

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет имени
Евфросинии Полоцкой»

Ю.Я. Романовский

« 2023 г.

Регистрационный № УД Р17/23 уч.

МОДУЛЬ «МАТЕМАТИКА»

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии»
с профилизацией «Проектирование и производство программно-
управляемых электронных средств»

2023 г

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», регистрационный № ТД-1.1550/тип. от 21.02.2022, и учебного плана по специальности 6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии». Регистрационный № 15-23/уч. ФКНЭ от 04.04.2023г. для дневной формы получения высшего образования.

СОСТАВИТЕЛИ:

Козлов Александр Александрович, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физ.-мат. наук, доцент,

Завистовская Татьяна Ивановна, ассистент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой».

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 6 от «30» 05 2023 г.)

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 10 от «22» 06 2023г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 6 от «30» 06 2023 г.) № от

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель учебной дисциплины: развитие интеллектуального потенциала студентов, их способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; обучение применению новых понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии, техники математических рассуждений и доказательств.

Задачи учебной дисциплины: систематизированное и полное изложение основных понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры; освещение возможностей применения математики к решению практических задач из курсов физики, IT-дисциплин; развитие научного мировоззрения у студентов.

Учебная дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» является базой для таких учебных дисциплин, как «Численные методы», «Теория вероятностей и математическая статистика».

В результате изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» формируются следующие компетенции:

универсальные:

УК-11: Обладать навыками творческого аналитического мышления;

базовые профессиональные:

БПК-1: Применять методы матричного исчисления, анализировать решения систем линейных алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами для решения прикладных инженерных задач.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

основные методы аналитической геометрии, линейной алгебры;
 способы описания прямых и плоскостей;
 определения кривых второго порядка на евклидовой плоскости и поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве;
 критерии линейной зависимости векторов;
 матричную запись систем линейных уравнений;
 методы решения систем линейных уравнений;

уметь:

выполнять алгебраические вычисления с векторами в трехмерном евклидовом пространстве;
 строить линии на плоскости по заданному уравнению;
 работать с простейшими системами координат (декартовой, полярной, цилиндрической и сферической);
 выполнять основные алгебраические операции над матрицами;
 вычислять определитель квадратных матриц с помощью разложения по строке (столбцу), а также с помощью применения метода эквивалентных преобразований;
 решать системы линейных уравнений методом Гаусса, системы неоднородных уравнений методом Крамера и матричным методом;
 находить собственные значения и собственные вектора простейших матриц;

владеть:

методами аналитического и численного решения алгебраических уравнений; навыками творческого аналитического мышления.

В процессе получения математического образования студенты технических специальностей должны уяснить, что математика дает удобные и плодотворные способы описания (модели) самых разнообразных явлений реального мира и является в указанном смысле эффективным инструментом его познания. Соответственно, цели изучения математики в УВО позволяют сформировать не только базовые знания по математике, но и развить навыки самостоятельной познавательной деятельности студентов, сформировать прочную базу для изучения таких дисциплин как физика, основы алгоритмизации и программирования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» отводится:

Виды занятий, формы контроля знаний	Дневная форма обучения
Курсы	1
Семестры	1
Лекции (количество часов)	34
Практические занятия (количество часов)	34
Аудиторных часов по учебной дисциплине	68
Самостоятельная работа (количество часов)	40
Всего часов	108
Трудоемкость учебной дисциплины, з.е.	3
Форма промежуточной аттестации	экзамен

Дневная форма обучения: всего 108 часов, из них аудиторных 68 часов.
Форма промежуточной аттестации — экзамен (1 семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Элементы линейной алгебры.

Тема 1.1 Матрицы, определители.

Матрицы, основные понятия. Линейные операции над матрицами и их свойства. Определители n -го порядка и их свойства. Алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

Тема 1.2 Операции над матрицами.

Умножение матриц, свойства операции умножения.

Тема 1.3 Системы линейных уравнений. Правило Крамера.

Решение систем линейных уравнений. Правило Крамера.

