210]. Поэтому для результативной, качественной работы студенту-первокурснику нужно создать условия для адаптации к новой системе контроля в планировании и организации его учебно-познавательной деятельности.

Исходя из этого положения, *«Спроектированный педагогический контроль»* является важным структурным компонентом комплекса. Выделенный структурный элемент находится во взаимосвязи с другими его компонентами, что способствует возможности опосредованно изучить формирование познавательной самостоятельности студентов технических специальностей, необходимых компетенций выпускника. Цель такого контроля – привить студентам навыки регулярной работы, своевременного выполнения всех заданий, выявить пробелы в знаниях, помочь их устранить. Методические формы, приемы, средства контроля призваны сконструировать педагогические условия, обеспечивающие обязательное формирование базовых знаний по математике, навыков самоконтроля. При этом они имеют возможность оказывать существенное влияние на овладение студентами методикой распределения познавательных сил, формирование их познавательной самостоятельности [23].

Для оценки успешности применения и функционирования «Спроектированного педагогического контроля» и разрабатываемого УМК в условиях сжатых сроков обучения важно выделить и установить следующую *систему критериев эффективности обучения математике студентов технических специальностей*:

– *Временные затраты преподавателей и студентов на достижение базовых результатов обучения математике не должны превышать часы, указанные в учебной программе специальности.*

– *Обязательное обеспечение взаимопроникновения содержания математики, естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин.*

– *Обязательное достижение базовых результатов в формировании у студентов знаний, умений, навыков по математике и развитие у них познавательной самостоятельности, указанных стандартом компетенций.*

Наиболее полно реализация методологических основ УМК нового поколения, достижение целей обучения математике происходит в единстве названных компонентов со специальными средствами обучения, введенными в структуру УМК, – *«Графические схемы и информационные таблицы»*. Они проектируются в дополнение к таким же элементам УМК (учебного пособия) [23]. Включение в обучение математики граф-схем и информационных таблиц позволяет не только визуализировать, но и охватить единым взглядом в сжатом, компактном, систематизированном виде основные положения важных разделов математики.

Главное их назначение – способствовать развитию навыков анализа, классификации, систематизации, обобщения, логической организации математической информации, продемонстрировать опыт рационального, эффективного, удобного ее представления и овладения. Названные структурные элементы, целенаправленно формируя познавательную самостоятельность студентов, развивают компетенции 1 – АК-1, АК-2, АК-4; 2 – АК-1, АК-2, АК-6, приведенные в Приложении Г [120].

Необходимость использования методических специальных средств обучения является дидактическим следствием положений теории усвоения, в которых требуется общее видение всей структуры изучаемой математической информации. Предлагаемые дидактические средства представления математической информации специальным образом ее визуализируют, органично соединяя образ и текст, взаимно усиливая их когнитивное взаимодействие.

Самостоятельная деятельность студентов, организованная на основе дидактических средств УМК нового поколения, целенаправленно развивает у них умения и навыки осмысленно овладевать необходимой информацией, анализировать и сравнивать, классифицировать и устанавливать причинно-следственные связи в изучаемых математических фактах и положениях. При этом происходит эффективное взаимодействие между преподавателем и студентами, расширяются возможности применения эвристического диалога и элементов проблемного обучения, формируются компетенции.

Организация мыслительной деятельности студентов исследуемых специальностей с помощью средств разрабатываемого комплекса будет эффективной при условии внедрения на его основе в аудиторные занятия элементов эвристического обучения, поскольку именно материал математических наук способен обнаружить все особенности строгой и последовательной мысли, переходы от простых к более сложным истинам [86]. Именно поэтому при проектировании и разработке методики организации взаимодействия элементов УМК нового поколения *важно учитывать образовательную, развивающую, воспитательную функции обучения математике, отдавая приоритет развивающей ее функции*. Вследствие этого, в качестве базисной основы методических механизмов УМК целесообразно взять методические средства эвристического обучения и ввести такие специальные средства, как *«Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач», «Эвристические предписания»*. Они реализуют функции выделения основных этапов решения задачи, структурируют ее и облегчают понимание условия.

Алгоритмические и эвристические предписания, внедренные в структуру УМК, создают условия для более упорядоченного изучения некоторых свойств и правил выполнения действий над математическими объектами. Студенты выделяют важные этапы задачи и пытаются найти альтернативные решения или решить одну и туже задачу различными способами. Это развивает мышление студентов и способствует углубленному пониманию ими материала. Все это благоприятно сказывается на мотивации и формировании компетенций: 1 – АК-2, АК-3, АК-4, АК-5; 2 – АК-2, АК-4, АК-8, АК-11. Выделенные средства особенно важны на начальном этапе обучения математике, в период адаптации вчерашних школьников, при решении задач, включенных в следующие модули: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Рассмотрим значимый компонент УМК нового поколения *«Приложения, разработанные в системах компьютерной алгебры»*. С его помощью представление содержания учебного математического материала осуществляется в основном программными средствами, например, Maple, Mathcad, Matlab. Выделение указанного структурного элемента комплекса связано с тем, что при учете технологических и дидактических требований к его созданию приложения становятся действенным средством обучения в процессе проектирования, организации и осуществления учебных занятий [116].

По мнению А.П. Сманцера, «У современных студентов явно прослеживается потребность и стремление к использованию информационных, компьютерных технологий в процессе учения, применение которых позволяет доступно получать необходимую информацию, ее соотносить с информацией, полученной на лекциях, возможностью согласовывать полученную информацию с потребностями других студентов» [167, с. 12].

Выделенный структурный элемент позволяет применять на аудиторных занятиях возможности компьютерной математики и избавить студентов от выполнения рутинных аналитических преобразований, расширить круг решаемых профессионально ориентированных задач. Приложения включены также в модули УМК (учебного пособия). Тем самым создаются предпосылки для самостоятельного их применения в домашних условиях, а это стимулирует СРС, создаются преемственные и перспективные связи между математикой, информатикой, численными методами. Дидактические возможности приложений обеспечивают пропедевтику, простоту использования программных средств, позволяют формировать компетенции: 1 – АК-3, АК-4, ПК-23; 2 – АК-1, АК-4, АК-6, АК-7, ПК-1, ПК-6.

Для дальнейшего развития информационной культуры труда студентов и помощи им в овладении элементами поисковой, исследовательской деятельности (1 – АК-3, АК-4, АК-5, СЛК-5, ПК-13; 2 – АК-2, АК-4, АК-6, АК-9, АК-11, СЛК-7, ПК-1, ПК-6, ПК-17) целесообразно выделить еще один необходимый структурный элемент УМК – *«Фонд профессионально ориентированных заданий»*. Применение его в процессе обучения математике позволяет стимулировать сильных студентов к расширению своих знаний и возможностей, т.к. это мотивирует обучаемых к использованию полученных знаний для решения задач из других дисциплин.

Навыки поисково-исследовательской деятельности, которые получают студенты при применении математического аппарата для моделирования различных процессов, позволяют сформировать у них творческую познавательную самостоятельность, профессионально ориентированные компетенции: 1 – ПК-13, ПК-20, ПК-22, ПК-23; 2 – ПК-1, ПК-6, ПК-16, ПК-17. Применение «Фонда профессионально ориентированных заданий» требует от студентов создания четкой структуры решения задачи: постановка задания, создание банка знаний по рассматриваемой проблеме, проектирование и обоснование математической модели, ее исследование и решение вручную либо с помощью программной реализации, качественный анализ полученного решения.

Экспериментальные исследования выявили, что комплексное взаимодействие выделенного структурного элемента с другими элементами УМК нового поколения, графическая схема которого представлена на рисунке 1.6, позволяет сформировать в обучении студентов технических специальностей не только более глубокие, прочные знания по математике, но и выработать у них профессионально значимые компетенции, способствующие переходу их мыслительной деятельности на творческий уровень.

На основании вышесказанного приведем *«Алгоритм разработки УМК и реализации на его основе обучения математике студентов технических специальностей»*.

1. Спроектировать УМК (учебное пособие):

– Введение.
– Дидактические цели обучения.
– Учебно-методическая карта модуля.
– Графическая схема модуля.
– Информационная таблица модуля.
– Краткое содержание теоретического материала.
– Выводы.
– Учебно-информационный блок для проведения практических занятий.
– Методические указания к проведению практических занятий.
– Трехуровневые тестовые задания к разделу, образцы решений нулевых вариантов как аудиторных, так и внеаудиторных контрольных работ, руководство для компьютерного контроля либо самоконтроля.
– Глоссарий.
– Приложения, разработанные в СКА.

Рисунок 1.6. – Учебно-методический комплекс нового поколения

2. Провести сбор фактического материала по выявлению исходного уровня подготовленности студентов-первокурсников.

3. Разработать аудиторные занятия с учетом выявленных методологических оснований, взаимосвязей с другими элементами УМК.

4. Спроектировать материалы для профессионально ориентированных заданий, графические схемы, информационные таблицы, алгоритмические и эвристические предписания, частные алгоритмы решения задач, приложения, разработанные в СКА.

5. Осуществить выбор форм, средств и дидактических процессов для аудиторных занятий, организации СРС, руководствуясь целесообразностью, т.е. с учетом уровня подготовки студентов и времени, отведенного на изучение конкретной темы.

6. Спроектировать элементы педагогического контроля и его реализацию на основе УМК.

7. Проанализировать полученные результаты диагностики.

Преимущество созданного УМК состоит в том, что во взаимосвязи своих элементов он обладает следующими *функциями:*

– унифицирует требования лектора и ассистента;

– позволяет обеспечивать организацию познавательного процесса с достижением практически всеми студентами в обучении математике на технических специальностях базовых результатов;

– выполняет методологическую задачу обучения студентов логической организации информации, использования ими математических знаний для овладения другими дисциплинами;

– формирует у них познавательную самостоятельность, указанные стандартом компетенции;

– предоставляет студентам индивидуальные траектории обучения посредством спроектированных разноуровневых задач;

– развивает у них мотивацию к решению экологических, энергосберегающих, нефтеперерабатывающих и других государственно важных проблем через наполнение УМК иллюстративным материалом междисциплинарного, профессионально ориентированного содержания;

– является методическим ориентиром начинающему преподавателю;

– создает предпосылки для того, чтобы студент не только мог воспользоваться специально спроектированными преподавателем или авторским коллективом средствами обучения, но и научиться их создавать самостоятельно.

Разработанный УМК имеет функционально согласованную целостность, обеспечивает интерактивность и технологичность обучения мате-

матике, осуществление и вариативность организационных этапов формирования у студентов компетенций, способствует развитию у них умений осмысленно овладевать изучаемой математической информацией.

Таким образом, выделенный подход к созданию УМК нового поколения, разработанного на единых научно методологических основаниях, позволяет рассматривать его как средство, с которым возможно повысить эффективность процесса обучения математике студентов исследуемых технических специальностей и которое обеспечивает:

1) организационно-управленческую и консультационную направленность функциональной деятельности педагога;
2) возможность диагностики с помощью элемента «Спроектированный педагогический контроль» уровня математической подготовки;
3) возможность активного диалога на аудиторных занятиях;
4) важность использования заданий, содействующих развитию навыков анализа, классификации, систематизации, обобщения, логической организации математической информации;
5) развитие навыков культуры труда и, как следствие, формирование познавательной самостоятельности студентов в условиях сокращения аудиторных часов;
6) организацию активной познавательной деятельности студентов при составлении ими графических схем, информационных таблиц, частных алгоритмов, применении СКА, выполнении профессионально ориентированных заданий;
7) усвоение математических знаний с учетом особенностей взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов технических специальностей.

1.4 Организация систематического контроля по математике у студентов технических специальностей на основе применения УМК нового поколения

Содержательный и контролирующий компоненты процесса обучения играют важнейшую и в определенной мере решающую роль в процессе реализации целей обучения математике. Не менее значимыми они являются и для операционализации требований образовательного стандарта на практике. «Спроектированный педагогический контроль» – это опосредующее звено, во многом отвечающее за реализацию взаимодействия и взаимного функционирования всех структурных элементов УМК. Существенная роль ему отводится в деле повышения эффективности самостоятельной познавательной деятельности студентов и качества сформированных у них компетенций.

Проектирование адекватного систематического контроля за результатами актуализируется также необходимостью преодоления на частнодидактическом уровне выявленных нами негативных условий в обучении математике на технических специальностях [120].

В основу проектирования педагогического процесса нами положена структура, представленная в [92, с. 328]. Создание систематического контроля также опиралось на исследование В.С. Вакульчик [24].

Выделим и рассмотрим проектирование пяти этапов содержательно-методической и организационно-управленческой деятельности преподавателя для разработки систематического контроля на основе УМК в обучении математике студентов технических специальностей.

Проверка и контроль знаний, умений, навыков нужны и важны для преподавателя с целью получения информации не только о математических знаниях студентов, но и для формирования указанных стандартом компетенций, развития навыков СРС, культуры учебного труда, волевых и других личностных качеств студентов.

Этап 1. Комплексная диагностика педагогических условий.

Содержательно-целевой компонент	Операционно-деятельностный компонент	Оценочно-результативный компонент
Выявление требований общепрофессиональных и специальных дисциплин к уровню математических знаний студентов исследуемых технических специальностей, уточнение ключевых компетенций, включенных в учебную программу по математике	Анализ учебно-методической документации, диагностирование первоначального уровня усвоения математических знаний у студентов-первокурсников	Определены основные элементы знаний, умений и навыков по математике, необходимые для дальнейшего применения при изучении естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин; выделены компетенции, указанные в образовательном стандарте по выбранным специальностям; проведена предварительная классификация студенческой аудитории на три типологические группы

Этап 2. Проектирование систематического контроля в структуре УМК.

Содержательно-целевой компонент	Операционно-деятельностный компонент	Оценочно-результативный компонент
Формулирование дидактических целей обучения в разделе каждого модуля: что должен знать и уметь выполнять студент по окончанию его изучения, формированию каких компетенций должен он способствовать. Моделирование структуры систематического контроля с учетом мотивационно-целевого, содержательно-информационного, учебно-операционального, организационно-планирующего, рефлексивно-регулирующего его компонентов	Разработка анкет, организационно-планирующей карты, системы заданий, ориентированных на три типологические группы. Подготовка материалов контролирующих заданий и системы оценки учебных достижений	Созданы УМК с дифференциацией заданий по трем типологическим группам, определены контрольные точки (коллоквиумы по информационным таблицам в каждом модуле, аудиторные, внеаудиторные контрольные и самостоятельные работы, мини-тесты и т.п.) для каждого из изучаемых модулей, их количество и форма, определены условия рейтингового контроля

Этап 3. Реализация систематического контроля в структуре УМК.

Содержательно-целевой компонент	Операционно-деятельностный компонент	Оценочно-результативный компонент
Организация систематического контроля, консультирование и оценивание результатов учебной деятельности студентов, формирование указанных стандартом компетенций, повышение уровня навыков и умений их самостоятельной деятельности, самоорганизации	Создание условий для организации самостоятельной познавательной деятельности, применение ИКТ и внеаудиторных контрольных работ для оптимизации временных затрат на проверку знаний, умений и навыков	Осуществлен систематический педагогический контроль учебной деятельности студентов. Организованы текущий, промежуточный, рубежный и итоговые виды контроля

Этап 4. Оценка результатов применения систематического контроля.

Этап 5. Прогнозирование, выявление динамики, тенденций развития каждого студента и группы в целом по итогам систематического контроля.

Рассмотрим структурные элементы контролирующего компонента, которые необходимо реализовать на основе УМК: организационно-планирующий, рефлексивно-регулирующий, мотивационно-целевой, содержательно-информационный, учебно-операциональный. Названные элементы контроля были выделены Е.Л. Ерошевской в диссертационном исследовании [65].

Выделим важное методическое средство для разработки и реализации организационно-планирующего элемента в представляемой системе контроля, которым является организационно-планирующая карта (Приложение Д). Она предназначена для развития навыков организации и планирования самостоятельной деятельности студентов, навыков их самоорганизации. Организационно-планирующая карта – это учебно-методическая карта семестра с включенными в нее всеми контрольными точками с указанием их формы и времени выполнения.

Указанная карта разрабатывается в соответствии с требованием об оптимальности расходов времени и усилий преподавателя и студента. Расход времени обусловливает методическое проектирование карты таким образом, чтобы поставленные дидактические цели обучения и контроля достигались без значительного перерасхода учебного времени, которое отводится разработанной учебной программой.

Нами выявлено и экспериментально обосновано важное педагогическое требование: *необходимость значительного количества контрольных точек в первом семестре и по мере роста у студентов навыков самоконтроля последовательное уменьшение их количества, снижение степени их жесткости в следующих семестрах.* Существенное влияние выполнения названного требования на формирование и повышение эффективности самостоятельной познавательной деятельности обучающихся, на уровень способности их к самоорганизации экспериментально подтверждено [121].

Указанное требование влечет необходимость методически грамотной его реализации в познавательном процессе обучения математике. Выполнение требования во многом сокращает у первокурсников сроки адаптации к вузовским условиям. Такой контроль опосредованно приучает студентов к систематической подготовке лекционных и практических занятий, облегчает при этом управление их самостоятельной деятельностью, познавательной активностью.

Как свидетельствуют многолетние исследования и опытные наблюдения, такая организация контроля позволяет уже с первых дней вовлекать студентов в постоянную, кропотливую работу как в аудитории, так и вне ее. Результаты проведенного контроля позитивно сказываются на учебных успехах студентов, создавая благоприятные условия и предпосылки для оказания определенного влияния на формирование компетенций. Обозначенные направления проведения контроля положительно сказываются на формировании навыков и умений самоорганизации, самоконтроля, познавательной самостоятельности каждого студента в обучении математике.

Принято считать, что «в процессе обучения у студентов должны быть выработаны навыки рефлексии, самоконтроля своих познавательных процессов» [65, с. 33]. При проектировании в системе контроля рефлексивно-регулирующего его элемента может быть обеспечена возможность формирования указанных навыков. Рефлексивно-регулирующий элемент контроля призван служить источником, постоянно характеризующим информацию о развитии у студентов навыков и умений СРС, формировании компетенций специалиста.

В значительной степени рефлексивно-регулирующий элемент реализуется посредством спроектированных в УМК (учебном пособии) решенных обучающих задач, алгоритмических и эвристических предписаний, нулевых вариантов аудиторных и внеаудиторных контрольных работ, индивидуальных домашних заданий, а также заданий базового уровня, которые выполняются на экзамене [25]. Указанный элемент должен осуществлять рефлексию самостоятельной познавательной деятельности и своевременно принимать меры для ее регуляции. Он потенциально направлен на формирование у студентов академических и социально-личностных компетенций (1 – АК-1, АК-3, АК-4, СЛК-5; 2 – АК-1, АК-4, АК-11, СЛК-7).

Наличие решенных нулевых вариантов контрольных работ и т.п. активизирует, целенаправленно организует познавательную деятельность студентов по подготовке к различным формам и видам контроля. Приведенный вывод подтвержден аналитико-экспериментальными исследованиями. Они показали, что представленные методические средства помощи студентам в организации их СРС приветствуются обучающимися и положительно ими оцениваются.

Организация внеаудиторной СРС, активной самостоятельной познавательной деятельности с применением образцов решенных заданий максимально задействует силы студентов. Она минимизирует временные затраты аудиторного и внеаудиторного времени студентов на подготовку к проверочным работам. При этом в определенной мере обеспечивается возможность достижения базовых результатов в обучении математике, специальным образом проецируется реализация образовательной, регулирующей, развивающей, воспитательной функций контрольных мероприятий.

Стимулировать развитие у студентов навыков рефлексии позволяет прием возвращения контрольных работ студентам после проверки. Важно создать условия, чтобы студенты могли еще раз просмотреть работы, убедиться в сделанных ошибках, задать преподавателю вопросы и согласиться или оспорить оценку с преподавателем. Такой диалог формирует у студента осознанные и оптимально возможно глубокие знания математического аппарата, способствует формированию умения отстаивать свою точку зрения, волевые, человеческие качества, и, как следствие, социально-личностные компетенции (1 – СЛК-5, СЛК-6; 2 – СЛК-2, СЛК-3, СЛК-6).

Мотивационно-целевой элемент систематического контроля требует при его проектировании отдельного внимания. «В процессе получения математического образования студенты технических специальностей должны уяснить, что математика дает удобные и плодотворные способы описания разнообразных явлений реального мира и является в указанном смысле эффективным инструментом его познания <…> именно через прикладные задачи можно донести смысл изучаемого математического понятия, помочь студенту проникнуть в его суть, помочь осознать это понятие не как элемент формализованного математического языка, а как отражение реальных процессов и явлений» [30, с. 50].

В содержание проверочных работ целесообразно включать задания профессионально ориентированного содержания. Наличие таких заданий создает предпосылки для активизации студентов творческого уровня обучения. При этом обеспечивается возможность привлечения их к исследовательской работе. Все указанные факты позволяют усилить мотивацию студентов к обучению математике и положить начало формированию компетенций: 1 – АК-1, АК-2, АК-3, АК-4, АК-5, ПК-13, ПК-20, ПК-22, ПК-23; 2 – АК-6, АК-8, АК-9, АК-11, ПК-1, ПК-6, ПК-16, ПК-17.

В построении системы контрольных мероприятий значительная роль принадлежит содержательно-информационному компоненту. Он сводится к традиционной оценке усвоения студентами конкретных теоретических знаний, сформированности умений и навыков их применения на практике. При проектировании системы контроля следует учитывать не только наличие у студентов предметных знаний, умений и навыков. Важно также диагностировать сформированность у них общеучебных умений, культуры умственного труда, навыков, умений самоорганизации, указанных стандартом компетенций.

Аудиторные и внеаудиторные контрольные работы, компьютерное тестирование, коллоквиумы, экзамены, научно-исследовательские работы, олимпиады являются достаточно эффективными методическими средствами проверки и оптимального сочетания различных форм контроля. Они демонстрируют уровень и степень сформированности навыков и умений самостоятельной деятельности, самоорганизации и компетенций студентов. В процессе такой организации контроля определяется, кто из студентов занимается систематически, какой вид работы предпочитает, какие источники информации использует. Поэтому формы и виды контроля для каждого модуля выбираются с учетом особенностей содержания изучаемого модуля, особенностей данной группы и времени, отведенного на его изучение.

При определении учебно-операционального элемента проектируемой системы контроля будем придерживаться точки зрения, что «он позволяет обеспечить управление процессом формирования культуры учебного труда и проследить процесс перехода контроля в самоконтроль» [65, с. 10]. В этой связи методические приемы организации систематического контроля обусловливают усиление продуктивности деятельности студентов, формирование активной познавательной самостоятельности и развитие индивидуального стиля работы.

Для успешной реализации контроля на основе УМК выделим необходимость обеспечения в обучении математике исследуемых технических специальностей следующих педагогических условий и требований [120]:

1. У студента должна быть информация об общем количестве аудиторных и внеаудиторных проверочных работ и их содержании. Она может быть представлена с помощью специальной организационно-планирующей карты (Приложение Д).
2. Рекомендованная преподавателем литература должна быть в открытом доступе с решениями «нулевых вариантов» по указанным контрольным точкам.
3. За неделю до осуществления предлагаемой контрольной точки необходимо предоставить студентам информацию о количестве баллов за каждое задание в проверочной работе или системе оценивания в целом.
4. В организационно-планирующей карте должны быть указаны сроки выполнения каждого задания.
5. По требованию студента ему должна быть с необходимыми пояснениями продемонстрирована проверочная работа с результатами ее оценивания.
6. По каждому учебному модулю, вынесенному на экзамен, должен быть выделен минимально-базовый уровень как теоретической информации, так и практических заданий.
7. Должны быть четко представлены все условия рейтингового контроля.

В течение семестра следует проводить статистическую обработку результатов диагностики. Она служит для выявления и прогнозирования динамики, тенденций развития теоретических знаний. Статистическая обработка показывает уровень сформированности умений и навыков применения полученных знаний на практике, воспитания культуры умственного труда каждого студента.

Систематический контроль является звеном, органично функционирующим и взаимодействующим со всеми другими его элементами. Он объединяет структурные элементы УМК в общую целостную, согласованную, эмерджентную структуру, представленную на рисунке 1.7.

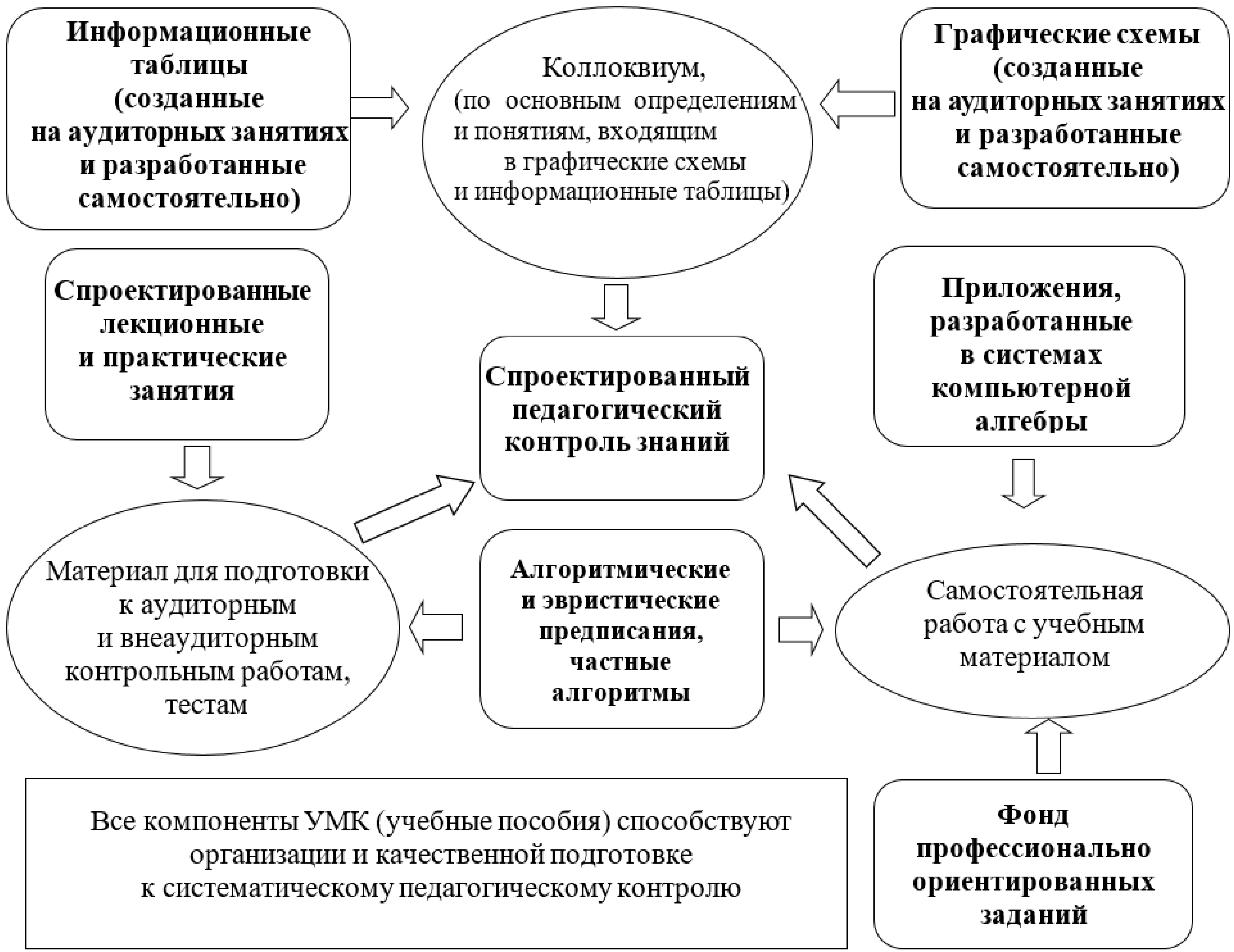


Рисунок 1.7. – Взаимодействие структурных элементов УМК

Проектирование и функционирование систематического контроля как важного структурного элемента УМК в обучении математике студентов технических специальностей позволяют сконструировать совокупность педагогических условий, обеспечивающих формирование базовых знаний по предмету, навыков самоконтроля, указанных стандартом компетенций.

Педагогические условия, созданные на базе применения всей совокупной целостности структурных элементов УМК, обеспечивают овладение студентами математикой в «зоне ближайшего их развития». В изучении математики и в процессе овладения ее аппаратом средства УМК помогают студенту критически оценивать свои успехи и промахи, обеспечивают последовательность, ритмичность, результативность его познавательной деятельности.

Грамотная контрольно-регулирующая и контрольно-оценочная деятельность преподавателя решающим образом обеспечивает эффективность используемых форм и видов системы контроля. Преподаватель добивается этого путем подготовки адекватного учебно-методического обеспечения, создания мотивационно-эмоционального настроя, осуществления непосредственного руководства за математической познавательной деятельностью каждого студента.

Таким образом, «Спроектированный педагогический контроль» играет роль фактора, оказывающего существенное влияние на овладение математическим аппаратом, методикой правильного распределения познавательных сил, формирование и повышение эффективности самостоятельной познавательной деятельности в обучении математике на основе УМК нового поколения студентов технических специальностей.

Выводы по главе 1

На современном этапе развития общества и инженерных технологий возникла объективная необходимость повышения эффективности обучения студентов. Однако существующее противоречие между сложившейся образовательной практикой, положениями учебных программ по дисциплинам «Математика», «Высшая математика» в условиях перехода белорусской высшей школы по ряду специальностей на сжатые сроки обучения и фактическим уровнем познавательной самостоятельности студентов затрудняет выполнение поставленной задачи. В этой связи выявлена актуальность научно-методического обоснования разработки и реализации УМК в обучении математике студентов технических специальностей.

В исследовании проведен анализ исторического аспекта диссертационных исследований, теории и практики создания УМК. Среди диссертаций Республики Беларусь не выявлено работ, посвященных исследованию научно-методических оснований разработки и реализации УМК в обучении математике студентов технических специальностей. В процессе решения поставленных задач исследования выявлены *пути совершенствования* существующих УМК по математике в обучении студентов технических специальностей, *уточнено определение* УМК.

Отличительной чертой и новизной исследования является обоснование и разработка представленного УМК и с позиций *полипарадигмального подхода*. Комплексное соотнесение системно-деятельностного, модульного и компетентностного подходов обеспечивает учет при проектировании УМК особенностей взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов конкретных специальностей детерминирует мотивированное взаимодействие студентов и преподавателей. Комплексное соотнесение системно-деятельностного, дифференцированного и когнитивно-визуального подходов позволяет выделить уровни усвоения предлагаемого математического материала, спроектировать специальные средства УМК, использующие когнитивные свойства визуализации, оказывающие существенное влияние на глубину осознанности восприятия и понимания математических объектов и фактов, обеспечивающие перенос свойств и зависимостей, выраженных в математических формулах и объектах, на их использование в общепрофессиональных и специальных дисциплинах. Проявленный в комплексном соотнесении системно-деятельностного, модульного, дифференцированного, когнитивно-визуального и компетентностного подходов полипарадигмальный подход обусловливает цели, содержание, формы, методы, средства в обучении математике, служит основанием при разработке структурных элементов УМК нового поколения.

Допуская опору на комплексное соотнесение именно тех парадигм и подходов, которые адекватны самому объекту исследования, полипарадигмальный подход способствует организации познавательного процесса с учетом особенностей обучения математике студентов исследуемых технических специальностей и обеспечивает целенаправленность, согласованность, эмерджентность результатов применения технических подходов при разработке УМК. Таким образом, полипарадигмальный подход выступает методологическим основанием обновления, повышения на основе УМК эффективности процесса математической подготовки студентов технических специальностей, активизации их СРС, формирования их познавательной самостоятельности.

Выделены *особенности взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики* для специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов». В связи с этим в исследовании установлено, что при разработке УМК для обучения математике на его основе студентов исследуемых технических специальностей необходимо кроме дидактических принципов (научности, доступности, сознательности усвоения, преемственности, реализации обратной связи в обучении математике и др.) принять во внимание, в качестве особо востребованных, следующие дидактические принципы: принцип *пролонгации*, принцип *профессиональной направленности*, принцип *развивающего обучения*. Выделенные принципы детерминируют проектирование в структурных элементах УМК общих базовых математических понятий, системы задач междисциплинарного, профессионально ориентированного характера, логический анализ формул, применяемых в естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплинах, выявление взаимосвязи входящих в них параметров, иллюстрирующих востребованность и универсальность математического языка.

В исследовании раскрыты методологическая и системообразующая функции принципов пролонгации и профессиональной направленности обучения; создана система заданий, имеющих профессиональную направленность и учитывающих выявленные междисциплинарные связи. Установлены *методические требования* к обучению на основе УМК математике студентов технических специальностей, *критерии его эффективности*.

Отличительной особенностью созданного УМК на практическом уровне является обоснование и введение в структуру УМК *специальных средств обучения:* «Графические схемы и информационные таблицы, созданные на аудиторных занятиях и самостоятельно», «Алгоритмические и эвристические предписания, частные алгоритмы решения задач», «Приложения, разработанные в системах компьютерной алгебры», «Фонд профессионально ориентированных заданий». Специальные средства способствуют развитию у студентов умений осмысленно овладевать изучаемой математической информацией (структурировать, систематизировать, логически ее организовывать), применять математический аппарат в процессе решения профессионально ориентированных задач. Они обеспечивают возможность разработки поэтапной методики, осуществляющей постепенный переход от решения задач базового к задачам прикладного, творческого уровней.

Особенность разработанного УМК состоит и в том, что он представлен в статичной и динамичной формах. У него есть ядро – совокупность УМК (учебных пособий), в каждом из которых спроектированы все основные элементы УМК в сжатой форме. Учебное пособие – статичная форма УМК, является альтернативой ЭУМК для тех, кто не имеет возможности или желания использовать ЭУМК. Другие структурные элементы УМК, представленные отдельно от ядра в развернутой, постоянно совершенствующейся форме, придают ему динамичный характер, создают условия для повышения эффекта от его использования. Они важны для более гибкого его применения, сопровождения обучения математике с учетом конкретных условий, характера данного потока и данной специальности. Содержание УМК разработано исходя из особенностей взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для конкретных специальностей.

Преимущество созданного УМК состоит в том, что во взаимосвязи своих элементов он представляет собой функционально согласованную целостность, обеспечивает интерактивность и технологичность обучения математике, осуществление и вариативность организационных этапов формирования у студентов компетенций, способствует развитию у них умений осмысленно овладевать изучаемой математической информацией.

В исследовании представлен «Алгоритм разработки УМК и реализации на его основе обучения математике студентов технических специальностей», общая структура учебного модуля в качестве образца для создания конкретных модулей.

Разработана методика реализации на основе УМК систематического контроля. Установлены характер и последовательность этапов деятельности преподавателя по его проектированию и применению. Обосновано, что предлагаемые механизмы диагностики, взаимодействуя с другими механизмами УМК, обеспечивают благоприятные условия для целенаправленного оказания помощи студентам в обучении математике, формировании указанных стандартом компетенций. Раскрыто содержание структурных элементов реализации контроля на основе УМК: организационно-планирующего, рефлексивно-регулирующего, мотивационно-целевого, содержательно-информационного, учебно-операционального.

Таким образом, научно-теоретическое обоснование разработки УМК является фундаментом создания методики сопровождения на его основе обучения математике студентов технических специальностей.

ГЛАВА 2
МОДЕРНИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ)

2.1 Проектирование и реализация методики обучения математике на аудиторных занятиях и в процессе самостоятельной работы студентов на основе УМК нового поколения

Аудиторные занятия в современном высшем образовании используются как основные формы обучения математике студентов технических специальностей. Теоретические основания, изложенные в первой главе, легли в основу разработки структурных элементов УМК «Спроектированные лекционные занятия» и «Спроектированные практические занятия».

Переход к личностно-ориентированной образовательной системе указывает основной задачей современного образования создание на аудиторных занятиях и в СРС условий для формирования личности студента, который способен к дальнейшему самосовершенствованию, самообразованию, взаимодействию и сотрудничеству, творчеству.

Ведущее значение лекции при организации познавательного процесса в учреждениях высшего образования подтверждается в значимых педагогических исследованиях таких ученых, как Н.В. Бровка [18], М.И. Башмаков [11], С.И. Гессен [50], Я.И. Груденов [53], О.С. Задорина [73], С.И. Зиновьев [78], Л.И. Майсеня [109], П.И. Образцов [140], М.В. Ушакова [185] и др.

Однако на аудиторные занятия по математике выделяется меньше часов, чем на самостоятельное изучение математического материала. Значит, для теории и методики преподавания математики становятся особенно важным поиск и разработка новых технологий, которые смогут повысить эффективность обучения математике студентов технических специальностей в этих объективно сложившихся условиях.

Проведенные исследования подтверждают точку зрения авторов, отстаивающих *необходимость лекционных занятий на базе научно-методической интеграции традиционных и инновационных средств, форм и методов преподавания математики с применением ИКТ.* Актуальность разработки структурного элемента УМК «Спроектированные лекционные занятия» обусловливается также необходимостью разрешения следующего противоречия. Ряд авторов, ссылаясь на свой опыт чтения лекций с использованием ИКТ, утверждают, что с их помощью решаются проблемы традиционной формы проведения лекционных занятий [1; 13; 49; 62; 82; 84; 150; 202]. В качестве недостатков использования ИКТ некоторые из них отмечают легкость печатания электронной информации и процесса изготовления шпаргалок для обмана экзаменатора, поиска готового решения задачи в сети Интернет [49; 13].

Другие авторы, признавая положительные стороны применения ИКТ, обращают внимание и на недостатки: «…зачастую сокращение объема лекционных занятий толкает преподавателей выносить на экран огромное количество печатного текста без адаптации к цели лекции, без устранения вспомогательного материала… В таких условиях, созданных на лекции, студенты просто не успевают осмыслить и законспектировать нужный материал. Вся деятельность студента на лекции сводится к ожиданию смены слайда при минимальной мыслительной активности. Таким образом, возникает проблема: как повысить эффективность лекции по высшей математике в техническом вузе на основе использования современных информационных технологий и методического сопровождения» [179, с. 133].

Использование информационных материалов на базе компьютера для преподавателей очень удобно. Оно решает проблему применения необходимой информации для дистанционной формы обучения, т.к. есть возможность выложить ее в Интернет для студентов-заочников. Однако электронная версия не может полностью заменить рукописный текст студента. Работать с бумажным носителем гораздо удобнее и зачастую продуктивнее.

Исследование, проведенное нами, показало, что в условиях ограниченности аудиторных часов на изучение математики студентами технических специальностей из видов, установленных в [16], наиболее оптимальными для применения на этих специальностях являются следующие: лекция-информация, проблемная лекция, лекция-визуализация [28].

Проектирование выделенного структурного элемента УМК во взаимосвязи с другими его элементами, с опорой на полипарадигмальный подход, дидактические возможности ИКТ, с учетом особой востребованности принципов пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения предполагает актуализацию внимания лектора к содержательной составляющей лекционного занятия, а также тщательного подбора одного или нескольких его видов. Педагогический опыт и результаты экспериментальных исследований позволяют выдвинуть для обучения математике на исследуемых специальностях предложение о целесообразности разумной и научно обоснованной интеграции *лекции-информации, проблемной лекции, лекции-визуализации* [28].

В монографии П.И. Образцова определен алгоритм действий преподавателя-организатора при разработке и реализации профессионально ориентированной технологии обучения [140, с. 38]. В преломлении результатов названного исследования спроектируем основные этапы лекций на базе УМК в обучении математике студентов технических специальностей.

I этап – подготовительный: 1) формулируются цели и задачи лекции, проводится отбор и определяется теоретический материал для изучения; 2) составляется план лекции, включающий в себя повторение, учет междисциплинарных связей; выделяются ключевые задачи для решения, при необходимости составляются алгоритмические, эвристические предписания; осуществляется выбор форм и методов, в т.ч. интерактивных, взаимодействия со студентами; определяются формулировки выводов; составляется список рекомендуемой литературы; 3) выясняется, какой из трех названных выше видов лекций будет использоваться как основной.

II этап – разработка лекционного занятия на основе УМК: 1) планируется взаимосвязанное использование структурных элементов комплекса; 2) проводится анализ содержания теоретического материала; 3) составляются задания, реализующие принцип преемственности; 4) анализируется целесообразность включения задач из фонда профессионально ориентированных заданий; 5) подбираются приемы для активизации самостоятельной познавательной деятельности студентов; 6) проектируются эвристические вопросы; 7) осуществляется подбор заданий различного уровня для повторения или знакомства с ними на лекции.

III этап – учет уровня студентов: 1) анализируются результаты контрольных мероприятий, предшествующих лекции [28]; 2) разрабатываются элементы проблемной лекции; 3) создаются условия для формирования навыков самоконтроля.

IV этап – ориентация на последующие практические занятия: 1) выяснить, как согласуются лекционная информация и информация, которая будет изучаться на практике; 2) включить в лекционный материал отдельные из важных обучающих задач.

V этап – исследование лекционного занятия на оптимальность: 1) учесть временной регламент; 2) фиксировать кризисы внимания; 3) выявить возможности реализации основных функций обучения математике во время лекционного занятия.

VI этап – анализ лекции после ее проведения.

В Приложении Е нами представлены образцы проектирования лекционных занятий по темам «Поверхности второго порядка», «Общий принцип применения определенных интегралов для решения задач механики и физики.

Физические и механические приложения определенного интеграла». С методикой разработки лекций с использованием дидактических возможностей ИКТ и СКА можно ознакомиться в Приложении Ж.

В процессе проектирования и включения в учебный процесс лекционных занятий особое внимание необходимо обратить на следующие важные параметры:

- временной регламент;
- кризисы внимания. На решение и анализ результата любой задачи следует отводить не более 15–20 минут. Для переключения внимания можно использовать: эвристический диалог, составление информационной таблицы, графической схемы или алгоритма решения ключевой задачи, применение комбинированной лекции, включение элементов информации исторического характера;
- в структуру лекции, в разумных пределах, следует включать методические средства когнитивно-визуального подхода [26];
- применение ИКТ целесообразно только в тех случаях, когда это методически оправдано [116].

Рассмотрим еще один вид аудиторных занятий, используемых в высшей школе, – практические занятия. Будем разделять мнение И.А. Голеновой, что «главными недостатками традиционной методики проведения практических занятий являются слабая мыслительная активность студентов, недостаточный интерес к познанию, вынужденно одинаковый темп работы студентов» [52, с. 81]. Поэтому требуется отдельное внимание к их разработке и функционированию на основе УМК. «Спроектированные практические занятия» рассматриваются нами в качестве его структурного элемента, существенным образом влияющего на организацию самостоятельной познавательной деятельности студентов и повышение эффективности обучения математике.

Методологическую основу его проектирования будут составлять: *разумная и научно обоснованная интеграция практических занятий с организацией СРС воспроизводящего, частично-поискового, творческого характера по математике с опорой на методические возможности информационных технологий, на систему установленных в п. 1.1 взаимодополняющих дидактических принципов и подходов к обучению математике* [116].

Одно из условий формирования прочных знаний теории – умение решать задачи из изученного материала. В этой связи, однако, следует обращать внимание студентов на достаточно часто распространенную ошибку, заключающуюся в том, что благополучное решение задач репродуктивного характера воспринимается ими как признак хорошо усвоенной теории. Однако механическое применение формул только в отдельных случаях дает результат.

Специальные средства обучения «Алгоритмические и эвристические предписания, частные алгоритмы решения задач» введены в структуру УМК по математике для выбранных специальностей также и для снижения указанного негативного эффекта. Они помогают студентам в осознанном восприятии условия математической задачи и углублении понимания процесса ее решения.

Эти средства направлены на активизацию эвристической, личностно-развивающей составляющих обучения математике. *Они позволяют получать положительный эффект от применения проблемного метода обучения. Указанные элементы оказывают студентам существенно значимую помощь в организации процессов систематизации, запоминания и применения знаний.*

Приведем пример проектирования познавательной деятельности студентов в процессе заполнения следующей информационной таблицы-обобщения (таблица 2.1) с целью обеспечения благоприятных условий для методически направленного оказания помощи студентам в организации восприятия и усвоения учебной информации. В удобной для запоминания форме реализуется систематизация теоретического материала, объединенного единым понятием в информационную таблицу. При заполнении таблицы осуществляется концентрация внимания, целенаправленная активизация памяти и других параметров мыслительной деятельности студентов.

Таблица 2.1. – Способы задания вектора

Геометрически		
Аналитически	Задание вектора координатами	$\overline{a}\left(a_x, a_y, a_z\right)$
	Задание вектора разложением по базису	$\overline{a} = a_x\overline{i} + a_y\overline{j} + a_z\overline{k}$
	Задание вектора направляющими косинусами вектора и его длиной	$\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma, \lvert\overline{a}\rvert$
	Задание вектора длиной вектора и орт-вектором	$\overline{a}_o\left(a_x, a_y, a_z\right), \lvert\overline{a}\rvert$
	Задание вектора двумя точками $M_1\left(x_1, y_1, z_1\right), M_2\left(x_2, y_2, z_2\right)$	$\overline{M_1M_2}\left(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\right)$

Приведем примеры алгоритмических предписаний, которые используются студентами на этапе обобщения необходимого теоретического материала и применения его на практических занятиях [122].

Правило раскрытия неопределенности $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, *содержащей многочлены*:

При раскрытии неопределенности вида $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, содержащей многочлены, можно числитель и знаменатель дроби разделить на величину, имеющую наибольший порядок неограниченного роста (бесконечности), или использовать переход к эквивалентным бесконечно большим величинам.

Алгоритм применения метода Гаусса:

1. Привести $\overline{A}$ с помощью элементарных преобразований над строками к ступенчатому виду.
2. Вычислить и сравнить $r(A)$, $r(\overline{A})$.
3. Если $r(A) \neq r(\overline{A})$, то система несовместна.
4. Если $r(A) = r(\overline{A})$, то система совместна; выбрать базисный минор.
5. Выделить свободные и базисные неизвестные. Получить решение.

Рассмотрим методический прием применения частных алгоритмов решения задач в сочетании с эвристическими предписаниями.

Задача 1

Написать уравнение прямой L_1, проходящей через точку $M_1(2,3)$ перпендикулярно заданной прямой L: $2x-4y+1=0$.

В процессе оказания методической помощи в организации поиска решения задачи важно сформировать умения и навыки определения связей между ее данными, их свойствами. Целесообразно составить для этого следующее *эвристическое предписание* вместе со студентами в ходе эвристической беседы (их они смогут использовать для поиска решений и других задач):

- Какое понятие является основным в этой задаче?
- Какие виды уравнения прямой вы знаете?
- К какому виду относится уравнение заданной прямой?
- Какие данные можно получить из этого уравнения?
- Какие свойства перпендикулярных прямых вы знаете?
- Как их можно использовать для решения задачи?

В результате в режиме анимации составляется *частный алгоритм решения* задачи (рисунок 2.1), выводится на доску с помощью мультимедийного проектора и записывается непосредственное ее решение.

