

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе  
учреждения образования  
«Полоцкий государственный  
университет»



Н.А. Борейко

« 01 » 07 2021 г.

Регистрационный № УД- 98/21/уч.

Модуль «Высшая математика 1»

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности

**1-31 04 08 «Компьютерная физика»**

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности 1-31 04 08 «Компьютерная физика» (регистрационный № ТД-G.529/тип. от 13.08.2015г.) и учебного плана по специальности 1-31 04 08 «Компьютерная физика» (регистрационный № 06-20/уч. ФКНиЭ от 28.12.2020г.).



#### СОСТАВИТЕЛИ:

*Вабищевич Сергей Ананьевич*, заведующий кафедрой физики учреждения образования «Полоцкий государственный университет», к.ф.-м.н., доцент

*Танана Ольга Валерьевна*, старший преподаватель кафедры физики учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

#### РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой физики учреждения образования «Полоцкий государственный университет»  
(протокол № 12 от «04» 06 2021 г.)

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет»  
(протокол № 7 от «16» 06 2021 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»  
(протокол № 5 от «01» 07 2021 г.)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является частью фундаментальной математической подготовки по специальности 1-31 04 08 «Компьютерная физика» и необходима для изучения других математических и физических дисциплин.

**Целями преподавания** учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» являются:

- систематизация знаний из школьного курса математики и развитие логического мышления;
- изучение новых понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры;
- формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве;
- формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы.

**Задачи изучения** дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»:

- развитие логического мышления, освоение приемов исследования и решения математически формализованных физических задач;
- подготовка аппарата векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, используемого в последующих физических и математических курсах;
- обеспечение глубокой общематематической подготовки студентов, позволяющей свободно ориентироваться в научной и специальной литературе.

В результате изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» формируются следующая **базовая профессиональная компетенция**:

- БПК-2. Быть способным использовать алгебраические и геометрические средства, средства математического, векторного и тензорного анализов для построения и решения модельных задач прикладной физики; владеть навыками исследования функций, вычисления их производных и интегралов.

В результате изучения учебной дисциплины **студент должен:**

**знать:**

- основные геометрические понятия, различные системы координат;
- линии и поверхности второго порядка;
- свойства матриц и определителей;
- билинейные и квадратичные формы;
- евклидовы и унитарные пространства;
- линейные операторы и их матрицы, группы;
- геометрические объекты-тензоры в линейном пространстве;

**уметь:**

- выполнять действия над векторами и матрицами;
- записывать основные уравнения прямых, кривых и поверхностей второго порядка;
- решать системы линейных уравнений различными способами;
- приводить матрицу линейного преобразования к диагональному виду;
- приводить уравнения кривых и поверхностей второго порядка каноническому виду;
- записывать закон преобразования тензоров;

**владеть:**

- методами решения систем линейных уравнений;
- математическими методами в формализации прикладных задач.

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к государственному компоненту учебных дисциплин модуль «Высшая математика 1».

Для успешного усвоения дисциплины необходимы знания по математике в объеме программы общего среднего образования.

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является фундаментом для изучения учебных дисциплин «Дифференциальные уравнения» и «Уравнения математической физики».

Форма получения высшего образования – *дневная*.

В соответствии с учебным планом на изучение учебной дисциплины отводится:

Общее количество часов – 216 часов (6 з.е.), из них аудиторных – 114 часа, из них лекции – 54 часа, практические занятия – 60 часов.

Распределение аудиторного времени по видам занятий, курсам и семестрам:

1 курс 1 семестр – всего 216 часов (6 з.е.), из них аудиторных – 114 часа, из них лекции – 54 часа, практические занятия – 60 часов; самостоятельная работа студентов 102 часа.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»:

1 семестр – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**Тема 1. Матрицы и определители квадратных матриц.** Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц. Матрицы специального вида. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Обратная матрица.

**Тема 2. Линейные пространства.** Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом. Преобразования базиса и координат, матрица перехода. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.