Тема 1.4 Обратная матрица.

Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным способом.

Тема 1.5 Системы линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.

Тема 1.6 Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.

Раздел 2. Векторная алгебра.

Тема 2.1 Системы координат. Основные понятия.

Вектор как абстракция физических понятий. Свободные векторы. Равенство, коллинеарность векторов. Угол между векторами. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов. Проекция вектора на ось.

Тема 2.2 Линейные операции над векторами в координатной форме.

Ортонормированный базис. Линейные операции над векторами в координатной форме. Переход от одного базиса к другому. Выражение модуля и направляющих косинусов вектора через его координаты. Координаты вектора по двум точкам.

Тема 2.3 Скалярное произведение, векторное произведение.

Скалярное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие ортогональности векторов. Приложения скалярного произведения. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Приложения векторного произведения.

Тема 2.4 Смешанное произведение трех векторов.

Смешанное произведение трех векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие компланарности векторов. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Аналитическая геометрия.

Тема 3.1 Аналитическая геометрия на плоскости.

Понятие об уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия 1-го порядка. Уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору (направляющему вектору, угловому коэффициенту), по двум точкам, в «отрезках».

Тема 3.2 Линии 2-го порядка на плоскости.

Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Линии 2-го порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола.

Тема 3.3 Полярная система координат.

Полярная система координат. Построение линий в полярной системе координат.

Тема 3.4 Способы задания плоскости в пространстве.

Понятие уравнения поверхности в пространстве. Плоскость как поверхность 1-го порядка. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору, в «отрезках», по трем точкам. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Тема 3.5 Способы задания прямой в пространстве.

Прямая в пространстве, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой в пространстве по точке и направляющему вектору, по двум точкам.

Тема 3.6 Взаимное расположение прямой и плоскости.

Взаимное расположение прямой и плоскости.

Тема 3.7 Поверхности 2-го порядка в пространстве.

Эллипсоид, гиперboloиды, конус 2-го порядка, параболоиды, цилиндры 2-го порядка. Метод сечений.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»
(дневная форма обучения)**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы.	Количество аудиторных					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемой самостоятельной работы		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ (68 часов)		34	34					
I семестр		34	34					
	<i>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</i>	12	12					
Тема 1.1	Матрицы, основные понятия. Линейные операции над матрицами и их свойства. Определители n -го порядка и их свойства. Алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).	2	2				[1] с. 27-30, 61- 65	
Тема 1.2	Операции над матрицами. Умножение матриц, свойства операции умножения.	2	2				[1] с. 31-40	УО
Тема 1.3	Решение систем линейных уравнений. Правило Крамера.	2	2				[1] с. 41-44	
Тема 1.4	Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным способом.	2	2				[1] с. 46-48	
Тема 1.5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.	2	2				[1] с. 48-52	
Тема 1.6	Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.	2	2				[1] с. 44-52, с. 65-72	ПДЗ
	Раздел 2. Векторная алгебра	8	8					
Тема 2.1	Вектор как абстракция физических понятий. Свободные векторы. Равенство, коллинеарность векторов. Угол между векторами. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов. Проекция вектора на ось.	2	2				[2] с. 54-60, 60-62	УО
Тема 2.2	Ортонормированный базис. Линейные операции над векторами в координатной форме. Переход от одного базиса к другому. Выражение модуля и направляющих косинусов вектора через его координаты. Координаты вектора по двум точкам.	2	2				[2] с. 60-65, 65-68	ИДЗ