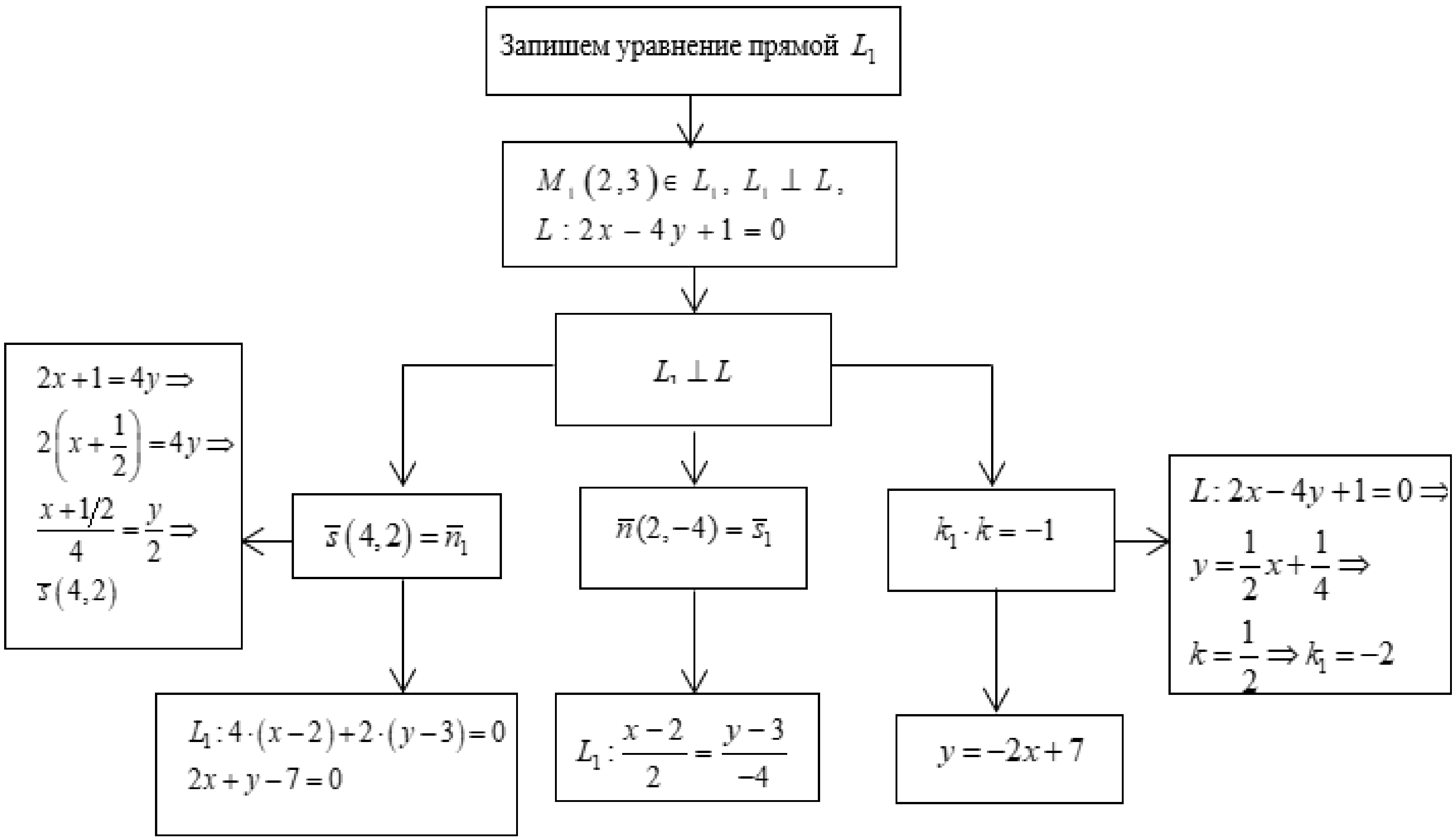


Рисунок 2.1. – Частный алгоритм решения задачи 1

Задача 2

Даны точка $A(2;3)$ и прямая L: $2x-4y+1=0$. Найти точку A_1, которая является проекцией точки A на прямую L.

Представленную задачу студенты решают самостоятельно, с обязательным составлением *визуализированного алгоритма* решения задачи. По завершении этого задания преподавателю следует вывести свой алгоритм на доску с помощью мультимедиасредств, чтобы студенты могли осуществить самоконтроль своих проектов. Следует также отметить, что задачу полезно разбить на подзадачи, в решении которых можно использовать часть алгоритма из предыдущего задания. В таблице 2.2 приведены элементы эвристической беседы.

Таблица 2.2. – Вопросы для эвристической беседы

Вопрос педагога	Ответ аудитории
Как определяется проекция точки на прямую?	Проекция точки на прямую – это либо сама точка, если она лежит на данной прямой, либо основание перпендикуляра, опущенного из этой точки на заданную прямую
Лежит ли точка $A(2,3)$ на прямой L?	Нет. Так как её координаты не удовлетворяют уравнению прямой L
Что необходимо сделать, чтобы найти проекцию рассматриваемой точки?	Опустить перпендикуляр из точки на прямую
Каким образом этого можно достигнуть средствами аналитической геометрии?	Записать уравнение прямой $L_1 \perp L$ и проходящей через точку $A(2,3)$
Сколько способов Вы можете использовать для решения задачи?	Три способа: через направляющий вектор и точку; через нормальный вектор и точку; через угловой коэффициент и точку
После нахождения прямой L_1, какие действия необходимо предпринять для нахождения проекции точки $A(2,3)$ на прямую L?	Найти пересечение прямых: $L_1 \cap L = A_1$. Точка A_1 – искомая

Элементы эвристической беседы способствуют самостоятельному решению этой задачи аудиторией и акцентированию внимания студентов на возможных способах ее решения. На рисунке 2.2 представлен этот алгоритм.

В дальнейшем студенты будут применять частные алгоритмы, по желанию, при решении задач из других модулей, а также в процессе изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин. При разработке частных алгоритмов заданий каждый обучаемый осознает и оценивает степень достижения цели задачи, уровень своих внутренних изменений, усвоенные способы решения и освоенные им области [122; 26].

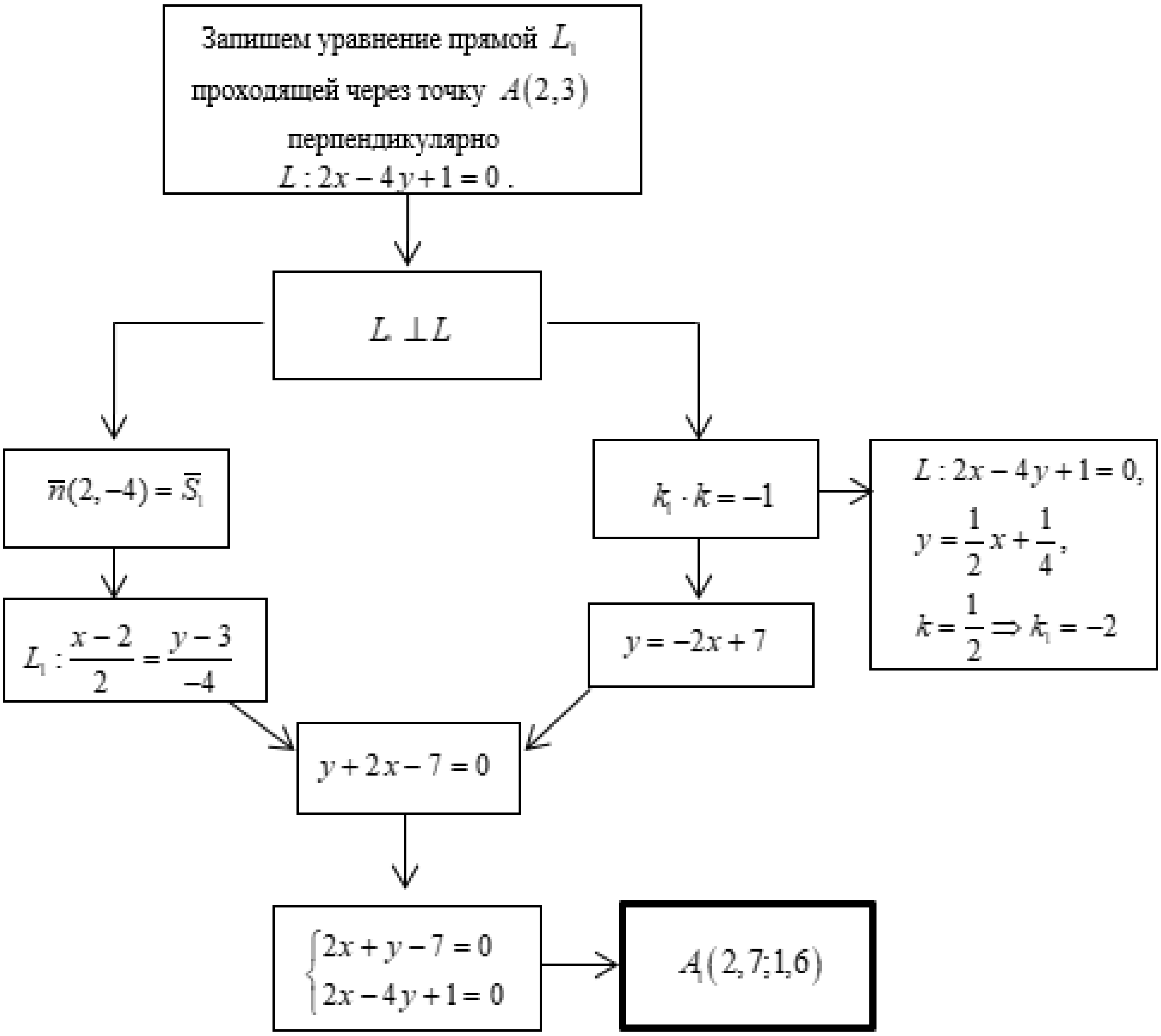


Рисунок 2.2. – Частный алгоритм решения задачи 2

Представим методический прием применения и реализации графической схемы для построения частного алгоритма решения задачи химико-технологического характера, которая способствует формированию академической компетенции: применять базовые научно-теоретические знания в практических ситуациях.

Задача 3

Найти величину работы, необходимой на то, чтобы выкачать маслянистую жидкость плотностью γ из резервуара, имеющего форму параболического цилиндра, размеры которого указаны на рисунке.

Анализ условия задачи и поиск подходов к ее решению проводится с помощью эвристической беседы. Затем в анимационном режиме осуществляются введения системы координат и построение чертежа (рисунок 2.3). Идея разбиения резервуара на элементарные части обычно формулируется самими студентами. Педагогу важно подвести их к ней, при этом студенты должны вспомнить необходимые формулы из физики и назвать основные этапы для составления частного алгоритма решения предлагаемой задачи.

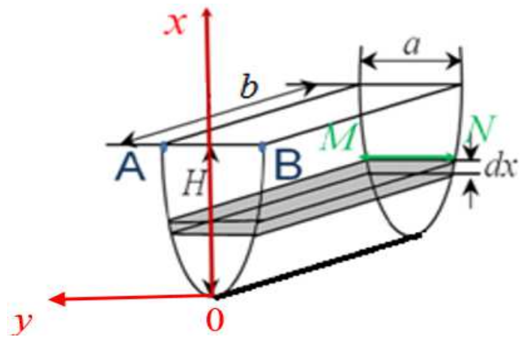


Рисунок 2.3. – Схематический чертеж цистерны

С помощью элементов эвристического диалога и презентации Power Point (ее анимационных возможностей) представляется графическая схема частного алгоритма решения выделенной задачи. На схеме (рисунок 2.4) все формулы, используемые в решении, выделены прямоугольниками, а необходимые разъяснения обведены штриховой линией. Необходимо дополнительно выделить особенно значимые элементы с помощью цветовой маркировки. Переходы от одного этапа к другому обозначены стрелками. При желании последовательность выполнения действий можно обозначить номерами под стрелками. Указанное представление решения заданий концентрирует внимание студентов на его логической составляющей [122].

Для математических задач, требующих частично-поискового или учебно-творческого уровня познавательной самостоятельности, визуализированные алгоритмы существенно усложняются. Возможно, процесс составления схемы частного алгоритма может показаться неоправданной тратой времени. Однако это не так. При правильном подходе графические схемы помогут студентам не только понять решение задачи, но и сэкономить время занятия, т.к. такое представление заданий концентрирует внимание студентов на логической составляющей решения, а вычисления можно предложить им в качестве самостоятельной работы вне аудитории.

Таким образом, студенты вынуждены будут вновь просмотреть решения разобранных задач, что способствует углублению понимания и запоминания, а скорость решения задач на занятиях будет зависеть только от их мыслительной деятельности.

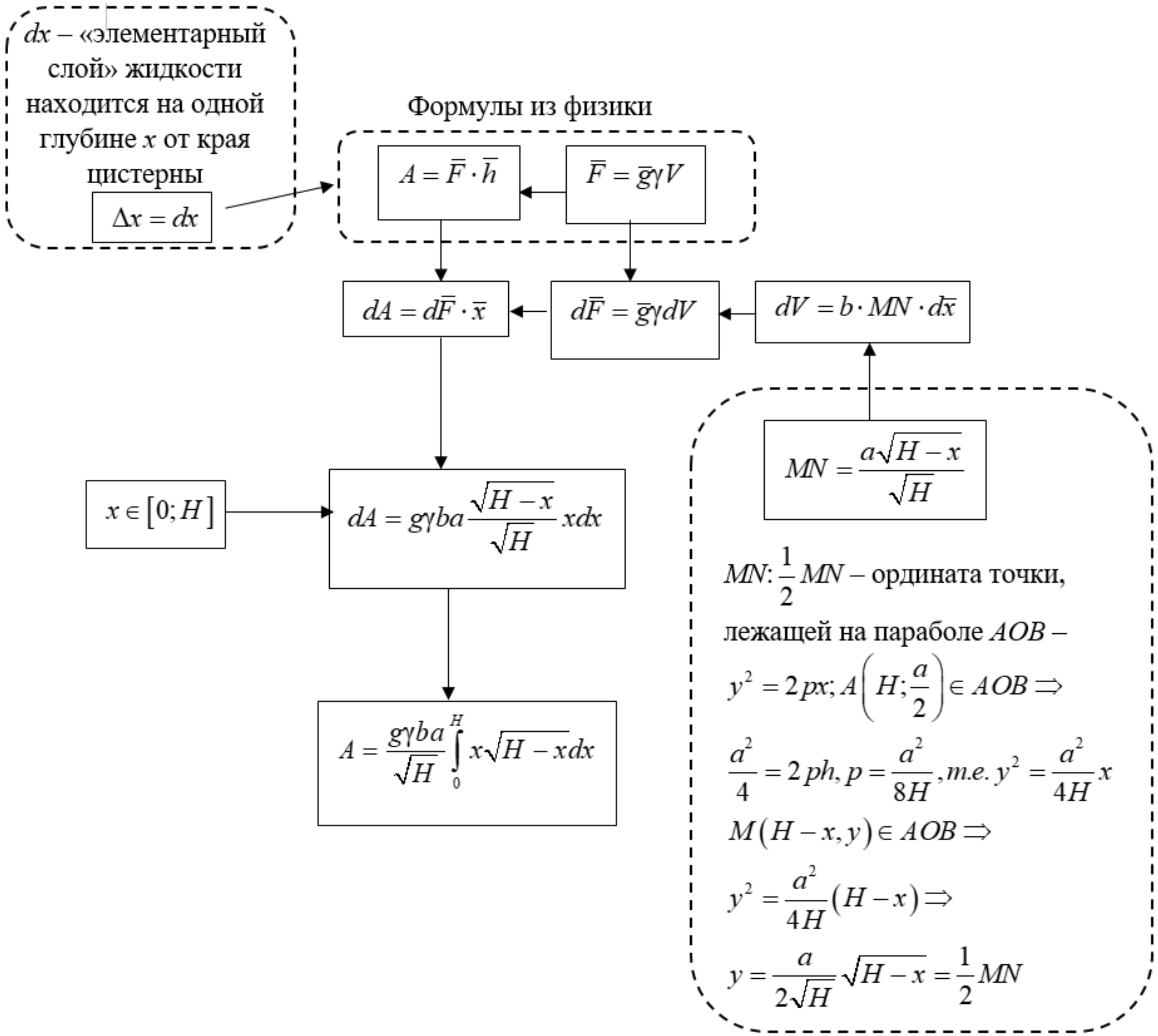


Рисунок 2.4. – Частный алгоритм решения задачи

Теоретическое основание включения выделенных специальных средств обучения математике является дидактическим следствием положений теории усвоения, т.к. требование обобщенного видения всей структуры выделенного к изучению материала – существенный элемент, способствующий осознанности обучения. Проектировка частных алгоритмов способствует выработке внутренних предварительных представлений о структуре решения [26].

Для эффективной организации СРС, активизации эвристической, личностно-развивающей составляющих обучения математике в УМК включены алгоритмические и эвристические предписания (Приложение И). Например, эвристическое предписание:

Об эффективном использовании времени при выполнении заданий

1. Выяснить, знание каких понятий и их свойств необходимо для решения задачи.
2. Разбить задачу на подзадачи, если в этом есть необходимость, или логически завершенные части.
3. Продумать возможные ходы решения рассматриваемой задачи.
4. Решить задачу указанным в ее условии способом или выбрать наиболее рациональный.
5. Сравнить свое решение задачи с решениями других студентов.
6. Сформулировать новые задачи, аналогичные заданной.

Рассмотрим особенности применения эвристических предписаний для организации СРС с применением интерактивных форм обучения: работа в командах, работа в парах.

Методика реализации в обучении математике студентов исследуемых специальностей интерактивной формы «работа в командах» разрабатывалась нами с целью оптимизации самостоятельной деятельности студентов в процессе изучения тем «Векторная алгебра», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Числовые и функциональные ряды».

Представим эту методику. Вся студенческая группа разбивается преподавателем на 5–6 команд по 5 человек (с учетом возможностей студентов). Каждая из команд получает варианты для самостоятельного выполнения в аудиторное и внеаудиторное время. В процессе изучения темы группы сохраняются и работают по своему варианту, но с одной особенностью: на каждой из пар практических занятий, отведенных на эту тему, от группы отчитывается один студент, выбранный преподавателем, и по его докладу оценивается результат всей группы. Таким образом, активизируется самостоятельная познавательная деятельность студентов. Она проектируется на основе УМК (учебного пособия), в которых содержится достаточное количество обучающих задач, способствующих выполнению заданий команды. Более того, в процессе практических занятий используются специальные методические средства, повышающие эффективность самостоятельной работы и познавательной деятельности студентов в целом: графические схемы и информационные таблицы, построенные на лекционных занятиях с преподавателем или же студентами самостоятельно.

Работа в малых группах выбрана для создания предпосылок выполнения заданий всем коллективом, чтобы более сильные студенты объясняли материал более слабым. Выступление группы следует оценивать по выявленным критериям: 1) умению точно отвечать на поставленные вопросы при обсуждении решенных задач; 2) умению работать в команде (при необходимости дополнять ответы друг друга); 3) умению представлять результаты работы команды (наглядность представления, ясность изложения); 4) умению теоретические знания интегрировать с практическими заданиями.

Целью СРС является выполнение всех заданий и представление выбранных преподавателем задач на доске одним из членов команды. Эффективность организации работы студентов в команде повышается применением эвристических предписаний, которые преподаватель выкладывает в Google Classroom и Moodle. Приведем пример.

Как успешно выполнить задания вариантов
и осуществить взаимопомощь и взаимоконтроль

1. Просмотрите внимательно задания, предложенные для самостоятельного решения.
2. Определите, каковы условия задач и к каким темам относятся.
3. Просмотрите внимательно информационные таблицы, приведенные в УМК (учебном пособии), лекционные записи, информационные таблицы, составленные на аудиторных занятиях, блок обучающих задач в УМК (учебном пособии).
4. Не перебивайте друг друга, высказывая, какие задания у вас вызывают затруднения.
5. Старайтесь дать небольшую характеристику выбранному способу или методу решения задачи.
6. Проанализируйте способы выполнения задания и отберите из них наиболее эффективный. Старайтесь осуществлять взаимопомощь.
7. Выберите вместе, каким способом или методом следует решать выбранную задачу.
8. Подумайте, нужна ли вам помощь.
9. Обратитесь к преподавателю, если никто из команды не знает решения задачи.

В Приложении К приведен пример разработки и применения практического занятия из модуля «Элементы векторной алгебры» [211] на основе применения УМК. Следует отметить, что наиболее удобной, оптимальной формой для организации деятельности обучаемых при изучении указанного раздела высшей математики является именно работа в командах.

Представим еще одну *интерактивную форму* организации самостоятельной деятельности студентов: *Студент стационара – студент-заочник*. Она является эффективной формой их подготовки к будущей профессиональной деятельности и применяется в рамках функционирования интегрированного модуля «Моделирование» в дисциплине «Численные методы». В результате ее изучения студенты должны выполнить восемь лабораторных работ, каждую из которых необходимо защитить.

Защита оценивается по следующим критериям:

- Выполнение работы соответствующего варианта с применением указанного программного обеспечения.
- Предоставление письменного отчета с выводами по заданию.
- Демонстрация теоретических знаний и практических умений студентом при ответе на вопросы преподавателя.

Выполнение первых двух условий обязательно и обсуждению не подлежит. Но если студент не имеет желания отвечать на вопросы по какому-либо лабораторному заданию (не более чем по двум), ему предоставляется возможность вместо этого выступить в роли консультанта студента-заочника для указанной преподавателем лабораторной работы. При этом он должен оказать помощь с объяснением теоретического материала и выполнением работы в режиме on-line и off-line консультации Google Classroom.

Если студент-заочник успешно выполняет свое задание и свободно в нем ориентируется, т.е. отвечает на вопросы преподавателя по его выполнению и применению результатов, то студент очной формы получает зачет по выбранному им лабораторному занятию при предоставлении отчета с выводами.

Выбранная организационная форма способствует формированию у студентов очной формы обучения таких академических компетенций, как «уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач, владеть культурой мышления, способностью к обобщению, постановке цели и выбору путей ее достижения», поскольку научить другого студента – это сложная творческая задача.

Однако следует отметить: *существенно значимое влияние представленная организационная форма СРС оказывает на формирование социально-личностных компетенций,* таких как «быть способным к социальному взаимодействию и обладать способностью к межличностным коммуникациям». Поскольку работа инженера в будущем подразумевает работу с людьми и обучение личного состава бригады определенным действиям (например, основам охраны труда).

Определенная польза есть от такого взаимодействия для студента-заочника. Он получает быструю помощь индивидуального консультанта при объяснении и выполнении лабораторного задания, не боится задавать вопросы, т.к. все стороны заинтересованы в успешной защите работы.

Таким образом, *в результате применения указанной интерактивной формы в условиях ограниченности аудиторных часов достигаются цели обучения, сформированные в стандарте специальности.*

Представим парную форму (далее *работа в парах*), когда два студента выполняют определенные задания вдвоем. Это одна из самых комфортных форм организации их самостоятельной деятельности. Проектирование и реализация ее в процессе обучения математике на основе УМК позволяют учитывать уровень и степень подготовленности студентов, обеспечить их самостоятельную работу в удобном для каждого из них режиме. Названная форма является достаточно эффективной в процессе организации выполнения студентами индивидуального практикума в модулях «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Неопределенный интеграл».

Ограниченность аудиторных часов, отведенных на изучение ключевых для технических специальностей разделов математики, требует особого подхода к организации познавательной деятельности студентов. *Важно сформировать у всех студентов базовый уровень владения математическим аппаратом названных разделов, а студентам прикладного и творческого уровней обучения помочь в овладении математическим моделированием, необходимым для изучения других дисциплин, в курсовом и дипломном проектировании.*

Указанную форму целесообразно использовать также при выполнении студентами заданий, разработанных в специальном средстве обучения «Фонд профессионально ориентированных заданий». При этом студенты получают опыт поисково-исследовательской деятельности в процессе моделирования различных химико-технологических, экологических, энергосберегающих, физических, технических и других процессов.

Применение выделенного средства обучения требует от студентов создания четкой структуры решения задачи: постановка задания, создание банка знаний по рассматриваемой проблеме, проектирование и обоснование математической модели, ее исследование и решение вручную либо с помощью программной реализации, качественный анализ полученного решения.

Экспериментальные исследования позволили выявить, что *комплексное взаимодействие «Фонда профессионально ориентированных заданий» с другими структурными элементами УМК позволяет сформировать в учебно-познавательном процессе изучения математики глубокие, прочные знания по высшей математике, целенаправленно способствует переходу их мыслительной деятельности на новый, продуктивный уровень.*

Значительная часть заданий разработана с учетом принципов пролонгации и профессиональной направленности: выполнение их требует знаний из смежных дисциплин («Информатика», «Численные методы»), а также специальных («Органическая химия», «Неорганическая химия», «Промышленная экология» и др.). В каждом модуле проектируется система заданий, которые согласованы с выпускающими кафедрами и имеют профессиональную направленность. Например, модуль «Элементы линейной алгебры»: расчет смесей сложного состава, исследование состава смеси; модуль «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: максимум скорости окисления оксида азота; модуль «Функции нескольких переменных»: исследование процесса многоступенчатой экстракции и т.п.

Лучшие результаты выполнения творческих заданий представляются одним или парами студентов на студенческих конференциях, на которых присутствуют представители выпускающих кафедр. Если выступление и решение задач принимается и заслуживает высшей оценки, то в дальнейшем исследуемая модель используется для курсового проектирования. В Приложении Л можно ознакомиться с примерами задач экологического и химико-технологического характера.

Интерактивная форма – *off-line* и *on-line консультации* с преподавателем – базируется на инновационных возможностях информационных технологий. Значительная часть учебных материалов предоставляется студентам в Google Classroom или Moodly лаборатории; их возрастающие возможности и приемы позволяют студентам и преподавателю вести общение удаленно. Указанная форма эффективно и рационально применяется при подготовке студентов к различным контрольным мероприятиям.

Пик востребованности этой формы достигается у студентов заочной формы в интегрированном модуле «Моделирование» для химико-технологической специальности в период изучения дисциплин естественнонаучного и специального цикла: «Информатика» и «Численные методы»». Эти предметы предполагают выполнение на компьютере лабораторных работ, по которым и возникают вопросы.

Виртуальный диалог, содержащий указания на недочеты в заданиях, способствует их успешному выполнению и последующей защите. Отметим, что все материалы аудиторных и внеаудиторных занятий по дисциплине, а также дополнительные источники информации (ссылки на литературу, презентации, видео-лекции) выкладываются в Google Classroom. Там же выкладываются задания всех лабораторных работ для каждого варианта. По желанию студенты могут выполнять работы не по графику, утвержденному деканатом, т.е. по расписанию, а самостоятельно, обращаясь к преподавателю только лишь во время защиты работы. Это особенно актуально для студентов заочной формы обучения.

Однако иногда результаты выполненного лабораторного задания не устраивают студента, тогда возникает необходимость в консультации преподавателя. Эту возможность и предоставляет Google Classroom. В рассмотренном методе виртуального эвристического диалога реализуется принцип обратной связи: умение студента задавать краткие вопросы по существу задания преподавателю неразрывно связано с пониманием цели задания и эффективностью усвоения им знаний. Таким образом, *виртуальное общение в Google Classroom обеспечивает студентам возможность учиться самостоятельно, выбирать наиболее рациональные и оптимальные способы достижения цели, планировать свою самостоятельную познавательную деятельность.*

Для организации СРС на основе УМК и реализации дифференцированного подхода к обучению математике в его содержании спроектирована система трехуровневых заданий. Отдельное внимание этому уделено при проектировании «Фонда профессионально ориентированных заданий» для интегрированного модуля «Моделирование», учитывающих специализацию студентов. Приведем пример таких заданий по теме «Элементы линейной алгебры»:

Приготавливается нитрирующая смесь из трех компонентов, содержащих воду, серную и азотную кислоты. Требуется установить, какое количество каждого компонента необходимо взять, чтобы получить M кг смеси, содержащей b_1 %, b_2 %, и b_3 % соответственно H_2O, HNO_3 и H_2SO_4, если содержание воды, азотной и серной кислот в каждом компоненте известно и представлено в виде матрицы третьего порядка.

Решение оформить на одном из выбранных Вами уровней:

– *базовый уровень*: составить систему уравнений, решить ее методом Гаусса и представить в письменном виде;

– *прикладной уровень*: составить математическую модель в общем виде и представить решение в СКА (Mathcad, Matlab или Maple) – двух, на выбор;

– *творческий уровень*: представить математическую модель в общем виде и разработать программу решения методом Жордано–Гаусса в EXCEL.

В большинстве студенты хорошо справляются с написанием математической модели решения задачи. Задание базового уровня в редких случаях заинтересовывает студентов, т.к. несколько примеров систем линейных уравнений с помощью метода Гаусса они самостоятельно решают на практических занятиях по высшей математике. Чаще всего задача решается на прикладном уровне.

Творческий уровень предполагает глубокие знания не только применения самого метода, но и определенные навыки написания программ в EXCEL, что в начале изучения курса «Информатика» достаточно сложно. Но следует отметить, что предложенные задания можно сдавать на протяжении всего семестра. В случае выполнения всех самостоятельных работ семестра на прикладном уровне студент поощряется дополнительным баллом на экзамене; на творческом уровне – двумя дополнительными баллами.

Таким образом, *взаимосвязанная совокупность всех структурных элементов УМК обеспечивает интерактивность и технологичность обучения математике, осуществление и вариативность организационных этапов формирования у студентов математических знаний, умений и навыков, необходимых компетенций. УМК нового поколения позволяет эффективно включать в процесс обучения математике элементы эвристического диалога, создает условия развития у студентов умений осознанно постигать изучаемую математическую информацию: структурировать, систематизировать, логически ее организовывать.*

Разработанные на основе УМК организационные формы, методы, средства, направленные на повышение эффективности обучения математике студентов исследуемых специальностей, способствуют формированию у них таких академических компетенций, как «способность генерировать новые идеи; овладевать навыками устной и письменной коммуникации; уметь работать с учебной, справочной и научной литературой; уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач; владеть культурой мышления, способностью к обобщению, постановке цели и выбору путей ее достижения» и др.

2.2 Реализация принципов пролонгации и профессиональной направленности в содержании, формах и средствах обучения студентов математике с применением УМК нового поколения

Объективно существующий факт значительного сокращения жизненного цикла технологий на высокотехнологичных производствах предполагает наличие у компетентного специалиста фундаментальной подготовки по общепрофессиональным и специальным предметам, развитых навыков структурирования, систематизации, логической организации многообразной информации. Однако в условиях, когда происходит значительное уменьшение числа аудиторных часов на изучение математики, а у студентов отсутствуют на достаточном уровне сформированные навыки познавательной самостоятельности, выполнение поставленной задачи является проблематичным. В результате происходит серьезное сокращение применения математического аппарата в задачах общепрофессиональных и специальных дисциплин.

В нашем исследовании рассматривается одно из решений указанной проблемы: проектирование и обеспечение функционирования УМК на основе учета требований полипарадигмального подхода, учета принципов пролонгации и профессиональной направленности в обучении математике.

Известно, что значительная часть специальной подготовки студентов исследуемых специальностей основывается на теоретико-прикладных знаниях высшей математики. Реализация образовательного стандарта, разработанного с учетом компетентностной модели, невозможна без формирования у них инженерного мышления, позволяющего применять математический аппарат при решении профессиональных задач.

Опыт математического моделирования, полученный на занятиях по высшей математике, является базовой основой использования его при выборе экономически выгодных решений задач при изучении естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, а в будущем и в непосредственной практической деятельности.

Различные аспекты реализации обучения математике на основе учета принципов пролонгации и профессиональной направленности в обучении математике исследовались многими учеными (Г.М. Булдык [19], В.А. Гайсенок [45], И.А. Голенова [52], Л.Д. Кудрявцев [100], Л.И. Майсеня [108], А.Д. Мышкис [129], И.А. Новик [135], В.Г. Скатецкий [163; 164], Г.А. Шунина [202] и др.).

Изучение образовательных стандартов, учебных планов и программ по физике для специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов» позволили установить, что в них нет принципиальных отличий. Практически все разделы математики в той или иной степени связаны с темами физики. Фрагмент выявленных нами связей изучаемых математических понятий с процессами и явлениями, изучаемыми в физике, представлен в таблице 2.3.

В одном из столбцов таблицы указаны математические понятия и темы, которые изучаются в курсах «Математика» и «Высшая математика», в другом – выделены процессы, изучаемые с применением соответствующих математических понятий.

Таблица 2.3. – Некоторые базовые математические понятия, используемые в физике при подготовке студентов 1-48 01 03, 1-70 04

Базовые математические понятия	Тема, в которой используется базовое математическое понятие в физике
Производная функции	Вектор ускорения материальной точки (мгновенное ускорение) $\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$
	скорость изменения импульса точки $\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}$
Определенный интеграл по фигуре	$A = \int_{t_1}^{t_2} P(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F} \cdot \bar{v} \cdot dt$
	$M = \int_V dm = \int_V \rho dV$
Дифференциальные уравнения	Уравнение движения материальной точки: $m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$
	Уравнение затухающих колебаний $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$
Векторы	Вектор скорости материальной точки $\bar{v}(t) = v_x\bar{i} + v_y\bar{j} + v_z\bar{k}$
	Момент импульса $\bar{L}_i$ какой-либо частицы m_i относительно центра масс определяется по формуле $\bar{L}_i = \left[\bar{r}_i \times m\bar{v}_i\right]$

На основании проведенного сравнительного анализа учебного материала нами выделены ключевые темы курса «Математика», способствующие успешному изучению курса «Физика»: *векторы, дифференцирование функции одной переменной, определенный интеграл, дифференциальные уравнения* и т.п. *Поэтому на этапе введения нового математического понятия следует включать иллюстративный, а также задачный материал, в параметрах которого имеется как математическое, так и физическое содержание.*

Сравнительный анализ требований образовательных стандартов по информатике для указанных специальностей показал, что в этих стандартах можно выделить общие для них требования: студенты «должны ставить прикладные задачи, строить их математические модели, разрабатывать алгоритмы их решения» [139]. Исследование учебных программ по информатике позволило сделать вывод, что к изучению предлагаются следующие программы: Excel, системы компьютерной алгебры (Mathcad, Matlab. Maple).

При этом указывается, что студенты должны владеть названным программным обеспечением на уровне, необходимом для решения задач, возникающих при выполнении профессиональных обязанностей [116]. В связи с этим *нужна разработка научно обоснованных методик, предполагающих обогащение и дополнение содержания подготовки студентов по математике и информатике, его «окраску» посредством актуализации междисциплинарных связей математики, информатики, а также сочетание и комплексное использование методов, форм и средств обучения с целью повышения продуктивности усвоения их содержания.*

Поэтому в УМК спроектировано специальное средство обучения «Приложения, разработанные в СКА» (Приложение М), которое пропедевтически готовит студентов применять программное обеспечение для решения задач по математике, выбранное на основе тех компьютерных программ, которые входят в изучение дисциплины «Информатика». Более того, применение СКА позволяет визуализировать математические объекты, достигать наглядного моделирования.

«Под наглядным моделированием в обучении математике понимается использование различных видов наглядности в установлении и моделировании существенных свойств, отношений и связей математических объектов в процессе освоения обучающимся способов знаково-символической, логико-вычислительной, аналитико-исследовательской деятельности при изучении содержания математических дисциплин» [89, с. 120].

Приведем пример методического приема реализации интеграционной связи между информатикой и математикой и ее направленностью на профессиональный контекст. Возможности информационных технологий позволяют решать многие задачи математическими средствами EXCEL и СКА (Mathcad, Matlab, Maple и т.п.) [116], однако в результате изучения курса школьной информатики студенты-первокурсники владеют в основном только EXCEL.

Поэтому в каждом из модулей нами разработаны вкладки по изучаемым темам, которые и помогают студентам адаптироваться к новому для них приложению СКА. Это обстоятельство позволяет, хотя бы на пропедевтическом уровне, на занятиях по высшей математике в начале первого семестра, используя УМК, применять не только EXCEL, но и элементы решения в Mathcad, Maple.

В дальнейшем, по мере развития у студентов навыков самостоятельной познавательной деятельности, «Приложения, разработанные в системах компьютерной алгебры» активизируют и организуют овладение математическими средствами других представителей систем компьютерной алгебры. Одни и те же задания решаются в Mathcad, Matlab и Maple, позволяя продемонстрировать особенности указанных программ и выбрать наиболее удобную программу для каждого студента.

Все используемые приложения подготавливаются преподавателем заранее и уже в готовом виде применяются на аудиторных занятиях, а после помещаются в виртуальную лабораторию Google Classroom или Moodle. Поэтому студенты могут их применять для проверки домашнего задания или самоподготовки. При этом на первоначальном этапе им не нужно разбираться с написанием программы решения самостоятельно, достаточно воспользоваться соответствующим приложением.

Как показал сравнительный анализ содержания учебных программ специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», на лекционных и лабораторных занятиях по информатике начинается непосредственное изучение систем компьютерной алгебры (Mathcad, Matlab, Maple), с которыми студенты уже знакомы на уровне пропедевтики, реализуемой с помощью «Приложений, разработанных в системах компьютерной алгебры» в процессе обучения их математике.

С целью углубления взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в подготовке студентов технических специальностей, повторения, закрепления учебного материала по высшей математике, а также отработки навыков владения указанными программами студенты получают индивидуальное домашнее задание по информатике. В нем требуется применение СКА для выполнения заданий из внеаудиторной контрольной работы по высшей математике «Дифференцирование функции одной переменной». Тем самым студенты вынуждены еще раз просмотреть решения задач названной контрольной работы и выполнить ее в Mathcad, Matlab или Maple по своему выбору.

В дальнейшем студенты будут обращаться к знаниям, полученным при изучении дисциплины «Информатика» при выполнении заданий из структурного элемента УМК «Фонд профессионально ориентированных заданий». Например, при решении задач: «Расчет смесей сложного состава с применением EXCEL», «Исследование максимума концентрации промежуточного вещества в случае двухстадийной реакции с применением СКА» и т.п.

Предлагаемый методический прием в соответствии с требованиями принципов пролонгации и профессиональной направленности позволяет осуществить учет междисциплинарных связей с химией и физикой.

Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой является единственным вузом Беларуси, осуществляющим подготовку инженеров-химиков-технологов для нефтеперерабатывающей отрасли по специальности «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов». От системы образования нефтеперерабатывающие предприятия Беларуси требуют соответствующего уровня специалистов указанного профиля, которые способны осуществлять постоянную модернизацию производства и выпуск экспортно-ориентированной продукции. Поставленные задачи усложняются сокращением, начиная с 2013 года, сроков обучения на I ступени высшего образования по названной специальности.

Выпускающая кафедра химии и переработки нефти и газа университета является разработчиком образовательного стандарта и типового учебного плана для указанной специальности. В последние годы проводится политика университета по развитию взаимодействия вуза с ведущими предприятиями отрасли, в первую очередь с нефтеперерабатывающим предприятием «Нафтан» (Новополоцк).

В соответствии с этим при разработке образовательных стандартов третьего поколения в качестве одного из приоритетов указана глубокая интеграция учебного материала в рамках отдельных дисциплин, между дисциплинами. В указанной связи было принято решение несколько близких дисциплин объединить в интегрированные модули (ИМ). При этом модуль рассматривается как часть образовательной программы (или часть учебной дисциплины), имеющей определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Интеграция учебного материала дисциплин, входящих в модуль, обеспечивает формирование определенных профессиональных компетенций выпускника.

В методике обучения математике на основе УМК нового поколения студентов технических специальностей принципы *пролонгации*, *профессиональной направленности*, *развивающего обучения детерминируют проектирование в содержании структурных элементов УМК нового поколения общих базовых математических понятий, системы задач междисциплинарного, профессионально ориентированного характера. При этом возникает востребованность в логическом анализе формул, применяемых в естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплинах. Логический анализ соответствующих формул позволяет выявлять взаимосвязи входящих в них параметров, иллюстрирующих востребованность и универсальность математического языка.*

Ниже приведен пример объединения естественнонаучных, специальных и общепрофессиональных дисциплин в интегрированный модуль с целью формирования указанных в стандарте компетенций.

«ИМ «Моделирование»:

- Высшая математика.
- Численные методы.
- Информатика.
- Информационные технологии в отрасли (моделирование химико-технологических процессов)» [20, с. 67].

Наши авторские разработки для ИМ включают учебные программы по дисциплинам «Высшая математика», «Информатика» и «Численные методы». Они спроектированы в соответствии с полипарадигмальным подходом, учетом принципов пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения на основе применения УМК нового поколения.

Выделим в ряду общепрофессиональных дисциплин, изучаемых студентами исследуемых специальностей, курс инженерной графики. Он занимает особое место в инженерной подготовке, т.к. знание основ начертательной геометрии – часть общетехнической культуры. Одной из важных задач в процессе изучения начертательной геометрии и математики является необходимость развития пространственных представлений, воображения и нестандартного геометрического мышления студентов, обучения специальным геометрическим методам решения задач.

Речь идет о пересечении сложных поверхностей произвольными плоскостями, задаче синтеза пространственных механизмов, проектирования светотехнических приборов, построения разверток поверхностей с нанесением на них мест расположения различных конструктивных элементов. В настоящее время на смену двумерным чертежам приходит компьютерное твердотельное моделирование. Поэтому для студентов технических специальностей важно овладение, хотя бы на базовом уровне, методами образования и изображения на чертеже поверхностей, изучаемых начертательной геометрией и высшей математикой. Но, к сожалению, времени, отводимого на рассмотрение разделов, формирующих навыки изображения поверхностей, зачастую не хватает.

С другой стороны, на смену традиционным методам конструирования приходят компьютерные технологии. В связи с этим предлагается один из методических приемов формирования у студентов навыков построения и исследования трехмерных поверхностей в контексте реализации междисциплинарных связей математики и начертательной геометрии на основе использования систем компьютерной алгебры.

Понятие поверхности впервые вводится на лекционных занятиях по математике. На выделенную тему отводится ограниченное количество часов, что вызывает необходимость разработки методических приемов активного использования при этом СКА. Именно графические возможности программ систем компьютерной алгебры позволяют показать строение чертежей во всех плоскостях. Они являются эффективным дидактическим средством, которое позволяет обеспечить усвоение темы хотя бы на достаточном уровне.

Преподаватель, вращая фигуру, представленную с помощью компьютерных пакетов, объясняет студентам особенности каждой поверхности. *Это способствует запоминанию необходимой информации и повышает уровень знаний, осознанность и глубину понимания материала, создает предпосылки для реализации принципов наглядности и доступности в обучении.*

Использование технических дидактических возможностей СКА также *формирует образное мышление студентов*. По завершению занятия студент связывает воедино поверхность и ее уравнение, может проследить зависимость вида фигуры от изменяемых параметров. Студент может использовать компьютерные пакеты при построении тел, ограниченных различными поверхностями. Закрепление и углубление достигнутых результатов в обозначенном направлении осуществляется в процессе выполнения соответствующей лабораторной работы по начертательной геометрии.

Ниже приведен пример реализации в указанном смысле междисциплинарных связей, учета принципа пролонгации в обучении математике и начертательной геометрии на основе использования СКА [30, с. 52].

Пример 1

Задание внеаудиторной контрольной работы по высшей математике:

Выполнить построение изображения тела, ограниченного указанными поверхностями в системах компьютерной алгебры (Maple): $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, $(z+3)^2 + y^2 = 1$ (рисунок 2.5).

Решение.

restart : with (plottools) : with (plots) :

with (student) :

$f: \ = x \wedge 2 + y \wedge 2 - z \wedge 2 = 0; \quad g: \ (z+3) \wedge 2 + y \wedge 2 = 1;$

P1 := implicitplot3d ({f}, x = –4 .. 4, y = –4 .. 4, z = –5 .. 0, style=wireframe, color=blue, thickness=1) :

P2 := implicitplot3d ({g}, x = –4 .. 4, y = –4 .. 4, z = –5 .. 0, style=patchnogrid, shading=z) :

display ([P1, P2], orientation=[70, 50]) ;

$f = x^2 + y^2 - z^2 = 0;$

$g = \ (z+3)^2 + y^2 = 1.$

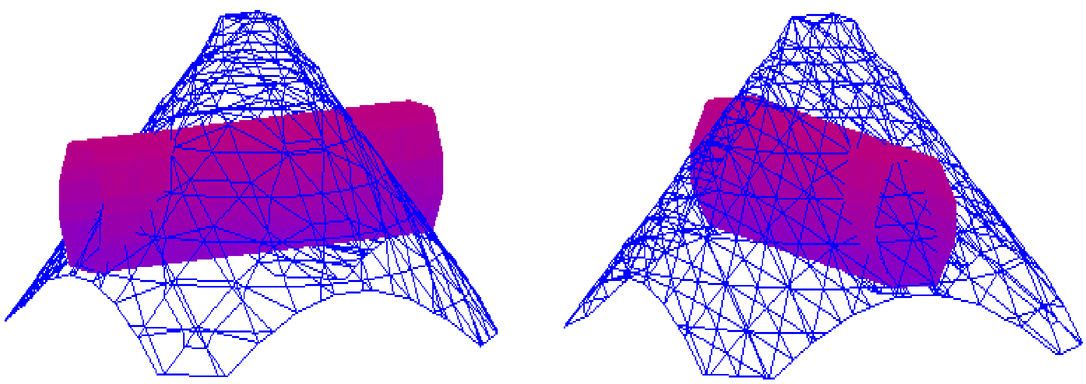


Рисунок 2.5. – Образец решения задания по математике

Задание внеаудиторной контрольной работы по начертательной геометрии:

Даны пересекающиеся тела (конус и цилиндр). Требуется: в AutoCAD построить трехмерную модель пересекающихся тел по указанным в задании размерам; по модели построить три вида пересекающихся тел и их аксонометрию на чертеже, показать линию взаимного пересечения тел; сравнить полученный результат с результатом выполнения задания без программы и проанализировать допущенные ошибки в построении линии пересечения (рисунок 2.6).