**Тема 3. Системы линейных уравнений.** Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Элементарные преобразования над матрицами. Матричные уравнения. Критерий совместности. Системы крамеровского типа. Теорема о базисном миноре. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.

**Тема 4. Векторная алгебра.** Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейное пространство геометрических векторов. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Скалярное и векторное произведения: свойства, механический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл вычисление в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведения. Тождество Якоби.

**Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.** Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений. Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Определение канонического уравнения второй степени. Классификация кривых и поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.

**Тема 6. Линейные операторы.** Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Собственные значения и собственные векторы.

Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.

**Тема 7. Билинейные и квадратичные формы.** Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

**Тема 8. Евклидовы пространства.** Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла. Существование ортогонального базиса. Разложение пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.

**Тема 9. Линейные операторы в евклидовых пространствах.** Ортогональные и унитарные матрицы. Эрмитовы и симметричные матрицы. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Изометрии. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго порядка.

**Тема 10. Элементы теории групп.** Понятие группы. Основные свойства групп. Примеры групп.

**Тема 11. Тензорная алгебра.** Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»  
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемой самостоятельной работы студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	<b>1 семестр</b>	<b>54</b>	<b>60</b>					
<b>1</b>	<b>Матрицы и определители квадратных матриц</b>	<b>4</b>	<b>4</b>					
	<b>Лекции</b> Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц. Матрицы специального вида. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Обратная матрица.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Матрицы и операции над ними. Определитель и его свойства.		2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>2</b>	<b>Векторная алгебра</b>	<b>6</b>	<b>8</b>					
	<b>Лекции</b> Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейное пространство геометрических векторов. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Скалярное и векторное произведения: свойства, механический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл вычисление в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведения. Тождество Якоби.	2 2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Линейные операции над векторами. Разложение векторов. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение.		2 2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа

<b>3</b>	<b>Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>	<b>12</b>	<b>14</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости.  Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.  Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений.  Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.  Определение канонического уравнения второй степени. Классификация кривых и поверхностей второго порядка.  Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.</p>	2						
	<p>Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.</p>	2						
	<p>Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений.</p>	2					[1-3,5,6,8], конспект лекций	
	<p>Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.</p>	2						
	<p>Определение канонического уравнения второй степени. Классификация кривых и поверхностей второго порядка.</p>	2						Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<p>Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.</p>	2						
	<p><b>Практические занятия</b>  Прямая на плоскости.  Прямая в пространстве.  Взаимное расположение прямых и плоскостей.  Эллипс, гипербола, парабола.  Кривые второго порядка.  Поверхности второго порядка.  Метод параллельных сечений.</p>		2				[1-3,5-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
			2					
			2					
			2					
			2					
			2					
<b>4</b>	<b>Линейные пространства</b>	<b>4</b>	<b>8</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом. Преобразования базиса и координат, матрица перехода.  Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.</p>	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<p>Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.</p>	2						
	<p><b>Практические занятия</b>  Линейная зависимость и независимость.  Преобразования базиса и координат.  Подпространства.  Линейная оболочка.</p>		2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
			2					
			2					
<b>5</b>	<b>Системы линейных уравнений</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Элементарные преобразования над матрицами. Матричные уравнения.</p>	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	



	Критерий совместности. Системы крамеровского типа. Теорема о базисном миноре. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.	2 2						Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Матричные уравнения. Метод Крамера. Метод Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>6</b>	<b>Линейные операторы</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
	<b>Лекции</b> Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.	2 2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Матрица линейного оператора. Операции над линейными операторами. Канонический вид линейных операторов.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>7</b>	<b>Билинейные и квадратичные формы</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
	<b>Лекции</b> Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Билинейные и квадратичные формы		2				[1,2,4-9], конспект лекций	
<b>8</b>	<b>Евклидовы пространства</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
	<b>Лекции</b> Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла. Существование ортогонального базиса. Разложение пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	