Тема 2.3	Скалярное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты.	2	2				[2] с. 29-34, 68-82	МСР
Тема 2.4	Смешанное произведение трех векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие компланарности векторов. Собственные значения и собственные векторы матрицы.	2	2				[2] с. 39-41, 81-86	
	<i>Контрольная работа «Элементы векторной алгебры».</i>							РКР*
	Раздел 3. Аналитическая геометрия	14	14					
Тема 3.1	Понятие об уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия 1-го порядка. Уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору (направляющему вектору, угловому коэффициенту), по двум точкам, в «отрезках».	2	2				[2] с. 108- 116, 151-159	УО
Тема 3.2	Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Линии 2-го порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола.	2	2				[2] с. 116- 122, 151- 161	ПДЗ
Тема 3.3	Полярная система координат. Построение линий в полярной системе координат	2	2				[2] с. 123- 124,	
Тема 3.4	Понятие уравнения поверхности в пространстве. Плоскость как поверхность 1-го порядка. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору, в «отрезках», по трем точкам. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.	2	2				[2] с.124-129, 162-164	УО
Тема 3.5	Прямая в пространстве, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой в пространстве по точке и направляющему вектору, по двум точкам.	2	2				[2] с.130-140, 165-171	УО
Тема 3.6	Взаимное расположение прямой и плоскости.	2	2				[2] с. 140- 145, 172- 174	ПДЗ
Тема 3.7	Поверхности 2-го порядка в пространстве. Эллипсоид, гиперboloиды, конус 2-го порядка, параболоиды, цилиндры 2-го порядка. Метод сечений.	2	2				[2] 165-171	

Принятые сокращения:

ИДЗ - индивидуальное домашнее задание

МСР - мини-самостоятельная работа

ПДЗ - проверка домашнего задания

УО - устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;

РКР- рейтинговая контрольная работа.

* мероприятия текущего контроля

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Теория и тесты : учебное пособие / И. И. Рушнова [и др.] ; [под общей редакцией И.И. Рушновой]. - Минск : РИВШ, 2023. - 230 с.
2. Березкина, Л.Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебник / Л. Л. Березкина. - Минск: РИВШ, 2022. - 411 с.
3. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие [Электронный ресурс] / А. М. Ивлева, ГГ И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосибирский государственный технический университет. – 5-е изд-е, испр. и доп. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. - 183 с. — Режим доступа: по подписке. - URT: [https://biblioclub.ru/index.php?pageM\)ook&id=576324](https://biblioclub.ru/index.php?pageM)ook&id=576324) (дата обращения: 21.02.2022).
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: в пяти частях : учебное пособие. Часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной - Минск: Высш. шк., 2017. - 302 с.

Дополнительная:

5. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : справочное пособие к решению задач. - 3-е издание, стереотипное ; 5-е издание. - Минск : ТетраСистемс, 2008. - 287 с.
6. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи : учебное пособие. - 6-е издание. - Минск : ТетраСистемс, 2011. - 287 с. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования.
7. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 1. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2009. – 368 с.
8. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 2. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2009. - 448 с.
9. Элементы векторной алгебры. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве : учебно-методический комплекс для студентов технических специальностей / Министерство образования Республики Беларусь, Полоцкий государственный университет ; под общей редакцией В.С. Вакульчик. - Новополоцк : ПГУ, 2009. - 219 с.
10. Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной: учебно-методический комплекс для студентов технических специальностей / Министерство образования Республики Беларусь, Полоцкий государственный университет; составление и общая редакция В.С. Вакульчик. - Новополоцк : ПГУ, 2007.- 351 с.

И. И. Рушнова Е. В.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Определители второго и третьего порядков и их свойства.
2. Матрицы. Действия над матрицами и их свойства.
3. Обратная матрица. Определение. Формула для вычисления.
4. Системы линейных уравнений. Теорема о совместности системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
6. Системы линейных уравнений. Решение систем методом Гаусса.
7. Векторы в пространстве. Основные определения. Линейные операции над векторами и их свойства.
8. Орт вектора. Направляющие косинусы. Скалярное произведение векторов и их свойства.
9. Вычисление угла между векторами. Признак перпендикулярности векторов. Вычисление скалярного произведения в декартовой системе координат.
10. Векторное произведение векторов и его свойства. Формула для вычисления векторного произведения в декартовой системе координат.
11. Смешанное произведение. Геометрический смысл. Вычисление в декартовых координатах.
12. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
13. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой «в отрезках».
14. Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми.
15. Полярная система координат. Связь с декартовой системой координат.
16. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости «в отрезках».
17. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями.
18. Уравнения прямой в пространстве: общие, канонические, параметрические.
19. Взаимное расположение прямых, угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью в пространстве.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов — содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности.