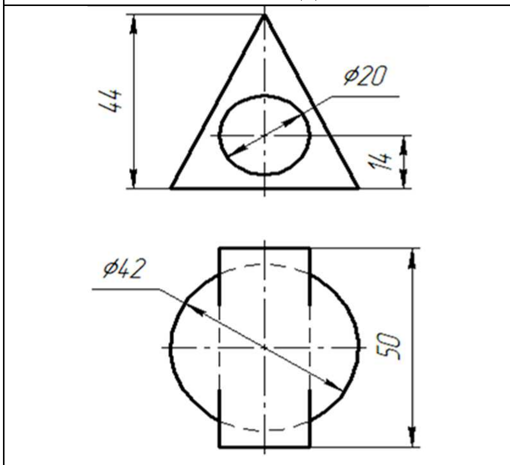
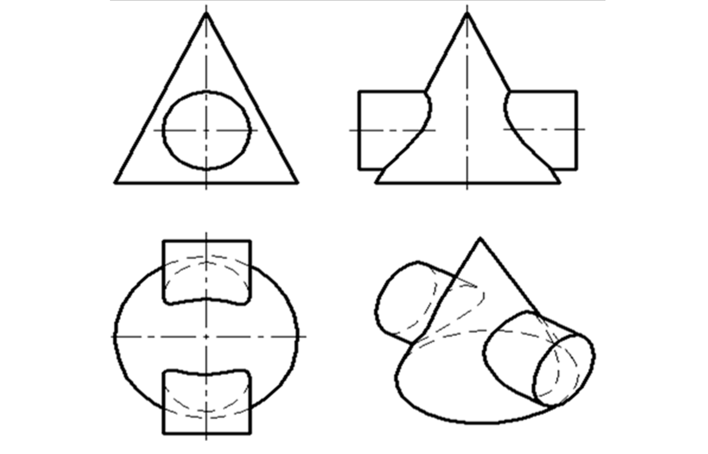
<table>
<tr><th>Условие задачи</th><th>Результат выполнения</th></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
</table>

Рисунок 2.6. – Образец решения задания по начертательной геометрии

Навыки и умения четкого определения линий сечения поверхностей в AutoCAD окажут положительное влияние на качество и уровень изучения и усвоения темы «Поверхностные и кратные интегралы» в курсе высшей математики.

В содержании обучения исследуемых специальностей экологическая составляющая занимает важное место. Однако из-за небольшого количества аудиторных часов, отведенных на изучение общепрофессиональных и специальных дисциплин, не всегда находится время на демонстрацию математического аппарата, позволяющего математическими средствами производить расчеты, связанные с экологическими проблемами. Чаще всего формулы выдаются в готовом виде, ссылкой на стандарты или справочники. Поэтому в УМК по математике нового поколения в «Фонде профессионально ориентированных заданий» содержатся профессионально ориентированные задачи с экологическим содержанием, позволяющие продемонстрировать математический аппарат, необходимый для этих вычислений, вывод формул, создание и исследование математических моделей.

Приведем пример следующего задания, предназначенного для обучения математике студентов творческого уровня, в котором ими осваивается математическое моделирование и его реализация для процесса смешения при промывке нефти:

Пусть 5 м^3 нефти должны быть промыты 0,340 м^3 водного раствора, содержащего 100,0 кг поваренной соли. Методом для определения содержания воды в отбираемых пробах смеси может быть проведен анализ на ион хлора. В конце первой минуты перемешивания отобрано некоторое число проб смеси объемом V_0 = 500 см^3 каждая. Найдено, что 0,2 этих проб, содержащие не менее 10 кг NaCl, составляли 0,75 общего количества проб. Условием удовлетворительного перемешивания является наличие в нем не менее 10 кг

NaCl в пробах, составляющих по всему количеству 0,9 общего количества проб. Какой промежуток времени потребуется, чтобы выполнить эти условия?

Решение задачи предполагает следующие этапы: изучение специализированной литературы (справочники по химии, математике) с целью нахождения формул, необходимых для решения; составление математической модели и алгоритма решения указанной задачи; выбор способа решения полученного уравнения (метод Ньютона, метод простых итераций); реализация выбранного метода в EXCEL; полное решение задачи; выводы.

При изучении темы «Определенный интеграл» целесообразно включить задачу следующего содержания:

В реку с содержанием солей 400 мг/л и мощностью потока 25 м^3/с впадают сельскохозяйственные сточные воды с мощностью потока 5 м^3/с и содержанием солей 2 г/л. Соли быстро становятся равномерно распределенными по реке. Воду на нужды населения берут из реки ниже по течению и смешивают с чистой. При этом концентрация солей в смеси не превышает 500 мг/л. Каково должно быть соотношение чистой и речной воды?

При изучении темы «Дифференциальные уравнения» предлагается к решению во внеаудиторной СРС, например, такая задача с экологическим содержанием:

Бак цилиндрической формы радиусом 0,75 м и высотой 3,65м покрыт асбестовой изоляцией толщиной 0,051 м, расположен вертикально на эстакаде и применяется для выдержки продуктов жидких отходов. Раствор поступает в бак при температуре 93 °С. Температура окружающей среды 21 °С. Рассчитать температуру продуктов выдержки через 5 сут. Справочные данные: $\gamma = 1018$ кг/м^3 – плотность раствора, $c = 0{,}6$ ккал/кг·град – теплоемкость раствора.

Представленное задание студенты выполняют самостоятельно, с обязательным составлением визуализированного частного алгоритма ее решения (рисунок 2.7). В процессе организации указанной СРС целесообразно использовать интерактивную форму – работу в парах.

Таким образом, выделенная нами в п. 1.1 *тесная связь дисциплин, изучаемых на исследуемых специальностях, проявлена в необходимости учета экологической и химико-технологической составляющих общепрофессиональных и специальных дисциплин. Она обусловливает потребность и возможность переноса свойств и зависимостей, выраженных в математических формулах, на их использование в содержании указанных дисциплин.* Отсюда следует необходимость и возможность формирования у студентов опыта поиска путей решения на основе математического моделирования профессионально ориентированных проблем.

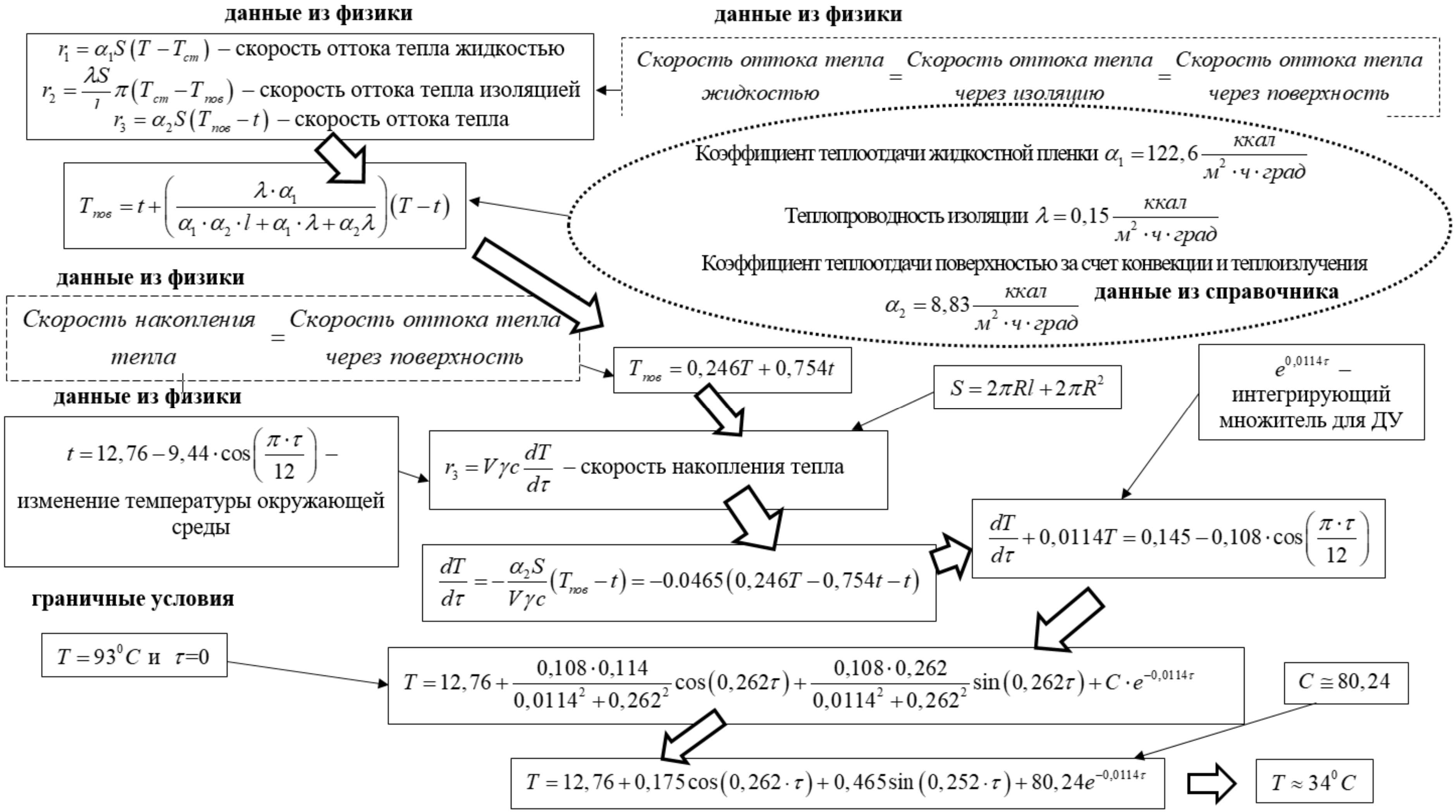


Рисунок 2.7. – Частный алгоритм решения задачи

Исходя из сказанного, выделим *требования по подбору и составлению задач по математике с профессионально ориентированным содержанием* (на основе принципов подбора задач по математике с производственным содержанием для решения на аудиторных занятиях [134]) в преломлении обучения математике студентов технических специальностей:

1) профессионально ориентированное содержание задачи должно иметь узкоспециальный характер;

2) не следует выбирать задачи, излишне перегруженные трудными для понимания техническими и производственными сведениями и расчетами;

3) задачу с производственным содержанием необходимо рассматривать лишь тогда, когда студенты имеют достаточную математическую подготовку.

Решение профессионально ориентированных заданий наиболее целесообразно демонстрировать в виде частного алгоритма в PowerPoint с краткими пояснениями преподавателя. Эти задачи должны быть выложены в содержательной части Classroom или Moodle.

Таким образом, взаимосвязанное изучение дисциплин реализует включение принципов пролонгации и профессиональной направленности в обучение математике студентов технических специальностей. В совокупности всех методических инструментов УМК оно выступает фундаментом или подсистемой высшего профессионального образования специалиста. В содержательном и процессуальном плане учет заявленных принципов в разработке УМК требует от преподавателей, в соответствии с полипарадигмальным подходом, особых методических приемов, педагогического опыта и постоянного анализа результатов.

При таком подходе создаются условия, чтобы дать будущему специалисту необходимый объем фундаментальных знаний для успешного освоения материала дисциплин специального цикла, решения нестандартных задач в рамках своей последующей профессиональной деятельности и достаточный объем фундаментальных знаний для обучения в магистратуре. В Приложении Н приведен пример решения студентами задачи из «Фонда профессионально ориентированных заданий».

Представим образцы из дипломных работ студентов, демонстрирующие наличие сформированных академических и профессиональных компетенций у студентов экспериментальных групп (ЭГ). На лекционных и практических занятиях в ЭГ систематически применялась на основе структурных элементов УМК организация познавательной деятельности студентов с элементами эвристического обучения. Так, в процессе построения графических схем основной целью были оптимизация учебного времени, визуализация и представление в сжатом компактном виде положений и фактов, необходимых для осознанного понимания родового понятия и инструментария его применения в теории и практических приложениях изучаемого отрезка математической информации, формирование академических компетенций: АК-2 – владеть системным и сравнительным анализом и АК-11 – обладать культурой мышления, способностью к обобщению, постановке цели и выбору путей ее достижения. Представим граф-схему выпуска капролактама и его производных, созданную студентом 13-ХТ-2 Айюбом Зейном в дипломном проекте «Разработка компьютерной модели процесса ректификации продуктовой смеси окисления циклогексана на производстве капролактама ОАО “Гродно Азот”» (рисунок 2.8). Сложная информация представлена в краткой и удобной для исследования, а также использования форме.

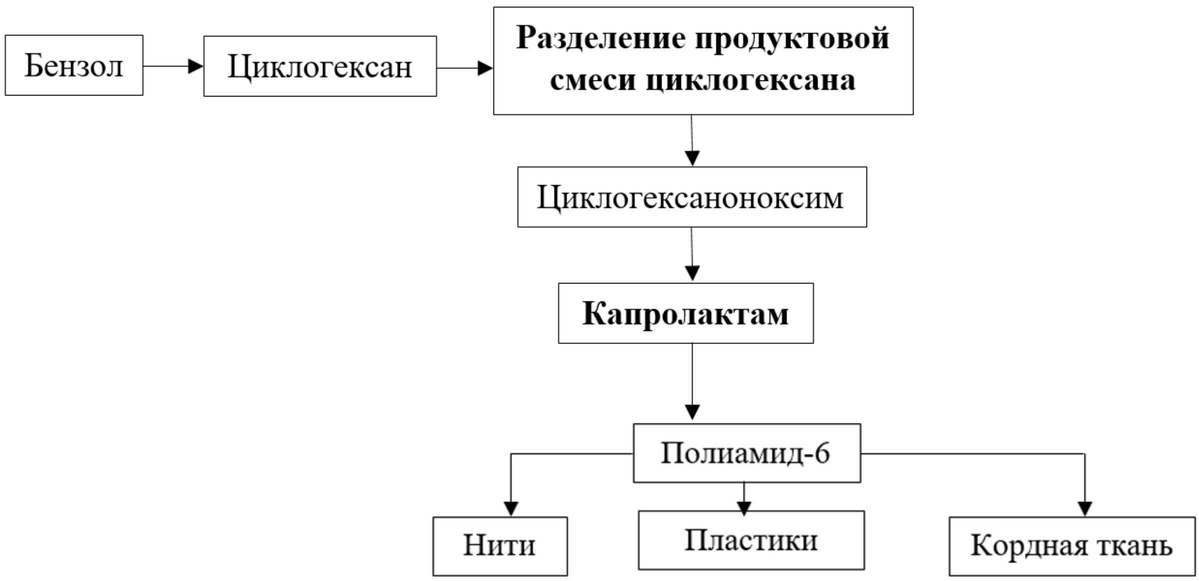


Рисунок 2.8. – Пример графической схемы из дипломной работы студента

«Информационные таблицы» в структуре элементов УМК обеспечивают повышение эффективности самостоятельной деятельности студентов, оказывают студентам помощь в систематизации, запоминании и применении знаний и формировании академических компетенций (АК-2 – владеть системным и сравнительным анализом и АК-3 – владеть исследовательскими навыками). Полученный опыт их составления в обучении математике будет полезен студентам в их дальнейшей учебной деятельности. Подтвердим сказанное фрагментом информационной таблицы, разработанной в дипломном проекте студентом группы 14-ХТ-2 Юхно Дмитрием (рисунок 2.9).

Модель	Рекомендуются для	Преимущества	Недостатки
Маргулеса	Ароматические соединения, спирты, кетоны и эфиры.	- Кроме бинарных параметров, содержат параметры для оценивания по данным многокомпонентных систем.	- Отсутствие учета влияния температуры на коэффициенты активности.
Вильсона	Ароматические соединения, спирты, кетоны, эфиры, УВ C_4 – C_{18} и фенолы.	- Предпочтительнее для ароматических УВ. - Используются в довольно широком интервале температур. - Дает хорошие результаты для смесей, содержащих полярные компоненты.	- Не подходит для описания равновесия жидкость-жидкость (LLE). - Не описывает локальные максимумы или минимумы коэффициента активности

Рисунок 2.9. – Фрагмент информационной таблицы из дипломной работы студента

Применение специального средства обучения «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач» способствует выработке внутренних предварительных представлений о структуре изучаемой дисциплины и учебной деятельности по овладению предметом, обеспечивает объединение различных математических понятий и тем в единое целое и позволяет сформировать академические и профессиональные компетенции (1 – АК-1, АК-3, АК-5; 2 – АК-1, АК-9, АК-11, ПК-6).

Приведем пример применения частного алгоритма в дипломном проекте Айюба Зейна (рисунок 2.10).

Необходимые расчеты для дипломных проектов студенты выполняли в СКА или специализированных программах, например, PRO/II with PROVISION**.** Более подробно с выдержками из студенческих работ, свидетельствующих о формировании у них соответствующих компетенций, можно ознакомиться в Приложении П.

Приведенные примеры подтверждают успешность студентов в изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин и применении ими сформированных с помощью специальных средств обучения УМК компетенций в работе с научной информацией. Они свидетельствуют о развивающем эффекте, результативности и эффективности разработанной методики воздействия УМК по математике на формирование навыков структурирования, систематизации, логической организации учебной и профессионально ориентированной информации.

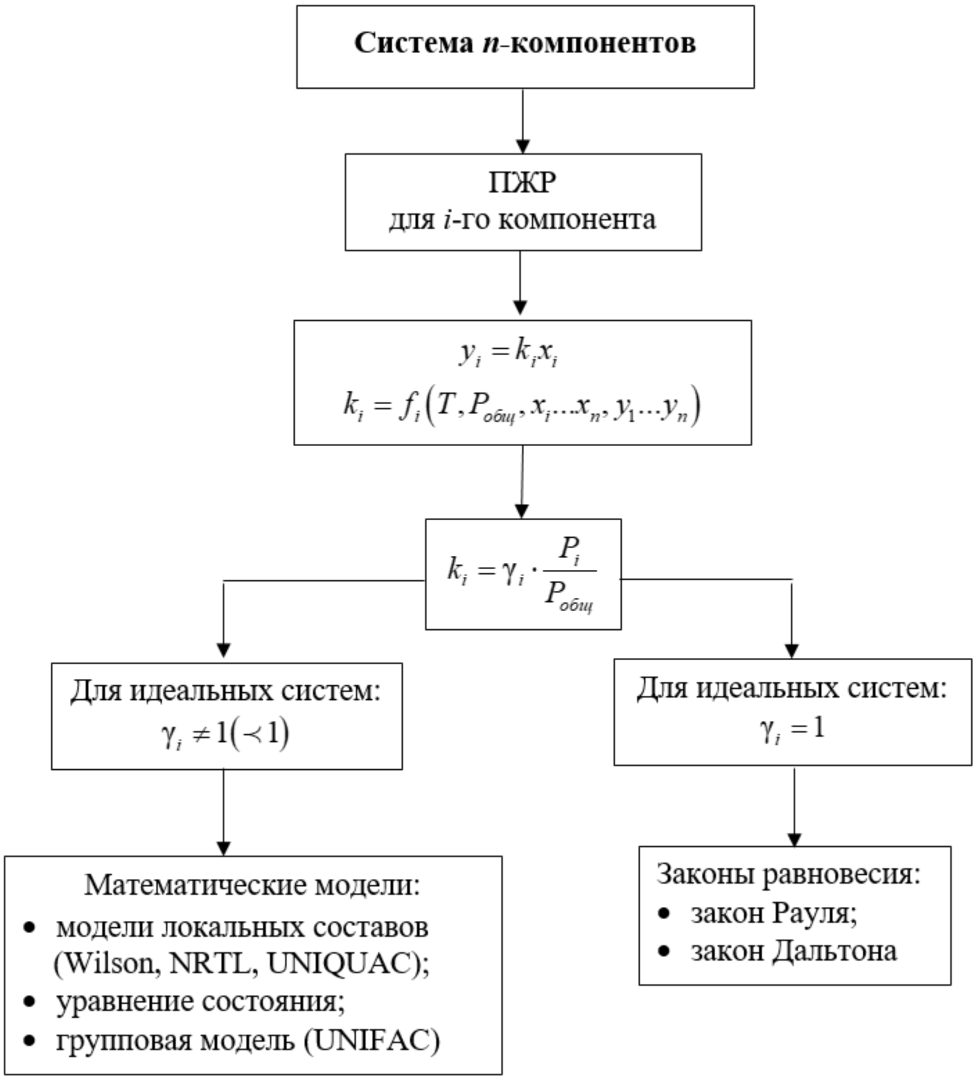


Рисунок 2.10. – Пример частного алгоритма решения задачи из дипломной работы студента

2.3 Поэтапное обучение студентов математике посредством УМК нового поколения (на примере технических специальностей)

Курс высшей математики на технических специальностях занимает двойственное положение: с одной стороны, это методологическая основа как естественнонаучных, так и общепрофессиональных и специальных дисциплин; с другой – для технических специальностей математика не является профилирующим предметом. Выделенная проблема усугубляется еще и тем, что на изучение математики в учебно-методических планах указанных специальностей произошло значительное сокращение аудиторных часов, а это влечет за собой низкий уровень ее владения студентами и восприятие ими математики как абстрактной науки, которая в дальнейшем слабо пригодится в работе по специальности. В результате в обучении теряется значительный потенциал математического аппарата в реализации его практических приложений по специальным дисциплинам, демонстрирующим связь математики с будущей профессией. Кроме того, пропадает возможность развития через обучение математической деятельности навыков самостоятельной познавательной деятельности, недостаточно сформированных у вчерашних школьников.

В дидактике высшей школы научная организация самостоятельной деятельности студентов признана одним из способов управления в процессе обучения их самообразованием. Научным психолого-педагогическим сообществом отмечается, что только самостоятельно усвоенные основы знаний, специальные приемы аналитико-синтетической умственной деятельности, рациональные способы учебной работы могут стать для обучающихся реальным инструментом самостоятельного познания (С.М. Архангельский [4], Е.Я. Аршанский [5], Б.Ц. Бадмаев [8], Б.П. Беспалько[15], Н.В. Бровка [18], А.А. Вербицкий [34], В.А. Гайсенок [44], В.К. Дьяченко [63], В.А. Козаков [93], С.А. Мазаник [106], О.И. Мельников [125], И.А. Новик [134], П.И. Пидкасистый [144], А.П. Сманцер [166], И.Ф. Харламов [188], И.И. Цыркун [194] и др.). Усилиями ученых созданы благоприятные условия и предпосылки для дальнейших исследований проблемы совершенствования управления самообразованием студентов в реальных условиях современного этапа функционирования образовательного пространства.

В п. 1.1 выявлено и обосновано, что в обучении математике студентов исследуемых технических специальностей на основе УМК потенциально содержится возможность создания благоприятных условий для подготовки квалифицированных кадров, формирования у них умений и навыков познавательной самостоятельности, указанных стандартом компетенций. Эта подготовка, разумеется, находится в зависимости от целей, подходов и технологий, применяемых на аудиторных занятиях, в процессе организации аудиторной и внеаудиторной СРС.

В соответствии с особенностями взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики в обучении на основе УМК студентов специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Системы водного хозяйства и теплогазоснабжения» с позиций полипарадигмального подхода, выбранных дидактических принципов нами выявлена и установлена целесообразность выделения четырех последовательных этапов для его реализации**:** *входного, корректирующего, развивающего, результативного*.

Необходимость введения *входного* этапа обусловлена тем, что каждый новый поток поступивших абитуриентов, начинающих изучать высшую математику, имеет свои особенности, свой уровень знаний. Потому педагогу важно в начале обучения математике выполнить статистическую обработку и анализ данных по трем независимым параметрам: результату выполнения мини-контрольной за курс средней школы, результату централизованного тестирования по математике, отметке в аттестате по математике. На выделенном этапе необходимо также провести первичное анкетирование поступивших абитуриентов (Приложение Р) и обработку его результатов. Статистический анализ позволяет преподавателю выявить параметры мотивационно-ценностной и когнитивно-деятельностной составляющих познавательной самостоятельности вчерашних школьников. При этом создаются предпосылки для обоснованного выбора адекватных организационных, методических, управленческих действий педагога, применения УМК в обучении математике.

Корректирующий этап обучения математике студентов технических специальностей необходим, т.к. большая часть начинающих студенческую жизнь не готова к усвоению математики даже на базовом уровне, а тем более к упорной, планомерной познавательной деятельности в семестре, к самообразованию и самоорганизации. Поэтому следует выделить отдельный период для формирования познавательной самостоятельности студентов, необходимых навыков овладения математической информацией и математической деятельностью хотя бы на достаточном уровне. Функционирование корректирующего этапа связано с изучением следующих модулей: «Элементы линейной алгебры», «Элементы математического анализа», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Элементы векторной алгебры», «Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве». Следует отметить важность выбранной последовательности разделов математики. Она обоснована инвариантностью изучения этих модулей относительно исследуемых специальностей, уровнем трудности овладения, сложностью изложения, уровнем абстракции, степенью преемственности математической информации по отношению к школьному курсу, возможностью и целесообразностью применения при этом методических механизмов УМК. На указанном этапе особенно существенную роль играет разноплановая деятельность педагога: содержательная и методическая, организационная и управленческая, контрольная и коррекционная. С применением методического арсенала разработанного УМК она призвана помочь студентам эффективно и самостоятельно пользоваться его потенциалом в процессе организации самостоятельной деятельности на аудиторных занятиях, во внеаудиторной и аудиторной самостоятельной работе, при подготовке к любому контрольному мероприятию. Корректирующий этап реализации обучения математике на основе УМК имеет важной целью осуществление целенаправленных воздействий на мыслительную деятельность, познавательную самостоятельность студентов, развитие этих качеств для успешного восприятия и овладения ими более сложным математическим аппаратом других разделов математики.

Развивающий этап в обучении математике студентов технических специальностей с применением УМК способствует овладению ими математической информацией и математической деятельностью, формированию их познавательной самостоятельности, необходимых компетенций при изучении всех других модулей, которые включаются в математическую подготовку каждой отдельной специальности. На указанном этапе полученные математические знания, опыт организации учебного труда, сформированные на достаточном уровне познавательная самостоятельность, активность студентов получают дальнейшее свое развитие не только за счет сформированного на предыдущем этапе потенциала, но и за счет дальнейшей разноплановой деятельности педагога, в полной мере применяющего дидактические возможности созданного УМК. Основное внимание при этом следует уделить методическим механизмам организации СРС.

В процессе целенаправленного формирования и развития познавательной самостоятельности, указанных стандартом компетенций следует выделить еще и *результативный этап*. Названный этап определяет овладение студентами другими естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами, работу над курсовым и дипломным проектированием. На этом этапе фактически проверяется и проявляется качество применения ими математического аппарата и моделирования, эффективность результатов достижения целей обучения математике, на которые была скоординирована и реализована деятельность педагога и студентов на основе применения УМК на всех предыдущих этапах.

На *корректирующем этапе* обучения математике на первом занятии студентов следует кратко познакомить со всеми структурными элементами УМК, причем отдельное внимание следует обратить на «Спроектированный педагогический контроль» – систему поощрения наиболее активных студентов. На первом лекционном занятии в модуле «Элементы линейной алгебры» студентам представляется графическая схема, приведенная в УМК (учебном пособии). По ней преподаватель ставит микроцели модуля (что студент должен знать и уметь в результате активной самостоятельной познавательной деятельности в его информационном поле) и как этот модуль связан с последующими. Фиксируется внимание также на информационной таблице и глоссарии, приведенных в УМК (учебном пособии), с целью формирования у студентов навыков их применения в процессе первичного восприятия, изучения, повторения указанной темы, а также использования в дальнейшем при овладении математическим материалом других модулей. Этими методическими средствами студентам демонстрируется возможность свертывания сложного абстрактного материала в простые, удобные, компактные схемы и таблицы. Тем самым создаются предпосылки для формирования навыков организации эффективной самостоятельной работы с математической информацией и закладываются основы формирования академических компетенций (1 – АК-1, АК-2, АК-3, АК-4; 2 – АК-1, АК-2, АК-4). После краткого представления материала его следует развернуть, поясняя сложные моменты, фиксируя внимание на применении изучаемого математического аппарата для решения различного уровня задач. Для этого читается традиционная лекция с элементами презентации и эвристической беседы. Перед результирующим контрольным мероприятием демонстрируются решения примеров в системах компьютерной алгебры.

Научно-экспериментальные исследования позволили выявить и установить необходимость выполнения на корректирующем этапе обучения математике студентов выделенных специальностей важного организационно-педагогического условия: *постепенное включение специальных средств УМК, наличие жесткой, многообразной системы контроля, целенаправленно управляющей процессом адаптации студентов к вузовскому учению, постепенное введение различных форм и видов СРС*. Разноплановая деятельность педагога к середине первого семестра обучения математике на основе УМК позволяет оказать помощь в овладении студентами методикой изучения математической информацией.

Выделенное условие учитывает недостаточный уровень сформированности у бывших школьников познавательной самостоятельности и активности, учитывает необходимость разумного, научно обоснованного применения новых методических инструментов в период адаптации их к вузовским условиям. Оно эффективно влияет на организацию многоплановой деятельности педагогов, способствует эффективной организации СРС. Наибольший удельный вес на этом этапе принадлежит применению следующих элементов: «УМК (учебное пособие)», «Спроектированные лекционные занятия» и «Спроектированные практические занятия», «Спроектированный педагогический контроль».

В этот, первоначальный, период обучения в вузе важно целенаправленно, но осторожно, постепенно, без излишней перегрузки студентов, начать учить их учиться, вовлечь в научную организацию их учебного труда. Применение многообразия новых средств обучения может рассеивать внимание студента-первокурсника, дезориентировать его относительно приоритетов в обучении. В соответствии с этим, а также с теорией преемственности и оптимизации самостоятельной деятельности наиболее целесообразно выбрать привычную для них форму передачи информации. На начальном этапе важно эффективно научить студентов работать с УМК (учебным пособием): читать теоретический материал, изучать обучающие задачи, овладевать приведенными в нем решениями нулевых вариантов заданий для контрольных мероприятий, работать с готовыми информационными таблицами и графическими схемами, глоссарием. Важно целенаправленно научить студентов применять все эти методические средства для решения задач из практической части, для подготовки к контрольным мероприятиям во внеаудиторной и аудиторной СРС.

В процессе организации работы в модуле «Элементы линейной алгебры» преподаватель собирает информацию о студентах, их знаниях, умениях и навыках в математике, определяет уровень навыков и умений их самостоятельной познавательной деятельности. При этом подбираются наиболее оптимальные для студентов данного потока и специальности формы, методы, средства, методики. Студенческая аудитория фактически условно распределяется на три типологические группы: базового, прикладного, творческого уровней обучения.

В процессе овладения студентами информацией модуля «Введение в математический анализ», кроме «УМК (учебное пособие)», вкладок с «Приложениями, разработанными в СКА», вводятся «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач» [26]. Они помогают студентам при вычислении пределов и создают предпосылки для формирования компетенций (1 – АК-3, АК-4, АК-5; 2 – АК-6, АК-7, ПК-1). При этом целесообразно ввести письменный контроль по определениям и таблице эквивалентных функций. До этого достаточно устного опроса определений, аудиторной мини-контрольной работы, аналогичной контрольной в школе.

Качество и уровень формирования академических и профессиональных компетенций напрямую связываются многими педагогами с систематической СРС как на аудиторных занятиях, так и вне их. Поэтому осмысленное выполнение различных видов самостоятельных работ и является основной идеей разработки УМК. Согласно этому, изучение модуля «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» следует начинать со знакомства студентов с правилами и методикой работы с внеаудиторной контрольной работой по выделенной теме (Приложение С). Она является важной точкой повышения эффективности организации самостоятельной познавательной математической деятельности студентов. Всего в работе 10 заданий. Указанная работа включает диагностику математических знаний и умений по их использованию. В ней содержатся как стандартные, или базовые, задания по рассматриваемой теме, так и профессионально ориентированные задачи. Составлена контрольная работа таким образом, что ее решение дает возможность проверить не только качество усвоения учебного материала по математике. Диагностика результатов ее выполнения в определенной мере позволяет выявить умение выделять в задачах известные и недостающие данные, составлять их математические модели, выбирать оптимальные методы их решения.

Преподаватель планирует, организует СРС, наблюдает за ходом выполнения, контролирует, но непосредственно не вмешивается в процесс до сдачи работы. Обработка результатов внеаудиторной работы выполняется следующим образом: каждой задаче присваиваются весовые значения в зависимости от уровня, к которому относится задание. На этом основании подсчитывается общее количество баллов, набранных студентами. Исходя из полученной информации, проводится диагностика результатов. После проверки и оценивания результаты обсуждаются со студентом, который может согласиться с мнением преподавателя или оспорить его, аргументируя свои решения. В такой ситуации создаются благоприятные условия для формирования социально-личностных компетенций (1 – СЛК-5; 2 – СЛК-2, СЛК-3, СЛК-6).

Проведенное экспериментальное исследование выявило, что организованный таким образом контроль побуждает студентов к постоянной самоподготовке и одновременно способствует последовательному формированию академических компетенций (1 – АК-1, АК-4; 2 – АК-1, АК-4, АК-8). При необходимости работа возвращается на полную доработку. Для устранения типичных ошибок, возможных затруднений при выполнении внеаудиторной работы могут быть задействованы классические консультации посредством личного контакта с преподавателем или on-line и off-line консультации Moodly. Студентам важно дать возможность просмотреть свои работы, убедиться в сделанных ошибках, задать преподавателю вопросы и согласиться с преподавателем или оспорить оценку. Такой диалог формирует у студента навыки рефлексии и не только осознанные, но и оптимально возможно глубокие знания математического аппарата.

Процесс изучения модуля «Элементы векторной алгебры» студентами технических специальностей имеет определенные объективно существующие трудности: в учебной программе выделено недостаточно часов для его глубокого усвоения студентами. Поэтому, учитывая отдельную значимость выделенной темы для внутрипредметных связей непосредственно самой математики (аналитическая геометрия, теория поля), а также особую актуальность ее математического аппарата для междисциплинарных связей математики с физикой, теоретической механикой, гидравликой, другими дисциплинами, использующими эффективный язык векторной алгебры, возникла необходимость отдельного методического подхода к ее проектированию. Был предпринят поиск специальных дидактических процедур усвоения, выбор организационных форм, методов, средств СРС, индивидуальной и коллективной учебной деятельности. В результате этого установлено, что наиболее эффективной методической формой для организации познавательной деятельности студентов при изучении выделенного модуля является работа в командах. Методика использования выбранной формы организации обучения математике представлена нами в [112]. Выбранная организационная форма способствует формированию у студентов таких академических компетенций, как способность генерировать новые идеи, овладевать навыками устной и письменной коммуникации (1 – АК-2, АК-3, АК-5; 2 – АК-2, АК-7, АК-8), умение работать с учебной, справочной и научной литературой (2 – ПК-6). Существенное влияние она оказывает на формирование многих социально-личностных компетенций (например, 1 – СЛК-6; 2 – СЛК-3, СЛК-6, СЛК-7).

Педагогический эксперимент подтвердил существенное влияние на повышение эффективности обучения математике на основе УМК постепенного введения на корректирующем этапе различных форм и видов СРС по мере формирования и роста у студентов навыков и умений самостоятельной познавательной деятельности. Отметим, что каждому модулю соответствуют свои виды СРС (таблица 2.4).

Как видно из таблицы, на протяжении семестра идет планомерное, последовательное, постепенное вовлечение студентов в активную самостоятельную деятельность. Представленная методика организации этой разноплановой деятельности, как свидетельствует практика, имеет развивающий эффект, потенциально способствует формированию у студентов познавательной самостоятельности более высокого уровня.

Таблица 2.4. – Основные виды СРС, применяемые в процессе организации познавательной деятельности студентов на корректирующем этапе обучения математике студентов технических специальностей

Название модуля	Вид СРС
Элементы линейной алгебры	Работа в информационном поле модуля, спроектированного в УМК (учебное пособие). Самостоятельное апробирование «Приложений, разработанных в СКА». Подготовка к мини-коллоквиуму с применением методических средств УМК (учебное пособие)
Введение в математический анализ	Работа в информационном поле модуля, спроектированного в УМК (учебное пособие). Применение «Алгоритмических предписаний, частных алгоритмов решения задач», «Приложений, разработанных в СКА». Составление простейшего алгоритма для раскрытия неопределенностей. Самостоятельная подготовка к контрольной работе с помощью методических средств УМК (учебное пособие)
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Работа в информационном поле модуля, спроектированного в УМК (учебное пособие). Составление простейших алгоритмов для решения задач, графических схем. Выполнение «Внеаудиторной контрольной работы» с помощью методических средств УМК (учебное пособие), видеолекций. Подготовка к мини-коллоквиуму. Контакт с преподавателем или on-line и off-line консультации Google Classroom. Применение «Приложений, разработанных в СКА»
Элементы векторной алгебры	Работа в информационном поле модуля, спроектированного в УМК (учебное пособие). Составление простейших алгоритмов для решения задач. Работа в командах. Применение «Эвристических предписаний»
Элементы аналитической геометрии на плоскости и пространстве	Работа в информационном поле модуля, спроектированного в УМК (учебное пособие). Составление простейших алгоритмов для решения задач, графических схем. Активное применение «Приложений, разработанных в СКА», «Эвристических предписаний». Самостоятельная подготовка к тестированию с помощью методических средств УМК (учебное пособие). Мини-диктаты для проверки знания основных теоретических положений и формул. Компьютерное тестирование

Модуль «Элементы аналитической геометрии на плоскости и пространстве» завершает корректирующий этап. Он насыщен информационными таблицами, алгоритмическими и эвристическими предписаниями. Это обосновано, т.к. к этому периоду у студентов уже сформированы базовые навыки работы со сложным абстрактным материалом, отработаны и закреплены устойчивые умения выделения главного понятия и анализ его свойств. Использование этих средств УМК методически оправдано, т.к. они позволяют продемонстрировать теоретический материал в сжатой форме, при этом не теряя его важности и доказательной базы. В указанном модуле продолжают формироваться навыки системного и сравнительного анализа (1 – АК-2; 2 – АК-2).

Выведение информационных таблиц на экран при проведении практических занятий позволяет повторить теорию с минимальными временными затратами. Методика использования частных алгоритмов позволяет решить большое количество задач, при этом для одного и того же задания рассмотреть несколько методов, что практически невыполнимо при традиционных методах в условиях сокращения аудиторного времени. Особое внимание при изучении указанных тем уделяется вкладкам, разработанным в СКА. Студенты на занятиях по информатике уже получили навыки работы с системами компьютерной алгебры (Mathcad, Maple), поэтому могут применять их для самопроверки усвоения материала по высшей математике, при решении отдельных заданий.

Новые же методические элементы позволят осуществить профессиональную направленность обучения, способствуя поддержанию и развитию мотивации. Одновременно с этим происходит продолжение формирования академических (1 – АК-3; 2 – АК-7) и профессиональных (2 – ПК-1) компетенций. Контроль уровня усвоения знаний по аналитической геометрии на плоскости и в пространстве целесообразно осуществлять небольшими диктантами (на 10 минут) и компьютерным тестированием во внеаудиторной СРС.

Нами установлено, что основным и наиболее эффективным методом обучения в данный период является проблемно-объяснительный, а также метод алгоритмизации с применением разработанных нами методических средств когнитивно-визуального подхода, систем компьютерной алгебры как под руководством преподавателя в аудитории, так и на основании развития у студентов навыков по самостоятельному их использованию. Основной акцент следует сделать на овладение тех математических понятий, которые наиболее востребованы при дальнейшем изучении математики и специальных дисциплин. Расширение и углубление знаний и умений математического аппарата названных тем возможно посредством реализации междисциплинарных связей с начертательной геометрией, информатикой и численными методами.

На *развивающем* этапе обучения математике с применением УМК, по мере роста у студентов навыков самоконтроля, целесообразно выйти на новый уровень их самостоятельной деятельности, формирования и развития их компетенций. На этом этапе обучения математике студентов исследуемых специальностей происходит последовательное увеличение доли СРС, но ослабление управления самостоятельной деятельностью студентов под руководством преподавателя, уменьшение количества контрольных точек и увеличение числа применяемых специальных компонентов УМК.

В процессе *развивающего этапа* обучения студентов на путях овладения ими математическим аппаратом в модулях «Неопределенный интеграл», «Определенный интеграл», «Кратные интегралы», «Дифференциальные уравнения», «Ряды» и др. увеличивается доля использования алгоритмических предписаний. Чаще всего студенты проектируют их сами либо самостоятельно, либо после предложения преподавателя. Основания к их использованию заложены на корректирующем этапе обучения.

Выявленная нами положительная динамика их применения подтверждена экспериментальными исследованиями и позволяет утверждать, что увеличение доли использования алгоритмических и эвристических предписаний, частных алгоритмов решения задач эффективно в контексте обучения в информационном поле указанных модулей. Включение их в обучение математике потенциально содержит в себе также возможность формирования вариативности мышления, силы абстрагирования, навыков самоконтроля, позволяет еще раз повторить различные решения задачи без дополнительных подсчетов (выделять основные идеи или этапы решения – самую суть).

Как показывает практика, выделенные специальные средства содействуют реализации образовательной, развивающей и воспитательной функций математики, особенно в условиях сокращения аудиторных часов и уменьшения процесса непосредственного общения преподавателя и студента. В Приложении Т проведен анализ частоты применения этих средств УМК в отдельных разделах высшей математики.

Наиболее существенно эффективность применения УМК и его влияния на результативность в обучении математике проявляется в процессе изучения модуля «Основные элементы векторного анализа». Его темы являются самыми сложными для изучения в курсах «Высшая математика», «Математика» и, тем не менее, времени на его овладение выделяется недостаточно даже для обзорного рассмотрения. Включение модуля в рабочую программу целесообразно проектировать на третьем этапе обучения, когда когнитивные возможности и навыки познавательной самостоятельности студентов значительно возросли.

Разработка аудиторных занятий и внеаудиторной самостоятельной работы в выделенном модуле осуществляется с максимальным применением приложений, разработанных в СКА (Приложение М). Графические схемы и информационные таблицы задействованы при структурировании информации с учетом внутрипредметных связей этого модуля с модулями, изученными ранее. Алгоритмические и эвристические предписания, частные алгоритмы решения задач выводятся студентами самостоятельно и преподавателем не контролируются.

Несмотря на сложность темы, она способствует повышению таких важных качеств знаний, как глубина и осознанность. Это связано с тем, что именно выделенный модуль позволяет наиболее четко проследить интеграцию курса математики с циклом общепрофессиональных дисциплин. Методический потенциал УМК позволяет ставить и решать задачу развития у студентов навыков применения полученных знаний при решении профессионально ориентированных задач и формирования соответствующих академических компетенций (АК-6).

Этот потенциал целенаправленно сочетает развитие абстрактного мышления, помощь в овладении математикой на фундаментальном уровне с общей направленностью курса. В процессе экспериментальных исследований нами было получено подтверждение этому тезису. Студенты специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Системы водного хозяйства и теплогазоснабжения» выбирали творческие задания для своих докладов из тематики указанного модуля.

Участие студентов с научными докладами на лекциях или студенческих конференциях рассматривается нами как важный параметр, характеризующий результативность применения УМК. В результате реализации поисковой самостоятельной работы над докладами студенты овладевают элементами творчества, учатся ориентироваться в сложных междисциплинарных ситуациях. Они овладевают эвристическими приемами, способствующими переходу от воспроизводящей деятельности к частично-поисковой и творческой. Это является основой для формирования достаточного уровня познавательной самостоятельности и некоторых академических и профессиональных компетенций (1 – АК-3, АК-5, ПК-12, ПК-20, ПК-22, ПК-23; 2 – АК-4, АК-6, АК-8, АК-9, ПК-1, ПК-6, ПК-16, ПК-17).

Подобным потенциалом в реализации междисциплинарных связей и стимулировании поисковой самостоятельной познавательной деятельности студентов, переходящей в научно-исследовательскую работу, обладает модуль «Дифференциальные уравнения». Творческие задания из этого модуля чаще выбирают для научных докладов студенты специальности «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов».

На наш взгляд, практическая готовность студентов к участию в научных конференциях, к самостоятельному решению профессионально ориентированных заданий обеспечивает формирование у будущих инженеров потребности в самореализации и приумножении профессионального потенциала. При этом им необходимо провести глубокий анализ условия и требования задачи, выделить понятия, используемые в ней, увидеть связи, которые помогут правильно определить ориентировочную основу действий по нахождению плана решения, осознать и оценить конечный результат. Объективное обоснование выделенному утверждению приведем в названиях отдельных докладов для студенческих конференций, в которых участвовали студенты экспериментальных групп:

- «Разработка математического метода исследования реакций окисления» (группа 15-ХТ);
- «Моделирование реакционных аппаратов» (группа 15-ХТ);
- «Разработка математической модели потерь тепла приемника для выдержки химических продуктов в окружающую среду» (группа 15-ХТ);
- «Разработка и исследование математической модели высаливания нефти» (группа 14-ХТ-1);
- «Исследование формы поверхности жидкости в сепарирующей центрифуге на основе математического моделирования» (группа 14-ХТ-2);
- «Математическое моделирование химико-технологических процессов» (группы 14-ХТ-1, 14-ХТ-2);
- «Исследование реальных (химических) моделей с использованием теории дифференциальных уравнений» (группа 13-ХТ);
- «Физические приложения определенного интеграла: Задача о времени завершения процесса, протекающего с переменной скоростью. Кинетическая энергия вращающегося плоского тела» (группа 12-ТВ);
- «Использование информационных технологий в процессе решения задач математического анализа» (группа 11-ТВ);
- «Расчет электрических контуров методами операционного исчисления» (группа 10-ТВ);

«Применение интегрального и дифференциального исчисления при расчете электрических цепей и колебательных контуров» (группа 10-ТВ). На *результативном этапе* следует проводить анализ результатов обучения студентов выбранных специальностей по двум направлениям. Важно проверить эффективность полученных студентами на предыдущих этапах навыков и умений владения опытом математического моделирования при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин. Например, для этого можно исследовать выполнение студентами специальности «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов» практико-ориентированных лабораторных работ по дисциплинам «Физическая химия» и «Прикладная механика».

В качестве независимых экспертов могут выступать преподаватели выбранных дисциплин. Они оценивают качество и уровень математической составляющей работы, уровень владения студентами методологией изучения и освоения новой информации. Целесообразность выбора из перечня других общепрофессиональных и специальных дисциплин физической химии и прикладной механики объясняется тем, что практически все основные математические понятия в них востребованы в большей или меньшей степени. Для специальностей «Системы водного хозяйства и теплогазоснабжения» из перечня общепрофессиональных и специальных дисциплин для диагностики наиболее соответствуют «Сопротивление материалов» и «Механика жидкостей и газов».

На *результативном* этапе вторым направлением диагностики эффективности и результативности применения представленного в исследовании УМК является анализ выполненных студентами курсовых, научных работ по общепрофессиональным и специальным дисциплинам, а также дипломных проектов.

В этой связи, на наш взгляд, отдельного внимания заслуживают примеры, приведенные в Приложении П и свидетельствующие об активном использовании студентами экспериментальных групп на результативном этапе, уже в дипломном проектировании, методики и навыков структурирования, систематизации, логической организации информации, целенаправленно формируемых, начиная с первого курса, с помощью УМК по математике.

Рассмотрим дипломную работу «Разработка компьютерной модели процесса ректификации продуктовой смеси окисления циклогексана на производстве капролактама ОАО "Гродно Азот"» Айюба Зейна, студента группы 13-ХТ-2. Группа 13-ХТ-2 участвовала в эксперименте по апробации разработанного учебно-методического комплекса и его реализации.