	<i>Практические занятия</i> Евклидовы пространства.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
9	<b>Линейные операторы в евклидовых пространствах</b>	4	6					
	<i>Лекции</i> Ортогональные и унитарные матрицы. Эрмитовы и симметричные матрицы. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Изометрии. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго порядка.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<i>Практические занятия</i> Ортогональные, унитарные, эрмитовы, симметричные матрицы. Приведение эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
10	<b>Элементы теории групп</b>	2	2					
	<i>Лекции</i> Понятие группы. Основные свойства групп. Примеры групп.	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<i>Практические занятия</i> Элементы теории групп.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	
11	<b>Тензорная алгебра</b>	2	2					
	<i>Лекции</i> Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах.	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	
	<i>Практические занятия</i> Алгебраические операции над тензорами.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	Итоговая контрольная работа

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная*

1. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач. - 5-е издание. - Минск: ТетраСистемс, 2008. - 287 с.

2. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи: учебное пособие. - 6-е издание. - Минск: ТетраСистемс, 2011. - 287 с.

3. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. - 223 с.

4. Ильин, В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. - 280 с.

5. Кадомцев, С. Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / С. Б. Кадомцев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Физматлит, 2011. – 168 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>

6. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / Д. В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - Режим доступа: по подписке. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>

7. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие / Л. А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И. А. Чубаров; ред. Д.В. Беклемишев. - 2-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2006. - 496 с. - Режим доступа: по подписке. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82795>

#### *Дополнительная*

8. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: тридцать пять лекций: [в 2 ч.]. Ч. 1. – 9-е изд.; 10-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008; 2009. – 279 с.

9. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко - Мн.: Універсітэцкае, 1999. – 302 с.

*С.В. Суикова Е.В.*

## ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Матрицы и операции над ними.
2. Определитель и его свойства.
3. Линейная зависимость и независимость.
4. Преобразования базиса и координат.
5. Подпространства.
6. Линейная оболочка.
7. Матричные уравнения.
8. Метод Крамера. Метод Гаусса.
9. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
10. Линейные операции над векторами. Разложение векторов.
11. Скалярное произведение векторов.
12. Векторное произведение векторов.
13. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение.
14. Прямая на плоскости.
15. Прямая в пространстве.
16. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
17. Эллипс, гипербола, парабола.
18. Кривые второго порядка.
19. Поверхности второго порядка.
20. Метод параллельных сечений.
21. Матрица линейного оператора.
22. Операции над линейными операторами.
23. Канонический вид линейных операторов.
24. Билинейные и квадратичные формы.
25. Евклидовы пространства.
26. Ортогональные, унитарные, эрмитовы, симметричные матрицы.
27. Привидение эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду.
28. Привидение квадратичной формы к каноническому виду.
29. Элементы теории групп.
30. Алгебраические операции над тензорами.

## **ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

При изучении дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» используются следующие инновационные подходы:

- Проведение всех видов аудиторных занятий осуществляется с применением компьютерных технологий;

- Для оценки знаний и компетенций студентов используется рейтинговая система;

- Отдельные темы учебной дисциплины предлагаются обучаемым для углубленного изучения, что позволяет применять поисковый метод в образовательном процессе. Проект при этом носит индивидуальный характер и направлен на формирование навыков самостоятельного поиска информации, умения ее анализировать и систематизировать, что позволяет выработать у обучающегося компетенции, направленные на получение навыков самообразования, а также поиска, систематизации и представления информации. Формы отчетности по указанному виду работы: конспект, краткое письменное сообщение, компьютерная презентация, доклад на научной студенческой конференции;

- Материалы для подготовки ко всем видам проводимых занятий выкладываются на базе платформы Google Classroom.

## КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Диагностика качества усвоения знаний проводится в форме промежуточного контроля и текущей аттестации.

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

1. Контрольные мини-работы по темам изучаемой дисциплины, итоговая контрольная работа.

2. Краткие сообщения по дополнительным заданиям для углубленного изучения отдельных тем дисциплины.

3. Экзамен.