Задача самостоятельной работы студентов - усвоение определенных стандартов знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

-самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения ИДЗ с консультациями преподавателя.

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов:
-анализ учебной программы по учебной дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

-проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

-структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

**Содержание самостоятельной работы студентов
дневной формы обучения**

Вид работы	Тематическое содержание	Используемые источники	К-во часов
			I сем.
Углубленное изучение теоретической части учебной дисциплины	<p>Раздел 1. Элементы линейной алгебры. - Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.</p>	[1], [2], [4], [7]	6
	<p>Раздел 2. Векторная алгебра. Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу. Работа в командах над заданиями УМК.</p>	[1], [2], [4], [7]	10
	<p>Раздел 3. Аналитическая геометрия. Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу. Выполнить задания теста. При изучении поверхностей и кривых второго порядка использовать системы компьютерной алгебры.</p>	[1], [2], [4], [7]	14
	Подготовка к ЭКЗАМЕНУ	Конспект лекционных и практических занятий	6
	<p>Рейтинговая контрольная работа №1 Раздел 2. Векторная алгебра. - Обзор лекционных и практических занятий. - Обзор графических схем, информационных таблиц, глоссария по теме. - Задачи для самоконтроля.</p>	Конспект лекционных и практических занятий	4
Всего часов			40

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- > индивидуальное домашнее задание
- > мини-самостоятельная работа
- > проверка домашнего задания
- > рейтинговая контрольная работа
- > устный опрос, в том числе и экспресс-опрос
- > письменный/устный экзамен.

Диагностика качества усвоения знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Отметка текущего контроля (Т) за 1 семестр определяется по результатам рейтинговой контрольной работы.

Форма промежуточной аттестации - экзамен. Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам текущего контроля (Т) и экзаменационную отметку (Э).

Таблица 1. Составляющие итоговой отметки по дисциплине и их весовые коэффициенты

Составляющие итоговой оценки (ИЭ)	k	Т	(1-k)	Э
	0,5	<i>Рейтинговая контрольная работа</i>	0,5	*

*Отметка, полученная студентом на экзамене за письменный/устный ответ по билету. Билет включает 1 теоретический вопрос и 2 практических задания.

Итоговая отметка по дисциплине определяется по формуле:

$$ИЭ = 0,5Т + 0,5Э.$$

Положительной является итоговая экзаменационная отметка не ниже 4 баллов.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Microsoft Office Excel ver. 2003 и выше, MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 12 и выше, MATLAB 5 и выше.

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Основной методической системой для организации учебного процесса по математике является УМК нового поколения, спроектированный с точки зрения полипарадигмального подхода (комплексного взаимодействия *системно-деятельностного, дифференцированного, модульного, когнитивно-визуального, компетентностного* подходов) с целью максимального использования его потенциальных возможностей в конкретном дидактическом процессе обучения математике студентов технических специальностей. Указанная методическая система базируется на обще-дидактических принципах обучения (*научности, структуризации; информационной системности и целостности; доступности; пролонгации, профессиональной направленности, развивающей деятельности, реализации обратной связи в обучении математике, пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения и других*).

Используемые методы обучения:

- методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы);
- лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);
- информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, видео-лекции, применение специализированных компьютерных программ Microsoft Word, Microsoft Office Excel, SPSS, MATHCAD PROFESSIONAL, MAPLE, MATLAB, POWERPOINT).

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С
ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Численные методы	математики и компьютерной безопасности	<i>Замечаний и предложений нет</i>	
Теория вероятностей и математическая статистика	математики и компьютерной безопасности	<i>Замечаний и предложений нет</i>	

Заведующий МакБ *и.д.д.д.* *Буряченко И.И.*