Приведенные в Приложении П примеры графических схем, алгоритмических предписаний, частных алгоритмов решения задач, приложений, разра-

Рисунок 2.11. – Поэтапное обучение студентов математике посредством УМК нового поколения

ботанных в системах компьютерной алгебры, информационных таблиц, выполненных студентом для дипломного проекта по специальности объективно свидетельствуют, что *включение специальных средств в УМК нового поколения по математике способствуют не только повышению эффективности обучения непосредственно математике, но и развивает навыки самостоятельной познавательной деятельности студентов, необходимые им в изучении других дисциплин.*

Таким образом, формы, методы, дидактические средства, система заданий, разработанные на основе УМК, направлены на развитие у студентов исследуемых технических специальностей стремления к повышению уровня их знаний. «УМК (учебное пособие)», «Спроектированные лекционные занятия», «Спроектированные практические занятия», «Спроектированный педагогический контроль» наиболее полно отражают содержание дисциплины «Математика», позволяют регламентировать содержательно-методическую, организационно-управленческую, контрольно-корректирующую деятельность педагогов, научно организовать весь процесс обучения математике студентов технических специальностей, активизировать их самостоятельную работу. «Фонд профессионально ориентированных заданий», «Информационные таблицы, созданные на аудиторных занятиях и самостоятельно», «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач», «Эвристические предписания», «Приложения, разработанные в СКА» позволяют повысить эффективность получения студентами более глубоких знаний предметной области или отдельных ее разделов, помогают специальным образом активизировать, формировать их познавательную самостоятельность, указанную стандартом компетенции (см. рисунок 2.11).

Выводы по главе 2

Во второй главе с опорой на полипарадигмальный подход к обучению математике, дидактические возможности ИКТ представлены содержание и методика взаимодействия структурных элементов УМК, алгоритм и процессуальные модели разноплановой деятельности преподавателя и студентов, способы достижения поставленных целей обучения во время аудиторных занятий, СРС, систематического контроля с применением УМК; раскрыты содержание, формы, средства учета принципов пролонгации, профессиональной направленности, развивающей деятельности в обучении математике студентов исследуемых технических специальностей, а также приведены результаты статистической обработки данных педагогического эксперимента.

Выявлены основные принципы отбора содержания лекционных занятий в преломлении обучения математике студентов специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Системы водного хозяйства и теплогазоснабжения». При этом указаны важные параметры, на которые необходимо обратить внимание и учесть лектору в процессе проектирования и функционирования лекций на основе УМК, выделены основные этапы лекционных занятий. Раскрыты структура и последовательность деятельности преподавателя по разработке лекции на основе УМК на примере тем «Поверхности второго порядка», «Физические и механические приложения определенного интеграла». Экспериментально обосновано, что эффективными для разумного аккумулирования методов обучения математике и ИКТ являются лекции «Кривые второго порядка», «Экстремум функций двух переменных», «Физические и механические приложения определенного интеграла», «Поверхности второго порядка», «Ряды Фурье» и т.п.

С помощью структурного элемента УМК «Спроектированные практические занятия» могут быть задействованы активные и интерактивные формы, методы управления образовательной деятельностью. На основании разработанного в исследовании алгоритма последовательности проектирования практических занятий предложена процессуальная модель деятельности студентов и преподавателя в модуле на примере темы «Элементы векторной алгебры».

Показано, что обеспечение эффективности аудиторных занятий и СРС в обучении математике студентов технических специальностей посредством УМК достигается за счет применения специальных средств. Разработана методика повышения эффективности СРС с применением интерактивных форм обучения, специальных средств обучения «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач», «Эвристические предписания».

Проведенный анализ образовательных стандартов, учебных планов и программ по естественно-научным дисциплинам для специальностей «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов», «Системы водного хозяйства и теплогазоснабжения» позволил установить связи изучаемых математических понятий с процессами и явлениями, изучаемыми в физике, химии, в информатике, – выделить общие для них требования. Благодаря проведенному исследованию в п. 2.2, в соответствии с принципами пролонгации и профессиональной направленности разработана методика реализации междисциплинарных связей между физикой и математикой, начертательной геометрией и математикой и др.

В структуру УМК включено специальное средство обучения «Фонд профессионально ориентированных заданий», которое содержит задачи с экологической, энергосберегающей и химико-технологической составляющей. Разработаны требования по подбору и составлению задач по математике с профессионально ориентированным содержанием.

Во второй главе спроектированы: *содержание*, *дополненное задачами*, обеспечивающими связь с начертательной геометрией; профессионально ориентированными задачами моделирования процессов экологического и химико-технологического характера; *активные и интерактивные методы обучения* (метод творческих заданий, метод эвристического диалога, элементы проектного метода); *методические приемы обучения*, обогащающие и дополняющие традиционные методы: алгоритмизации (при решении задач по аналитической геометрии, профессионально ориентированных задач, задач с несколькими решениями, задач по векторной алгебре, дифференциальным уравнениям и др.); *формы обучения* (работа в командах, работа в парах, студент стационара – студент-заочник, on-line и off-line консультации Google Classroom и Moodle, лабораторные работы междисциплинарного содержания специальности «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»), которые обеспечивают интерактивную, компетентностную направленность обучения математике; специальные средства обучения (графические схемы, информационные таблицы, созданные на аудиторных занятиях и студентами самостоятельно; алгоритмические и эвристические предписания, частные алгоритмы решения задач; приложения, разработанные в СКА), реализующие методику образно-текстовой, знаково-текстовой и образной групп когнитивно-визуального подхода, направленные на активизацию эвристической, личностно-ориентированной составляющей обучения.

Представлен авторский проект реализации ИМ «Моделирование» для специальности «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов». Проект включает: учебные программы для ИМ по дисциплинам «Высшая математика», «Информатика» и «Численные методы», учитывающие особенности взаимосвязи содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики; методику функционирования структурных элементов УМК в контексте специальности, обеспечивающую усиление связей математики с указанными дисциплинами, возможность решения задач по математике экологического и химико-технологического характера.

В исследовании обоснована методика реализации обучения посредством УМК математике студентов исследуемых специальностей *на входном, корректирующем, развивающем, результативном этапах*. На входном этапе: оценка исходного уровня подготовленности студентов по четырем независимым параметрам (результаты выполнения мини-контрольной;

централизованного тестирования; оценки в аттестате по математике; ответы анкетирования). На корректирующем этапе: постепенное включение специальных средств обучения УМК, наличие жесткой, многообразной системы контроля, целенаправленно управляющей процессом самостоятельной деятельности студентов, процессом их адаптации к вузовскому учению, постепенное введение различных форм и видов СРС. Спроектированная на основе УМК разноплановая деятельность педагога к середине первого семестра обучения математике позволяет оказать помощь в овладении студентами методикой изучения математической информации. На развивающем этапе: последовательное увеличение числа применяемых компонентов, доли и разнообразия СРС, но ослабление управления самостоятельной деятельностью студентов под руководством преподавателя. На результативном этапе: диагностика и мониторинг качества, развивающего эффекта обучения математике на основе УМК в процессе овладения студентами другими дисциплинами, курсовым, дипломным проектированием и применения при этом математического аппарата.

Эффективность форм, методов, средств обучения обеспечивалась соблюдением следующих условий: их адекватность целям и содержанию учебного материала, обоснованность выбора, многообразие использования, соответствие реальной материально-технической базе, отведенному учебному времени и уровню подготовки студентов.

Педагогический эксперимент проходил в три этапа (констатирующий, формирующий и контрольный) с 2008 по 2017 гг. В нем приняли участие 352 студента. Данные педагогического эксперимента свидетельствуют о том, что в экспериментальных группах по сравнению с контрольными увеличилась доля студентов с баллом 9–10, а также с баллами 6–8. Доля студентов со средним баллом 4–5 снизилась. Изучение формирования навыков самостоятельной познавательной деятельности показало, что в экспериментальных группах значительно увеличилось число студентов, способных структурировать сложный абстрактный материал методами и средствами, которыми они овладели в процессе обучения математике с применением разработанных УМК. Педагогический эксперимент подтвердил повышение эффективности обучения математике студентов с помощью спроектированного УМК.

Таким образом, во второй главе показан дидактический потенциал разработанного УМК, обоснованы наполненные новым содержанием методические механизмы его реализации, обеспечивающие актуализацию эвристической и профессионально направленной деятельности студентов конкретных технических специальностей в обучении математике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. *Раскрыты теоретико-методологические основы разработки учебно-методического комплекса нового поколения по математике в обучении студентов технических специальностей.* Определены пути совершенствования существующих УМК по математике в обучении студентов технических специальностей. Разработка представленного в исследовании УМК обоснована и реализована с позиций полипарадигмального подхода, который впервые в Республике Беларусь используется в исследованиях по теории и методике обучения математике. Полипарадигмальный подход, выраженный в комплексном соотнесении системно-деятельностного, модульного, дифференцированного, когнитивно-визуального и компетентностного подходов, обусловливает содержание, формы, методы, средства в обучении математике, служит основанием при разработке УМК нового поколения.

Выявлены условия определения взаимосвязей содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики для технических специальностей. В связи с этим установлено, что при разработке УМК нового поколения для обучения математике студентов технических специальностей необходимо кроме общедидактических принципов принять во внимание принципы пролонгации, профессиональной направленности, а также развивающего обучения, которые детерминируют проектирование в содержании структурных элементов УМК общих базовых математических понятий, системы задач междисциплинарного, профессионально ориентированного характера, логический анализ формул, применяемых в естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплинах, выявление взаимосвязи входящих в них параметров, иллюстрирующих востребованность и универсальность математического языка. Выделены требования по подбору и составлению задач по математике с профессионально ориентированным содержанием.

Установлены методические требования к обучению математике на основе УМК нового поколения студентов технических специальностей.

2. *Обосновано введение в структуру УМК специальных средств обучения:* графических схем и информационных таблиц, алгоритмических и эвристических предписаний, частных алгоритмов решения задач, приложений, разработанных в системах компьютерной алгебры, фонда профессионально ориентированных заданий. Специальные средства способствуют развитию у студентов умений осмысленно овладевать изучаемой математической

информацией (структурировать, систематизировать, логически ее организовывать), применять математический аппарат в процессе решения профессионально ориентированных задач.

Отличительная особенность разработанного УМК состоит в том, что он представлен в статичной и динамичной формах. Его структурные элементы ориентированы на сопровождение обучения математике с учетом конкретных условий, особенностей потока и данной специальности. Преимуществом созданного УМК является то, что он унифицирует требования лектора и ассистента, позволяет достигать всем студентам базовых результатов в обучении математике.

Представлен авторский проект реализации интегрированного модуля «Моделирование». Проект включает учебные программы по дисциплинам «Высшая математика», «Информатика» и «Численные методы», учитывающие критерии взаимосвязей содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин с курсом математики; методику функционирования структурных элементов УМК нового поколения в контексте специальности, обеспечивающую усиление связей математики с указанными дисциплинами, возможность решения задач по математике экологического и химико-технологического характера.

3. *Разработана методика обучения математике студентов технических специальностей посредством УМК нового поколения*, позволяющая выстроить *дидактический цикл обучения* и включающая: *формы и методы* организации на основе УМК аудиторных занятий, СРС, контрольных мероприятий, которые обеспечивают разноплановую деятельность преподавателя и студентов с применением структурных элементов УМК нового поколения, *способы достижения поставленных целей обучения*; *этапы реализации обучения* математике студентов на основе УМК (входной, корректирующий, развивающий, результативный); *содержание, дополненное задачами*, обеспечивающими связь с начертательной геометрией; профессионально ориентированными задачами моделирования процессов экологического, химико-технологического характера; активные и интерактивные методы обучения (творческих заданий, эвристического диалога, элементы проектного метода); *методические приемы обучения*, обогащающие и дополняющие традиционные методы, в частности алгоритмизации (при решении задач по аналитической геометрии, задач с несколькими решениями, задач по векторной алгебре, дифференциальным уравнениям и др.); *формы обучения* (работа в командах, работа в парах, студент стационара – студент-заочник, on-line и off-line консультации Google Classroom и Moodle, которые обеспечивают интерактивную, компетентностную направленность обучения математике.

4. *Создано учебно-методическое обеспечение*, которое является средством сопровождения познавательного процесса на основе УМК нового поколения для повышения эффективности обучения математике студентов исследуемых технических специальностей *на практическом уровне*. Оно включает разработанное профессионально ориентированное содержание лекций, практических и лабораторных занятий, специальные средства обучения, методическое обеспечение системы диагностики и контроля.

Доказано, что эффективность разработанного УМК в обучении математике студентов технических специальностей достигается благодаря взаимодействию и взаимовлиянию всех его структурных элементов, обеспечению интеграционных связей содержания математики с физикой, химией, инженерной экологией и другими дисциплинами, что повышает интенсивность познавательного процесса, способствуя переходу от репродуктивного обучения к обучению частично-поискового и творческого характера.

Рекомендации по практическому использованию результатов исследования

Научно-методологические основы разработки и использования УМК нового поколения по математике для студентов технических специальностей могут быть применены в обучении студентов технических специальностей при организации аудиторных занятий, СРС, контрольных мероприятий по математике, в научно-исследовательской работе со студентами, при корректировке содержания структурных элементов УМК в соответствии с особенностями содержания общепрофессиональных и специальных дисциплин конкретных специальностей.

Список
использованных источников

1. Ализарчик Л.Л., Голяс В.О. Применение интернет-технологий при изучении математических дисциплин // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2016. – № 3(92). – С. 74–82.

2. Амбросенко Н.Д., Маховых М.Ю., Потапова С.О. Разработка электронного курса на LMS Moodle [Электронный ресурс]. – Красноярск: Краснояр. гос. аграр. ун-т, 2018. – 12 с. – URL: http://www.kgau.ru/new/student/do/content/177.pdf (дата обращения: 20.02.2020).

3. Антоняк Е.Н. Совершенствование методики применения учебно-методического комплекса в обучении курсантов военных вузов: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2005. – 21 с.

4. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. – М.: Высш. шк., 1980. – 367 с.

5. Аршанский Е.Я. Теория и практика организации методической подготовки будущего учителя химии на основе компетентностного подхода // Методика преподавания химических и экологических дисциплин: сб. науч. ст. междунар. науч.-практ. конф. / Брест (26–27 нояб. 2015 г.) / редкол.: А.А. Волчек (пред.), Е.А. Боровикова, Н.С. Ступень и др. – Брест, 2015. – С. 5–8.

6. Бабанский Ю.К. О дидактических основах повышения эффективности обучения // Нар. образование. – 1986. – № 11. – С. 105–111.

7. Бабко Г.И. Учебно-методический комплекс: теория и практика проектирования: метод. рекомендации для преподавателей вузов. – Минск: РИВШ, 2005. – 57 с.

8. Бадмаев Б.Ц. Методика преподавания психологии: учеб.-метод. пособие для преподавателей и аспирантов вузов. – М.: ВЛАДОС, 1999. – 300 с.

9. Байденко В.И. Выявление состава компетенций выпускников вузов как необходимый этап проектирования ГОС ВПО нового поколения: метод. пособие. – М.: Исследоват. центр проблем качества подготовки специалистов, 2006. – 72 с.

10. Баранова А.В. Проектирование учебно-методических комплексов как основа общетехнической подготовки студентов технических вузов: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Киров, 2006. – 20 с.

11. Башмаков М.И. Математика. Книга для преподавателей: метод. пособие для НПО, СПО. – М.: Академия, 2013. – 224 с.

12. Безрукова В.С. Основы духовной культуры: энцикл. словарь педагога [Электронный ресурс] // Информационные технологии. – 2009. – URL: http://didacts.ru/dictionary/1010/word/kognitivno-vizualnyi-podhod (дата обращения: 21.08.2019).

13. Беленкова Ж.Т. Использование мультимедиа при обучении математическим дисциплинам // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2015. – Вып. 3. – С. 16–21.

14. Березикова Т.И. Вузовское пособие как средство управления учебным процессом: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.08. – Томск, 2003. – 34 с.

15. Беспалько В.П., Татур Ю.Г. Системно-методическое обеспечение учебно-воспитательного процесса подготовки специалистов. – М.: Высш. шк., 1989. – 141 с.

16. Боднар С.В. Лекция как организационная форма обучения в практике высшей школы // Современ. науч. вестн. – 2013. – № 2. – С. 39–45.

17. Борисова М.Н., Грекул А.И., Коток Е.В. Содержание и структура типового учебно-методического комплекса по русскому языку (для начальных классов) // Проблемы школьного учебника. – М.: Просвещение, 1982. – Вып. 10: Учебники для национальной школы. – С. 71.

18. Бровка Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов. – Минск: БГУ, 2009. – 243 с.

19. Булдык Г.М. Деятельностная парадигма практико-ориентированного математического образования будущих экономистов в вузе // Пед. наука и образование. – 2018. – № 1. – С. 49–54.

20. Бурая И.В. Опыт реализации компетентностно-модульного подхода в подготовке инженеров-химиков-технологов для нефтеперерабатывающей промышленности // Выш. шк. – 2015. – № 6. – С. 8–12.

21. Вазина К.Я. Саморазвитие человека и модульное обучение. – Н. Новгород: ВГИПИ, 1992. – 39 с.

22. Вайцехович Н.Ю. Проблемы трансформации учебных изданий в контексте идеи учебно-методического комплекса: теоретико-методологический аспект [Электронный ресурс] // Культура. Наука. Творчество: сб. науч. ст. / Белорус. гос. ун-т культуры и искусств и др. – Минск, 2013. – Вып. 7. – С. 427–431. – URL: http://repository.buk.by:8080/jspui/bitstream/123456789/2241/1/PROBLEMYI%20TRANSFORMACII.pdf (дата обращения: 16.09.2016).

23. Вакульчик В.С. Методические аспекты проектирования систематического контроля в процессе формирования специалистов технического профиля в рамках компетентностной модели // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2018. –№ 6. – С. 49–55.

24. Вакульчик В.С. Формы и методы организации самостоятельной работы студентов по высшей математике в техническом вузе: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Минск, 1996. – 20 с.

25. Вакульчик В.С. Эвристический подход в реализации обучающей, развивающей и воспитательной функций математики в процессе изучения раздела «Ряды» // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях = Teaching mathematics in hingher educacion and working with gifted students in contemporary contecxt: материалы междунар. науч.-практ. семинара / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: М.Е. Лустенков (гл. ред.) и др. – Могилев, 2019. – С. 18–21.

26. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. Метод построения частных алгоритмов как методический прием реализации когнитивно-визуального подхода в обучении математике студентов технических специальностей // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. – 2015. – № III(22). – С. 18–23.

27. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. Методические средства и приемы реализации когнитивно-визуального подхода в обучении математике на технических специальностях // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2013. – № 11. – С. 40–47.

28. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. Научно-методические основы проектирования лекционных занятий как компонента учебно-методического комплекса (в широком смысле) для процесса обучения математике студентов технических специальностей // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2017. – № 7. – С. 39–49.

29. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. Научно-методические основы проектирования учебно-методического комплекса для процесса обучения математике студентов технических специальностей на технологическом уровне // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2018. – № 15. – С. 26–33.

30. Вакульчик В.С., Капусто А.В., Мателенок А.П. Принцип прикладной направленности математики в процессе обучения на технических специальностях: методические аспекты реализации с привлечением информационных технологий // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2013. – № 7. – С. 49–56.

31. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. Разработка и реализация УМК в обучении математике студентов технических специальностей с позиций полипарадигмального подхода // Актуальные проблемы преподавания математики в техн. вузе. – 2019. – № 7. – С. 64–68.

32. Вакульчик В.С., Мателенок А.П. УМК как средство формирования познавательной самостоятельности в контексте компетентностной модели подготовки выпускника вуза // Вестн. СПГУТД. – 2018. – № 2. – С. 90–98.

33. Васюкевич В.В. Разработка электронных учебно-методических комплексов по дисциплинам в МГПУ // Ученые записки МГПУ. Психологические науки: сб. науч. ст. / науч. ред. И.А. Синкевич, А.А. Сергеева. – Мурманск: МГПУ, 2009. – Вып. 9. – С. 40–44.

34. Вербицкий А.А., Калашников В.Г. Категория «контекст» в психологии и педагогике. – М.: Логос, 2010. – 300 с.

35. Вербицкий А.А., Ларионова О.Г. Гуманизация, компетентность, контекст – поиски оснований интеграции // Alma mater (Вестн. высш. шк.). – 2006. – № 5. – С. 19–25.

36. Вишнякова Е.Г. Междисциплинарный сетевой учебно-методический комплекс как средство повышения эффективности обучения в вузе: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – М., 2007. – 22 с.

37. Власова Е.З. УМК как образовательный репозиторий и инструмент современной образовательной деятельности // Современная учебная книга: материалы науч.-практ. конф. / редкол.: А.П. Тряпицына А.П. (отв. ред.) и др. – СПб.: РГПУ, 2006. – С. 46–51.

38. Воротницкий Ю.И., Мандрик П.А. Информационно-образовательная среда университета: опыт создания и сопровождения // Информационные системы и технологии: материалы междунар. науч. конгр. / Минск (31 окт. – 3 нояб. 2011 г.) / Белорус. гос. ун-т; редкол.: С.В. Абламейко (отв. ред.) и др. – Минск, 2011. – Ч. 1. – С. 329–335.

39. Выготский, Л.С. Педагогическая психология. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.

40. Вырщиков А.Н. О деятельностной парадигме индивидуализации современного образования // Изв. Волгоград. пед. ун-та. – 2019. – № 7(140). – С. 4–10.

41. Рябушко А.П., Жур Т.А. Высшая математика: в 4 ч. – Минск: Выш. шк., 2017. – Ч. 3: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 319 с.

42. Высшая математика: учеб.-метод. комплекс / Т.А. Жур, И.М. Морозова, О.М. Кветко и др. – Минск: БГАТУ, 2009. – 139 с.

43. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие для втузов: в 2 ч. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – Ч. 1. – 304 с.

44. Гайсенок В.А., Артемьева С.М., Мирошникова С.В. Приоритетные направления улучшения практической подготовки специалистов с высшим образованием // Выш. шк. – 2017. – № 6. – С. 3–6.

45. Гайсенок В.А. Развитие системы высшего образования в Республике Беларусь: этапы и текущие задачи // Высшая школа: проблемы и перспективы: материалы 13-й Междунар. науч.-метод. конф. / Минск (20 февр. 2018 г.). – Минск, 2018. – Ч. 1. – С. 37–43.

46. Гальперин П.Я. Управление познавательной деятельностью учащихся. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1972. – 262 с.

47. Ганичева Ю.В. Развивающий потенциал учебно-методических комплексов в профессиональной подготовке педагога-музыканта: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08. – М., 2011. – 207 л.

48. Гасанбекова Е.М. Технологизация процесса обучения математике на факультетах с непрофилирующей математикой: на примере технолого-экономического факультета: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Махачкала, 2004. – 25 с.

49. Гафурова Н.В., Осипова С.И. О состоянии дидактики в мультимедиа образовании // Философия образования. – 2013. – № 4(49). – С. 104–111.

50. Гессен С.И. Общие основы педагогики. Введение в прикладную философию. – М.: Школа-Пресс, 1995. – 448 с.

51. Гиль Л.Б. Развитие интеллектуальных умений и способности к саморазвитию студентов технического вуза в процессе математической подготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Томск, 2010. – 25 с.

52. Голёнова И.А. Обзор различных подходов к обучению математике и естественным наукам студентов медицинских вузов // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі: зб. наук. праць / Видавн. відділ НМетАУ. – Кривий Ріг, 2012. – Вип. VII. – С. 48–54.

53. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.

54. Груздков А.А., Слободинская Т.В. Лекции по математике в современных условиях // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2016. – Вып. 4. – С. 16–21.

55. Гура В.В. Теоретические основы педагогического проектирования личностно ориентированных электронных образовательных ресурсов и сред: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.01. – Ростов н/Д, 2007. – 44 с.

56. Гусак А.А., Бричикова Е.А. Теория вероятностей: справочное пособие к решению задач. – 6-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 288 с.

57. Дадаян А.А., Дударэнка Ул.А. Матэматычны аналіз: вучэб. дапаможнік для студэнтаў фіз.-мат. спецыяльнасцей ВНУ. – Мазыр: Белы вецер, 2000. – 479 с.

58. Далингер В.А. Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006. – 143 с.

59. Даринская Л.А., Ямщикова А.Г. Вариативность подходов к разработке учебно-методического комплекса в современной практике // Кіраванне ў адукацыі. – 2010. – № 3. – С. 7–9.

60. Дворяткина С.Н. Развитие вероятностного стиля мышления студентов в обучении математике на основе диалога культур: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02. – Елец, 2012. – 45 с

61. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Черенкова Л.П. Дифференциальные уравнения. Практикум. – Минск: Высш. шк., 2012. – 382 с.

62. Дроздович Е.Н., Евсеева С.И. К вопросу об учебных электронных изданиях // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2014. – Вып. 2. – С. 52–55.

63. Дьяченко В.К. Коллективный способ обучения: дидактика в диалогах. – М.: Нар. образование, 2004. – 352 с.

64. Ермолаева Е.И. Систематизация математических знаний студентов строительных специальностей в процессе реализации модульного обучения: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08. – Пенза, 2008. – 19 с.

65. Ерошевская Е.Л. Совершенствование контроля учебно-познавательной деятельности студентов: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Минск, 1999. – 21 с.

66. Жук А.И. Кадровое и научное обеспечение инновационного развития Беларуси: вклад университетов // Инновации и подготовка научных кадров высшей квалификации в Республике Беларусь и за рубежом: материалы междунар. науч.-практ. конф. / Минск (17–18 апр. 2008 г.). – Минск: БелИСА, 2008. – С. 41–45.

67. Жук О.Л. Информационно-методическое обеспечение педагогической подготовки будущих преподавателей математики и информатики // Информатизация обучения математике и информатике: педагогические аспекты: материалы междунар. науч. конф., посвящ. 85-летию Белорус. гос. ун-та / Минск (25–28 окт. 2006 г.). – Минск, 2006. – С. 125–129.

68. Жук О.Л. Педагогическая подготовка студентов: компетентностный подход. – Минск: РИВШ, 2009. – 336 с.

69. Жумагулова З.А. Структурно-методические особенности создания учебников и учебно-методических комплексов по математике для средней школы в Республике Казахстан: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2017. – 26 с.

70. Обновление национальных стандартов высшего образования – проблемы и задачи / М.А. Журавков, В.А. Гайсенок, С.И. Романюк др. // Выш. шк. – 2016. – № 4. – С. 3–8.

71. Журавлев И.К. Учебник в УМК // Теория и практика создания школьных учебников. – М.: Просвещение, 1988. – С. 45–47.

72. Загрекова Л.В., Николина В.В. Дидактика. – М.: Высш. шк., 2007. – 382 с.

73. Задорина О.С. Вузовская лекция в контексте современной ситуации в образовании // Пед. образование в России. – 2012. – № 14. – С. 121–123.

74. Зайцева О.Б. Формирование информационной компетентности будущих учителей средствами инновационных технологий: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Брянск, 2002. – 19 с.

75. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Книга по Требованию, 2012. – 456 с.

76. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. – М.: Академия, 2007. – 192 с.

77. Зимняя И.А. Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования? (Теоретико-методологический подход) // Высш. образование сегодня. – 2006. – № 8. – С. 21–26.

78. Зиновьев С.И. Лекции советской высшей школы. – М.: Высш. шк., 1962. – 134 с.

79. Зинченко В.П., Вергилес Н.Ю. Формирование зрительного образа. Исследование деятельности зрительной системы. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 107 с.

80. Злыднева Т.П. Организация исследовательской деятельности студентов университета в процессе профессиональной подготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Магнитогорск, 2006. – 24 с.

81. Зуев Д.Д. Повышение эффективности учебно-методического комплекса как средства интенсификации учебно-воспитательного процесса: Проблемы школьного учебника: XX век. Итоги. – М.: Просвещение, 2004. – 365 с.

82. Ибрагимова Е.М. О формах и методах интерактивного обучения в высшей школе // Дидактика профессиональной школы / под ред. Г.И. Ибрагимова. – Казань: Данис, 2013. – С. 62–68.

83. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: в 4 ч. – Минск: Выш. шк., 2013. – Ч. 1: Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика. – 336 с.

84. Использование информационных технологий в курсе вузовской математики: учеб.-метод. пособие / Г.А. Расолько, Н.В. Бровка, Ю.А. Кремень и др. – Минск: БГУ, 2010. – 320 с.

85. Казаченок В.В. Обучение решению задач – основа фундаментальной математической подготовки учащихся // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2007. – № 2. – С. 26–32.

86. Калошина И.П., Миничкина Н.В. Логические приемы мышления как условие самостоятельной разработки студентами способов доказательства теорем // Подготовка учителя математики в университете. – Саранск: Изд-во Сарат. ун-та, Саран. фил., 1984. – С. 22–33.

87. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. – Харьков: Вища шк.; Изд-во при Харьк. ун-те, 1974. – 368 с.

88. Карпук А.А., Жевняк Р.М., Цегельник В.В. Сборник задач по высшей математике: в 10 ч. Ч. 2: Линейная алгебра (с решениями и комментариями). – Минск: БГУИР, 2004. – 153 с.

89. Энциклопедия эпистемологии и философии науки [Электронный ресурс] / под ред. И.Т. Касавина. – М.: Канон+; Реабилитация, 2009. – URL: http://philosophy.niv.ru/doc/encyclopedia/epistemology/articles/267/algoritm.htm (дата обращения: 24.04.2019).

90. Кириченко О.Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Орел, 2003. – 23 с.

91. Князева О.О. Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении старшеклассников началам математического анализа: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Омск, 2003. – 24 с.

92. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь. – М.: МарТ; Ростов н/Д: МарТ, 2005. – 448 с.

93. Козаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение: учеб. пособие. – Киев: Вища шк., 1990. – 246 с.

94. Корбут В.В. Формирование готовности студентов специальности «Безопасность жизнедеятельности» к ведению гражданской обороны в общеобразовательных школах на основе междисциплинарных связей в условиях физической культуры: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Омск, 2006. – 24 с.

95. Король А.Д. Диалог в образовании: эвристический аспект. – М.: Эйдос; Иваново: Юнона, 2009. – 260 с.

96. Король А.Д., Бровка Н.В. Об актуальности исследований по теории обучения математике и информатике // Пед. информатика. – 2018. – № 1. – С. 119–129.

97. Короткова И.И. Разработка и использование учебно-методического комплекса обеспечения межпредметных связей на базе информационных и коммуникационных технологий: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2010. – 165 л.

98. Краснова М.А. Теоретические основания разработки учебно-методического комплекса нового поколения по истории и обществоведению для системы общего среднего образования // Образование и педагогическая наука: тр. Нац. ин-та образования / О.Е. Лисейчиков (отв. ред.) и др. – Минск: НИО, 2008. – Вып. 1. – С. 153–166. (Серия 2: Социокультурное образование).

99. Кротов В.Г. Математический анализ: учеб. пособие. – Минск: БГУ, 2017. – 375 с.

100. Кудрявцев Т.В. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. – М.: Знание, 1991. – 80 с.

101. Лаврентьев Г.В., Лаврентьева Н.Б. Инновационные обучающие технологии в профессиональной подготовке специалистов. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 156 с.

102. Леонтьев А.К. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Смысл; Академия, 2005. – 352 с.

103. Лернер И.Я. Развивающее обучение с дидактических позиций // Педагогика. – 1996. – № 2. – С. 7–11.

104. Лихачева Л.С. Проблема полипарадигмальности в методологии социального познания // Толерантность в контексте многоукладности российской культуры: тез. междунар. науч. конф. / Екатеринбург (29–30 мая 2001 г.). – Екатеринбург, 2001. – С. 27–29.
105. Лозицкий В.Л. Электронный учебно-методический комплекс по дисциплинам социально-гуманитарного цикла. Научно-методические основы создания и системного применения. – Минск: РИВШ, 2012. – 224 с.
106. Мазаник С.А., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Система активизации работы студентов [Электронный ресурс] // Электронная библиотека БГУ. – URL: http://sorvin.ru/=8dh (дата обращения: 21.08.2018).
107. Майсеня Л.И. Об актуальности модернизации содержания математического образования в технических университетах // XII Белорусская математическая конференция: материалы междунар. науч. конф. / Минск (5–10 сент. 2016 г.). – Минск, 2016. – Ч. 5. – С. 90–92.
108. Майсеня Л.И. Развитие математического образования студентов технических университетов. – Минск: БГУИР, 2017. – 283 с.
109. Макаров А.В. Инновационные образовательные системы в высшей школе: проблемы качественного развития // Выш. шк. – 2018. – № 2. – С. 15–18.
110. Макаров А.В. Компетентностный подход в высшем образовании: международный и отечественный опыт: учеб. пособие. – Минск: РИВШ, 2019. – 252 с.
111. Малиновский В.В., Чиркина А.А., Булгакова Н.В. Проверка некоторых педагогических гипотез на основе статистического анализа результатов по математике // Современное образование Витебщины. – 2017. – № 4. – С. 61–65.
112. Манько Н.Н. Когнитивная визуализация дидактических объектов в активизации учебной деятельности // Изв. Алтай. гос. ун-та. Сер. Педагогика и психология. – 2009. – № 2. – С. 22–28.
113. Маринченко К.Е. Формирование профессиональной компетентности будущих специалистов на основе сетевых учебно-методических комплексов: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Тула, 2009. – 32 с.
114. Марков Д.М. Конструирование и реализация учебно-методического комплекса по общей химии для студентов нехимических специальностей педагогических вузов: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Н. Новгород, 2004. – 136 л.
115. Мателенок А.П. Высшая математика: практикум: в 4 ч. – Новополоцк: Полоц. гос. ун-т, 2020. – Ч. 1: Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. – 212 с.
116. Мателенок А.П. Информационные технологии в обучении математике студентов технических специальностей // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2013. – № 1(73). – С. 116–122.
117. Мателенок А.П. Методические аспекты интерактивного взаимодействия студентов и преподавателя на основе УМК нового поколения // Вестн. МГИРО. – 2019. – № 3(39). – С. 16–20.
118. Мателенок А.П. Проектирование практических занятий в процессе обучения математике студентов технических специальностей как компонента учебно-методического комплекса (в широком смысле) // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2016. – № 7. – С. 32–39.
119. Мателенок А.П., Вакульчик В.С. Проектирование учебно-методического комплекса в обучении математике студентов технических специальностей на методологическом уровне // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2019. – № 7. – С. 40–49.
120. Мателенок А.П., Вакульчик В.С. Содержательно-методический и оргуправленческий аспекты проектирования и функционирования систематического контроля

как важной компоненты УМК в процессе обучения математике студентов технических специальностей // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2015. – № 2–3(86–87). – С. 108–117.

121. Мателенок А.П. Статистическая проверка эффективности учебно-методического комплекса по математике как средства оптимизации самостоятельной деятельности студентов технических специальностей // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2019. – № 1(102). – С. 99–106.

122. Мателенок А.П. Элементы эвристического обучения математике в компонентах УМК нового поколения // Матэматыка. – 2019. – № 6. – С. 45–52.

123. Махов А.М., Бондаренко Е.Ю. Электронный учебно-методический комплекс университета // Информац. ресурсы России. – 2004. – № 3. – С. 9–14.

124. Медведев Д.Г. Организация обучения студентов-механиков в информационно-образовательной среде классического университета. – Минск: БГУ, 2018. – 215 с.

125. Мельников О.И. Возможные пути восстановления преемственности при обучении математике между средней и высшей школами // Модернизация математической подготовки в университетах технического профиля: материалы междунар. науч.-практ. конф. – Гомель: БелГУТ, 2017. – С. 6–9.

126. Монахов В.М. Как создать школьный учебник нового поколения // Педагогика. – 1997. – № 1. – С. 19–24.

127. Монахов В.М. Проектирование системы методического обеспечения образовательных стандартов // Педагогика. – 2016. – № 3. – С. 17–25.

128. Математика: учеб.-метод. комплекс: в 4 ч. / Л.А. Хвощинская, И.М. Морозова, О.Н. Кемеш и др. – Минск: БГАТУ, 2011. – Ч. 1. – 232 с.

129. Мышкис А.Д. Математика для технических вузов: специальные курсы: учеб. пособие. – Изд. 2-е. – СПб.: Лань, 2002. – 632 с.

130. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 272 с.

131. Национальная стратегия устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь до 2030 года [Электронный ресурс]: протокол заседания Президиума Совета Министров Респ. Беларусь от 2 мая 2017 г. № 10. – URL: http://www.economy.gov.by/uploads/files/NSUR2030/Natsionalnaja-strategija-ustojchivogo-sotsialno-ekonomicheskogo-razvitija-Respubliki-Belarus-na-period-do-2030-goda.pdf (дата обращения: 24.11.2019).

132. Неопределенный интеграл: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. специальностей / В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско, В.А. Жак и др.; под общ. ред. В.С. Вакульчик. – Новополоцк: ПГУ, 2010. – 168 с.

133. Новик И.А. Возможности использования и оценки информационно-образовательных ресурсов для обучения учащихся в рамках высокотехнологичной образовательной среды // Матэматыка. – 2015. – № 6. – С. 3–7.

134. Новик И.А., Бровка Н.В., Макарова Н.П. Педагогические проблемы использования мультимедийных средств обучения в системе математического образования // Вестн. МГУ им. А.А. Кулешова. – 2010. – № 1(35). – С. 13–20.

135. Новик И.А., Бровка Н.В. Практикум по методике обучения математике: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2008. – 236 с.

136. Новик И. А. Формирование методической культуры учителя математики в педвузе. – Минск: БГПУ, 2003. – 178 с.

137. Новое педагогическое мышление / под ред. А.В. Петровского. – М.: Педагогика, 1989. – 278 с.

138. Об утверждении положений об учебно-методических комплексах по уровням основного образования [Электронный ресурс]: постановление М-ва образования Респ. Беларусь, 26 июля 2011 г., № 167 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. –

URL: http://www.nihe.bsu.by/index.php/ru/issledovaniya-i-normativnaya-dokumentatsiya (дата обращения: 19.05.2019).

139. Образовательный стандарт высшего образования. Высшее образование. Первая ступень. Специальность 1-48 01 03 «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»: ОСВО 1-48 01 03-2013. – Введ. 30.08.2013. – Минск: М-во образования Респ. Беларусь: РИВШ, 2013. – 32 с.

140. Образцов П.И. Технологии подготовки специалистов в системе профессионального образования. – Орел: ОГУ, 2011. – 338 с.

141. Определенный интеграл. Функции нескольких переменных: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. спец. / В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско, В.А. Жак и др.; под общ. ред. В.С. Вакульчик. – Новополоцк: ПГУ, 2011. – 244 с.

142. Пальчевский Б.В. Инновации в образовании – к вопросу о терминологии: поиск, аналитика, аргументация, формулировка, согласование, принятие решения // Вестн. МГИРО. – 2015. – № 4(23). – С. 51–62.

143. Пальчевский Б. В. Модель готовности к разработке учебно- методических комплексов для системы образования // Весн. адукацыі. – 2007. – № 5. – С. 3–11.

144. Пидкасистый П.И. Самостоятельная деятельность школьников в обучении. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

145. Пичугина Г.В. Образовательная область «Технология»: каким быть учебнику? // Педагогика. – 2003. – № 3. – С. 44–45.

146. Плахутина Е.Н. Учебно-методический комплекс как один из инструментов формирования библиотекой информационно-образовательного пространства вуза: автореф. дис. … канд. пед. наук: 05.25.03. – Челябинск, 2012. – 22 с.

147. Плотинский Ю.М. Визуализация информации. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1994. – 61 с.

148. Поздняков А.Н. Общие основы педагогики: тезисы лекций: учеб. пособие. – Саратов: Наука, 2009. – 68 с.

149. Полханова Н.В. Учебно-методический комплекс по биологии как средство реализации региональной составляющей биологического образования: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Челябинск, 2005. – 23 с.

150. Прохоров Д.И. Взаимосвязанное обучение математике на уроках и внеурочных занятиях // Весн. адукацыі. – 2017. – № 4. – С. 9–15.

151. Пышкало А.М. Методика обучения элементам геометрии в начальных классах: пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1973. – 208 с.

152. Рапопорт А.Д. Учебно-методический комплекс нового поколения как средство развития субъектной позиции учащихся: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.01. – СПб., 2012. – 24 с.

153. Резник Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – СПб., 1997. – 350 л.

154. Роберт И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования. – М.: ИИО РАО, 2010. – 140 с.

155. Рогановская Е.Н. Теоретико-методические основы проектирования информационно-образовательной среды геометрической подготовки учащихся: уровень общего среднего образования. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2016. – 196 с.

156. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. О проектах концепции и учебной программе по математике // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2016. – № 3. – С. 32–37.

157. Российская педагогическая энциклопедия: в 2 т. / В.Г Панов (гл. ред.). – М.: БРЭ, 1999. – Т. 2. – 680 с.

158. Руководство к решению задач по высшей математике: учеб. пособие для втузов: в 2 ч. / Е.И. Гурский, В.П. Домашов, В.К. Кравцов и др.; под общ. ред. Е.И. Гурского. – Минск: Выш. шк., 1989. – Ч. 1. – 348 с.

159. Руководство к решению задач по высшей математике: учеб. пособие для втузов: в 2 ч. / Е.И. Гурский, В.П. Домашов, В.К. Кравцов и др.; под общ. ред. Е.И. Гурского. – Минск: Выш. шк., 1990. – Ч. 2. – 399 с.

160. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие / Б.П. Демидович. – Изд. 20-е, стереотип. – СПб.: Лань, 2018. – 623 с.

161. Сендер А.Н. Научно-методические основы формирования профессиональной направленности студентов педвуза. – Минск: БГПУ им. М. Танка, 1998. – 152 с.

162. Скатецкий В.Г., Свиридов Д.В., Яшкин В.И. Математическое моделирование физико-химических процессов: учеб. пособие для студентов хим. и хим.-технол. специальностей вузов. – Минск: Белорус. гос. ун-т, 2003. – 392 с.

163. Скатецкий В.Г. Научные основы профессиональной направленности преподавания математики студентам нематематическихспециальностей (на базе химического факультета университета): автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – Минск, 1995. – 34 с.

164. Скатецкий В.Г. Профессиональная направленность преподавания математики: теоретический и практический аспекты. – Минск: БГУ, 2000. – 158 с.

165. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. – 2-е изд. – М.: Педагогика, 1984. – 96 с.

166. Сманцер А.П. Психолого-педагогические императивы профессионального развития будущего специалиста в информационно-образовательной среде университета // Личностно-профессиональное и карьерное развитие: актуальные исследования и форсайт-проекты: сб. ст. XIV Междунар. науч.-практ. конф. / Москва (18–21 июля 2018 г.) / под ред. Л.М. Митиной. – М.: Перо, 2018. – С. 11–14.

167. Сманцер А.П. Теория и практика реализации преемственности в обучении школьников и студентов. – Минск: БГУ, 2013. – 270 с.

168. Соловьева Л.Ф. Формирование информационно-технологической культуры учащихся на основе учебно-методических комплексов нового поколения: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.01. – СПб., 2005. – 24 с.

169. Сохор А.М. Логическая структура: вопросы дидактического анализа. – М.: Педагогика, 1974. – 356 с.

170. Специальные главы высшей математики: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. специальностей: в 2 ч. / В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско, В.А. Жак и др.; под общ. ред. В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско. – Новополоцк: ПГУ, 2013. – Ч. 1. – 136 с.

171. Специальные главы высшей математики: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. специальностей: в 2 ч. / В.С. Вакульчик Ф.Ф. Яско, В.А. Жак и др.; под общ. ред. В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско. – Новополоцк: ПГУ, 2017. – Ч. 2. – 168 с.

172. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова Е.А. Справочник по высшей математике. – 8-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 637 с.

173. Старикова О.Г. Современные образовательные стратегии высшей школы: полипарадигмальный подход: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.08. – Краснодар, 2011. – 49 с.

174. Столяр А.А. Педагогика математики: учеб. пособие. – Минск: Выш. шк., 1986. – 414 с.

175. Сухая Т.А., Бубнов В.Ф. Задачи по высшей математике: учеб. пособие для втузов: в 2 ч. – Минск: Высш. шк., 1993. – Ч. 2. – 301 с.

176. Сухая Т.А., Бубнов В.Ф. Задачи по высшей математике: учеб. пособие для втузов: в 2 ч. – Минск: Высш. шк., 1993. – Ч. 1. – 416 с.

177. Таможняя Е.А. Система методической подготовки учителя географии в педагогическом вузе в условиях модернизации образования: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02. – М., 2010. – 46 с.

178. Тарбокова Т.В. Дидактическая система активизации познавательной самостоятельности студентов как средство повышения эффективности их математической подготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Новокузнецк, 2008. – 24 с.

179. Татьяненко С.А. Использование информационно-методического сопровождения на лекции по высшей математике в техническом вузе [Электронный ресурс] // Концепт. – 2015. – № 03 (март). – URL: http://ekoncept.ru/2015/15078.htm (дата обращения: 19.05.2019).

180. Титова А.С. Теоретические основы разработки и использования учебно-методического комплекса для обучения английскому языку студентов IV курсов неязыкового вуза (направление «Экономика», профиль «Экономика труда»): дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – СПб., 2012. – 210 л.

181. Трофимова З.П. Разработка УМК: проблема достижения целостности // Выш. шк. – 1999. – № 3(1). – С. 152–155.

182. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. – 192 с.

183. Устюжанина Т.Н. Прикладная математическая подготовка бакалавров технологического направления на основе оптимизационного подхода: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – Казань, 2008. – 16 с.

184. Уткина Т.И. Теоретические основы управления качеством подготовки учителя математики: автореф. дис. … д-ра. пед. наук: 13.00.08. – М., 2005. – 45 с.

185. Ушакова В.М. Диверсификационные процессы в системе непрерывного образования // Выш. шк. – 2003. – № 6. – С. 28–32.

186. Философия: энциклопедический словарь [Электронный ресурс] / под ред. А.А. Ивина. – М.: Гардарики, 2004. – URL: http://philosophy.niv.ru/doc/dictionary/encyclopedic/index.htm.

187. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога: книга для учителя. – М.: Просвещение, 1987. – 224 с.

188. Харламов И.Ф. Педагогика. – 6-е изд. – Минск: Універсітэц., 2000. – 560 с.

189. Холупова Л.И., Рожкова Л.Л. Учебно-методический комплекс по дирижированию как эффективное средство реализации требований стандартов высшего образования третьего поколения // Якасць вышэйшай адукацыі: сучасны стан і тэндэнцыі развіцця: матэрыялы навук.-метад. канф. / Мінск (4–5 лют. 2014 г.). – Мінск, 2015. – С. 394–398.

190. Христочевский С.А. Перспективные учебно-методические комплексы [Электронный ресурс] // Информационные технологии в образовании: ИТО-2005: материалы XV Междунар. электрон. конф. – 2005. – URL: http://ito.edu.ru/2005/Moscow/P/P-0-5953.html (дата обращения: 19.05.2019).

191. Худякова Г.И. Системообразующая роль принципа профессиональной направленности в обучении математике // Ярослав. пед. вестн. – 2009. – № 4(61). – С. 115–119.

192. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты [Электронный ресурс] // Эйдос. – 2002. – 23 апр. – URL: http://eidos.ru/journal/2002/0423.htm (дата обращения: 19.05.2019).