Результат промежуточного контроля ( $\Pi$ ) за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля в течение семестра по формуле:

$$\Pi = \frac{\Pi K_1 + \Pi K_2}{2},$$

где каждое из слагаемых определяется как среднеарифметическое по каждой из форм промежуточного контроля.

Допускается по представлению преподавателя и по решению кафедры физики Полоцкого государственного университета увеличение результата промежуточного контроля для студентов, принимавших участие в олимпиадах, конкурсах студенческих работ и т.д. (согласно приказу №294 от 06.06.2014г.).

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится в соответствии с Правилами проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования, утвержденными постановлением Министерства образования Республики Беларусь 29.05.2012г. №53 и Положением о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов (приказ №294 от 06.06. 2014г.).

Отметка по экзамену ( $O$ ) рассчитывается на основе отметки по десятибалльной шкале, полученной студентом за ответы на вопросы по билету.

Итоговая экзаменационная отметка по дисциплине ( $\mathcal{E}$ ) рассчитывается на основе результата промежуточного контроля ( $\Pi$ ) и отметки, полученной студентом за ответ по билету ( $O$ ) по формуле:

$$k\Pi + (1 - k)O = \mathcal{E},$$

где  $k$  – весовой коэффициент промежуточного контроля (утверждается в начале семестра на заседании кафедры и доводится до сведения студентов на первом занятии).

## ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- углубленное изучение теоретического материала при подготовке к контрольным мини-работам и итоговой контрольной работе;
- подготовка кратких сообщений по дополнительным заданиям для углубленного изучения отдельных тем дисциплины.

### Содержание самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
Подготовка к аудиторным контрольным мини-работам, итоговой контрольной работе	Тема 1 «Матрицы и определители квадратных матриц» Тема 2 «Линейные пространства» Осн. литература: [1,2,4-7], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	6
	Тема 3 «Системы линейных уравнений» Осн. литература: [1,2,4-7], конспект лекций Доп. литература: [8-9]	6
	Тема 4 «Векторная алгебра» Осн. литература: [1,2,4-7], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	8
	Тема 5 «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве» Осн. литература: [1-3,5-7], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	10
	Тема 6 «Линейные операторы» Осн. литература: [1,2,4-7], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	5
	Тема 7 «Билинейные и квадратичные формы» Осн. литература: [1,2,5,6], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	5
	Тема 8 «Евклидовы пространства» Осн. литература: [1,2,5,6], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	5
	Тема 9 «Линейные операторы в евклидовых пространствах» Осн. литература: [1,2,5,6], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	5
	Подготовка краткого сообщения по отдельным углубленно изучаемым темам*	Осн. литература: [1-6], конспект лекций Доп. литература: [8] Открытые интернет-источники
Подготовка к экзамену	Перечень вопросов к экзамену Осн. литература: [1-7], конспект лекций Доп. литература: [8,9]	36
	<i>Всего часов:</i>	<i>102</i>

\* – право выбора темы для углубленного изучения предоставляется студентам в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

## ПЕРЕЧЕНЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ

1. Матрицы и линейные операции над ними. Произведение матриц. Транспонирование матриц.
2. Определители первого, второго и третьего порядка и их свойства. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Определитель произведения двух квадратных матриц одинакового порядка.
3. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы и его вычисление. Условие равенства нулю определителя. Теорема о базисном миноре.
4. Определение, свойства, вычисление обратной матрицы методом присоединенной матрицы и методом элементарных преобразований.
5. Системы линейных алгебраических уравнений, общие понятия. Матричный способ решения невырожденных линейных систем, формулы Крамера, метод Гаусса.
6. Однородные системы линейных уравнений. Структура общего решения. Фундаментальная система решений.
7. Неоднородные системы линейных уравнений, структура общего решения.
8. Векторы в пространстве и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось и на вектор. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
9. Линейная зависимость векторов. Базис на прямой, плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису.
10. Скалярное произведение векторов, его свойства и механический смысл. Условие ортогональности двух векторов. Скалярное произведение в координатной форме.
11. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический и физический смысл. Векторное произведение в координатной форме. Условие коллинеарности векторов.
12. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Условие компланарности трех векторов.
13. Понятия линейного пространства и подпространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора.
14. Декартова система координат на плоскости. Длина отрезка. Деление отрезка в данном отношении. Вычисление площади треугольника. Полярная система координат.
15. Кривая на плоскости и способы ее задания. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых.
16. Понятие кривой второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и канонические уравнения.