193. Хуторской А.В. Технология эвристического обучения // Школьные технологии. – 1998. – № 4. – С. 55–75.

194. Цыркун И.И., Карпович Е.И. Инновационное образование педагога: на пути к профессиональному творчеству: пособие. – Минск: БГПУ, 2006. – 311 с.

195. Цыркун И.И., Пунчик В.Н. Теоретико-методические аспекты организации самостоятельной работы учащихся и студентов // Адукацыя і выхаванне. – 2003. – № 1. – С. 31–41.

196. Черняк А.А., Черняк Ж.А. УМК по высшей математике для инженерно-экономических специальностей. – Минск: Харвест, 2009. – 350 с.
197. Чошанов М.А. Теория и технология проблемно-модульного обучения в профессиональной школе: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. – Казань, 1996. – 44 с.
198. Шамсутдинова Т.М. Формирование профессиональных компетенций студентов в контексте информатизации высшего образования // Открытое образование. – 2013. – № 6. – С. 36–44.
199. Шантаренко В.Г. Системный подход к обучению студентов математике на основе моделирования в визуальном информационном поле как способ реализации когнитивно-визуального подхода [Электронный ресурс] // Информац. технологии. – 2007. – URL: http://www.omsk.edu/article/vestnik–omgpu–186.pdf (дата обращения: 16.10.2013).
200. Шапошникова Т.Л. Научно-методические основы проектирования и использования информационных и компьютерных технологий в обучении студентов вуза: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.08. – Ставрополь, 2001. – 47 с.
201. Шершнева В.А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – Красноярск, 2011. – 47 с.
202. Шунина А.Г., Кожевко О.Ф. Виртуальные лабораторные учения курсантов военной академии по принятию военно-командных решений во время несения воинской службы и ведения боевых действий // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Е, Пед. науки. – 2016. – № 15. – С. 57–67.
203. Шуркова М.В. Профессионально-педагогическая подготовка будущих учителей математики на практических занятиях по математическому анализу в педагогическом вузе: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2008. – 32 с.
204. Щепилова А.В. Методика обучения иностранным языкам на современном этапе: полиподходность или полипарадигмальность? // Профессиональное становление учителя иностранного языка в системе педагогического образования: материалы междунар. конф. / Москва (12–14 окт. 2017 г.). – М.: Языки Народов Мира, 2017. – С. 24–42.
205. Элементы векторной алгебры. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. специальностей / В.С. Вакульчик, Т.И. Завистовская, В.А. Жак и др.; под общ. ред. В.С. Вакульчик. – Новополоцк: ПГУ, 2009. – 220 с.
206. Юцявичене П.А. Принципы модульного обучения // Совет. педагогика. – 1990. – № 1. – С. 55–60.
207. Ямщикова А.Г. Формирование исследовательских умений студентов вузов средствами разработки и реализации учебно-методического комплекса: дис. … канд. пед. наук: 13.00.08. – СПб., 2011. – 214 л.
208. Arnheim R. Visual thinking. – Berkley: Univ. of California Press, 1969. – 345 p.
209. Perez L. Analysis of the second E-forum on competency-based approaches // Prospects: Quarterly rev. of education. – 2007. – Vol. 37, № 2. – P. 237–247. DOI: 10.1007/S11125-007-9023-0
210. Reiser B.J. Scaffolding Complex Learning: The Mechanisms of Structuringand Problematizing Student Work // Journal of the Learning Sciences. – 2004. – № 13. – P. 273–304. DOI:10.1207/s15327809jls1303_2
211. Matelenok A.P. The illustration of the implementation of cognitive-visual approche to teaching mathematics to engineering students // Humanities and Social Sciences in Europe: Achievements and Perspectives. The 1st International symposium proceedings (January 25, 2018), Premier Publishing s.r.o. Berlin. – 2018. – Pp. 48–54.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Определения понятия «учебно-методический комплекс»

Автор	Определение
Ю.К. Бабанский [6]	УМК – это система учебных пособий, органически взаимосвязанных между собой, служащая успешному решению учебно-воспитательных задач современной школы
Г.И. Бабко [7]	Под учебно-методическим комплексом будем понимать систему взаимосвязанных и взаимодополняющих средств обучения, проектируемых в соответствии с учебной программой и выбранным дидактическим процессом, обеспечивающих деятельность обучающих и обучаемых в образовательном процессе в соответствии с его целями и задачами, а также спецификой изучаемой дисциплины
В.П. Беспалько, Ю.Г. Татур [15]	Учебно-методический комплекс – это модельное описание проектируемой педагогической системы, которая лежит в его основе
М.Н. Борисова, А.И. Грекул, Е.В. Коток [17]	Совокупность средств обучения, предназначенных для ученика и учителя, органически включаемых в процесс обучения, использующихся не случайно и изолировано друг от друга, а в определенной системе, взаимосвязано и взаимообусловлено
Е.З. Власова [30]	УМК должен сочетать компоненты на бумажных и электронных носителях и включать в себя инвариантное ядро и вариативные оболочки (например, ядро УМК для ученика составляют сборник задач/упражнений, коллекция оценочных материалов и рабочая тетрадь, а УМК для учителя включает вместо рабочей тетради пособие к учебнику для учителя и нормативные документы)
И.К. Журавлев [64]	Учебник в УМК уступает часть своих функций другим средствам комплекса, но при этом приобретает новую функцию, обеспечивая связь между всеми компонентами
Н.В. Загрекова, В.В. Николина [65]	УМК – система учебных пособий, обеспечивающих учебный процесс по предмету и включающая до десятка изданий: учебник, задачник, хрестоматия, рабочая тетрадь, методическое пособие для учителя, CD-ROM, атлас, тетрадь для проектных работ. При этом учебник – ядро УМК, однако, основой инновационных комплексов может быть и рабочая тетрадь для учащегося
Д.Д. Зуев [74]	Учебный комплекс представляет собой систему дидактических средств обучения по конкретному предмету (при ведущей роли учебника), создаваемую в целях наиболее полной реализации воспитательных и образовательных задач, сформулированных программой по этому предмету и служащих всестороннему развитию личности учащегося
И.А. Новик[118]	Под учебным комплексом методической подготовки будущего учителя математики мы понимаем систему учебных пособий, дидактических средств и методик, органически связанных между собой, позволяющих студентам с помощью современных форм и методов обучения овладеть содержанием методической подготовки и служащих для успешного решения ряда учебно-воспитательных целей высшей педагогической школы

Б.В. Пальчевский [126]	Учебно-методический комплекс – это система средств обучения (включающая научно-методическое обеспечение), представленная через неразрывно связанные между собой компоненты, разработанная на единых научных основаниях, единым авторским коллективом и в логике современных технологий обучения, средствиально и поэтапно (через учебные ситуации) обеспечивающая осмысленную продуктивную деятельность обучающихся и оргуправленческую деятельность преподавателя с целью достижения педагогического эффекта, близкого к возможному
Г.В. Пичугина [128]	УМК – наиболее оптимальная на сегодняшний момент целостная модель учебно-методического процесса обучения. Наличие в структуре УМК взаимосвязанных, взаимодополняемых и взаимозаменяемых компонентов характеризует его как устойчивую и в то же время гибкую систему открытого типа
Е.Н. Плахутина [129]	Учебно-методический комплекс – это научно-обоснованная система документных образовательных ресурсов по конкретной дисциплине, формируемая с целью наиболее полной реализации образовательных и воспитательных задач, заданных соответствующими образовательными программами. Выполняемые учебно-методическим комплексом функции (информационная, организационно-методическая и контролирующая) обусловлены его принадлежностью к педагогической системе
Российская педагогическая энциклопедия [140]	Учебно-методический комплекс – открытая система учебных пособий, обеспечивающая личностно-ориентированный уровень обучения в условиях массовой обязательной школы
А.Н. Рапопорт [135]	УМК нового поколения представляет собой средство сопровождения образовательного процесса, основанного на субьект-субьектных отношениях между его участниками, обеспечивающего самостоятельную деятельность учащихся на основе актуализации их субъектного опыта, ориентированного на достижение новых целей образования, в т.ч. на развитие субъектной позиции учащихся (способностей к целеполаганию, осуществлению собственной деятельности и рефлексивных способностей)
Т.Л. Шапошникова [181]	Компьютерный многокомпонентный УМК состоит из совокупности мультимедийных лекционных демонстраций, обучающих программ по основным разделам учебного курса, виртуальных и многокомпонентных физических лабораторий

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Экологическая составляющая в содержании общепрофессиональных и специальных дисциплин специальностей 1-70 04 03, 1-70 04 02, 1-48 01 03

1-70 04 03 – Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»	
Дисциплина	Фрагменты содержания
Защита населения и объектов от чрезвычайных ситуаций. Радиационная безопасность	«ситуации экологического неблагополучия и их возможные последствия для медикодемографической ситуации в стране»
Основы энергосбережения	«экологические и экономические проблемы энергетики и основные пути их решения. Экологические аспекты энергетики»
Механика жидкости и газа	«анализировать результаты проведенных расчетов с учетом требований надежности, экономичности и экологии»
Охрана труда	«мероприятия и средства защиты от воздействия опасных и вредных производственных факторов»
Технология очистки сточных вод	«охрана поверхностных и подземных вод от загрязнения сточными водами. Методы очистки и обеззараживания сточных вод»
1-70 04 02 – Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»	
Охрана труда в строительстве	«оздоровление воздушной среды. Безопасность технологических процессов и производственного оборудования»
Основы энергосбережения	«экологические и экономические проблемы энергетики и основные пути их решения»
Вентиляция	«расчет количества вредностей, поступающих в помещение. Составление уравнений баланса вредностей и воздушного баланса»
Защита населения и объектов от чрезвычайных ситуаций. Радиационная безопасность	«комплекс мероприятий (с учетом профиля обучения) по обеспечению устойчивого развития экономики в условиях техногенной и экологической опасности»
1-48 01 03 – Химическая технология переработки природных энергоносителей и углеродных материалов	
Защита населения и объектов от чрезвычайных ситуаций. Радиационная безопасность	«правильно действовать в условиях чрезвычайных ситуаций и принимать соответствующие решения»
Основы химической технологии горючих ископаемых	«методами выбора оптимальных условий проведения технологических процессов переработки горючих ископаемых по технологическим, экономическим и экологическим критериям»

Системы автоматизированного проектирования нефтехимических производств	«использовать современную вычислительную технику и прикладные программы для решения задач по оптимизации технологических параметров и режимов эксплуатации технологического оборудования»
Охрана труда и промышленная безопасность	«системой методов оценки и комплексом мер в отношении источников химической опасности для повышения защищенности населения и окружающей среды от негативных влияний опасных химических объектов»
Энергосбережение и энергетический менеджмент	«экологические аспекты энергосбережения. Организация энергосбережения»

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Стандартные требования к знаниям, умениям, навыкам и компетенциям базового уровня по отдельным модулям

УЧЕБНЫЙ МОДУЛЬ «ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ» ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ

Студент должен знать	*Студент должен уметь*
– основные определения, связанные с понятием матриц; – основные определения, связанные с понятием определителей; – основные определения, связанные с понятием систем линейных уравнений; – свойства линейных операций над матрицами; – определение и свойства умножения матриц; – свойства определителей; – матричный метод и правило Крамера, решения невырожденных систем линейных уравнений; – теорему Кронекера–Капелли; – метод Гаусса	– выполнять линейные операции над матрицами; – выполнять умножение матриц; – вычислять обратную матрицу; – вычислять определители 2-го, 3-го, n-го порядка разложением по элементам произвольного ряда; – использовать эффективные способы вычисления определителей; – исследовать системы линейных уравнений на совместность; – применять матрицы и определители к решению систем линейных уравнений матричным методом, по формулам Крамера; – использовать метод Гаусса

Академические, социально-личностные и профессиональные компетенции, которые формируются в модуле, для **специальностей:**

1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна» и 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»

I. Академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

II. Социально-личностные компетенции:

– СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

– СЛК-6. Уметь работать в коллективе.

1-48 01 03 «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»

I. Академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

II. Социально-личностные компетенции:

– СЛК-6. Уметь работать в коллективе.

– СЛК-7. Самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в т.ч. в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

III. Профессиональные компетенции:

– ПК-6. Владеть методами моделирования и оптимизации химико-технологических процессов.

Базовый уровень (уровень I)

1. Найти матрицу $D=(3A-4B)C$,

если $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & -1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & -3\\ -1 & 2 & -4\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}-1 & -2 & 3\\ 4 & 7 & 0\\ 2 & 9 & 3\end{vmatrix}$

а) разложением по первой строке;

б) получением максимального числа нулей в произвольно выбранном ряду;

в) приведением к треугольному виду.

3. Решить систему с помощью формул Крамера и матричным методом:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=-3;\\ -2x_1+6x_2+9x_3=-11;\\ -4x_1-3x_2+8x_3=-2. \end{cases}$$

4. Исследовать систему на совместность, найти ее решение:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -3; \\ -x_1 - 3x_2 \qquad + 2x_4 = -3; \\ x_1 \qquad - 4x_3 + \ x_4 = 0; \\ x_1 - \ x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 6. \end{cases}$$

5. Приготавливается нитрирующая смесь из трех компонентов (вода, серная и азотная кислоты). Требуется установить, какое количество каждого компонента необходимо взять, чтобы получить 250 кг смеси, содержащей 22%, 26% и 52% соответственно каждого компонента, если содержание элементов в каждом компоненте задано матрицей

$$\begin{pmatrix} 15 & 51 & 82 \\ 0 & 19 & 16 \\ 85 & 30 & 2 \end{pmatrix}.$$

УЧЕБНЫЙ МОДУЛЬ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ» ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ

Студент должен знать	*Студент должен уметь*
– типовые задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; – основные определения, связанные с понятием определенного интеграла; – основные свойства определенного интеграла; – таблицу интегрирования основных классов элементарных функций; – формулу Ньютона–Лейбница вычисления определенного интеграла; – интегрирование заменой переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле; – определение и вычисление несобственных интегралов первого и второго рода; – признаки сходимости несобственных интегралов первого и второго рода; – геометрические приложения определенного интеграла; – химические и физические приложения определенного интеграла	– писать по памяти таблицу интегрирования основных классов элементарных функций; – вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона–Лейбница; – использовать при вычислении определенного интеграла его основные свойства; – применять при вычислении определенного интеграла методы замены переменной и интегрирования по частям; – вычислять по определению несобственные интегралы первого и второго рода; – применять признаки сходимости несобственных интегралов первого и второго рода; – применять определенные интегралы к вычислению площадей фигур, длин дуг, площадей поверхностей вращения, объемов тел; – применять определенные интегралы к вычислению различных величин, необходимость в определении которых возникает при решении задач химического и физического содержания

Академические, социально-личностные и профессиональные компетенции, которые формируются в модуле, для специальностей

1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна» и 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов»

I. Академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

– АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

II. Социально-личностные компетенции:

– СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

III. Профессиональные компетенции:

– ПК-16. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, выбирать оптимальные варианты проведения научно-исследовательских работ.

1-48 01 03 «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»

I. Академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

III. Профессиональные компетенции:

– ПК-6. Владеть методами моделирования и оптимизации химико-технологических процессов.

Базовый уровень (уровень I)

1. Вычислить с точностью до двух знаков после запятой.

а) $\int\limits_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}dx$; б) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\cdot\sqrt[3]{1+x^2}\,dx$.

2. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь фигуры, ограниченной указанными линиями. Сделать рисунок.

$y = x^2 - 8$ и $y = 2x$.

3. Вычислить работу, затрачиваемую на выкачивание жидкости из цилиндрической цистерны, радиус основания которой 1 м, длина 5 м.

4. Определить количество теплоты, необходимое для того, чтобы нагреть 5 кг жидкой нефти, имеющую температуру 20 °С, до 112 °С, если теплоемкость нефти описывается формулой

$c_t = \frac{1}{\sqrt{\rho_{15}^{15}}}\left(0,7615+0,0034\left(T-873\right)\right)$, где ρ_{15}^{15} – относительная плотность нефтепродуктов, кг/м^3; T – температура, при которой определялась теплоемкость, К.

Базовый уровень, обеспечивающий получение отметки «4–5» на экзамене за первый семестр обучения

1. Вычислить $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 8 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему методом Гаусса $\begin{cases} 2x+y+3z=7; \\ 2x+3y+z=1; \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$

3.Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x+6}{6x+1}$.

4.Найти производную функции

$y=7^{\cos^4 x}+\operatorname{arctg}9x-\sqrt{(x-2)(x+2)}+\frac{1}{\sin x}$.

5. Даны векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$. Необходимо: а) найти модуль векторного произведения; б) вычислить скалярное произведение двух векторов; в) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора.

А) $\overline{b}$, $\overline{c}$; б) $\overline{a}$, $\overline{c}$; в) $\overline{b}$, $\overline{c}$;

$\overline{a}=3i+4j+k$, $\overline{b}=I-2j+7k$, $\overline{c}=3i-6j+21k$.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1\left(1,-9,3\right)$ и $M_2\left(-3,2,-5\right)$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M\left(-1,-5,1\right)$ параллельно плоскости $7x-2y+6z-3=0$.

8. Вычислить полный дифференциал функции: $z=\frac{y}{x}+xy$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Академические, социально-личностные и профессиональные компетенции, указанные в учебной программе учреждения высшего образования по математике при подготовке студентов

ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ 1-70 04 02 «ТЕПЛОГАЗОСНАБЖЕНИЕ, ВЕНТИЛЯЦИЯ И ОХРАНА ВОЗДУШНОГО БАССЕЙНА», 1-70 04 03 «ВОДОСНАБЖЕНИЕ, ВОДООТВЕДЕНИЕ И ОХРАНА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ» **(1)**

Подготовка специалиста при обучении математике должна обеспечивать формирование следующих групп компетенций:

1) академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

– АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью);

2) *социально-личностные компетенции*:

– СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

– СЛК-6. Уметь работать в коллективе;

3) *профессиональные компетенции*:

– ПК-13. Рассчитывать и анализировать режимы работы систем теплоснабжения, газоснабжения, отопления, вентиляции, кондиционирования воздуха, охраны воздушного бассейна и намечать пути их оптимизации.

– ПК-20. Рассчитывать потери теплоты, намечать организационные и технические пути снижения потерь теплоты в системах теплоснабжения, газоснабжения, отопления, вентиляции, кондиционирования воздуха.

– ПК-22. Осуществлять учет расхода и управлять режимами потребления газа и теплоты.

– ПК-23. Осуществлять современными методами диагностирования и мониторинга контроль состояния оборудования систем теплоснабжения, газоснабжения, отопления, вентиляции, кондиционирования воздуха.

1-48 01 03 «ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРИРОДНЫХ ЭНЕРГОНОСИТЕЛЕЙ И УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ» **(2)**

Подготовка специалиста при обучении математике должна обеспечивать формирование следующих групп компетенций:

1) академические компетенции:

– АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

– АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

– АК-4. Уметь работать самостоятельно.

– АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

– АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

– АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

– АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

– АК-11. Обладать культурой мышления, способностью к обобщению, постановке цели и выбору путей ее достижения;

2) *социально-личностные компетенции*:

– СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

– СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

– СЛК-6. Уметь работать в коллективе.

– СЛК-7. Самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в т.ч. в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности;

3) *профессиональные компетенции*:

– ПК-1. Использовать современные информационные и компьютерные технологии при разработке химико-технологических процессов.

– ПК-6. Владеть методами моделирования и оптимизации химико-технологических процессов.

– ПК-16. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, выбирать оптимальные варианты проведения научно-исследовательских работ.

– ПК-17. Проводить обработку, анализ и интерпретацию полученных результатов научных исследований для публикаций, презентаций, докладов, отчетов.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Организационно-планирующая карта

1-48 01 03 «Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»

Семестр 1

Лекционные занятия	Практические занятия	Контроль
Раздел 1. *Элементы линейной алгебры.* Матрицы, основные понятия. Линейные операции над матрицами и их свойства. Определители n-го порядка и их свойства. Алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Вычисление определителя приведением к треугольному виду	Раздел 1. *Элементы линейной алгебры.* Определители n-го порядка и их свойства. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Эффективные методы вычисления определителей. Операции над матрицами	
Умножение матриц, свойства операции умножения. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса–Жордана. Правило Крамера	Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса–Жордана. Ранг матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера–Капелли	Мини-контрольная работа (15 мин)
Раздел 2. *Введение в математический анализ.* Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы, их связь с пределом функции. Свойства функций, имеющих предел	Раздел 2. *Введение в математический анализ.* Основные элементарные функции и их графики. Полярная система координат. График функции в полярных координатах. Функции, заданные параметрически, их графики. Предел последовательности и его вычисление	
Предел суммы, произведения и частного функций. Предел сложной функции. Первый и второй замечательные пределы, их следствия	Предел функции. Предел суммы, произведения и частного функций. Правила раскрытия неопределенностей, содержащих отношение многочленов, иррациональности. Первый замечательный предел, следствия из него	

Непрерывность функции в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений	Второй замечательный предел, следствия из него. Порядок бесконечно больших и бесконечно малых функций. Эквивалентность функций, их использование при вычислении пределов. Непрерывность функции. Классификация разрывов функций	Мини-коллоквиум по правилам раскрытия неопределенностей, таблице эквивалентных. Тест по теме «Пределы» (пройти самостоятельно http://classroom.google.com
Раздел 3. *Дифференциальное исчисление функции одной переменной.* Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции. Геометрический и механический смыслы производной. Дифференцируемость функции. Производная суммы, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функции. Таблица производных. Логарифмическая производная	Раздел 3. *Дифференциальное исчисление функции одной переменной*	Выдача внеаудиторной контрольной работы по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» (on-line и off-line консультации Google Classroom)
Дифференцирование параметрически заданных и неявных функций. Дифференциал, его геометрический и механический смыслы. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя	Дифференцирование параметрически заданных и неявных функций. Производные высших порядков. Применение дифференциала в приближенных вычислениях	Мини-коллоквиум по таблице производных
Условия возрастания и убывания функций. Достаточные условия локального экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика	Правило Лопиталя (неопределенность вида $0\cdot\infty, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$, степенные неопределенности $0^{\infty}, \infty^{0}, 1^{\infty}$). Физические и механические приложения дифференциального исчисления	
Применение производной для решения химических задач	Общая схема исследования и построения графика функции	

Раздел 4. *Неопределенный интеграл.* Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул. Простейшие приемы интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала. Замена переменной	Раздел 4. *Интегральное исчисление функции одной переменной.* Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод подведения под знак дифференциала. Замена переменной. Интегрирование по частям	Сдача внеаудиторной контрольной работы по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной». Работа в командах
Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций	Мини-коллоквиум по таблице интегралов и основным методам интегрирования
Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Контрольная работа «Неопределенный интеграл»	Контрольная работа «Неопределенный интеграл» (45 мин) (перед контрольной on-line и off-line консультации Google Classroom)
Раздел 5. *Векторная алгебра.* Системы координат на плоскости и в пространстве. Вектор, основные понятия. Свободные векторы. Равенство, коллинеарность, компланарность векторов. Угол между векторами. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, разложение векторов по базису. Ортогональный базис. Проекция вектора на ось и ее связь с координатами. Линейные операции над векторами в координатной форме	Раздел 5. *Векторная алгебра.* Системы координат на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов. Базис, разложение векторов по базису. Проекция на ось, координаты векторов. Линейные операции над векторами в координатной форме. Модуль и направляющие косинусы вектора; их выражение через координаты	Работа в командах

Скалярное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие коллинеарности векторов. Смешанное произведение трех векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие компланарности векторов	Скалярное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Смешанное произведение трех векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие компланарности трех векторов	Контрольная (45 мин) (перед контрольной on-line и off-line консультации Google Classroom)
Раздел 6. *Аналитическая геометрия.* Понятие об уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия 1-го порядка. Уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору (направляющему вектор, угловому коэффициенту), по двум точкам, в «отрезках». Линии 2-го порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола	Раздел 6. *Аналитическая геометрия***.** Прямая на плоскости как линия 1-го порядка. Уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору (направляющему вектору, угловому коэффициенту), по двум точкам, в «отрезках». Расстояние от точки до прямой. Решение задач на взаимное расположение прямой на плоскости. Линии 2-го порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола	
Понятие уравнения поверхности в пространстве. Плоскость как поверхность 1-го порядка. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору, в «отрезках», по трем точкам. Угол между плоскостями. Прямая в пространстве, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой в пространстве по точке и направляющему вектору, по двум точкам	Уравнение поверхности в пространстве. Плоскость как поверхность 1-го порядка. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору, в «отрезках», по трем точкам. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости	
Раздел 7. *Функции нескольких переменных (ФНП).* Понятие ФНП, область определения и график ФНП. Линии уровня. Примеры графиков простейших функций двух переменных. Предел и непрерывность ФНП в точке. Непрерывность сложной функции нескольких переменных. Частные приращения. Частные производные и их геометрический смысл Производные высших порядков	Поверхности 2-го порядка	Математический диктант по теме «Аналитическая геометрия» (10 мин)

Теорема о равенстве смешанных производных ФНП. Полное приращение ФНП. Дифференцируемость ФНП, дифференциал. Свойства дифференцируемых функций. Применение дифференциала в приближенных вычислениях	Раздел 7. *Функции нескольких переменных (ФНП).* Область определения. Линии уровня и графики функции двух переменных. Техника нахождения частных производных. Частные производные высших порядков. Полное приращение и полный дифференциал ФНП	Тест по теме «ФНП» пройти самостоятельно. http://classroom.google.com

Семестр 2

Лекционные занятия	Практические занятия	Контроль
Раздел 7. *Определенный интеграл.* Задачи, приводящие к понятию определенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла	Раздел 7. *Определенный интеграл.* Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле	Получение внеаудиторной контрольной работы по теме «Определенный интеграл» (on-line и off-line консультации Google Classroom)
Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле	Несобственные интегралы. Сходимость, вычисление	Мини-коллоквиум по информационной таблице «Определенный интеграл»
Приложение интегралов к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг кривых. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций, основные свойства. Абсолютная и условная сходимости	Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг кривых. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей вращения	
Приложение определенного интеграла к задачам физики и химии	Физические и химические приложения определенного интеграла	
Раздел 8. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	Раздел 8. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка и приводящие к ним	Сдача внеаудиторной контрольной работы по теме «Определенный интеграл» Работа в командах

Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяющимися переменными, однородные. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Модели прикладных задач с применением дифференциальных уравнений	Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка и уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Решение задач прикладного содержания	
Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие общего и частного решений. Уравнения, допускающие понижение порядка	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	Мини-коллоквиум по информационной таблице «Дифференциальные уравнения»
Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	Работа в парах
Раздел 9. *Кратные интегралы.* Задачи, приводящие к понятию интеграла по фигуре. Определение интеграла по фигуре, его основные свойства. Двойной и повторный двойной интегралы	Системы дифференциальных уравнений. Контрольная работа по теме «Дифференциальные уравнения»	Контрольная работа (45 мин)
Определение и вычисление двойных интегралов в декартовых координатах. Замена переменных в криволинейных и полярных координатах	Раздел 9. *Кратные интегралы.* Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах. Замена переменной в двойном интеграле, в полярной системе координат	
Определение и Вычисление тройных интегралов в декартовых и цилиндрических координатах	Вычисление тройных интегралов в декартовых и цилиндрических координатах	Мини-коллоквиум по информационной таблице «Кратные интегралы
Определение и вычисление криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода, их основные свойства и вычисление	Вычисление криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода	
Определение криволинейных интегралов 2-го типа, их основные свойства и вычисление. Физические и геометрические приложения кратных и криволинейных интегралов	Применение интегралов по фигуре	Контрольная работа по теме «Кратные интегралы» (45 мин)

Раздел 11. *Ряды*. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши	Раздел 11. *Ряды*. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признак Д'Аламбера. Радикальный и интегральный признаки Коши	Работа в парах
Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды	Знакочередующиеся и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости	Мини-коллоквиум по информационной таблице «Ряды»
Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Приложение рядов к приближенным вычислениям	Степенные ряды. Нахождение интервала и радиуса сходимости	
Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции. Разложение по степеням x функции e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1 + x)^m$. Приложение рядов к приближенным вычислениям	Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена. Приложение рядов к приближенным вычислениям. Применение рядов в химии	Тест по теме «Ряды» (пройти самостоятельно http://classroom.google.com)

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Пример проектирования лекции по теме «Поверхности 2-го порядка»

Необходимо отметить ключевую роль этого аудиторного занятия для студентов технических специальностей, особенно в плане реализации междисциплинарных связей (МДС) высшей математики и начертательной геометрии, которые мы рассматриваем как дидактическое условие, способствующее повышению доступности и научности обучения, значительному усилению мотивации самостоятельной познавательной деятельности студентов. Общеизвестно, что одной из важных задач в процессе изучения начертательной геометрии и математики является необходимость развития пространственных представлений, воображения и нестандартного геометрического мышления студентов, обучения специальным геометрическим методам решения задач. Речь идет о пересечении сложных поверхностей произвольными плоскостями, задаче синтеза пространственных механизмов, проектирования светотехнических приборов, построения разверток поверхностей с нанесением на них мест расположения различных конструктивных элементов. Методы образования и изображения на чертеже поверхностей, изучаемые начертательной геометрией и высшей математикой, необходимы также при компьютерном твердотельном моделировании, которое приходит на смену двумерным чертежам, на смену традиционным методам конструирования приходят компьютерные технологии. В связи с этим авторы предлагают один из методических приемов формирования у студентов навыков построения и исследования трехмерных поверхностей в контексте реализации МДС математики и начертательной геометрии на основе использования систем компьютерной алгебры.

Основные цели лекции: *обучающая* – формирование знаний о поверхностях второго порядка, умений изображать поверхности и тела, ограниченные ими, вручную; формирование навыков самоконтроля и самопроверки результатов построения изображений с помощью средств компьютерной алгебры; *развивающая* – развитие профессиональных качеств будущих инженеров, формирование академических, социально-личностных и профессиональных компетенций специалистов; *воспитательная* – формирование убеждений в важности рассматриваемого материала, в силе полученных знаний, воспитание чувства ответственности за методически правильное применение поверхностей второго порядка; *методическая* – апробация подачи разработанного курса теоретического материала с применением информационных технологий. Названная лекция выполняет также информационную, разъясняюще-объясняющую, систематизирующе-ориентирующую, убеждающе-стимулирующую, методологическую и мотивационно-эмоциональную функции.

Следует отметить, что основную часть лекции будет занимать, в силу специфики темы и ограниченности времени, лекция-визуализация в тесной взаимосвязи и взаимодействии с элементами проблемной лекции и лекции-информации. На протяжении всего аудиторного времени методически целесообразно активно использовать ИКТ (гиперссылки, презентации, систему компьютерной алгебры: программы Maple, Matlab). Рассмотрим основные этапы лекционного занятия.

Повторение. Обучаемым предлагается повторить тему «Кривые 2-го порядка» по информационным таблицам. Используя гиперссылки, преподаватель последовательно открывает информационные таблицы «Кривые второго порядка», расставляет акценты на канонических уравнениях кривых второго порядка и их формах.

Основной этап. На данном этапе сообщается тема занятия, формулируются основные цели и задачи лекции, выделяются главные и важные положения, существенные свойства и отношения, необходимые для усвоения нового материала. Курс обучения математике для студентов технических специальностей, согласно стандарту, предполагает 2 часа лекционных занятий на изучение всех поверхностей второго порядка и их свойств. Поэтому основной материал лекции объясняется с использованием презентации выполненной в PowerPoint, в которой с применением гиперссылок (Информационная таблица.doc, Историческая справка.doc) кратко проводится исторический экскурс. Используя информационную таблицу «Поверхности второго порядка», а также методические приемы эвристической беседы, общеизвестные методы научного познания (аналогию, сравнение, сопоставление), лектор предлагает студентам самостоятельно выделить особенности и характерные черты в канонических уравнениях поверхностей 2-го порядка и их формах, которые будут способствовать узнаванию и запоминанию этих новых математических объектов. Цель проведения фактически пропедевтической части выделенного этапа: повторение, систематизация, обобщение, углубление изученной ранее, первичное восприятие новой, ключевой для данной лекции информации, подготовка студентов к свободному, мотивационно-эмоциональному восприятию предлагаемого лекционного материала. Затем вводится компактно изложенный теоретический материал с целью изучения каждого из основных классов поверхностей второго порядка. Чертежи, представленные в презентации, даются в трехмерном пространстве, с обязательным проектированием на координатные плоскости. Например, вводится определение: «Эллиптическим параболоидом называется поверхность, которая в некоторой прямоугольной системе координат определяется уравнением $\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}=2z$», затем на экране появляется рисунок Е.1. Используя приемы эвристической беседы, геометрический вид поверхности изучается студенческой аудиторией с помощью метода сечений координатными и параллельными им плоскостями.

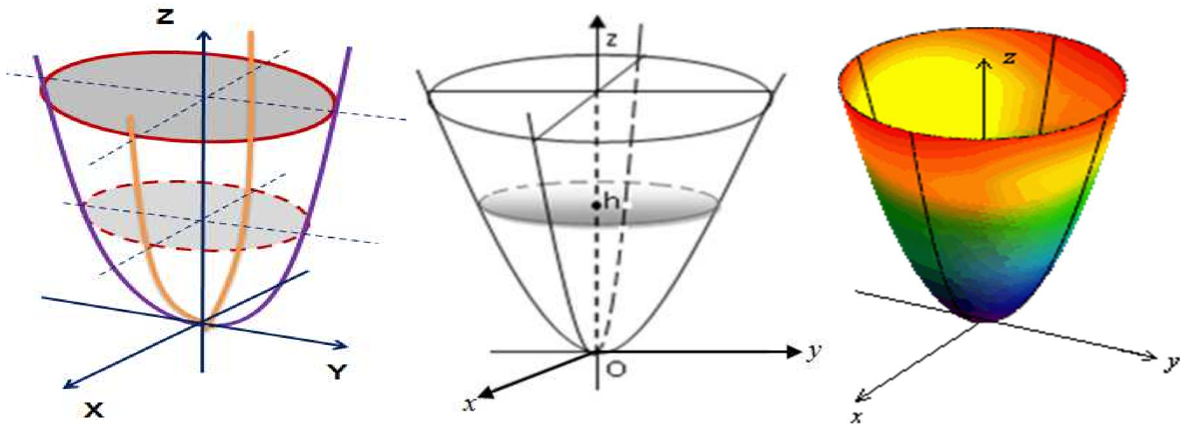


Рисунок Е.1. – Эллиптический параболоид

Теоретический материал по каждой из поверхностей озвучивается преподавателем, однако, записи студентами во время лекции не подлежит. Студенты выполняют лишь построение поверхностей и записывают их уравнения. Тем самым реализуется развитие навыков культуры труда: умение использовать для изучения нового различные источники, анализировать и коротко записывать прочитанное или услышанное. Более подробно ознакомиться с изучаемой темой они смогут, применяя УМК (учебные пособия) или, при желании, дополнительную литературу. После презентации студентам представляются поверхности второго порядка, выполненные в системах компьютерной алгебры. Преподаватель, вращая фигуру, выполненную с помощью программ Maple, Matlab, изменяя параметры в канонических уравнениях, объясняет студентам особенности каждой поверхности. Это не только способствует запоминанию необходимой информации, но, главным образом, повышает уровень знаний и глубину понимания учебного материала, создает предпосылки для реализации принципов наглядности и доступности в обучении. Использование дидактических возможностей систем компьютерной алгебры также формирует образное мышление студентов, т.к. по завершении занятия студент связывает воедино поверхность и ее уравнение, он может проследить зависимость вида фигуры от изменяемых параметров, использовать компьютерные пакеты при построении тел, ограниченных различными поверхностями. Закрепление и углубление достигнутых результатов в обозначенном направлении осуществляется в процессе выполнения соответствующей лабораторной работы по информатике и начертательной геометрии, в которых студентам предлагается чертеж сложного тела, представляющего собой пересечение нескольких поверхностей. Выполнение указанных заданий окажет положительное влияние на качество и уровень изучения и усвоения темы «Поверхностные и кратные интегралы» в курсе высшей математики. Более того, целесообразно проектировать построение пересечения поверхностей, которые могут быть использованы как на занятиях по высшей математике, так и по начертательной геометрии.

Примеры решения задач. На данном этапе необходимо выполнить построение тел, ограниченных несколькими поверхностями, вручную, с использованием доски и мела. Такой прием будет способствовать осмыслению, более глубокому усвоению и закреплению изучаемой информации, запоминанию канонических уравнений поверхностей 2-го порядка и их форм, пропедевтике использования выделенной темы при изучении темы «Поверхностные и кратные интегралы» и в начертательной геометрии. На лабораторных занятиях по информатике студенты могут выполнить построение указанных фигур самостоятельно, используя приложения, разработанные в УМК (учебные пособия), в структуру которого включена авторская разработка Мателенок А.П., позволяющая использовать дидактические возможности ИКТ для решения основных задач по выделенному разделу.

Подведение итогов. Выводы. Лекция «Поверхности 2-го порядка» является последней в модуле «Элементы аналитической геометрии в пространстве», поэтому при подведении ее итогов, студентам предлагается повторить все основные понятия указанного модуля, используя его графическую схему, выполненную в виде презентации PowerPoint.

Следует обратить внимание, что по своей форме и структуре лекционные занятия могут иметь отличия (все зависит от содержания и характера излагаемой информации), однако, по нашему мнению, следующие основные его элементы должны присутствовать всегда: цели лекции; учет внутри и междисциплинарных связей; повторение (связь нового материала с уже изученным); основной этап; решение задач; выводы.

К методике проектирования лекций с использованием дидактических возможностей информационных технологий на примере лекции «Общий принцип применения определенных интегралов для решения задач механики и физики. Физические и механические приложения определенного интеграла»

Для реализации междисциплинарных связей высшей математики, физики, теоретической механики и других дисциплин, которые способствуют повышению как доступности и научности обучения, так и значительному усилению мотивации студентов к познавательной самостоятельности, выделенное аудиторное занятие имеет ключевую роль. *На этом занятии студентам технических специальностей важно уяснить содержательную ценность идеи разбиения целого на бесконечно малые части и последующего суммирования их с помощью определенного интеграла.* Значит, важно создать для этого соответствующие дидактические условия с учетом возможности реализации в данной лекции многообразия прикладной направленности математики и ее аппарата.

Основные цели лекции: *обучающая:* формирование знаний о механических и физических приложениях определенного интеграла; *развивающая:* развитие профессиональных качеств будущих инженеров, формирование академических, социально-личностных и профессиональных компетенций специалистов; *воспитательная:* формирование убеждений в важности рассматриваемого материала, в силе полученных знаний, воспитание чувства ответственности за методически правильное применение определённого интеграла в решении задач прикладного характера; *методическая:* апробация подачи разработанного курса теоретического материала с применением ИКТ.

Следует отметить, что основную часть лекции будет занимать, в силу специфики темы и ограниченности времени, лекция-визуализация в тесной взаимосвязи и взаимодействии с элементами проблемной лекции и лекции-информации. На протяжении всего аудиторного времени методически целесообразно активно использовать ИКТ (гиперссылки, презентации, систему компьютерной алгебры: программы Mathcad обязательно, Maple, Matlab по желанию преподавателя).

В спроектированном лекционном занятии задействованы следующие специальные средства обучения: «Приложения, разработанные в системах компьютерной алгебры»; «Алгоритмические предписания, частные алгоритмы решения задач»; «Информационные таблицы».

Рассмотрим основные этапы лекционного занятия.

Повторение. Обучаемым предлагается повторить изученный материал по информационным таблицам, с обязательным выделением главных и важных положений, существенных свойств и отношений, необходимых для выполнения предложенных задач. На данном этапе студенты должны повторить такие темы, как «Определенный интеграл и его вычисление», «Геометрические приложения определенных интегралов». Цель проведения фактически пропедевтической части выделенного этапа: повторение, систематизация, обобщение, углубление изученной ранее, первичное восприятие новой, ключевой для данной лекции информации, подготовка студентов к свободному, мотивационно-эмоциональному восприятию предлагаемого лекционного материала. *Обязательно следует сделать акцент на формальную и содержательную сторону определенного интеграла как предела соответствующей бесконечной суммы бесконечно малых слагаемых.* При этом необходимо обратить внимание на тот факт, что *к определенному интегралу прибегают в практических и теоретических задачах, когда нет возможности вычислить какую-либо величину для всего объекта в целом, а значит, приходится производить разбиение объекта на элементарные части так, чтобы исследуемая величина внутри разбиения изменялась незначительно*.

Используя гиперссылки, преподаватель последовательно откроет информационные таблицы: «Определенный интеграл и его вычисление», «Геометрические приложения определенных интегралов».

Информационные таблицы представляют собой систематизированный и структурированный учебный материал по изучаемым темам, в рассматриваемом случае применяются таблицы, созданные для УМК (учебные пособия). Цель: продолжение формирования компетенции АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

Выделение цветом подчеркнет важные моменты, на которых необходимо акцентировать внимание студентов. Далее формулируется задача, решение которой демонстрируется в Mathcad. (Задача) Студенты анализируют представленное решение, делают выводы об эффективности применения программ для вычисления интегралов.

Этим действием продолжается формирование компетенций: АК-7 – Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером; ПК-1 – Использовать современные информационные и компьютерные технологии при разработке химико-технологических процессов.

Кратко проводится исторический экскурс (исторический очерк). *Анализ эволюции математики, кроме большого исторического интереса, представляет огромную важность для формирования мировоззрения студентов.* Нередко знание истории способствует эффективности изучения математических дисциплин. А те обучаемые, кто имеет призвание к математике, в примерах из жизни многих ученых найдет потенциал для формирования своих устремлений и с большей настойчивостью будет заниматься своим любимым делом. Более того, на данном этапе мы акцентируем внимание студентов на важности изучаемой темы в курсе математики и физики.

Основной этап. Сообщается тема занятия, формулируются основные цели и задачи лекции.

Цель лекции: оказать помощь студентам в овладении методикой моделирования задач прикладного характера с применением идеи суммирования и аппарата определенного интеграла; активизировать деятельностную и мотивационную составляющие познавательной самостоятельности, сформировать соответствующие компетенции будущего специалиста, показать применение определенного интеграла для решения задач прикладного характера.

Задачи:

– *Оказать помощь в восприятии, изучении и запоминании формул для вычисления приложений определенного интеграла в физике и механике, систематизации, логической организации математической информации модуля «Определенный интеграл».*

– *Показать опыт составления математических моделей практических задач и их решения, в т.ч. с помощью СКА.*

– *Показать опыт составления алгоритмов решения задач прикладного характера.*

Проводится запись основных пунктов алгоритма. (Алгоритм. *По желанию преподавателя, можно воспользоваться презентацией, однако в этом случае время на запись студентами пунктов алгоритма увеличится.*)

Курс обучения математике на нематематических специальностях, согласно стандарту, предполагает освоение студентами ряда базовых разделов математической науки и ставит целью формирование математического аппарата и развитие логического мышления. Ввиду этого *на начальной стадии организации процесса изучения математического курса нецелесообразно чрезмерное увлечение средствами информационных технологий (ИТ).* С помощью таких средств можно «занять» большое количество времени, не достигнув необходимого результата. Нужно помнить, что живое общение студентов и преподавателя не может заменить ни одна программа Поэтому основной материал лекции объясняется традиционно (без использования возможностей ИТ).

Однако при записи готовых формул для вычисления физических величин, наиболее часто встречающихся в приложениях определенного интеграла, целесообразно использовать презентацию. (Формулы. *В данном случае* *применение презентации оправдано, т.к. большие четко набранные формулы хорошо видны из любого места аудитории*). Необходимость разнообразия форм обучения обусловлена особенностями восприятия и усвоения студентами учебного материала. В рассматриваемом случае смена формы представления изучаемой информации, а именно использование элементов презентации PowerPoint, позволяет придать лекции наглядность, усилить доступность восприятия и акцентировать внимание студентов на наиболее важных моментах, а также оказать помощь в запоминании необходимых формул.

Примеры решения задач. В обучении математике студентов технических специальностей необходимо учитывать особенности будущей профессии, чтобы студенты восприняли математику не как отвлеченную науку, а как науку, с помощью которой они смогут более глубоко понять специальные и общеобразовательные дисциплины. Ранняя целенаправленная профессиональная подготовка, прикладная ориентация математики являются средством познавательной активности обучающихся и побуждают их к самостоятельной деятельности по овладению основами наук, содействует сознательному, глубокому усвоению знаний. Вследствие этого, не нарушая фундаментальности курса, преподавание математики следует вести в соответствии с тем, как она используется в специальных дисциплинах; необходимо обучать студентов умению описывать реальные объекты с помощью математических структур, т.е. знакомить их с основами математического моделирования. Такой подход способствует не только более глубокому усвоению самих математических понятий, но и является предпосылкой использования математического аппарата в будущей инженерной практике. Это обусловливает обзорный характер выбора задач, рассматриваемых в лекциях. Поэтому прежде чем перейти к решению задач, предлагается вспомнить такое понятие, как «математическая модель», и способ разбиения задачи на подзадачи. Это способствует продолжению формирования следующих компетенций: АК-1 – Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач; АК-6 – Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем; ПК-6 – Владеть методами моделирования и оптимизации прикладных процессов.

Первый пример следует рассмотреть очень подробно, т.к. необходимо продемонстрировать все основные этапы алгоритма решения задачи.

Пример 7.19.1. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы выкачать жидкость плотности γ из цистерны, имеющей форму параболического цилиндра, размеры которого указаны на рисунке.

Рисунок выполнен в виде презентации PowerPoint. Это не только оправдано, но и дает ряд преимуществ, основными из которых являются наглядность и экономия времени при изображении, при этом все дополнительные построения выводятся на экран по мере необходимости, не загромождая рисунок. Таким образом, информационные технологии предоставляют возможность создания анимационных моделей.

Необходимые для решения задачи понятия из физики (в частности, что «есть работа, затрачиваемая на поднятие тела весом P на высоту h») методически целесообразно уточнить из учебно-методического комплекса по физике, связанного с нашей лекцией гиперссылкой. Таким образом, появляется возможность обеспечить реализацию в процессе обучения математике междисциплинарных связей курсов математики и физики.

При этом преподавателю следует приложить свои методические возможности для четкого пояснения этапов решения задачи с целью формирования в сознании студентов целостного представления о составлении математической модели задачи и ее реализации с помощью математического аппарата (определенного интеграла) а также возможностей СКА.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

– Уточнить необходимые понятия из физики.

– Выполнить чертеж задачи и ввести систему координат.

– Перейти на понятие «элементарный слой» или «элементарная часть изучаемой величины».

– Выполнить необходимые построения для решения рассматриваемой задачи.

– Найти главную часть приращения зависимой величины при изменении x на бесконечно малую величину, т.е. найти дифференциал функции.

– Применить соответствующую формулу для вычисления дифференциала исследуемой величины.

– Определить пределы изменения независимой переменной.

– Определить исследуемую величину.

– Провести анализ и обобщение полученного решения с помощью составления и изображения схемы его частного алгоритма.

По представленному частному алгоритму еще раз бегло повторяется решение задачи. Указанное специальное средство обучения задействовано с целью формирования следующих компетенций: АК-11 – Обладать культурой мышления, способностью к обобщению, постановке цели и выбору путей ее достижения и АК-6 – Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

Следует отметить, что для математических задач, требующих частично-поискового или учебно-творческого уровня познавательной самостоятельности, визуализированные алгоритмы существенно усложняются, а их составление становится нецелесообразным. Более того, разработка и проектирование их могут быть затруднительными даже для преподавателя. В таких случаях часто легче самостоятельно решить задачу, чем вникнуть в логику чужого алгоритма и соответствующего ему решения, выраженного последовательностью формул. В этих ситуациях разумно применить для отдельных этапов решения построение частного алгоритма, представленного, с целью визуализации, в виде графической схемы.

После полного анализа задания демонстрируется решение этой задачи в компьютерном математическом пакете Mathcad. Это позволяет развивать свободное владение студентами средствами программного обеспечения, их органичное использование как вспомогательного аппарата при выполнении математических вычислений на различных этапах решения комплексных задач и реализовать МДС математики и информатики (ПК-1– Использовать современные информационные и компьютерные технологии при разработке практических процессов).

При решении задачи целесообразно вести со студентами эвристический диалог, позволяющий активизировать аналитико-синтетическую мыслительную деятельность студентов, формировать у них стремление и умение познавать новую информацию, способность видеть проблему и находить средства к ее решению, позволяющий при этом формировать социально-личностные компетенции (СЛК-2 – Быть способным к социальному взаимодействию; СЛК-3 – Обладать способностью к межличностным коммуникациям и других). В ходе поиска решения и обсуждения решения студентам следует вести краткие записи по заданию, полное решение задачи представлено в УМК.

Пример 7.19.2. Определить величину давления морской воды на вертикальный круг радиуса $R = 0{,}2$ м, центр которого погружен в воду на глубине $H = 10$ м. Плотность морской воды $\gamma = 1020$ кг/м^3.

При рассмотрении следующего примера выполняются следующие пункты:

1. С применением эвристической беседы проводится обсуждение построения чертежа, необходимого для решения задачи на доске.

а) вопрос: какая фигура используется в задаче? Ответ: вертикальный круг радиуса $R = 0{,}2$ м;

б) вопрос: на какую глубину погружен центр? Ответ: центр погружен в воду на глубине $H = 10$ м;

в) выполняем построение. Преподаватель выполняет чертеж на две минуты позже, для того чтобы у студентов была возможность сравнить свои рисунки и предложенный;

г) вопрос: какие дополнительные построения необходимо ввести? Добавить на чертеж известные величины и выполнить необходимые построения.

2. Составление алгоритма решения задачи.

3. Вычисление интеграла демонстрируется в Microsoft Word и в Mathcad.

При этом ставится цель: обучить студентов составлению рисунков к задачам и алгоритмов решения задач, для экономии времени использовать информационные технологии.

Решение следующих задач приводится в Microsoft Word.

В рассматриваемой лекции средства информационных технологий дают возможность находить новые формы и приемы в методе проектного обучения для создания междисциплинарных проектов, таких как решение задач повышенного уровня.

Выводы. На данном этапе приводятся выводы. Желательно, чтобы их сделали сами студенты, а преподаватель конкретизировал для записи в конспекты. Приводятся литературные источники для углубленного изучения лекционного материала.

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Методика использования вкладок, разработанных с использованием СКА

Развитие современных информационных ресурсов позволяет решать многие задачи математическими средствами EXCEL и системами компьютерной алгебры (СКА), таких как MathCAD, Matlab, Maple, но после изучения курса школьной информатики студенты-первокурсники владеют в основном только EXCEL. Это обусловило необходимость, в большей степени на пропедевтическом уровне, применять при изучении большинства разделов курса «Математика» на технических специальностях не только EXCEL, но и элементы СКА. В структуру УМК (учебные пособия) включена авторская разработка, позволяющая использовать дидактические возможности СКА для решения основных задач по всем разделам математики. Включение в обучение математике на технических специальностях математических пакетов стимулирует познавательную деятельность студентов, т.к. расширяет возможности их самостоятельной работы, демонстрирует будущим инженерам рациональные способы решения задач из различных разделов математики с помощью средств ИТ. Применение наглядных и технических средств обучения способствует не только усвоению соответствующей информации, но развивает у них способность увязывать теорию с практикой; формирует навыки технической культуры, и как следствие, академические и основы профессиональных компетенций (1 – АК-4, АК-5, ПК-23; 2 – АК-7, АК-11, ПК-1); воспитывает внимание и аккуратность; повышает интерес к учению; расширяет источники получения знаний.

Продемонстрируем предложенную методику создания приложений на примере проектирования вкладок для УМК «Элементы математического анализа» с применением одного из наиболее популярных математических пакетов MathCAD.

Для того чтобы начать работать с приложением, вызовите панель Calculus (вычисления). Нажмите на панели вкладку ВИД → ПАНЕЛИ ИНСТРУМЕНТОВ →МАТЕМАТИЧЕСКАЯ (рисунок Ж1, *а*). Далее появится (рисунок Ж.1, *б*). Студент выбирает вкладку «Исчисление» (рисунок Ж.1, *в*), и продолжает работу.

Например, необходимо вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$. Для этого выбирается вкладка «Исчисление» и на ней значок предела (рисунок Ж.1, *г*; обозначено стрелочкой). После этого появляется следующий символ (рисунок Ж.1, *д*).

В рассматриваемом примере $x \to 0$, поэтому нижние поля заполняются соответственно (рисунок Ж.1, *е*). Далее используется вкладка «Калькулятор» (рисунок Ж.1, *ж*), и вводятся данные согласно рассматриваемому примеру (рисунок Ж.1, *и*). Выбирается вкладка «Вычисление»(рисунок Ж.1, *к*), на этой вкладке стрелочка. Ответ получен (рисунок Ж.1, *л*).

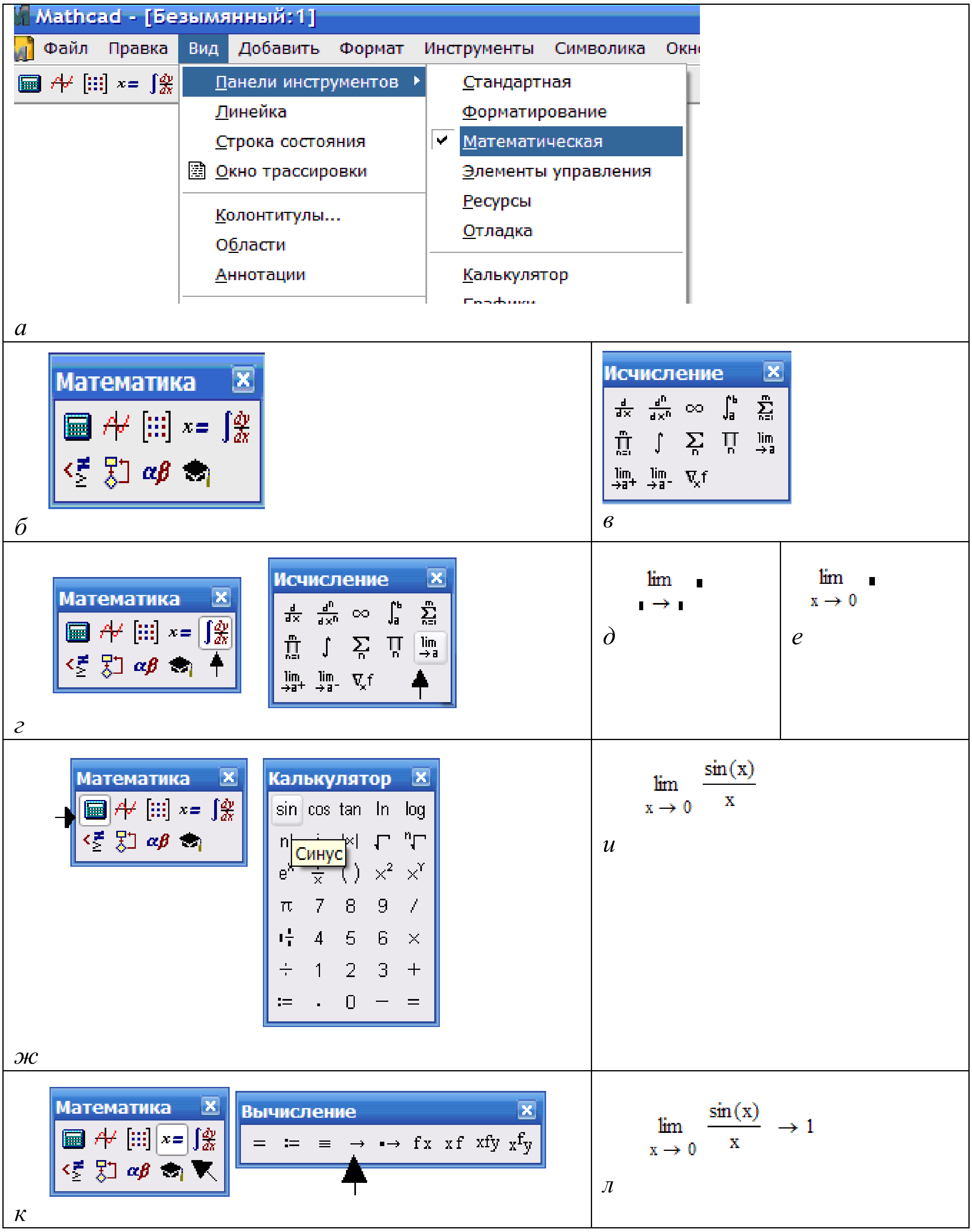


Рисунок Ж.1. – Элементы программы MathCAD

Приложения систем компьютерной алгебры методически целесообразно использовать как на лекционных, так и на практических занятиях.

На начальных этапах работы с приложениями систем компьютерной алгебры на практических занятиях следует включать решение задач, в которых требуется использование алгоритмов и составление блок-схемы (описание каждого этапа задачи). Такой методический прием не только благоприятно сказывается на понимании учебной дисциплины и формировании логики действий, но и в дальнейшем способствует успешному решению студентами прикладных задач, позволяет сформировать навыки дробления сложных задач на подзадачи и поиск ответа к ним на каждом этапе.

Проиллюстрируем сказанное следующим примером, который решают студенты на практическом занятии:

Вектор $\overline{x}$ перпендикулярен к векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$. Найти вектор $\overline{x}$, если $\overline{a}(-2,7,10)$, $\overline{b}(0,3,4)$, $\overline{a}\cdot\overline{x}=14$.

Представим решение в виде графической схемы (рисунок Ж.2), которая состоит из двух блоков: теоретического – решение задачи обучаемым, и блока-вычисления, применения СКА. При рассмотрении примера преподаватель концентрирует внимание студента на том, что компьютер – только помощник в его деятельности, ведущая роль принадлежит человеку. СКА могут выполнять вычисления, расширяют круг решаемых задач за счет обработки больших массивов информации, а оператор осуществляет руководящую деятельность, т.е. решает задачу, ищет логические связи. Навыки и умения, полученные студентом в процессе использования специализированных программных сред (СКА), могут быть полезны не только в аудитории, но и на производстве.

Во избежание лишней нагрузки на студентов на лекции демонстрируются вкладки с выполнением элементарных действий с векторами, разработанных в СКА на занятиях или студенты могут проработать этот материал самостоятельно с использованием вкладок УМК. Использование различных математических пакетов дает им возможность сделать осознанный выбор из представленных программ и стимулирует их самостоятельную работу.

Экспериментальные исследования свидетельствуют, что на практических занятиях нецелесообразно тратить много времени на демонстрацию возможностей СКА: достаточно 15–20 мин по изученной теме. Например, при изучении темы «Элементы линейной алгебры» – на последнем занятии, за несколько минут до окончания, демонстрируется

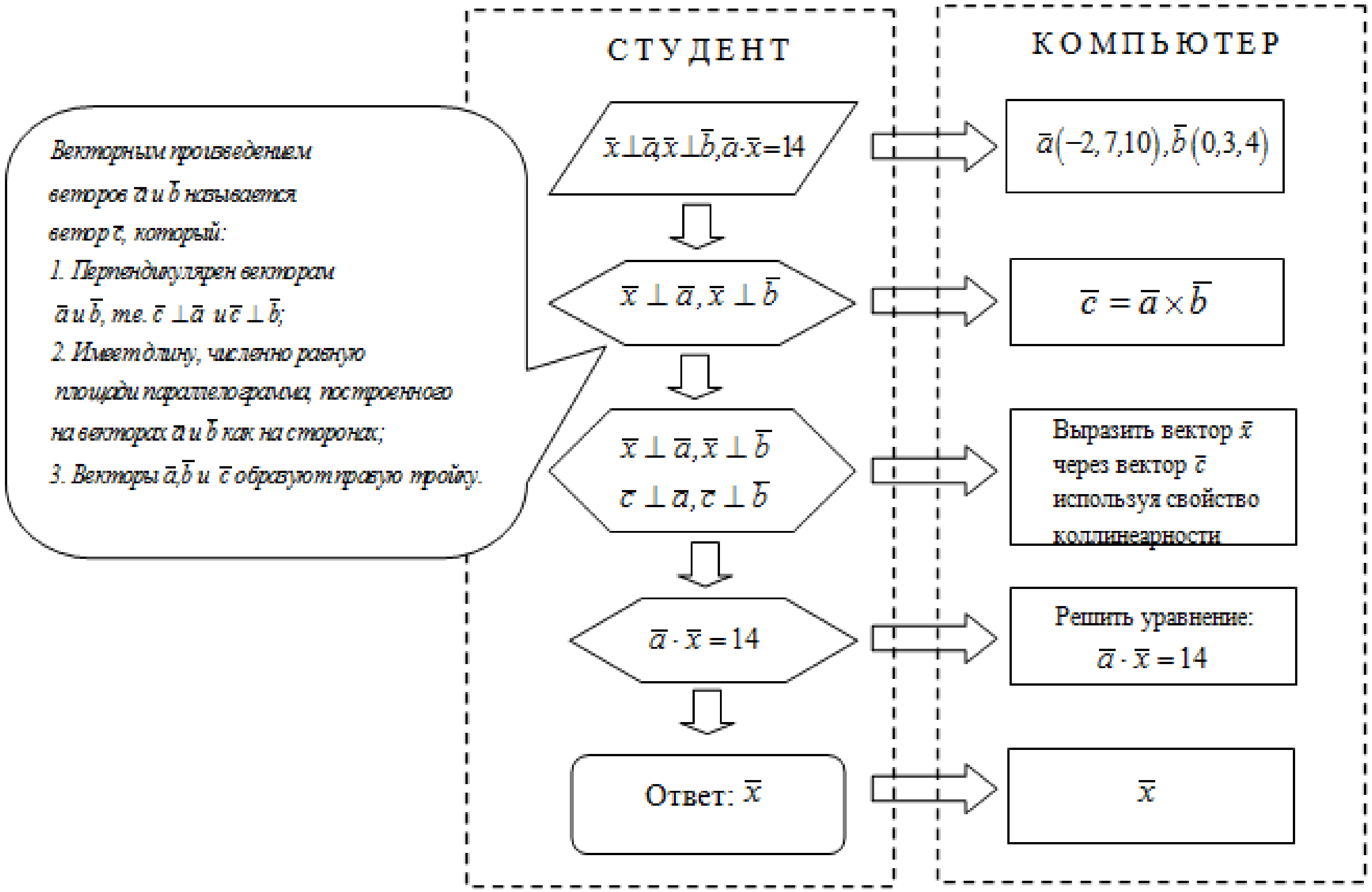


Рисунок Ж.2. – Графическая схема выполнения примера

вычисление определителей, умножение матриц, решение СЛАУ и т.д. в Excel, MathCAD, Matlab, Maple. Вкладки готовятся заранее, также важно убедиться в том, что все программы работают корректно. После демонстрации обращается внимание студентов на вкладки с приложениями СКА в УМК по математике. Экспериментальным путем установлено, что этого достаточно для успешного применения СКА для самоподготовки студентов к последующему тестированию, т.к. они решают задачи, используя программы для проверки полученных результатов.

Для стимулирования развития познавательной самостоятельности студентов технических специальностей, предлагается выполнить несколько заданий из внеаудиторной контрольной работы с использованием СКА. Отметим, что применение вкладок является одним из способов развития познавательной самостоятельности студентов. Проиллюстрируем это на следующем примере, оно входит во внеаудиторную контрольную работу, состоящую из 10 заданий. В СКА требуется выполнить две задачи: вычисление площади фигуры, ограниченной графиками функций, и нахождение центра масс плоской фигуры. Остальные задания выполняются письменно.

Такие задания рассматриваются на практических занятиях.

Ставится задача:

Вычислить площадь фигуры ограниченной графиками функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Для ее решения студентам предлагается внимательно изучить условие и попытаться найти решение, используя геометрические и аналитические пути решения.

Покажем алгоритм этого решения:

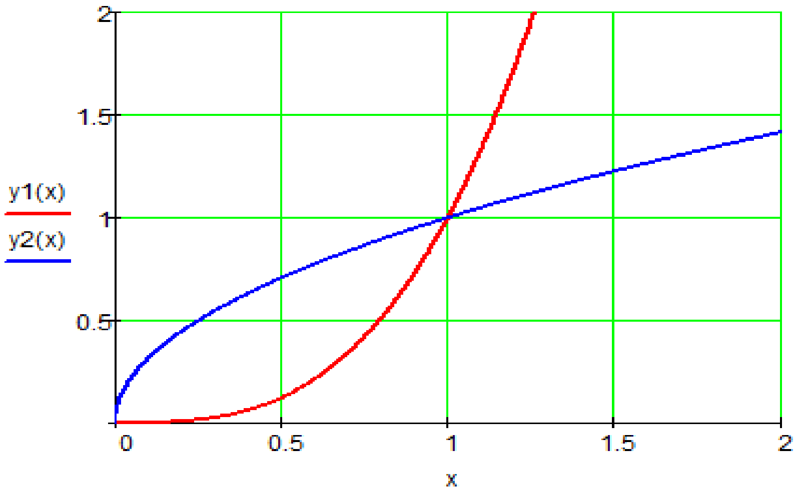
1. Выполнить построение указанных графиков.
2. Найти точки пересечения графиков функций.
3. Вычислить площадь полученной фигуры.
4. Найти информацию для решения задачи в разделе «Построение графиков функций», «Приложение определенных интегралов».
5. Изучить источник информации – УМК «Определенный интеграл. Функция нескольких переменных»: информационная таблица, вкладки для работы с СКА.
6. Разработка блок-схемы.
7. Выбор программы.
8. Оформление решения.

Оформление решения выполняется в СКА (рисунок Ж.3) с соблюдением основных пунктов алгоритма, даются пояснения по вычислению.

Вычислим площадь фигуры ограниченной следующими графиками функции

$y1(x) := x^3 \qquad y2(x) := \sqrt{x}$

1. Выполним построение указанных графиков



обратите внимание, что график y2(x) проходит выше графика y1 (x) на интересующем вас промежутке, следовательно y2(x)-y1(x)

$x^3 - \sqrt{x}$

2. Найдите точки пересечения графиков функций

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Введите y1(x)-y2(x), выделите переменную x и щелкните по строке Solve пункта Variable в меню Symbolics

3. Вычислите площадь обозначенной фигуры

$$\int_0^1 (y2(x) - y1(x))\,dx \rightarrow \frac{5}{12}$$

Рисунок Ж.3. – Решение задачи в MathCAD

На начальном этапе обучения математике студентов первого курса использование дидактических возможностей СКА следует минимизировать. Проведение занятий показывает неподготовленность обучаемых к самостоятельной работе, поэтому демонстрация более простых способов решения задач может способствовать формированию превратного мнения о «легкости» предмета. Студенты не будут уделять изучению материала достаточного количества времени, что скажется на качестве их математической подготовки. Со второго семестра применение СКА рекомендуется увеличить, но их применение должно занимать не более 20% учебного времени, т.к. живое общение преподавателя и студента не заменит ни одна компьютерная программа.

Вместе с тем в процессе изучения раздела «Математическая статистика» использование СКА позволяет обучаемым получить умения решения более широкого круга задач, а также улучшит их навыки самостоятельной работы. Поэтому рекомендуется использовать поэтапное увеличение применения СКА в обучении математике. Ведущая роль должна оставаться за преподавателем и на его усмотрение. В зависимости от специфики факультета и интеллектуальных возможностей группы должен решаться вопрос: какой процент аудиторного времени следует уделить СКА.

Сочетание традиционных методов обучения и организации самостоятельной работы студентов с использованием ИТ дает возможность студентам творческого уровня обучения проявить себя, а базового и прикладного – еще раз повторить материал и работать в меру своих сил и способностей. При решении несложных проблемных заданий студенты учатся применять полученные знания в новой ситуации (нужно не только решить задачу, но и представить ее решение в СКА). При этом у студентов есть выбор в заданиях благодаря трехуровневой тестовой среде используемого УМК.

ПРИЛОЖЕНИЕ И

Способы представления специальных средств обучения

Пример информационной таблицы, используемой в модуле «Элементы векторной алгебры»

	Скалярное произведение	Векторное произведение	Смешанное произведение
	число	вектор	число
Произведение в координатах	$\overline{a}\cdot\overline{b}=a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z$	$\overline{a}\times\overline{b}=\begin{vmatrix}\overline{i} & \overline{j} & \overline{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$	$\overline{a}\overline{b}\overline{c}=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c\end{vmatrix}$
геометрический смысл	$\overline{a}\perp\overline{b}\Leftrightarrow\overline{a}\cdot\overline{b}=0$ $\overline{a}^2=\lvert a\rvert^2$ $\overline{a}\cdot\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot np_{\overline{a}}\overline{b}$	$\overline{a}\parallel\overline{b}\Leftrightarrow\overline{a}\times\overline{b}$ $\overline{a}\times\overline{a}=0$	$\overline{a}\overline{b}\overline{c}>0\Leftrightarrow$ тройка правая $\overline{a}\overline{b}\overline{c}<0\Leftrightarrow$ тройка левая $\overline{a}\overline{b}\overline{c}=0\Leftrightarrow\overline{a}\overline{b}\overline{c}$ – компланарны
	$\cos\left(a\hat{\ }b\right)=\dfrac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{\lvert a\rvert\cdot\lvert b\rvert}$	$S_{парал}=\lvert\overline{a}\times\overline{b}\rvert$ $S_{\Delta}=\dfrac{1}{2}\cdot\lvert\overline{a}\times\overline{b}\rvert$	$V_{параллепипед}=\lvert\overline{a}\overline{b}\overline{c}\rvert$ $V_{пирамида}=\dfrac{1}{6}\lvert\overline{a}\overline{b}\overline{c}\rvert$
Физический смысл	$A=\overline{F}\cdot\overline{s}$	$\overline{M_A}=\overline{AB}\times\overline{F}$	-
Некоторые алгебраические свойства	$\overline{a}\cdot\overline{b}=\overline{b}\cdot\overline{a}$;	$\overline{a}\times\overline{b}=-\overline{b}\times\overline{a}$	$\overline{a}\overline{b}\overline{c}=\overline{a}\cdot\left(\overline{b}\times\overline{c}\right)=\left(\overline{a}\times\overline{b}\right)\cdot\overline{c}$
Особенность		$\overline{c}\perp\overline{a},\overline{c}\perp\overline{b}$	

Пример графической схемы, используемой на практических занятиях в модуле «Дифференциальные уравнения»

Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка

$y^{(n)} = f(x)$.

Порядок этого уравнения понижается всякий раз на единицу путем последовательного интегрирования

$F\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.

Введем новую неизвестную функцию $p(x) = y^{(k)}$. Тогда $y^{(k+1)} = p'$ и т.д.

$y'' = f(y, y')$,

Введем новую неизвестную функцию $\frac{dy}{dx} = p$, тогда $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dy} \cdot p$.

Пример информационной таблицы,
используемой в модуле
«Элементы аналитической геометрии на плоскости»:
Способы задания прямой на плоскости

Способы задания прямой на плоскости	Необходимые данные	Формулы
Двумя точками	$M_1(x_1,y_1); M_2(x_2,y_2)$	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
Точкой и направляющим вектором	$M_1(x_1,y_1); \bar{S}(m,n)$	$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}$
Точкой и вектором нормали	$M_1(x_1,y_1); \bar{n}(A,B)$	$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0$
Точкой и угловым коэффициентом	$M_1(x_1,y_1); \kappa$	$(y-y_1)=\kappa(x-x_1)$
Отрезками, отсекаемыми на координатных осях	a,b	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Пример информационной таблицы,
используемой в модуле
«Элементы аналитической геометрии на плоскости»:
Виды прямых

Название вида уравнения прямой	Формула	Элементы, которые можно «прочитать» в уравнении
Общее уравнение	$Ax + By + C = 0$	$\bar{n}(A,B)$
Каноническое	$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}$	$M_1(x_1,y_1); \bar{S}(m,n)$
Параметрическое	$\begin{cases} x=m\cdot t+x_0, \\ y=n\cdot t+y_0 \end{cases}$	$M_0(x_0,y_0); \bar{S}(m,n)$
С угловым коэффициентом	$y=\kappa x+b$	κ,b
Уравнение в отрезках	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	a,b

Пример информационной таблицы, используемой в модуле «Элементы векторной алгебры»

геометрически	$\overrightarrow{\bar{a}}$	
аналитически	Задание вектора координатами.	$\bar{a}\left(a_x, a_y, a_z\right)$
	Разложением по базису.	$\bar{a} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + a_z\bar{k}$
	Направляющими косинусами вектора и его длиной.	$\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma, \lvert\bar{a}\rvert$
	Орт вектором и длиной вектора.	$\bar{a}_0\left(a_x, a_y, a_z\right), \lvert\bar{a}\rvert$
	Задание вектора двумя точками. $M_1\left(x_1, y_1, z_1\right), M_2\left(x_2, y_2, z_2\right)$	$\overline{M_1M_2}\left(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\right)$

Пример частного алгоритма для решения задачи из модуля «Дифференциальные уравнения», выполненный студентом

$$dV_T = V_0\frac{dT}{T} \qquad d(yV_0) = V_0dy \qquad PV = NRT \qquad lgP = 7,962 - \frac{1,781}{T}$$

$$dV = V_0\left(\frac{dT}{T} + dy\right) \qquad dy = \frac{dP}{760} \qquad dN = \frac{PdV}{RT}$$

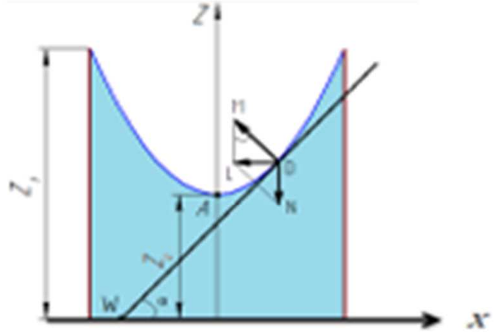
$$dV = V_0\left(\frac{dT}{T} + \frac{dP}{760}\right) \qquad dN \approx 0,0012\frac{P}{T}dV \qquad P = e^{2,3\left(7,962 - \frac{1,781}{T}\right)}$$

$$dN = 0,3\left(\frac{PdT}{T^2} + \frac{PdP}{760T}\right) \qquad \frac{1}{T} = \frac{7,962 - \frac{lnP}{2,3}}{1,781}$$

$$dN = 0,3\left[e^{2,3\left(7,962 - \frac{1,781}{T}\right)}\frac{dT}{T^2} + \frac{P}{760 * 1,781}\left(7,962 - \frac{lnP}{2,3}\right)dP\right]$$

$$N = \frac{0,3}{2,3 * 1,781}\left[e^{2,3\left(7,962 - \frac{1,781}{T}\right)}\right]_{T_1 = 283}^{T_2 = 310,8} - \frac{0,3}{760 * 1,781 * 2,3}\left[P^2\left(\frac{lnP}{2} - \frac{1}{4}\right)\right]_{P_1}^{P_2} + \frac{0,3 * 7,962}{760 * 1,781 * 2}\left[P_2^2 - P_1^2\right]$$

Пример частного алгоритма для решения задачи из модуля «Определенный интеграл», выполненный студентом



Сведения из физики

Изучение действия сил в точке D, лежащей на поверхности вращения, в которой находится частица Q: $F_{\text{разн}} = a_c \cdot m = m\omega^2 r$

Построение касательной в точке D, которая пересекает ось OX в точке W. Касательная образует с осью OX $\angle\alpha$. $\angle\alpha = \angle LMD$.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{DL}{LM} = tgLMD = tg\alpha = \frac{F_{\text{разн}}}{F_m} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g} \\ &z'(D) = \frac{dz}{dx} = tg\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow z'(D) = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$\int z' dr = \int \frac{\omega^2 r}{g} dr \Leftrightarrow z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

Минимальной глубины z_0 при вращении жидкость достигает в точке $A(0; z_0)$

$z_0 = C$

$$\left.\begin{aligned} &z - z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \\ &r^2 = 2pz \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{2g}{\omega^2}$$

– сечение – парабола

При вращении параболы вокруг оси OZ образуется параболоид вращения, так как $r^2 = x^2 + y^2$

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 (x^2 + y^2)}{2g}$$

– параболоид вращения

ПРИЛОЖЕНИЕ К

К методике проектирования практических занятий

Представим методику проектирования содержательно-методической, оргуправленческой, контрольно-корректирующей деятельности преподавателя в процессе организации познавательной деятельности студентов на примере изучения учебного модуля «Элементы векторной алгебры».

1. Определение диагностических целей обучения этого модуля, описание в измеримых параметрах ожидаемого дидактического результата осуществляется с использованием таблицы «Дидактические цели обучения», которая приведена в УМК (учебные пособия).
2. Обоснованность содержания обучения в контексте будущей профессиональной деятельности специалиста подтверждается тем, что «Элементы векторной алгебры» – модуль, который обязательно включается в процесс подготовки будущих инженеров. Использование векторов не только открывает новые возможности применения аппарата векторной алгебры в физике, механике и т.д., но и упрощает решение многих задач самой математики.
3. Выявление структуры содержания учебного материала, его информационной емкости, а также системы смысловых связей между его элементами реализуется посредством графической схемы, представленной также в УМК (учебные пособия).
4. Определение требуемых уровней усвоения изучаемого материала и исходных уровней обученности студентов выполняется с использованием информационного поля УМК (учебные пособия), которое позволяет студенту выбирать свою траекторию обучения в каждом модуле. Студент практически ставится в условия, когда обязательно необходимо овладеть выделенной математической информацией хотя бы на базовом уровне. Поэтому УМК содержит в себе возможности самоконтроля, а также уровневого контроля знаний. Студенты, работающие на I уровне сложности, потенциально могут претендовать на получение на экзамене оценки «4–5»; работающие на II уровне – оценки «6–8»; работающие на III уровне – оценки «9–10». Трехуровневая тестовая среда УМК создает условия для перехода студентов от заданий, требующих воспроизводящей мыслительной деятельности, к заданиям, требующим познавательной деятельности преобразующе-воспроизводящего или творческого характера. Задания I уровня представляют собой базовые знания, которые должен получить каждый студент, обучающийся на данной специальности, т.е. это те знания, без усвоения которых нельзя

двигаться к изучению следующей темы. Задания II уровня представляют собой задачи, которые надо решить, используя материал прошлых тем и глубокое понимание материала; задания III уровня – это творческие задания, требующие не только отличного знания и понимания темы, но и определенной доли смекалки и знаний из других отраслей наук.

5. Разработка и проектирование процессуального аспекта организации практических занятий в модуле основывается на системе учебных и практических задач, обучающих, тестовых заданий трехуровневых по форме, нулевых вариантов с приведенными решениями из УМК (учебные пособия), а также применением специальных средств обучения.

6. Поиск специальных дидактических процедур усвоения, выбор организационных форм, методов, средств индивидуальной и коллективной учебной деятельности позволил нам выявить, что оптимальной методической формой для организации познавательной деятельности студентов при изучении выделенного раздела высшей математики является работа в командах. Это обусловлено тем, что времени на изучение раздела «Элементы векторной алгебры» учебной программой отводится очень мало, порядка 8–10 часов аудиторных занятий. При этом усвоить предстоит большой по объему и важный для овладения дальнейших тем самой математики и других дисциплин материал.

В связи с этим вся группа разбивается на 5–6 команд по 5 человек, с учетом возможностей студентов. Каждая группа получает варианты для самостоятельной подготовки. В процессе организации всех практических занятий по векторной алгебре группы сохраняются и работают по своему варианту, но с одной особенностью: на каждой из трех пар практических занятий, отведенных на эту тему, от группы отчитывается один студент, выбранный преподавателем, и по его докладу оценивается результат всей группы.

Таким образом, создается предпосылка для выполнения заданий всем коллективом, более сильные студенты объясняют материал более слабым. Активизируется самостоятельная познавательная деятельность студентов, она проектируется на основе УМК (учебные пособия), в котором содержится достаточное количество обучающих задач, способствующих выполнению заданий команды. Более того, в процессе практических занятий используются специальные средства, оптимизирующие самостоятельную работу и познавательную деятельность студентов в целом.

Работа в малых группах дает следующие преимущества: студенты с разным уровнем подготовки имеют возможность реализовать себя, формируются навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общий взгляд, разрешать возникающие расхождение мнений). Выбранная организационная форма способствует формированию у студентов таких академических компетенций, как способность генерировать новые идеи, овладевать навыками устной и письменной коммуникации, уметь работать с учебной, справочной и научной литературой. Существенное влияние эта форма оказывает на формирование многих социально-личностных компетенций.

Работу в малых группах следует применять в том случае, если есть возможность учесть следующие параметры: дефицит аудиторного времени; стабильность состава; наличие необходимых знаний и умений в созданной малой группе для решения поставленной задачи; разнородность и креативность интеллектуального уровня студентов, входящих в группу; способность студентов к самоконтролю; способность группы к самостоятельной подготовке к занятию.

7. Оргуправленческая деятельность преподавателя и педагогическое взаимодействие с обучающимися на уровне субъект-субъектных отношений на практических занятиях в данном модуле носит, в основном, консультационный, направляющий, рекомендательный, координирующий, регламентирующий, контролирующий характер.

8. Контрольно-корректирующая деятельность преподавателя, выбор процедур контроля и измерения качества усвоения программы обучения, а также способов индивидуальной коррекции учебной деятельности осуществляется в соответствии с этапами, спроектированными в структурном элементе «Систематический контроль знаний». При этом предполагается написание контрольной работы по изученной теме. Итоговая оценка каждого студента на выходе из модуля определяется с помощью среднеарифметического между оценкой группы и результатом контрольной работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Л

Условия для фонда профессионально ориентированных заданий экологического, химико-технологического характера

1. Установить, при каком количестве изменяющегося исходного вещества *A* скорость образования продукта реакции начнет убывать, если известно, что скорость автокалитической реакции описывается уравнением $\nu = k\left(a_0 - x\right)^n \left(b_0 + x\right)^m$. (Выполнить решение задачи в Maple.)

2. Определить концентрацию ионов Ag+ в 0,01 М в растворе аммиачного комплекса $\left[\mathrm{Ag}\left(\mathrm{NH_3}\right)_2\right]^+$, характеризующегося константой нестойкости $K = 6{,}8 \cdot 10^{-8}$.

3. Рассчитать pH среды, при котором скорость реакции

$$\left(\mathrm{CH_3}\right)_2\mathrm{COH{+}RNH_2} \rightleftarrows \left(\mathrm{CH_3}\right)_2\mathrm{C}\left(\mathrm{OH}\right)\mathrm{NH_2R}$$

будет наибольшей, при условии что константы основности ацетона и первичного амина соответственно равны $K_B^{'} = 10^{-14}, K_B = 10^{-11}.$ Определить также, во сколько раз скорость реакции будет меньше при pH = 0 и при pH = 7 по сравнению с pH для случая максимальной скорости реакции. (Выполнить решение задачи в Mathcad или Maple.)

4. Из цистерны, содержащей 50 м^3 жидких отходов, отливают 10 м^3, а затем в цистерну вливают 10 м^3 чистой воды. Перемешав все это, из нее отливают 10 м^3 смеси, затем опять вливают 10 м^3 воды. Повторяют процедуру еще раз. Сколько в цистерне после этого останется жидких отходов?

5. Измеренная концентрация диоксида серы в атмосферном воздухе составила 330 мкг/м^3 при 1 атм и температуре 25 °С. Превышает ли это значение допустимую объемную концентрацию $S0_2$ в воздухе, равную $1{,}4 \cdot 10^{-5}$%?

6. В текущий поток мощностью $Q_s = 25$ м^3/с вливается загрязненный приток мощностью $Q_w = 5$ м^3/с. Концентрация загрязнителя в потоке C_S достигает 20 мг/л, а в притоке $C_w = 60$ мг/л. Предполагая полное перемешивание двух потоков, найти концентрацию загрязнителя в смешанном потоке.

7. В реку мощностью потока 25 м^3/с и с содержанием солей 400 мг/л впадают сельскохозяйственные сточные воды с мощностью потока 5 м^3/с и с содержанием солей 2 г/л. Соли быстро становятся равномерно распределенными по реке. Воду на нужды населения берут из реки ниже по течению и смешивают с чистой. При этом концентрация солей в смеси не превышает 500 мг/л. Каково должно быть соотношение чистой и речной воды?

8. В водоем объемом $V = 0{,}01$ км^3 вливается поток мощностью 5 м^3/с и концентрацией загрязнителя 10 мг/л. Имеется также канал сточных вод, который выбрасывает в водоем поток того же загрязнителя, при этом мощность потока составляет 0,5 м^3/с, а концентрация загрязнителя равна 100 мг/л.

9. Коэффициент скорости реакции k загрязнителя равен 0,2 сут$^{-1}$. Предполагая отсутствие испарения, найти стационарную концентрацию загрязнителя.

10. Нужно выкопать искусственный водоем, необходимый для сбора потока воды мощностью 0,1 м^3/с и концентрацией неконсервативного загрязнителя 30 мг/л при скорости реакции 0,2 сут$^{-1}$. Каким должен быть объем водоема, если на выходе из него концентрация загрязнителя равна 10 мг/л?

11. Поток воды мощностью 4 млн л воды в сутки, содержащий химический загрязнитель концентрацией 40 мг/л, проходит через систему из двух последовательно расположенных водоемов. Объем первого водоема 10 млн л, второго 20 млн. Предполагая полное перемешивание и отсутствие испарения, определить концентрацию загрязнителя на выходе из второго водоема, если скорость распада равна 0,4 сут$^{-1}$.

12. Внутри бара объемом 500 м^3 находятся 50 курильщиков, каждый из которых выкуривает две сигареты в час. Одна сигарета, помимо прочего, выпускает 1,4 мг формальдегида (HCHO). Формальдегид превращается в двуокись углерода, причем коэффициент скорости реакции $k = 0{,}4$ ч$^{-1}$. Потоки свежего воздуха, поступающего в помещение, и отводимого задымленного воздуха имеют одинаковую мощность 1000 м^3/ч. Оценить стационарную концентрацию формальдегида в воздухе.

13. Бар имеет объем 500 м^3. Потоки свежего воздуха, поступающего в помещение, и отводимого задымленного воздуха имеют одинаковую мощность 1000 м^3/ч. Предположим, что в момент открытия в 17 ч воздух в баре чист. Чему будет равна концентрация формальдегида в воздухе в 18 ч?

14. Рассмотрим водоем объемом $V = 0{,}01$ км^3. Коэффициент скорости реакции k загрязнителя равен 0,2 сут$^{-1}$. Предположим, что состояние водоема признано неприемлемым и решено отвести сточный канал от водоема, исключив этот источник загрязнения. Найти величину концентрации загрязнителя в водоеме спустя неделю после отвода сточного канала и новое значение стационарной концентрации.

15. Представим воздушное пространство города в виде прямоугольной камеры со сторонами 20 км и высотой 200 м. Чистый воздух приносится в камеру ветром, дующим вдоль одной из сторон, со скоростью 5 м/с. Мощность потока загрязнителя, для которого коэффициент скорости реакции $k = 0{,}1$ ч$^{-1}$, равна 8 кг/с. Найти стационарную концентрацию загрязнителя в воздушном пространстве города.

16. На поверхности металлических деталей, обрабатываемых в гальванической ванне, остаются натеки электролита, которые необходимо смывать. Концентрация металла в натеках составляет 10%, а после промывки она должна быть снижена до 10 ед./млн. Объем натеков составляет 1 л/ч. Определить расход воды на промывку деталей для одно- и трехступенчатой систем с подачей равных объемов воды на каждой ступени промывки.

17. В результате вулканической деятельности образовалось 300 м^3 сероводорода при нормальных условиях ($\rho = 1{,}539 \cdot 10^{-3}$ г/см^3), который полностью растворился в соседнем пруду объемом $5 \cdot 10^6$ м^3. Можно ли эту воду использовать для хозяйственных нужд, если ПДК сероводорода равен 0,05 мг/л?

ПРИЛОЖЕНИЕ М

Векторный анализ в системах компьютерной алгебры (СКА) Maple и Mathcad

Maple – программный пакет, система компьютерной алгебры. Является продуктом компании Waterloo Maple Inc., которая с 1984 г. выпускает программные продукты, ориентированные на сложные математические вычисления, визуализацию данных и моделирование.

Система Maple предназначена для символьных вычислений, хотя имеет ряд средств и для численного решения дифференциальных уравнений и нахождения интегралов. Обладает развитыми графическими средствами. Имеет собственный язык программирования, напоминающий Паскаль.

Графические возможности современных СКА позволяют достигать заметных упрощений при решении сложных физических, химических и технологических задач. Сочетание традиционных подходов к решению задач с визуализацией подготовительных, промежуточных и результирующих этапов анализа дает студенту дополнительную информацию, способствующую снижению априорной неопределенности и достижению обоснованных результатов. СКА Maple эффективно применяются в научных исследованиях с использованием математического моделирования.

В представленном учебно-методическом комплексе мы рассмотрим вычисление задач векторного анализа. Рассмотрим действия тех команд, которые могут понадобиться при решении компьютерных задач данного модуля.

Написание стандартных математических функций:

Математическая запись	Запись в Maple
e^x	exp(x)
$\ln x$	ln(x)
$\lg x$	lg(x)
$\log_a x$	log[a](x)
$\sqrt{x}$	sqrt(x)
$\lvert x\rvert$	abs(x)
$\sin x$	sin(x)
$\cos x$	cos(x)
tgx	tan(x)
ctgx	cot(x)
$\arcsin x$	arcsin(x)
$\arccos x$	arccos(x)
arctgx	arctan(x)

> **with(linalg);** обязательное подключение библиотеки, содержащей более 100 команд для решения задач указанного модуля.

Ниже указано назначение функций пакета linalg. Рассмотрим некоторые из них:

angle – вычисляет угол между векторами;

curl – вычисляет ротор вектора;

diverge – вычисляет дивергенцию векторной функции;

grad – градиент векторного выражения;

jacobian – вычисляет якобиан векторной функции;

> **with(plots):** обязательное подключение библиотеки для построения графиков и поверхностей для решения задач указанного модуля.

Для построения графика функции, заданной явно, используется команды

Cylinderplot – построение графика поверхности в цилиндрических координатах;

densityplot – построение двумерного графика плотности;

display – построение графика для списка графических объектов;

display3d – построение графика для списка трехмерных графических объектов;

fieldplot – построение графика двумерного векторного поля;

fieldplot3d – построение графика трехмерного векторного поля;

gradplot – построение графика двумерного векторного поля градиента;

gradplot3d – построение графика трехмерного векторного поля градиента;

implicitplot – построение двумерного графика неявной функции;

implicitplot3d – построение трехмерного графика неявной функции;

polarplot – построение графика двумерной кривой в полярной системе координат;

polygonplot – построение графика одного или нескольких многоугольников;

polygonplot3d – построение одного или нескольких многоугольников;

polyhedraplot – построение трехмерного многогранника;

sphereplot – построение графика трехмерной поверхности в сферических координатах.

К часто используемым параметрам команд построения графиков функций или поверхностей относится light=[angl1, angl2, c1, c2, c3] – задание подсветки поверхности, создаваемой источником света из точки со сферическими координатами (angl1, angl2). Цвет определяется долями красного (c1), зеленого (c2) и синего (c3) цветов, которые находятся в интервале [0,1]. Параметр style=opt задает стиль рисунка: POINT –точки, LINE – линии, HIDDEN – сетка с удалением невидимых линий, PATCH – заполнитель (установлен по умолчанию), WIREFRAME – сетка с выводом невидимых линий, CONTOUR – линии уровня, PATCHCONTOUR – заполнитель и линии уровня. Параметр shading=opt задает функцию интенсивности заполнителя, его значение равно xyz – по умолчанию, NONE – без раскраски.

> **with (student)** обязательное подключение библиотеки для решения интегралов из задач указанного модуля.

Все примеры, рассмотренные нами во вкладках, представленных ниже, снабжены подсказками, объясняющими необходимые функции, и пояснениями для решения заданий. При необходимости вы можете воспользоваться нашими примерами, просто введите свои данные в предложенные нами операторы. Нужно помнить, что в выбранной программе очень важное место занимают операторы «:» – присвоить, «;» – окончание предложения.

При решении задач по указанной теме с помощью систем компьютерной алгебры рекомендуется разбиение задач на подзадачи или создание блок-схемы. Рассмотрим необходимые для этого методические действия.

Пример М.1

Найти поток векторного поля

$\bar{a}=(3y+2x)\bar{i}+\left(3x^3+2y-z\right)\bar{j}+\left(z^2-3y\right)\bar{k}$ через замкнутую поверхность $(\sigma): x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{4}z-1=0, x=0, y=0, z=0$, где $\bar{n}$ – внешняя нормаль к поверхности (σ).

Решение.

Графическая схема решения приведена на рисунке М.1.

Обращаем Ваше внимание, что компьютерные математические пакеты могут быть полезны для выполнения пп. 1, 2 и 5, а пп. 3 и 4 выполняет пользователь.

Рассмотрим реализацию заданного примера в Maple.

Выполним построение указанной поверхности. В выбранном к применению пакете введем необходимую для этого функцию «Implicitplot3d».

$$> implicitplot3d\left(x-\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1, x=0..1, y=-3..0, z=0..4\right);$$

Найти поток векторного поля

$$\bar{a} = (3y + 2x)\bar{i} + \left(3x^3 + 2y - z\right)\bar{j} + \left(z^2 - 3y\right)\bar{k}$$

через замкнутую поверхность

$$(\sigma): x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z - 1 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$$

(нормаль внешняя).