17. Понятие поверхности и кривой в пространстве, их параметрические уравнения. Плоскость в пространстве и различные формы ее задания. Угол между двумя плоскостями.

18. Прямая в пространстве, ее канонические и параметрические уравнения. Общие уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

19. Поверхности второго порядка. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, конусы, цилиндры.

20. Поверхности второго порядка. Исследование формы методом сечений.

21. Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия над линейными операторами.

22. Собственные векторы и собственные значения матриц. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен матрицы.

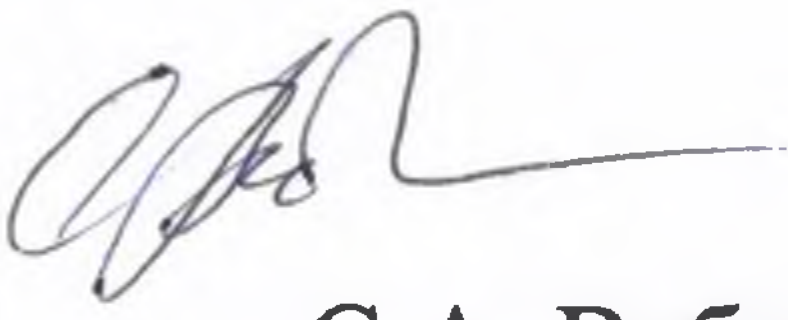

23. Евклидово пространство. Симметрические и ортогональные операторы и их матрицы. Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.

24. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Знакоопределенные квадратичные формы.

25. Элементы теории групп. Основные свойства групп. Примеры групп.

26. Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Уравнения математической физики	Кафедра физики	<p align="center"><i>Зачислено</i></p>  _____ С.А. Вабищевич зав.каф. физики	
Дифференциальные уравнения	Кафедра физики	<p align="center"><i>Зачислено</i></p>  _____ С.А. Вабищевич зав.каф. физики	

Анализ

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО  
на 2022 / 2023 учебный год**

<b>№ п/п</b>	<b>Дополнения и изменения</b>	<b>Основание</b>
1.	Изменение тем практических занятий	Повышение эффективности образовательного процесса


Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ физики \_\_\_\_\_ (протокол № \_\_1\_\_ от \_\_31.08.2022 г.)

Заведующий кафедрой физики  
к.ф.-м.н., доцент



Вабищевич С.А.

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ФКНЭ  
к.э.н.



Галешова Е.И.

## ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Матрицы и операции над ними.
2. Определитель и его свойства.
3. Обратная матрица.
4. Линейная зависимость и независимость.
5. Преобразования базиса и координат.
6. Подпространства. Линейная оболочка.
7. Линейные операции над векторами. Разложение векторов.
8. Скалярное произведение векторов.
9. Векторное произведение векторов.
10. Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение.
11. Матричные уравнения.
12. Метод Крамера. Метод Гаусса.
13. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
14. Прямая на плоскости.
15. Прямая в пространстве.
16. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
17. Эллипс, гипербола, парабола.
18. Кривые второго порядка.
19. Поверхности второго порядка.
20. Метод параллельных сечений.
21. Матрица линейного оператора.
22. Операции над линейными операторами.
23. Канонический вид линейных операторов.
24. Билинейные и квадратичные формы.
25. Евклидовы пространства.
26. Ортогональные, унитарные, эрмитовы, симметричные матрицы.
27. Привидение эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду.
28. Привидение квадратичной формы к каноническому виду.
29. Элементы теории групп.
30. Алгебраические операции над тензорами.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»**  
**Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемой самостоятельной работы студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	<b>1 семестр</b>	<b>54</b>	<b>60</b>					
<b>1</b>	<b>Матрицы и определители квадратных матриц</b>	<b>4</b>	<b>6</b>					
	<b>Лекции</b> Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц. Матрицы специального вида. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Обратная матрица.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Матрицы и операции над ними. Определитель и его свойства. Обратная матрица.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>2</b>	<b>Линейные пространства</b>	<b>4</b>	<b>6</b>					
	<b>Лекции</b> Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом. Преобразования базиса и координат, матрица перехода. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Линейная зависимость и независимость. Преобразования базиса и координат. Подпространства. Линейная оболочка.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа

<b>3</b>	<b>Векторная алгебра</b>	<b>6</b>	<b>8</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейное пространство геометрических векторов. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат.</p> <p>Скалярное и векторное произведения: свойства, механический смысл, вычисление в ортонормированном базисе.</p> <p>Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл вычисление в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведения. Тождество Якоби.</p>	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<p><b>Практические занятия</b>  Линейные операции над векторами. Разложение векторов.  Скалярное произведение векторов.  Векторное произведение векторов.  Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение.</p>		2 2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>4</b>	<b>Системы линейных уравнений</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Элементарные преобразования над матрицами. Матричные уравнения. Критерий совместности. Системы крамеровского типа. Теорема о базисном миноре. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.</p>	2 2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<p><b>Практические занятия</b>  Матричные уравнения.  Метод Крамера. Метод Гаусса.  Однородные системы. Фундаментальная система решений.</p>		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>5</b>	<b>Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>	<b>12</b>	<b>14</b>					
	<p><b>Лекции</b>  Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости.</p> <p>Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.</p> <p>Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений.</p> <p>Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.</p> <p>Определение канонического уравнения второй степени.</p>	2 2 2 2 2					[1-3,5,6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по

	Классификация кривых и поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.	2						результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Прямая на плоскости. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Эллипс, гипербола, парабола. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка. Метод параллельных сечений.		2 2 2 2 2 2				[1-3,5-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>6</b>	<b>Линейные операторы</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
	<b>Лекции</b> Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.	2 2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Матрица линейного оператора. Операции над линейными операторами. Канонический вид линейных операторов.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>7</b>	<b>Билинейные и квадратичные формы</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
	<b>Лекции</b> Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<b>Практические занятия</b> Билинейные и квадратичные формы		2				[1,2,4-9], конспект лекций	
<b>8</b>	<b>Евклидовы пространства</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
	<b>Лекции</b> Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла.	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	

	Существование ортогонального базиса. Разложение пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.	2						
	<i>Практические занятия</i> Евклидовы пространства.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>9</b>	<b>Линейные операторы в евклидовых пространствах</b>	<b>4</b>	<b>6</b>					
	<i>Лекции</i> Ортогональные и унитарные матрицы. Эрмитовы и симметричные матрицы. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Изометрии. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго порядка.	2 2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<i>Практические занятия</i> Ортогональные, унитарные, эрмитовы, симметричные матрицы. Приведение эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.		2 2 2				[1,2,4-9], конспект лекций	Контрольная мини-работа
<b>10</b>	<b>Элементы теории групп</b>	<b>2</b>	<b>2</b>					
	<i>Лекции</i> Понятие группы. Основные свойства групп. Примеры групп.	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	Краткое сообщение по результатам углубленного изучения отдельных тем дисциплины
	<i>Практические занятия</i> Элементы теории групп.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	
<b>11</b>	<b>Тензорная алгебра</b>	<b>2</b>	<b>2</b>					
	<i>Лекции</i> Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах.	2					[1,2,4-6,8], конспект лекций	
	<i>Практические занятия</i> Алгебраические операции над тензорами.		2				[1,2,4-9], конспект лекций	Итоговая контрольная работа