↓

1.Изобразить поверхность

↓

2. Вычислить **дивергенцию**

↓

3. Выбрать систему координат для расстановки пределов интегрирования

↓

4.Расставить пределы интегрирования

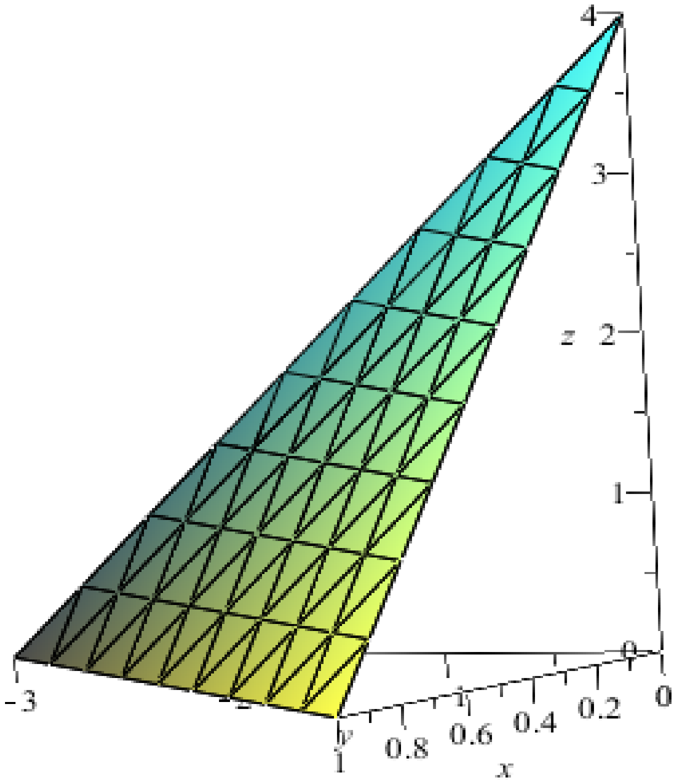
↓

5.Вычислить поток

↓

Записать ответ

Рисунок М.1. – Графическая схема решения задачи



Заметим, что представленное выше изображение не дает нам достаточного представления о поверхности, поэтому усовершенствуем изображение, введя дополнительные параметры:

*arrow(**[координаты начала вектора],[координаты конца вектора], ширина стрелки, ширина головы стрелки, высота головки стрелки как отношение длины тела, (по желанию) форма стрелки: either harpoon, arrow, double_arrow, or cylindrical_arrow, (по желанию) цвет {например: color=BLUE}**).*

polygon([[координаты вектора{x1, y1, z1}], [x2, y2, z2], ..., [xn, yn, zn]], options)

display(**один или несколько графиков для построения**, options)

Введем обозначения

$$P1 := x - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1; P2 := x = 0; P3 := y = 0; P4 := z = 0$$

Напомним. $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ – уравнение плоскости в отрезках. Следовательно, при построении плоскости на оси OX мы отметим точку $A(1,0,0)$, на оси OY – точку $B(0,-3,0)$, на оси OZ – точку $C(0,0,4)$.

Нарисуем поверхность и область пространства, ею ограниченного. Для этого запишем на языке системы "Maple" ее уравнение. Наша поверхность образована частями четырех плоскостей (поверхность пирамиды)

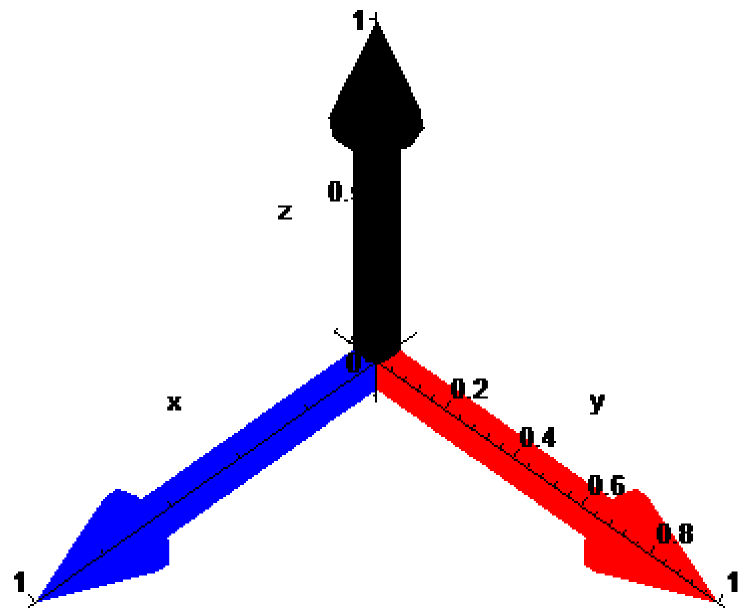
> $P1 := x - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1;\ P2 := x = 0;\ P3 := y = 0;\ P4 := z = 0$

Задаем напрвляющие векторы декартовой системы координат

```
> i:=arrow([0,0,0], [1,0,0],.1,.2,.3,cylindrical_arrow, color=BLUE):#02,.07,.2
> j:=arrow([0,0,0], [0,1,0],.1,.2,.3,cylindrical_arrow, color=RED):
> k:=arrow([0,0,0], [0,0,1],.1,.2,.3,cylindrical_arrow, color=BLACK):#color=GREEN
```

Проверим "картинку"

```
> plots[display]([i,j,k],axes=normal,style=patchnogrid,labels=[x,y,z],
,scaling=constrained,tickmarks=[2,4,3]);
```



Вычисляем координаты вершин пирамиды

```
> B:=solve({P1,P2,P3},{x,y,z});A1:=vector([rhs(B[1]),
rhs(B[2]),rhs(B[3])]);
```

$B := \{x = 0, y = 0, z = 4\}$

$A1 := [0, 0, 4]$

```
> B:=solve({P1,P2,P4},{x,y,z}):A2:=vector([rhs(B[1]),
rhs(B[2]),rhs(B[3])]);
```

$A2 := [0, -3, 0]$

```
> B:=solve({P1,P3,P4},{x,y,z}):A3:=vector([rhs(B[1]),
rhs(B[2]),rhs(B[3])]);
```

$A3 := [1, 0, 0]$

```
> B:=solve({P2,P3,P4},{x,y,z}):A4:=vector([rhs(B[1]),
rhs(B[2]),rhs(B[3])]);
```

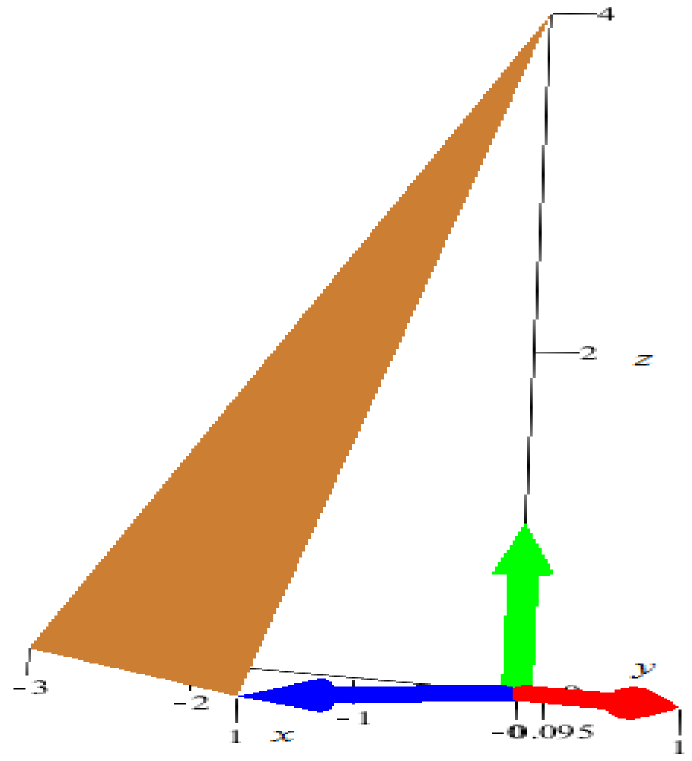
$A4 := [0, 0, 0]$

Грань A1-A2-A3:

> $H123 := [[A1_1, A1_2, A1_3], [A2_1, A2_2, A2_3], [A3_1, A3_2, A3_3]]$

> $N123 := \text{polygon}(H123, color = GOLD)$

> $plots_{display}([i, j, k, N123], axes = normal, style = patchnogrid, labels = [x, y, z], scaling = constrained, tickmarks = [2, 4, 3])$

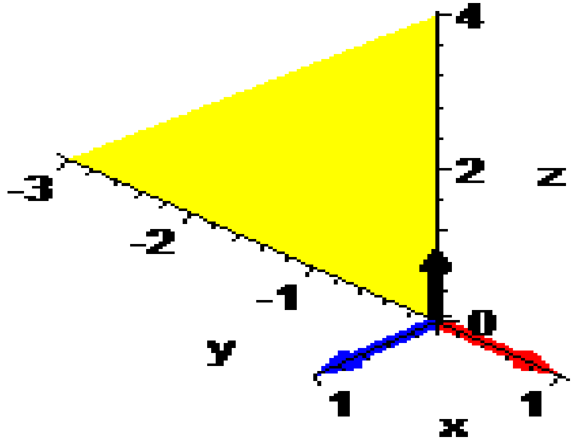


Грань A1-A2-A4:

> $H124 := [[A1_1, A1_2, A1_3], [A2_1, A2_2, A2_3], [A4_1, A4_2, A4_3]]$

> $N124 := \text{polygon}(H124, color = YELLOW)$

> $plots_{display}([i, j, k, N124], axes = normal, style = patchnogrid, labels = [x, y, z], scaling = constrained, tickmarks = [2, 4, 3])$

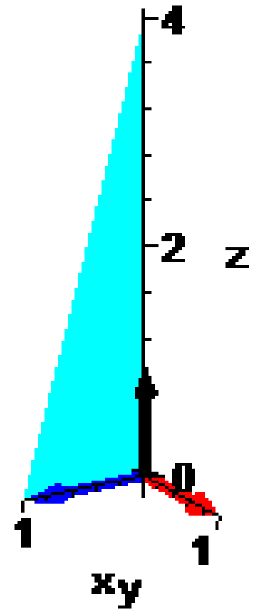


Грань A1-A3-A4:

> $H134 := [[A1_1, A1_2, A1_3], [A3_1, A3_2, A3_3], [A4_1, A4_2, A4_3]]$

> $N134 := \text{polygon}(H134, color = CYAN)$

> $plots_{display}([i, j, k, N134], axes = normal, style = patchnogrid, labels = [x, y, z], scaling = constrained, tickmarks = [2, 4, 3])$



[Грань A2-A3-A4:

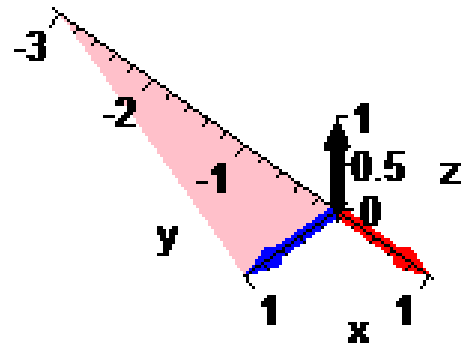
> $H234 := [[A2_1, A2_2, A2_3], [A3_1, A3_2, A3_3], [A4_1, A4_2, A4_3]]$

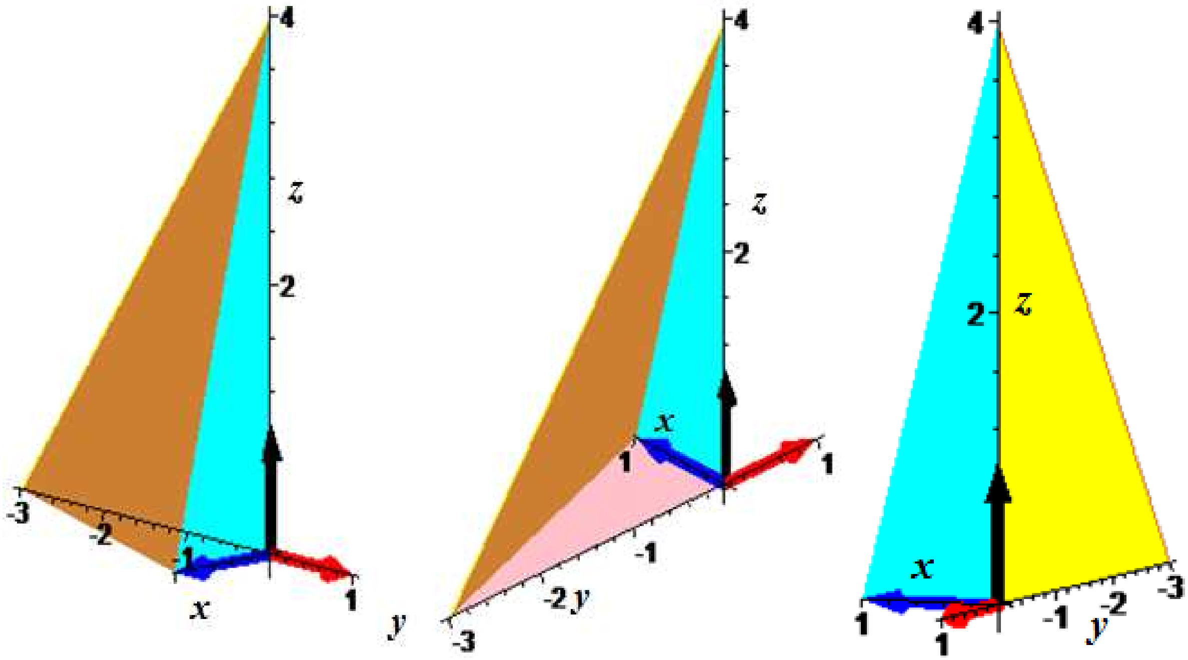
> $N234 :=$ polygon$(H234, color = PINK)$

> $plots_{display}([i, j, k, N234], axes = normal, style = patchnogrid, labels = [x, y, z],$
$scaling = constrained, tickmarks = [2, 4, 3])$

[Окончательно вид поверхности

> $plots_{display}([i, j, k, N123, N124, N134, N234], axes = normal, style = patchnogrid,$
$labels = [x, y, z], scaling = constrained, tickmarks = [2, 4, 3])$





Продемонстрируем вычисление дивергенции векторного поля $\overline{a} = (3y + 2x)\overline{i} + (3x^3 + 2y - z)\overline{j} + (z^2 - 3y)\overline{k}$:

$$> \ a := vector([3 \cdot y + 2 \cdot x, 3 \cdot x^3 + 2y - z, z^2 - 3 \cdot y]) : v := vector([x, y, z]) :$$

$$> \ h := diverge(a, v);$$

$$h := 4 + 2z$$

Вводятся координаты вектора $\overline{a}$ в соответствии с записью математических функций Maple

$$> \ G := Tripleint\left(h, z = 0..4 \cdot \left(1 - x + \frac{y}{3}\right), y = 0..3(x - 1), x = 0..1\right);$$

$$G := \int_0^1 \int_0^{3x-3} \int_0^{4 - 4x + \frac{4}{3}y} (4 + 2z) \, dz \, dy \, dx$$

h- дивергенция, вычисленная на предыдущем шаге

Вычисление интеграла

> $G := value(\%);$

$$G := -12$$

> $evalf(G);$

$$-12.$$

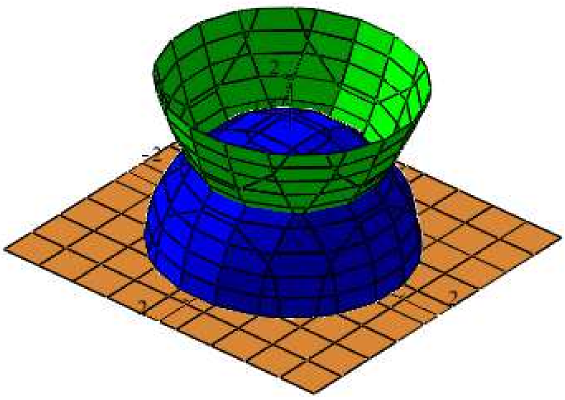
Численное значение интеграла

Пример М.2. Найти поток векторного поля $\overline{a} = (x+1)\overline{i} + (z+1)\overline{j}$ через замкнутую поверхность $(\sigma): x^2 + y^2 + z^2 = 2,\ \ z \le x^2 + y^2,\ \ z \ge 0$ по формуле Остроградского–Гаусса.

Решение

1. Выполним построение заданной фигуры:

> $implicitplot3d\left(\left[x^2 + y^2 + z^2 = 2, z = x^2 + y^2, z = 0\right], x = -2 ..2, y = -2 ..2, z = 0 ..2,\right.$
> $\left. color = [blue, green, gold], scaling = constrained, axes = normal, lightmodel = 'light3'\right);$

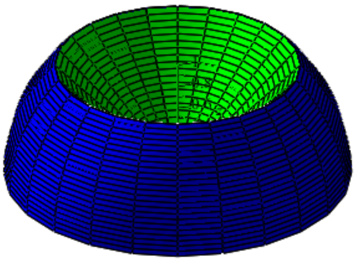


Представленный чертеж недостаточно информирует нас о фигуре, полученной пересечением поверхностей, поэтому усовершенствуем ее изображение с помощью функций:

sphereplot(уравнение графика, theta=диапазон, phi=диапазон, options)
cylinderplot(уравнение графика, theta=диапазон, z=диапазон, options)

```
> S1 := sphereplot(sqrt(2), theta = 0 ..2·Pi, phi = Pi/4 ..Pi/2, color = blue, scaling
     = constrained, axes = normal) :
  S2 := cylinderplot(z, theta = 0 ..2· Pi, z = 0 ..1, color = green) :
```

```
#S3:=cylinder([0,0,0],1,0.001,style=patch,color=blue):
#S4:=cylinder([0,0,0],1/sqrt(2),-0.01,style=patchnogrid,color=green):
plots[display]([S1, S2], orientation = [165, 61], lightmodel = 'light3');
```



2. Вычислим дивергенцию заданного поля. Для этого введем координаты поля $\overline{a}$ и вычислим дивергенцию:

$\overline{a}$:=vector([координата вектора *x*, координата вектора *y*, координата вектора *z*]):v:= vector([x, y, z]):

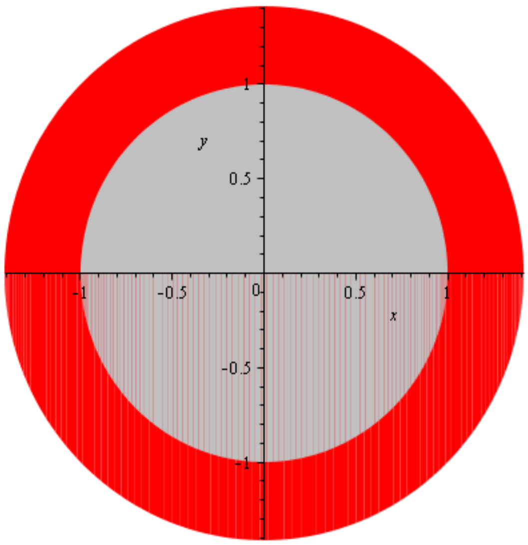
h:= diverge(a, v);# вычисление дивергенции

```
> restart : with(linalg) :
> a := vector([x + 1, z + 1, 0]) : v := vector([x, y, z]) :
> h := diverge(a, v);
```

$$h := 1$$

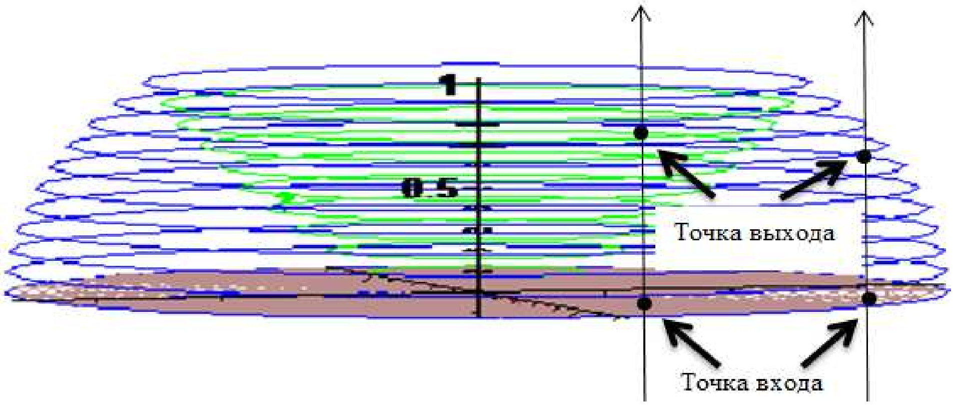
3. Выполним построение проекции полученной фигуры на плоскость *XOY*:

```
> C1 := plot([sqrt(2)·sin(x), sqrt(2)·cos(x), x = 0 ..2 * Pi], color = red, filled = true) :
C2 := plot([sin(x), cos(x), x = 0 ..2 * Pi], color = grey, filled = true) :
plots[display]([C2, C1], scaling = constrained, labels = [x, y]);
```



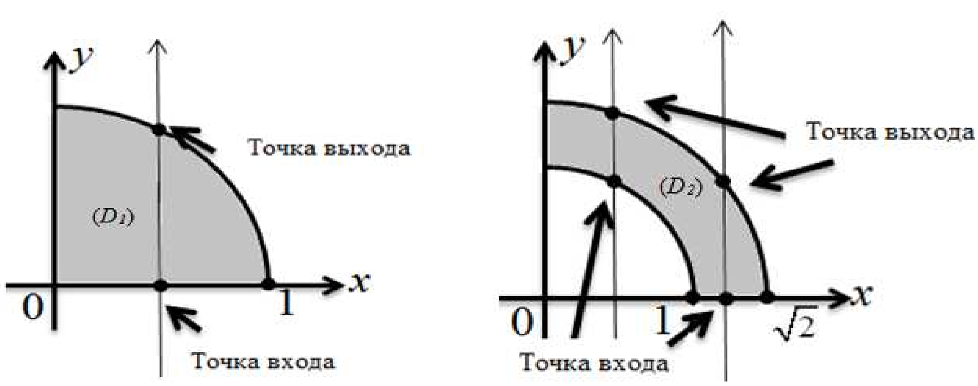
4. Воспользуемся формулой для вычисления потока поля через заданную поверхность. Поскольку $h=1$, то вычисляя поток с помощью формулы Остроградского–Гаусса, получим $\varPi = \iiint\limits_{(V)} dxdydz$. Полученный тройной интеграл $\iiint\limits_{(V)} dxdydz$ выражает объем тела, ограниченного заданной замкнутой поверхностью. В силу симметрии тела относительно начала координат, $\varPi = 4\cdot \iiint\limits_{(V_1)} dxdydz$, где (V_1) – часть тела, расположенного в первом октанте.

Приступим к расстановке пределов интегрирования. Полученное изображение показывает, что имеем область с неоднозначно заданным выходом, который математически описывается двумя различными функциями, поэтому обратим внимание, на необходимость разбиения области интегрирования на части так, чтобы однозначно был задан вход в область и выход из нее.



$$\varPi = 4\cdot \iiint\limits_{(V_1)} dxdydz = 4\cdot\left(\iint\limits_{(D_1)} dxdy \int\limits_0^{x^2+y^2} dz + \iint\limits_{(D_2)} dxdy \int\limits_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} dz\right) =$$

Выполним построение областей (D_1) и (D_2). В случае области (D_2) в процессе расстановки пределов интегрирования возникает необходимость разбиения ее на части, т.к. имеем неоднозначно заданный вход, который также математически описывается двумя различными функциями.



$$=4\left(\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_0^{x^2+y^2}dz+\left(\int\limits_0^1 dx\int\limits_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}}dy\int\limits_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}}dz+\int\limits_1^{\sqrt{2}}dx\int\limits_0^{\sqrt{2-x^2}}dy\int\limits_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}}dz\right)\right).$$

5. Вычислим интересующий нас поток. В выбранном к применению пакете Maple введем необходимую для этого функцию «*MultiInt*» (подынтегральная функция, пределы по внутреннему интегралу (z)=нижний предел..верхний предел, (y)=нижний предел..верхний предел, (x)=нижний предел..верхний предел);).

```
> with(Student[MultivariateCalculus]) :
> G := MultiInt(h, z = 0 ..x^2 + y^2, y = 0 ..sqrt(1 - x^2), x = 0 ..1, output = integral);
```

$$G := \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{x^2+y^2} 1\, dz\, dy\, dx$$

```
> T := MultiInt(h, z = 0 ..sqrt(2 - x^2 - y^2), y = sqrt(1 - x^2) ..sqrt(2 - x^2), x = 0 ..1,
    output = integral);
```

$$T := \int_0^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} 1\, dz\, dy\, dx$$

```
> N := MultiInt(h, z = 0 ..sqrt(2 - x^2 - y^2), y = 0 ..sqrt(2 - x^2), x = 1 ..sqrt(2),
    output = integral);
```

$$N := \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} 1\, dz\, dy\, dx$$

С помощью функций «*value(%)*» или «*evalf()*»найдем значение вычисленного интеграла.

```
> evalf(4·(G + N + T));
```

$$3.665191429$$

Замечание. Для студентов, которым представляется что введение интегралов в СКА Maple сложно, можно продемонстрировать альтернативное вычисление потока в СКА Mathcad. Поэтому приведем вычисление $\Pi = 4 \cdot \iiint\limits_{(V_1)} dxdydz$ и в математическом пакете Mathcad.

$$\Pi := 4\cdot\left[\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_0^{x^2+y^2} 1\,dz\,dy\,dx + \left(\int_0^1\int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}}\int_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} 1\,dz\,dy\,dx + \right.\right.$$

$$+\int_1^{\sqrt{2}}\int_0^{\sqrt{2-x^2}}\int_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} 1\,dz\,dy\,dx\Bigg)\Bigg].$$

$\Pi = 3.665$

Таким образом, получено численное значение искомого потока.

Ответ: 3.665.

Более подробно применение СКА Mathcad в теории векторного анализа будет представлено ниже.

Продемонстрируем возможности СКА Maple для вычисдения других важных числовых и векторных характеристик, имеющихся в арсенале математического аппарата векторного анализа.

Пример М.3

Найти угол между градиентами полей

$W = x^3 + y^3 - 2z^3$, $U = x^2 - y^2 + z^2$ в точке $M(1,-1,1)$.

Решение.

Алгоритм

```
> restart;# Очистим память Maple
> with(linalg) :# Подключим математические пакеты,
     необходимые для работы
> w := x^3 +y^3 − 2· z^3; #введем данные первого поля w
```

$$w := x^3 + y^3 - 2z^3$$

```
> W := grad(w, [x, y, z]);# вычислим градиент поля w
```

$$W := \begin{bmatrix} 3x^2 & 3y^2 & -6z^2 \end{bmatrix}$$

```
> W[1]; W[2]; W[3];
     # разобьем градиент поля w на отдельные координаты
```

$$3x^2$$

$$3y^2$$

$$-6z^2$$

```
> u := x^2 −y^2 + z^2;#введем данные второго поля u
```

$$u := x^2 - y^2 + z^2$$

```
> U := grad(u, [x, y, z]);# вычислим градиент поля u
                         U := [ 2x  -2y  2z ]
> x := 1 : y := -1 : z := 1 :# введем координаты заданной точки
> W[1]; W[2]; W[3];
     # вычислим значения градиента  поля w в заданной точке
                         3
                         3
                        -6
> U[1]; U[2]; U[3];
     # вычислим  значения градиента поля u в заданной точке
                         2
                         2
                         2
> F := vector([W[1], W[2], W[3]]) : v := vector([x, y, z]) :
     # запишем значение градиента поля w в заданной точке
> G := vector([U[1], U[2], U[3]]) : v := vector([x, y, z]) :
     # запишем значение градиента поля u в заданной точке
> phi = angle(F, G);#вычислим угол между градиентами полей u, w
```

$$\phi = \frac{1}{2}\pi$$

```
> evalf(angle(F, G));
     # вычислим приближенное численное значение угла
                    1.570796327
```

Таким образом, получено численное значение искомого угла.
Ответ: 1.570796327.

Пример М.4. Найти циркуляцию векторного поля
$\overline{a} = x\overline{i} + (y+1)\overline{j} + z\overline{k}$

через замкнутую кривую $(L): \frac{x}{2} - y + \frac{z}{2} = 1$. Воспользоваться определением циркуляции.

Решение.

1. Подключим пакеты, необходимые для работы.

```
> restart;
> with(plots); with(plottools); plots(fieldplot3d); plots(display);
[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal,
  conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display,
```

dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]

[*arc, arrow, circle, cone, cuboid, curve, cutin, cutout, cylinder, disk, dodecahedron, ellipse, ellipticArc, hemisphere, hexahedron, homothety, hyperbola, icosahedron, line, octahedron, parallelepiped, pieslice, point, polygon, project, rectangle, reflect, rotate, scale, semitorus, sphere, stellate, tetrahedron, torus, transform, translate*]

Введем функцию (*L*):

```
> L := x/2 - y + z/2 = 1;
```

$$L := \frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 1$$

Выполним построение заданной кривой, применяя функции, описанные выше.

```
> pol := [[solve(subs(y = 0, z = 0, L), x), 0, 0], [0, solve(subs(x = 0, z = 0, L),
    y), 0], [0, 0, solve(subs(x = 0, y = 0, L), z)]] :
  poly := polygon(pol, color = gray) :

> i := arrow( [0, 0, 0], [1, 0, 0], .1, .2, .3, cylindrical_arrow, color = red) :
> j := arrow( [0, 0, 0], [0, 1, 0], .1, .2, .3, cylindrical_arrow, color = blue) :

> k := arrow( [0, 0, 0], [0, 0, 1], .1, .2, .3, cylindrical_arrow, color = gold) :
> a := fieldplot3d([x, y + 1, z], x = 0 ..1, y = -2 ..0, z = 0 ..3, arrows = SLIM, grid
    = [5, 7, 15]) :
> plots[display]([poly, a, i, j, k], axes = normal);
```

Для вычисления циркуляции, а значит, расстановки пределов интегрирования, нам необходимо разбиение указанной кривой на части, спроектированные на координатные плоскости *OXY*, *OXZ*, *OZY*. Выполним дополнительные построения.

```
> y(x) := x/2 - 1; z(y) := 2·(1 + y); z(x) := 2 - x;
```

$$y := x \rightarrow \frac{1}{2}x - 1$$

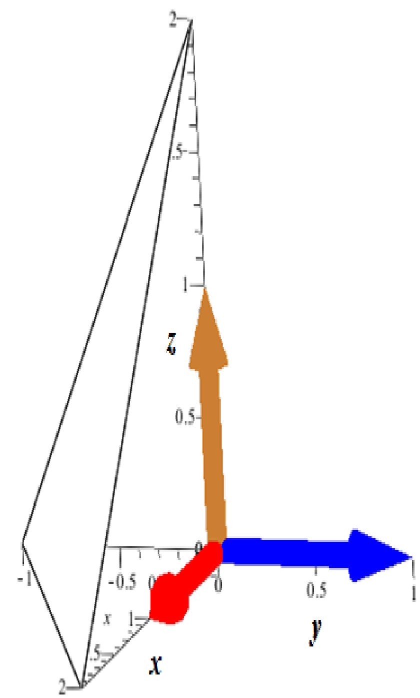
$$z := y \rightarrow 2y + 2$$

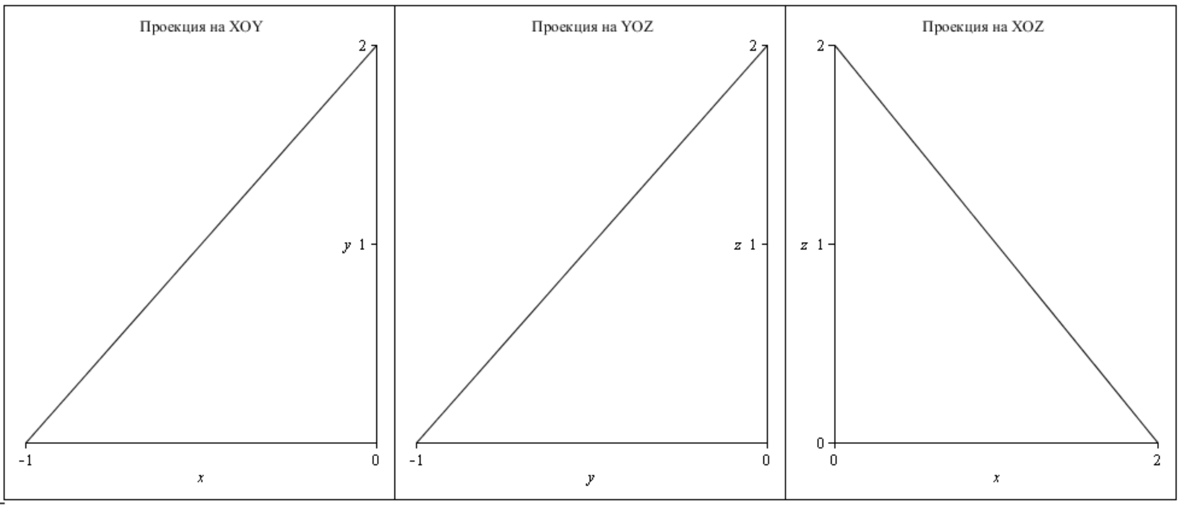
$$z := x \rightarrow 2 - x$$

```
> isolate(L, x);
```

$$x = 2y + 2 - z$$

```
> f := transform((x, y, z) → [x, y]) :
>
> XY := plots[display]([f(poly)], labels = [x, y], title = " Проекция на XOY",
      tickmarks = [2, 3]) :
>   f := transform((x, y, z) → [y, z]) :
>
> YZ := plots[display]([f(poly)], labels = [y, z], title = " Проекция на YOZ",
      tickmarks = [2, 3]) :
> f := transform((x, y, z) → [x, z]) :
>
> XZ := plots[display]([f(poly)], labels = [x, z], title = " Проекция на XOZ",
      tickmarks = [2, 3]) :
> display(array(1 ..3, [XY, YZ, XZ]));
```





Далее, согласно определению циркуляции, продолжим вычисление интегралов отдельно по каждой части.

> $with(student)$:

> $P = Int(x, x = 0\,..2) + Int\left(\frac{x}{4}, x = 0\,..2\right) + Int(0, x = 0\,..2);$

$$P = \int_0^2 x\,dx + \int_0^2 \frac{1}{4}x\,dx + \int_0^2 0\,dx$$

> $P = int(x, x = 0\,..2) + int\left(\frac{x}{4}, x = 0\,..2\right) + int(0, x = 0\,..2);$

$$P = \frac{5}{2}$$

> $G = Int(x, x = 2\,..0) + Int(-2 + x, x = 2\,..0) + Int(0, x = 2\,..0);$

$$G = \int_2^0 x\,dx + \int_2^0 (-2 + x)\,dx + \int_2^0 0\,dx$$

> $G = int(x, x = 2\,..0) + int(-2 + x, x = 2\,..0) + int(0, x = 2\,..0);$

$$G = 0$$

> $K = Int(y + 1, y = 0\,..-1) + Int(4 + 4y, y = 0\,..-1) + Int(0, y = 0\,..-1);$

$$K = \int_0^{-1} (1 + y)\,dy + \int_0^{-1} (4 + 4y)\,dy + \int_0^{-1} 0\,dy$$

> $K = int(y + 1, y = 0\,..-1) + int(4 + 4y, y = 0\,..-1) + int(0, y = 0\,..-1);$

$$K = -\frac{5}{2}$$

Таким образом, циркуляция равна $C = -\frac{5}{2} + 0 + \frac{5}{2} = 0$.

Ответ: 0.

Пример М.5

Проверить, являются ли поля

$\bar{h}=2xy^4\bar{i}+\left(4x^2y^3+3\right)\bar{j}$ и $\bar{a}=\left(2y^2+4x-z\right)\bar{i}+\left(4x^2+y+2z^2\right)\bar{j}+\left(z+3\right)\bar{k}$

потенциальными. В случае потенциальности найти их потенциалы. Вычислить роторы полей.

Решение.

```
> restart : with(linalg) :# подключим пакет по линейной алгебре
> a := [2·y^2 + 4·x − z, 4·x^2 + y + 2·z^2, z + 3]:
      # зададим векторное поле a
> potential(a, [x, y, z],'V'); # проверка поля на потенциальность
                              false
> print(V); #  вычислим потенциал поля a
                              V
> v := [x, y, z] :#зададим вектор v
> curl(a, v); #  вычислим ротор поля a
                        [ −4 z  −1  8 x − 4 y ]
```

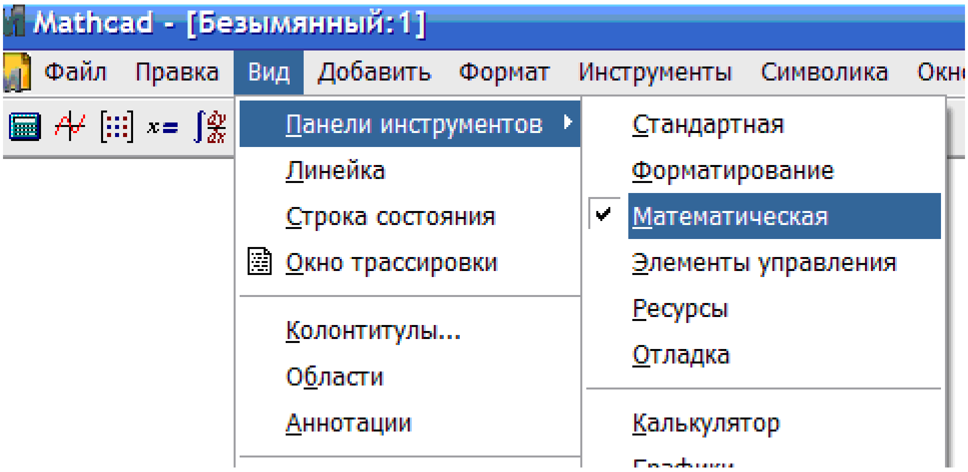
```
> restart : with(linalg) :# подключим пакет по линейной алгебре
> h := [2·x·y^4, 4·x^2·y^3 + 3, 0] : # зададим векторное поле h
> potential(h, [x, y, z],'V'); # проверка поля на потенциальность
                              true
> print(V); #  вычислим потенциал поля h
                           x^2 y^4 + 3 y
> v := [x, y, z] :#зададим вектор v
> curl(h, v); #  вычислим ротор поля h
                            [ 0  0  0 ]
```

Таким образом, векторное поле $\bar{a}$ не является потенциальным, его $\overline{rot\bar{a}}=-4z\bar{i}-\bar{j}+(8x-4y)\bar{k}$. Векторное поле $\bar{h}$ является потенциальным, его потенциал: x^2y^4+3y.

Рассмотрим один из наиболее популярных среди студентов технических специальностей математических пакетов – MathCAD.

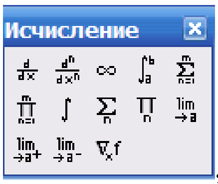
Чтобы начать работать с приложением вызовите панель **Calculus (вычисления).**

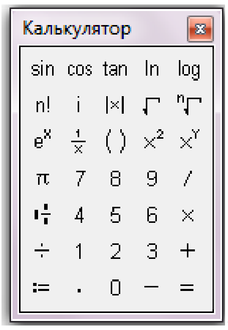
Выберите на панели вкладку ВИД → ПАНЕЛИ ИНСТРУМЕНТОВ → МАТЕМАТИЧЕСКАЯ.

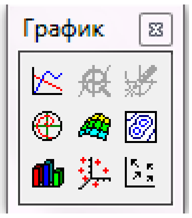


Далее появится панель 

. На данной вкладке вы выбираете панель «Математический анализ (Исчисление)»



, «Калькулятор» 

, «График» 

и продолжаете работу.

Рассмотрим несколько примеров по заданной тематике. Продемонстрируем вычисление задания в системе компьютерной алгебры Mathcad.

Пример М.6

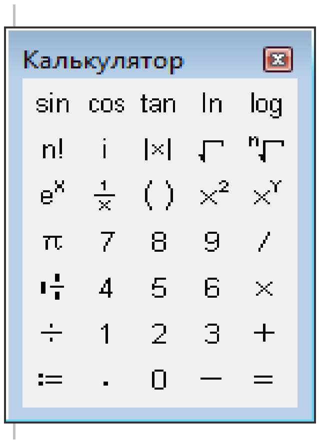
Используя поверхностный интеграл второго рода, вычислить поток векторного поля, если $\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$, поверхность (σ): часть параболоида $z = x^2 + y^2$, удовлетворяющая условию $z \le 1$, а $\bar{n}$ – внешняя нормаль к параболоиду.

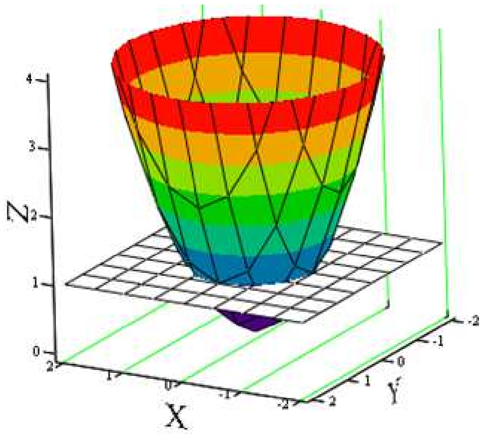
Решение.

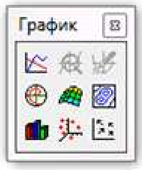
Изобразим поверхность (σ).

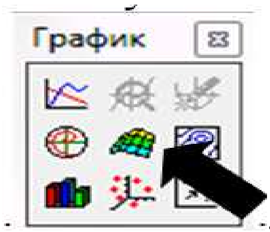
$z(x,y) := x^2 + y^2$ введем поверхность z(x,y)

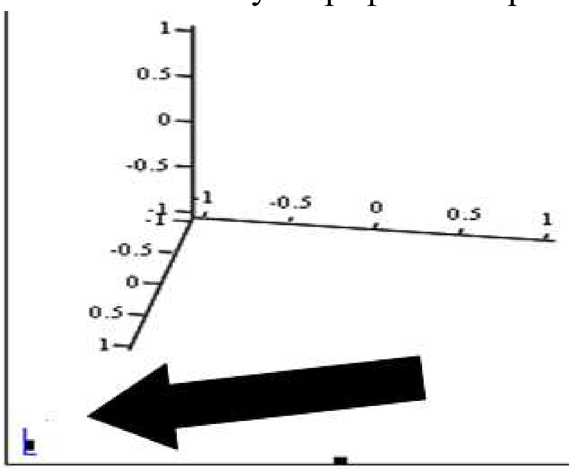
$h(x,y) := 1$ введем поверхность z_1(x,y)=h(x,y)



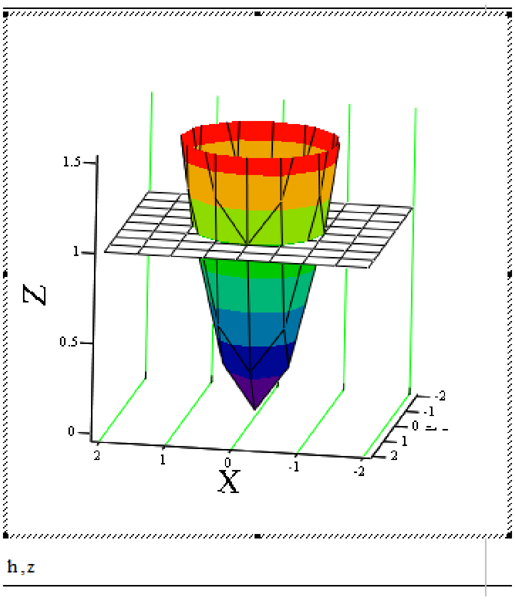




Для этого с помощью вкладки КАЛЬКУЛЯТОР введем функции *z* и *h*. Обратим внимание, что обязательно указывать, от каких переменных зависит та или иная функция. В нашем случае: *z*(*x*, *y*) и *h*(*x*, *y*). Далее на вкладке ГРАФИК следует нажать кнопку «График поверхности» ,

появляется блок 

В место указанное стрелочкой следует ввести свои поверхности через запятую (например: *z, h*) и щелкнуть клавишей мыши в любое свободное место вне блока с поверхностью.



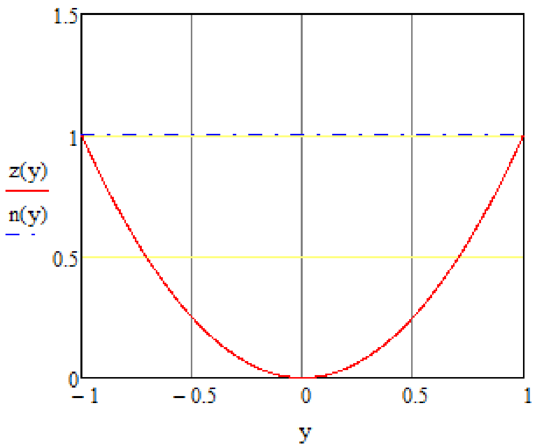
При желании можно вращать график поверхности, выбирая лучший ракурс, или изменить его масштаб.

Из геометрических соображений понятно, что единичная нормаль $\overline{n}$ (т.к. она – внешняя нормаль) образует тупой угол с осью *OZ*. Также ясно, что она образует острый угол с осью *OX* в тех точках, где $x \geq 0$, и тупой – в тех, где $x < 0$. Аналогично $\overline{n}$ образует острый (тупой угол) с осью *OY* в точках, где выполняется неравенство $y > 0 \left(y < 0 \right)$. Для вычисления потока векторного поля воспользуемся интегралом второго рода:

$$\Pi = \iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} dydz + dzdx + zdxdy =$$
$$\iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} dydz + \iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} dzdx + \iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} zdxdy .$$

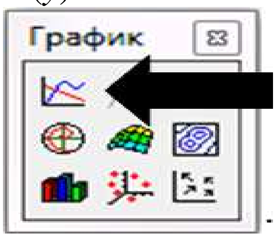
Вычислим каждый из трех интегралов отдельно. Для вычисления интеграла $\iint\limits_{(\sigma,\overline{n})} dydz$ разобьем поверхность (σ) на две части: (σ_1) и (σ_2) плоскостью *OZY* ((σ_1) отвечает той части параболоида, где $x \geq 0$, (σ_2) – той части параболоида, где $x < 0$). Необходимость разбиения продиктована, как уже отмечалось выше, тем фактором, что нормаль $\overline{n}$ на (σ_1) образует острый угол с осью *OX* (т.е. $\cos\alpha > 0$), а на (σ_2) – тупой. Проекцией (σ_1) и (σ_2) на плоскость *OZY* является одна и та же область D_{zy}, построенная на следующем рисунке.

$z(y) := y^2 \qquad n(y) := 1$

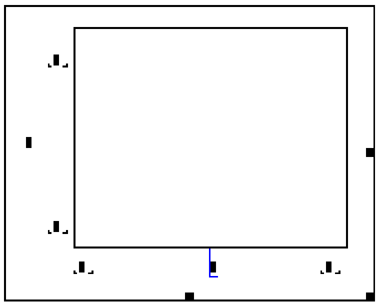


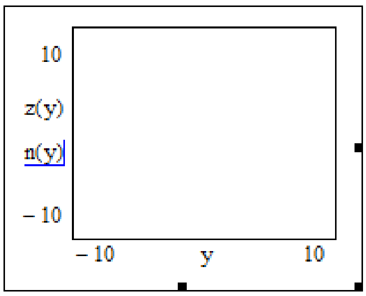
Построение названного графика осуществлялось следующим образом:

1. Ввели функции *z*(*y*) и *n*(*y*).

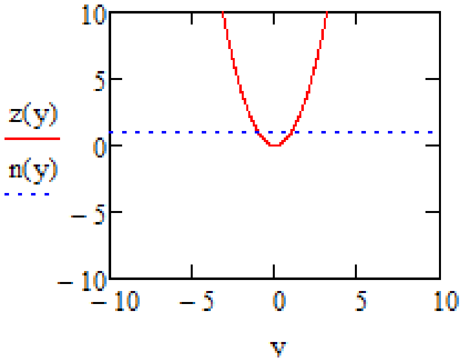
2. На вкладке ГРАФИК 

выбрали кнопку «График».

3. Появился следующий блок.  . Пустые маркеры заполняем следующим образом: в нижний центральный маркер ставим независимую переменную (в нашем случае *y*), а в цетральную левую через запятую – *z*(*y*) и *n*(*y*). Нижние и левые крайние маркеры – для указания минимального и максимального значения по осям.



4. После заполнения щелкните левой клавишей мыши в любое место вне блока. График будет построен.



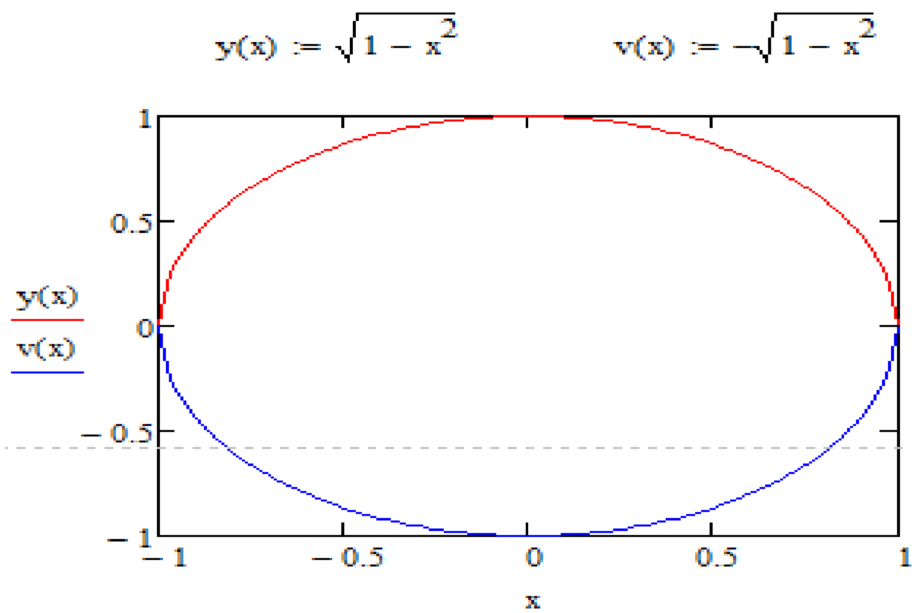
5. Далее с помощью маркеров масштаба отредактируйте изображение.

Продолжая наше решение, заметим, что из вышеприведенных фактов следует, что

$$\iint_{(\sigma,\bar{n})} dydz = \iint_{(\sigma,\bar{n})} dydz + \iint_{(\sigma,\bar{n})} dydz = \iint_{D_{zy}} dydz - \iint_{D_{zy}} dydz = 0 .$$

Перед вторым двойным интегралом поставлен знак «минус», поскольку на (σ_2) нормаль образует тупой угол с осью OX (или, что то же самое, $\cos\alpha < 0$). Из соображений симметрии понятно, что и $\iint_{(\sigma,\bar{n})} dzdx = 0$.

Осталось вычислить $\iint_{(\sigma,\bar{n})} zdxdy$. Как отмечалось выше, $\cos\gamma < 0$. Поэтому имеем: $\iint_{(\sigma,\bar{n})} zdxdy = -\iint_{D_{xy}} \left(x^2 + y^2\right) dxdy$, где D_{xy} – проекция поверхности (σ) на плоскость OXY.



Для вычисления $\iint\limits_{(\sigma,\bar{n})} zdxdy = -\iint\limits_{D_{xy}} \left(x^2 + y^2\right) dxdy$ перейдем к полярным координатам:

$$\iint\limits_{(\sigma,\bar{n})} zdxdy = -\iint\limits_{D_{xy}} \left(x^2 + y^2\right) dxdy = -\iint\limits_{D'_{\rho\varphi}} \rho^2 \cdot \rho d\rho d\varphi = -\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^1 \rho^3 d\rho$$

Вычислим представленный интеграл в Mathcad:

Для того чтобы ввести двойной интеграл дважды щелкните по символу определенного интеграла в панели «Математический анализ»

.

$$\int_0^{2\cdot\pi} \int_0^1 -\rho^3 \, d\rho \, d\varphi \to -\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{2\cdot\pi} \int_0^1 (-\rho)^3 \, d\rho \, d\varphi = -1.571$$

Таким образом, поток векторного поля равен $-\dfrac{\pi}{2} \approx -1.571$.

Ответ: - 1.571.

Обращаем Ваше внимание на то, что всю информацию, предлагаемую во вкладках, следует проработать самостоятельно, с использованием компьютера. Это будет способствовать приобретению прочных навыков применения систем компьютерной алгебры для решения конкретных простейших задач и поможет подготовиться к решению заданий более сложного уровня.

ПРИЛОЖЕНИЕ Н

Фрагмент выполнения студентом задания из «Фонда профессионально ориентированных заданий»

Для каких процессов нужны сепарирующие центрифуги?

Сепарирующие центрифуги используются в процессе дистилляции.

Что такое дистилляция и почему дистилляцию выгодно проводить с использованием сепарирующих центрифуг?

Дистилляция (или перегонка) применяется в промышленности и в лабораторной практике для разделения и очистки сложных веществ: для разделения смесей органических веществ (например, для разделения нефти на бензин, керосин, дизельное топливо) и получения высокочистых неорганических веществ.

Процесс дистилляции обычно проводится путем нагрева или кипячения. Однако для дистилляции путем нагрева необходимо большое количество колонок установки, что может быть препятствием для большинства производств. Выход нашли в Техническом университете Дортмунда (Германия). Идея была следующей: использовать сепарирующие центрифуги для экономии места в промышленном процессе дистилляции. Выяснилось, что дистилляция с использованием сепарирующих центрифуг имеет ряд преимуществ:

– малый размер установки;
– более интенсивный процесс дистилляции при вращении;
– малая продолжительность процесса;
– быстрый запуск процесса.

Кроме того, процесс и его результаты непосредственно зависят от скорости вращения барабана, т.е. от угловой скорости. В дальнейшем будет выведена формула для расчета оптимальной угловой скорости, при которой жидкость будет достигать краев стенки сепарирующей центрифуги, но переливаться через них при этом не будет.

Где проводят дистилляцию с использованием сепарирующих центрифуг?

Дистилляция с использованием сепарирующих центрифуг используется во многих отраслях химической промышленности в Восточной Азии.

Задача

Найти форму поверхности жидкости в сепарирующей центрифуге во время ее работы, а также угловую скорость, с которой должна вращаться жидкость, чтобы достичь заданной высоты z_1?

1. Изобразим для наглядности $3D$ модель сепарирующей центрифуги в нерабочем состоянии (рисунок Н.1).

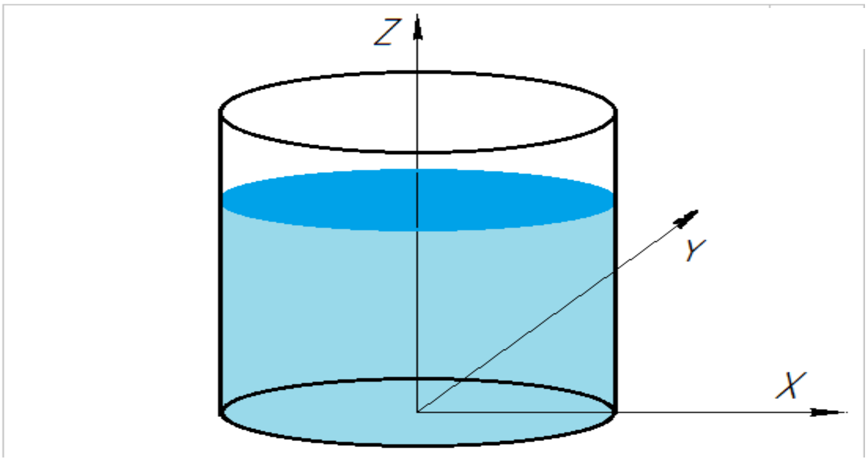


Рисунок Н.1. – Сепарирующая центрифуга с жидкостью в нерабочем состоянии

2. Изобразим в сечении сепарирующую центрифугу (рисунки Н.2 и Н.3).

3. Очевидно, что поверхность жидкости будет поверхностью вращения, так что в каждом вертикальном сечении этой поверхности, проходящем через ось вращения, получится одна и та же кривая (рисунок Н.3). Поэтому достаточно исследовать одно из таких сечений, изображенных выше.

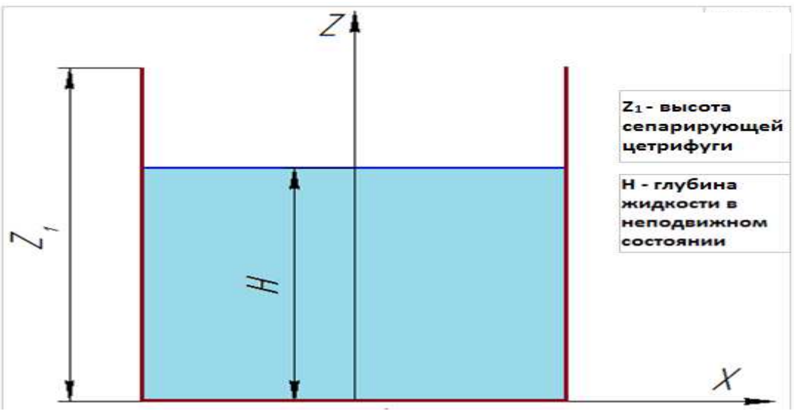


Рисунок Н.2. – Сепарирующая центрифуга с жидкостью в нерабочем состоянии (в сечении)

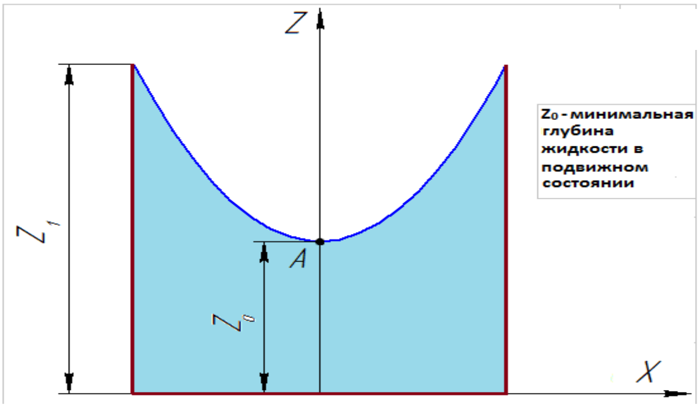


Рисунок Н.3. – Сепарирующая центрифуга с жидкостью в рабочем состоянии (в сечении)

4. Выберем произвольную точку *D*, лежащую на поверхности вращения, в которой находится частица *Q* (рисунок Н.4):

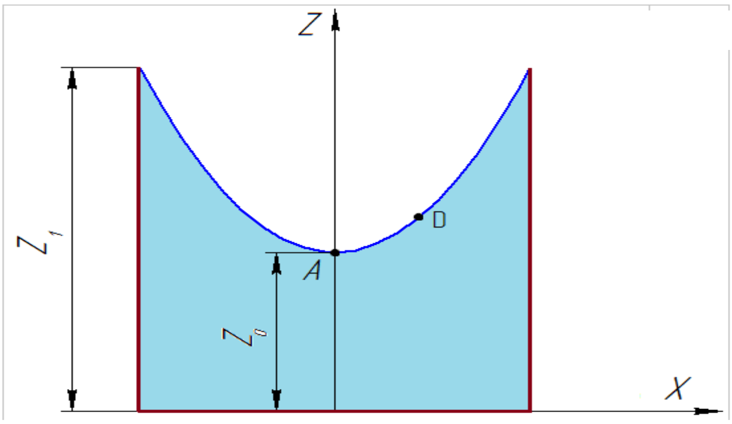


Рисунок Н.4. – Выбор точки *D* на поверхности жидкости

На частицу *Q* действуют две силы:

– сила тяжести, равная $\overline{F}_m = m \cdot \overline{g}$, направленная вертикально вниз и изображенная вектором $\overrightarrow{DN}$ (рисунок Н.5);

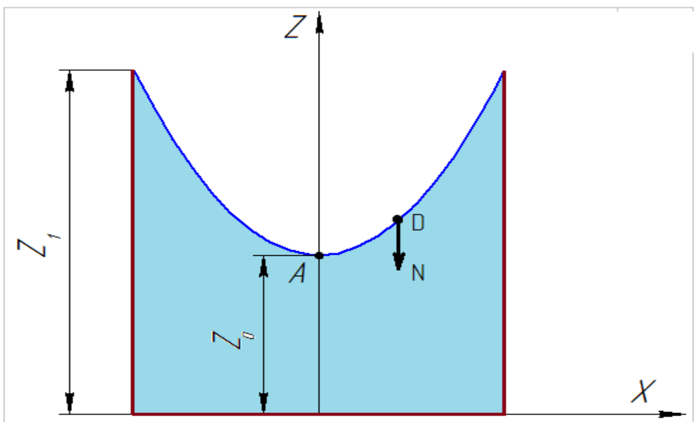


Рисунок Н.5. – Направление силы тяжести в точке *D*

– давление жидкости, направленное перпендикулярно (нормально) к поверхности вращения и изображенное вектором $\overrightarrow{DM}$ (рисунок Н.6).

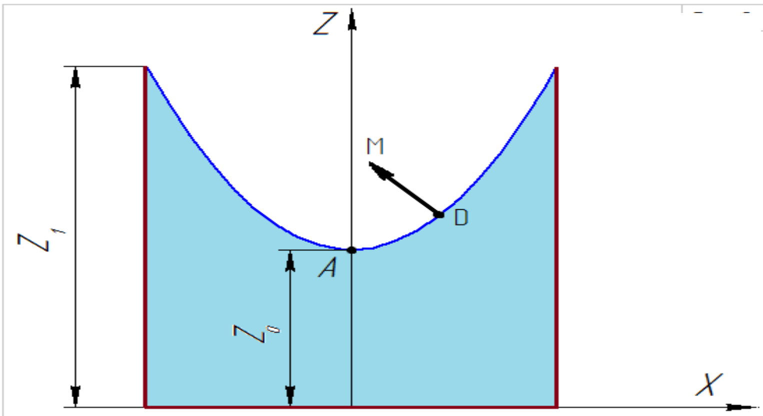


Рисунок Н.6. – Направление вектора давления жидкости

Исходя из этих двух сил, можно найти величину и направление равнодействующей силы.

Направление равнодействующей силы определяется сложением двух векторов $\overrightarrow{DN}$ и $\overrightarrow{DM}$. Сложение векторных величин производится по правилу параллелограмма: вектор суммы $\overrightarrow{DL}$ (направление равнодействующей силы) исходит из общей начальной точки векторов $\overrightarrow{DN}$ и $\overrightarrow{DM}$ и является диагональю параллелограмма ($DMLN$), стороны которого – векторы $\overrightarrow{DN}$ и $\overrightarrow{DM}$ (рисунок Н.7)

Согласно второму закону Ньютона, в инерциальных системах равнодействующая сила равна произведению центростремительного ускорения $\bar{a}_c$ в точке D на массу частицы Q, причем $\bar{a}_c = \bar{\omega}^2 \cdot r$ (где r – радиус окружности, по которой равномерно движется частица Q). Т.е. $\bar{F}_{равн} = \bar{a}_c \cdot m = m\bar{\omega}^2 r$.

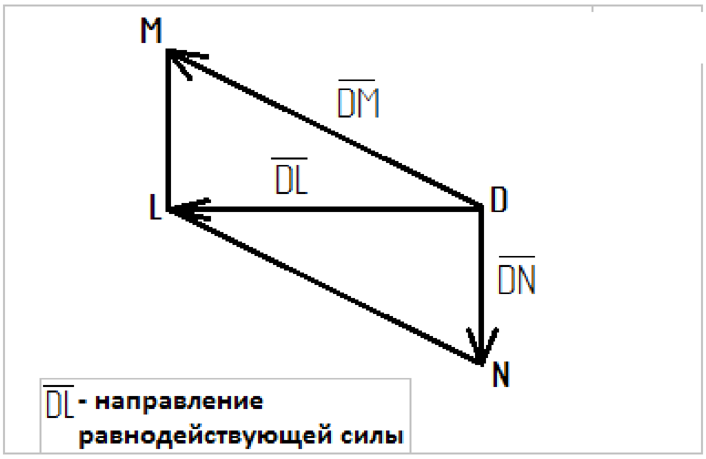


Рисунок Н.7. – Сложение сил, действующих на точку *D*

5. Проведем касательную в точке D, которая пересекает ось OX в точке W (рисунок Н.8).

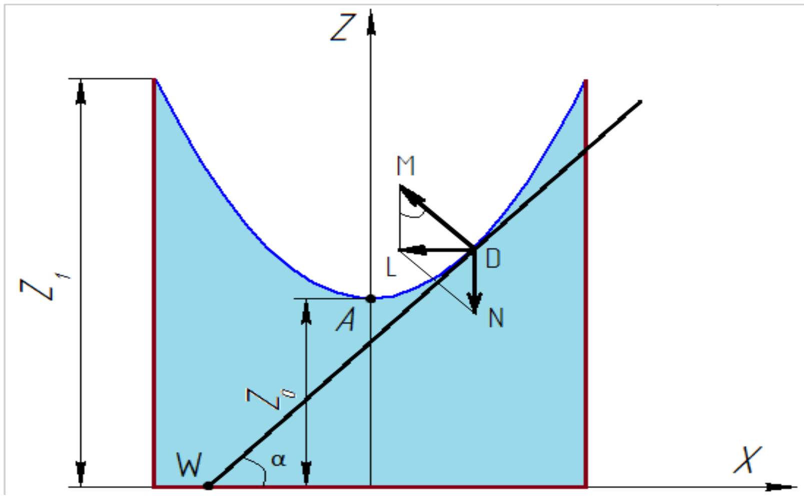


Рисунок Н.8. –Дополнительное построение касательной в точке *D*

Касательная образует с осью OX $\angle\alpha$. $\angle LMD = \alpha$. Это можно доказать следующим образом:

1) $\angle LDW = \angle DWX = \alpha$ (как накрест лежащие);

2) $\angle MDL = 90° - \angle LDW = 90° - \alpha$, т.к. $MD \perp$ касательной (давление жидкости в точке D перпендикулярно поверхности вращения);

3) $\overline{DL}$ – направлен к центру, следовательно, $\angle DML = 90°$.

Таким образом,

$$\angle LMD = 90° - (90° - \angle MDL) = 90° - (90° - \alpha) = 90° - 90° + \alpha = \alpha .$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник LMD. Из этого треугольника находим:

$$\frac{DL}{LM} = \mathrm{tg}(\angle LMD) = \mathrm{tg}\alpha = \frac{F_{равн}}{F_m} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g} .$$

Согласно геометрическому смыслу производной, производная от функции z в точке D есть тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции в точке D. Т.е.

$$z'(D) = \frac{dz}{dx} = tg\alpha = \frac{F_{равн}}{F_m} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g} .$$

Будем иметь

$$z' = \frac{\omega^2 r}{g} . \qquad (1)$$

Для нахождения функции z проинтегрируем уравнение (1):

$$\int z' dr = \int \frac{\omega^2 r}{g} dr \Rightarrow z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C.$$

Произвольную постоянную C можно найти следующим образом. Учитывая, что минимальной глубины z_0 при вращении жидкость достигает в точке $A(0, z_0)$, то $z_0 = \frac{\omega^2 0^2}{2g} + C$ или $z_0 = C$. Окончательное уравнение сечения поверхности вращения принимает вид:

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g}. \quad (2)$$

Это уравнение можно представить как

$$r^2 = 2pz,$$

где $p = \frac{2g}{\omega^2}$.

Итак, уравнение сечения поверхности вращения – это уравнение параболы.

При вращении параболы вокруг оси OZ образуется параболоид вращения. Уравнение поверхности можно получить, подставив $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, т.к. $r^2 = x^2 + y^2$ – уравнение окружности:

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 \left(x^2 + y^2\right)}{2g}.$$

Значит, поверхность жидкости в сепарирующей центрифуге во время работы принимает *форму параболоида вращения.*

6. Формулу нахождения угловой скорости, с которой должна вращаться жидкость, чтобы достичь заданной высоты z_1, выразим через высоту жидкости H в неподвижном состоянии. Сделаем это следующим образом:

– найдем высоту сепарирующей центрифуги и одновременно максимальную высоту, на которую поднимается жидкость в подвижном состоянии:

$$z_1 = z_0 + \frac{\omega^2 R^2}{2g}, \quad (3)$$

где R – радиус центрифуги;

– найдем высоту жидкости H в неподвижном состоянии.

Объем реально имеющейся жидкости в сепарирующей центрифуге равен $V = \pi R^2 H$, где R – радиус центрифуги (рисунок Н.9).

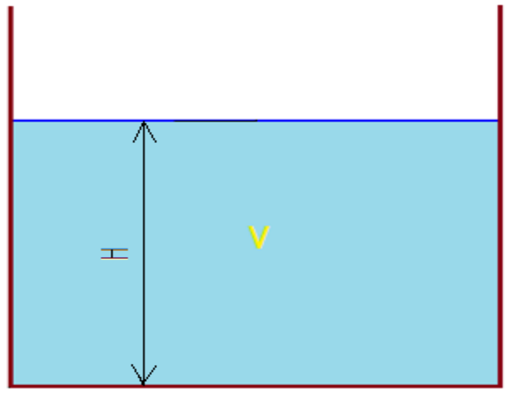


Рисунок Н.9. – Объем реально имеющейся жидкости в сепарирующей центрифуге

Объем жидкости, если бы она занимала все пространство в сепарирующей центрифуге, равен $V_1 = \pi R^2 z_1$, где R – радиус центрифуги (рисунок Н.10).

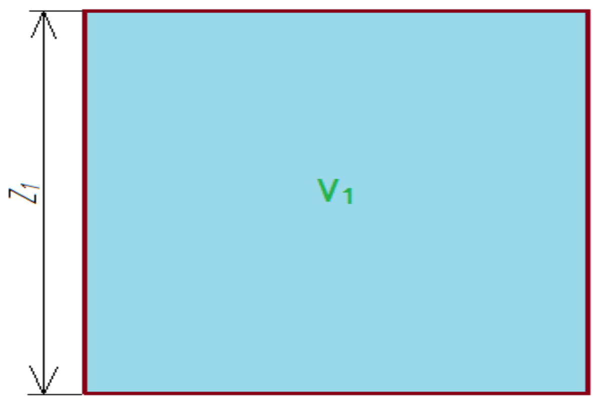


Рисунок Н.10. – Объем жидкости в полной сепарирующей центрифуге

Объем полой области в сепарирующей центрифуге, которой жидкость при вращении не достигает, можно найти, используя геометрическое приложение определенного интеграла, а именно вычисление объемов тел вращения ($V = \pi \int_{z_0}^{z_1} r^2 dz$), и выразив из уравнения (2) r^2 ($r^2 = \dfrac{2g\left(z - z_0\right)}{\omega^2}$).

В результате объем области, которой жидкость при вращении не достигает, равен $V_2 = \pi \int\limits_{z_0}^{z_1} \frac{2g(z - z_0)}{\omega^2} dz$ (рисунок Н.11).

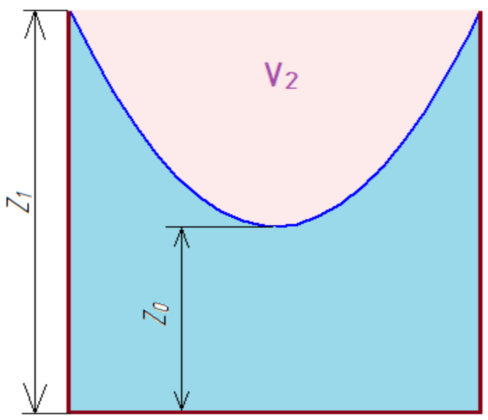


Рисунок Н.11. – Разность объемов полной и полой областей

Учитывая, что $V = V_1 - V_2$, получаем:

$$\pi r^2 H = \pi r^2 z_1 - \pi \int\limits_{z_0}^{z_1} \frac{2g(z - z_0)}{\omega^2} dz,$$

$$\pi R^2 H = \pi R^2 z_1 - \pi \cdot \frac{2g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{2} (z - z_0)^2 \Big|_{z_0}^{z_1},$$

$$R^2 H = R^2 z_1 - \frac{g}{\omega^2} (z_1 - z_0)^2,$$

$$R^2 (H - z_1) = -\frac{g}{\omega^2} (z_1 - z_0)^2. \tag{4}$$

Из формулы (3) получаем:

$$R^2 = \frac{2g(z_1 - z_0)}{\omega^2}. \tag{5}$$

Подставляя формулу (5) в формулу (4), получаем:

$$\frac{2g(z_1 - z_0)}{\omega^2} (H - z_1) = -\frac{g}{\omega^2} (z_1 - z_0)^2,$$

$$H = z_1 - \frac{1}{2} (z_1 - z_0),$$

$$H = \frac{1}{2} (z_1 + z_0). \tag{6}$$

Решим систему, включающую уравнения (4) и (6):

$$\begin{cases} z_1 - z_0 = \dfrac{\omega^2 R^2}{2g} \\ H = \dfrac{1}{2}\left(z_1 - z_0\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_0 = z_1 - \dfrac{\omega^2 R^2}{2g} \\ z_0 = 2H - z_1 \end{cases} \Rightarrow z_1 - \frac{\omega^2 R^2}{2g} = 2H - z_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2 R^2}{2g} = 2\left(z_1 - H\right) \Rightarrow \omega^2 = \frac{4g\left(z_1 - H\right)}{R^2}.$$

Извлекая полученное выражение из-под корня, получаем:

$$\omega = \frac{2}{R}\sqrt{g\left(z_1 - H\right)}.$$

Таким образом, угловая скорость, с которой должна вращаться жидкость, чтобы достичь заданной высоты z_1, равна

$$\omega = \frac{2}{R}\sqrt{g\left(z_1 - H\right)}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ П

Фрагменты из дипломных и магистерских работ (свидетельствующие о достаточно высоком уровне сформированных у студентов экспериментальной группы познавательной самостоятельности, комплекса академических, профессиональных, социально-личностных компетенций)

Темы дипломных и магистерских работ

Экспериментальная группа	Контрольная группа
КДП «*Реконструкция* установок “Изомеризация бензиновых фракций” и “Таторей” ОАО “Нафтан” с целью увеличения производительности. Часть 2. Блок стабилизации»	КДП «*Изучение* процесса нейтрализации кислых гудронов производства сульфонатных присадок СООО “ЛЛК-Нафтан” и получение на их основе битумных материалов. Часть 1. Изучение процесса нейтрализации кислых гудронов производства сульфонатных присадок СООО “ЛЛК-Нафтан”»
КДП «*Проект* установки гидроизодепарафинизации остатка гидрокрекинга для ОАО “Нафтан”. Часть 1. Проект»	КДП «*Изучение* процесса нейтрализации кислых гудронов производства сульфонатных присадок СООО “ЛЛК-Нафтан” и получение на их основе битумных материалов. Часть 2. Применение нейтрализованного кислого гудрона производства сульфонатных присадок СООО “ЛЛК-Нафтан” для получения горячей битумной кровельной мастики»
КДП «*Модернизация* блока аминовой очистки сжиженного нефтяного газа установки “Фракционирование” комплекса “Гидрокрекинг” ОАО “Нафтан” с целью снижения энергозатрат»	КДП «Получение печного топлива с вовлечением депрессорных присадок на основе низкомолекулярного полиэтилена. Часть 1. *Изучение* депрессорных свойств низкомолекулярного полиэтилена»
КДП *«Синтез и исследование* функциональных свойств высокощелочных беззольных сукцинимидных присадок для производства малозольных моторных масел»	КДП **«***Изучение* производства газов углеводородных сжиженных топливных по СТБ 2262-2012 в ОАО “Нафтан”»
КДП «Получение печного топлива с вовлечением депрессорных присадок на основе низкомолекулярного полиэтилена. Часть 2. *Вовлечение* предлагаемой депрессорной присадки при получении печного топлива в ОАО “Нафтан”»	КДП «*Проект* установки каталитического крекинга DCC для ОАО “Нафтан” мощностью 1,5 млн тонн в год. Часть 2»

Обратим внимание на тот факт, что студенты экспериментальных групп часто выбирают темы дипломных проектов, подразумевающих получение новых результатов. Об этом свидетельствуют слова-маркеры: реконструкция, проект, модернизация. Студенты контрольных групп чаще выбирают проекты, направленные на изучение уже существующих результатов.

Как иллюстрацию сформированных академических, социально-личностных и профессиональных компетенций, а также навыков самостоятельной деятельности, основы которых были заложены в процессе обучения высшей математике, рассмотрим дипломную работу *«Разработка компьютерной модели процесса ректификации продуктовой смеси окисления циклогексана на производстве капролактама ОАО "Гродно Азот"»* Айюба Зейна, студента группы 13ХТ-2. Группа 13ХТ-2 участвовала в эксперименте по апробации УМК по математике. Все компоненты комплекса были задействованы в обучении математике.

Выдержки взяты из дипломных работ.

Пример графической схемы, выполненной студентом для дипломного проекта по специальности (рисунок П.1).

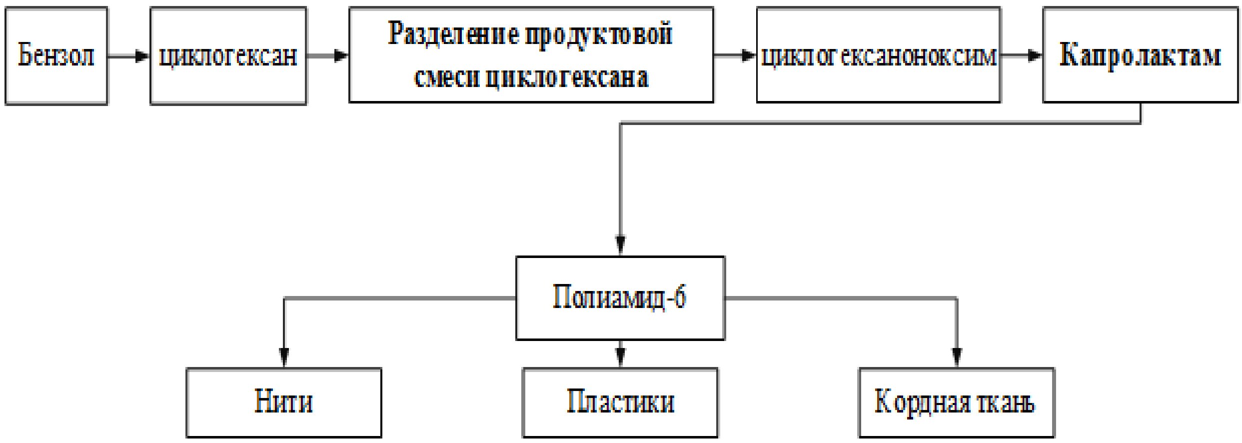


Рисунок П.1. – Схема выпуска капролактама и его производных

Пример «Приложений, разработанных в системах компьютерной алгебры», выполненных студентом для дипломного проекта по специальности, приведен на рисунке П.2.

Пример «Алгоритмических предписаний, частных алгоритмов решения задач», выполненных студентом для дипломного проекта по специальности, – на рисунках П.3 и П.4.

Примеры «Информационных таблиц», выполненных студентом для дипломного проекта по специальности, – на рисунках П.5 и П.6.

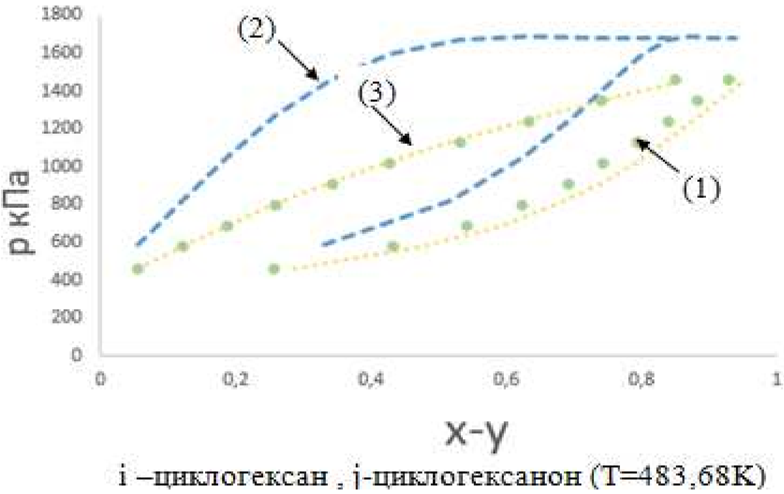


Рисунок П.2. – Результаты корректировки (проверки) коэффициентов бинарного взаимодействия *i*-го и *j*-го компонентов

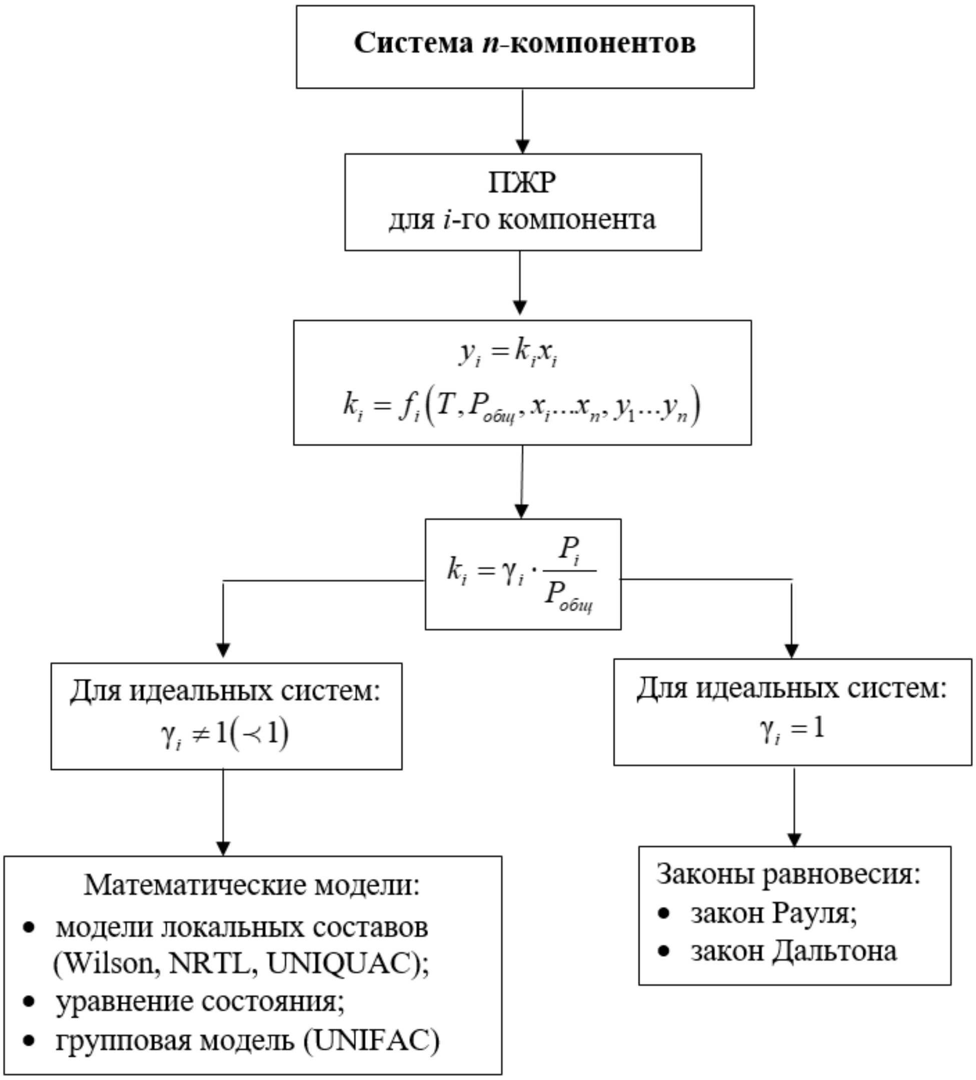


Рисунок П.3. – Парожидкостное равновесие *i*-го компонента и неидеальных систем

Рисунок П.4. – Алгоритм проверки и корректировки коэффициентов бинарного взаимодействия модели НРТЛ

Таблица 2.1.1 Модели локальных составов с общим бинарным коэффициентом активности.

Модель	Уравнение	Коэффициенты
Маргулеса	$\ln\gamma_i = (1-x_i)^2[A_i + 2(B_i - A_i - D_i)\cdot x_i + 3D_i \cdot x_i^2]$	$A_i = \sum_{j=1}^{n} x_j \cdot a_{ij}$ $B_i = \sum_{j=1}^{n} x_j \cdot a_{ji}$ $D_i = \sum_{j=1}^{n} x_j \cdot d_{ij}$ $d_{ij} = d_{ji}$
Вильсона	$\ln\gamma_i = 1 - \ln\sum_{j=1}^{n} x_j \cdot A_{ij} - \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k \cdot A_{ki}}{\sum_{j=1}^{n} x_j \cdot A_{kj}}]$	$A_i = \frac{v_j^l}{v_i^l}\exp\left[-\frac{a_{ij}}{T}\right]$ $(a_{ij}, °K)$
NRTL*	$\ln\gamma_i = \frac{\sum_j \tau_{ji}G_{ji}x_j}{\sum_K G_{ki}x_k} + \sum_j \frac{x_j G_{ij}}{\sum_k G_{kj}x_k}\cdot \left(\tau_{ij} - \frac{\sum_k x_k \tau_{kj} G_{kj}}{\sum_k G_{kj}x_k}\right)$	$\tau_{ij} = a_{ij} + \frac{b_{ij}}{T} + \frac{c_{ij}}{T^2} (°K)$ $G_{ij} = \exp(-\alpha_{ji}\cdot\tau_{ij})$ $\alpha_{ji} = \alpha_{ij}$

Рисунок П.5. – Модели локальных составов с общим бинарным коэффициентом

Таблица 2.1.2 Характеристики моделей локальных составов

Модель	Рекомендуются для	Преимущества	Недостатки
Маргулеса	Ароматические соединения, спирты, кетоны и эфиры.	- Кроме бинарных параметров, содержат параметры для оценивания по данным многокомпонентных систем.	- Отсутствие учета влияния температуры на коэффициенты активности.
Вильсона	Ароматические соединения, спирты, кетоны, эфиры, УВ C_4 – C_{18} и фенолы.	- Предпочтительнее для ароматических УВ. - Используются в довольно широком интервале температур. - Дает хорошие результаты для смесей, содержащих полярные компоненты.	- Не подходит для описания равновесия жидкость-жидкость (LLE). - Не описывает локальные максимумы или минимумы коэффициента активности
НРТЛ	Органические вещества в водных системах.	- Можно применять к многокомпонентным смесям, основываясь только на бинарных параметрах.	

Рисунок П.6. – Характеристики моделей локальных составов

Приведенные выдержки из дипломного проекта студента экспериментальной группы демонстрируют, что *включение специальных средств обучения в УМК нового поколения по математике способствует повышению эффективности обучения математике студентов технических специальностей и развивают их навыки познавательной самостоятельности. Студенты применяют полученные навыки по их проектированию и применению, не только во время изучения общеобразовательных и специальных предметов, но и при выполнении дипломных работ, магистерских диссертаций.*

ПРИЛОЖЕНИЕ Р

Анкета для экспертной оценки навыков самостоятельной работы студентов 1-го курса (автор разработки – А.П. Мателенок)

1. Какой вид самостоятельной работы Вы выполняли в школе:

- готовили рефераты;
- участвовали в конференциях;
- проводили исследование;
- участвовали в олимпиадах;
- другой ответ____

2. Планируете ли Вы свою самостоятельную работу?

- постоянно;
- иногда;
- никогда.

3. Самое сложное при выполнении самостоятельной работы – это …

- выбор главного источника;
- изучение темы;
- оформление работы;
- другой ответ____

4. При подготовке домашнего задания Вы предпочитаете использовать:

- консультации преподавателя;
- консультации друзей;
- конспект;
- учебную литературу.

5. При выполнении самостоятельной работы Вы чаще используете:

- библиотеку;
- Интернет;
- помощь учителя;
- справочное пособие.

6. Ваше представление об обучении в УВО:

- учиться легче, чем в школе;
- учиться тяжелее, чем в школе;
- учиться очень трудно;
- не заметил особой разницы в обучении.

7. Есть ли у Вас опыт самостоятельного изучения какого-либо вида деятельности без педагога по самоучителю, инструкциям (если «да», указать какого)?

- да____
- нет.

8. Желаете ли Вы приобрести знания по следующим правилам:

- научным основам конспектирования изучаемой информации;
- технике быстрого чтения;
- приемам скорописи;
- методам самоорганизации.

Анкета для экспертной оценки навыков самостоятельной работы студентов 2-го курса (автор разработки – А.П. Мателенок)

1. Какие виды самостоятельной работы Вы выполняете в УВО?

- изучение отдельных тем самостоятельно;
- написание курсовых работ;
- участие в научно-практических конференциях.

2. Планируете ли Вы свою самостоятельную работу по изучаемым темам?

- никогда;
- иногда;
- постоянно.

3. Что Вы предпочитаете больше при изучении материала?

- руководство преподавателя;
- консультации преподавателя;
- самостоятельную работу.

4. При подготовке курсовых проектов самое сложное – это …

- подбор литературы;
- разработка темы;
- формулировка выводов.

5. Как изменились Ваши умения самоорганизации за время обучения в УВО?

- улучшились;
- остались на том же уровне;
- другое ____

6. Занимались ли Вы на курсах по приобретению знаний, умений и навыков самостоятельной работы (либо в рамках изучения предмета)?

- да;
- нет.

7. Нужны ли отдельные курсы (занятия) по приобретению знаний, умений, навыков по самоорганизации учебной деятельности?

- да;
- нет.

8. При выполнении самостоятельной работы Вы используете:

- Интернет;
- библиотеку;
- справочное пособие.

9. Какую помощь Вам оказывает куратор в приобретении навыков самоорганизации?

- кураторские часы по культуре учебного труда;
- индивидуальные консультации по мере необходимости;
- никакой.

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Пример внеаудиторной контрольной работы, выполняемой студентами 1-го курса, для технических специальностей

ВАРИАНТ 1

I. Пользуясь правилом Лопиталя, вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\operatorname{ctg} x-\dfrac{1}{\sin x}\right)$;

2) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg}\pi x}\right)$.

II. Определить наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x^2+1$ на отрезке $[-1;4]$.

III. Исследовать функции и построить их графики:

1) $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$;

2) $y=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$.

IV. Вычислить приближенно значения чисел:

1) $\sqrt{8,76}$ (с помощью дифференциала);

2) $\cos 18°$ (с помощью формулы Тейлора с точностью до 0,001).

V. Найти такую касательную к гиперболе $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{7}=1$, которая перпендикулярна к прямой $2x+4y-3=0$.

VI. Из круглого бревна диаметром d требуется вырезать балку прямоугольного поперечного сечения. При каких ширине a и высоте b сечения сопротивление балки на изгиб будет наибольшим? (Сопротивление балки на изгиб пропорционально произведению ширины сечения на квадрат высоты сечения).

VII. Через время t после начала химической реакции в сосуде осталось $m=7\cdot e^{-t}$ кг вещества. Начальное количество вещества равнялось

$m_0 = 7$ кг. Каким был расход вещества за единицу времени в момент $t = 1$ с после начала реакции.

VIII. Найти $\dfrac{dy}{dx}$:

1) $y = x \cdot \arccos\dfrac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2} + a \cdot e^{-x/a}$;

2) $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x} + 5 \cdot \sqrt[5]{4x+3} - \dfrac{2}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$;

3) $y = \ln\left(\arcsin 5x\right) + 7^{x \cdot \cos^3 x}$;

4) $y = \left(\sqrt{x}\right)^{\sin^2 x}$;

5) $\sin x + \cos\left(x^2 + y^2\right) = \dfrac{x}{y}$.

IX. Найти $\dfrac{d^2y}{dx^2}$:

1) $y = \dfrac{a^x \cdot \ln x}{x} + \sqrt{x} \cdot e^x$;

2) $\begin{cases} x = a \cdot t \cdot \cos t, \\ y = a \cdot t \cdot \sin t; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = t^2, \\ y = \dfrac{t^3}{3-t}. \end{cases}$

X. Показать, что функция $y = \dfrac{1+x}{1-x}$ удовлетворяет уравнению $y' = \dfrac{1+y^2}{1+x^2}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Т

Применение специальных средств УМК в отдельных разделах высшей математики

Разделы высшей математики	Приложения, разработанные в СКА	Графические схемы	Информационные таблицы	Алгоритмические предписания, частные алгоритмы	Фонд профессионально ориентированных заданий
Элементы линейной алгебры	+	++	++	+	+
Элементы векторной алгебры	+++	++	++	++	+++
Элементы аналитической геометрии	+++	++	+++	++	+
Введение в математический анализ	+	+++	+++	++	+
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	++	+++	+++	++	+++
Неопределенный интеграл	++	+++	+++	+++	+++
Функции нескольких переменных	++	+	+	+	+
Определенный интеграл	+++	++	++	++	+++
Обыкновенные дифференциальные уравнения	+++	+++	+++	+++	+++
Кратные интегралы	+++	++	++	++	+++
Ряды	+	++	+++	+++	+
«+» – применяется только в рамках обучения с помощью УМК (учебные пособия)		«++» – применяется на аудиторных занятиях		«+++» – часто используется и на аудиторных занятиях, и во внеаудиторной самостоятельной работе	

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Научное издание

МАТЕЛЕНОК Анастасия Петровна
ВАКУЛЬЧИК Валентина Степановна

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Редактор *Т. А. Дарьянова*
Дизайн обложки *Д. П. Змитрович*

Подписано в печать 26.12.2022. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Цифровая печать. Усл. печ. л. 13,46. Уч.-изд. л. 14,03. Тираж 50 экз. Заказ 555.

Издатель и полиграфическое исполнение –
учреждение образования «Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014, перерегистрация от 24.08.2022.

ЛП № 02330/278 от 27.05.2004.

Ул. Блохина, 29, 211440, г. Новополоцк.