

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет»



Н.А. Борейко

« 26 » 12 2019 г.

Регистрационный № УД-394/19 уч.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-56 02 01 «Геодезия»

2019

Handwritten signature

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 1 - 56 02 01 - 2019 и учебного плана по специальности 1 - 56 02 01 «Геодезия». Регистрационный № 04-18 уч. ФИТ от 31.08.2018г.

СОСТАВИТЕЛИ:

КОЗЛОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Полоцкий государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент

АЛЕКСАНДРОВИЧ ТАТЬЯНА АЛИЕВНА, ассистент кафедры высшей математики учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

протокол № 10 от «03» декабря 20 19 г.

Методической комиссией факультета информационных технологий учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

протокол № 9 от «24» декабря 20 19 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей»: научить студентов исследовать свойства кривых и поверхностей в евклидовом пространстве с помощью методов дифференциального и интегрального исчисления.

Задачами изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» являются:

- формирование у студентов навыков обращения с параметрическими уравнениями кривых и поверхностей;
- изучение геометрических свойств поверхностей и тел по уравнению: формы и расположения относительно системы координат; их взаимного расположения с другими геометрическими объектами;
- развитие интеллектуального потенциала студентов и способностей их к логическому, алгоритмическому и пространственному мышлению.

В результате изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» студент должен

знать:

- уравнения основных кривых и поверхностей;
- понятия касательной прямой, главной нормали и бинормали и их уравнения;
- понятия нормальной плоскости к кривой, соприкасающейся плоскости и их уравнения;
- понятие кривизны и кручения кривой и формулы для их вычисления;
- формулу для вычисления длины кривой и понятие естественного параметра;
- понятие подвижного репера кривой и вид кривой в подвижном репере;
- понятие касательной плоскости и нормали к поверхности и все виды их уравнений;
- понятие первой квадратичной формы поверхности и её приложения;
- понятие второй квадратичной формы поверхности и её приложения;
- основные теоремы теории кривых и поверхностей.

уметь:

- составлять уравнения понятия касательной прямой, главной нормали и бинормали;
- составлять уравнения нормальной плоскости к кривой, соприкасающейся плоскости;
- вычислять кривизну и кручение кривой, находить центр кривизны;
- вычислять длину кривой и записывать её уравнения с натуральным параметром;
- составлять касательной плоскости и нормали к поверхности;
- находить первую и вторую квадратичную формы поверхности;
- вычислять нормальную кривизну поверхности и находить её экстремальные значения;
- вычислять площадь поверхности.

владеть:

- общими понятиями топологии и дифференциальной геометрии;
- основными методами дифференциальной геометрии, теории поверхностей.

В результате изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» формируются следующая базовая профессиональная компетенция (БПК):

БПК-1. Владеть основными понятиями и методами линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистикой, аналитической и дифференциальной геометрии, математического анализа; применять полученные знания для решения задач теоретической и практической направленности.

Учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» знакомит студентов с методами исследования кривых и поверхностей, основанных на применении дифференциального и интегрального исчисления функций одного и двух переменных, и необходима для формирования у будущих геодезистов как фундаментальных математических знаний, непосредственным образом связанных с геодезией, так и общепрофессиональной математической культуры. Для изучения дисциплины необходимы знания таких дисциплин как математика, физика. Данная дисциплина позволяет сформировать прочную базу для изучения таких дисциплин, как топография, высшая геодезия.

Виды занятий, формы контроля знаний	Дневная форма обучения
Курс	2
Семестры	4
Лекции (количество часов)	34
Практические занятия (количество часов)	34
Аудиторных часов по учебной дисциплине	68
Всего часов по учебной дисциплине	136
Экзамен (семестр)	4

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Наименования разделов, тем и их содержание
Раздел 1. Теория кривых
Тема 1.1 Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие пути, гладкого и регулярного пути. Понятие кривой.
Тема 1.2 Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.
Тема 1.3 Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль.
Тема 1.4 Длина пути. Натуральный параметр.
Тема 1.5 Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.
Тема 1.6 Подвижной репер кривой. Формулы Френе. Основная теорема теории кривых.
Тема 1.7 Вид кривой в подвижном репере (проекции на координатные плоскости).
Тема 1.8 Огибающая семейства плоских кривых.
Раздел 2. Теория поверхностей
Тема 2.1 Элементы топологии (метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм).
Тема 2.2 Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.
Тема 2.3 Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
Тема 2.4 Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми. Площадь поверхности.
Тема 2.5 Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Теорема Менье.
Тема 2.6 Главные направления. Главные кривизны. Гауссова и средняя кривизна. Формулы для их нахождения. Классификация точек на поверхности.
Тема 2.7 Соприкасающийся параболоид к поверхности. Индикатриса кривизны.
Тема 2.8 Геодезические линии на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.
Тема 2.9 Теорема Гаусса-Бонне. Эйлерова характеристика поверхности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

(дневная форма обучения)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы.	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемой самостоятельной работы студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Раздел 1. Теория кривых		16	18					
Тема 1.1	Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие пути, гладкого и регулярного пути. Понятие кривой.	2	2				[1] с. 27-34 с. 34-44	ИДЗ
Тема 1.2	Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.	2	2				[1] с. 61-65	УО
Тема 1.3	Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль.	2	2				[2] с. 29-37, 68-82	
Тема 1.4	Длина пути. Натуральный параметр.	2	2				[1] с. 65-70	
Тема 1.5	Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.	2	2					
Тема 1.6	Подвижной репер кривой. Формулы Френе. Основная теорема теории кривых.	2	2				[2] с. 54-62	
Тема 1.7	Вид кривой в подвижном репере (проекция на координатные плоскости).	2	2					УО
Тема 1.8	Огибающая семейства плоских кривых.	2	2				[3] с. 51-67	ПДЗ
	Контрольная работа «Теория кривых»		2					РКР
Раздел 2. Теория поверхностей		18	16					

Тема 2.1	Элементы топологии (метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм).	2	2				[2] с. 39-41, 81-86	
Тема 2.2	Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.	2	2					
Тема 2.3	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	2	2				[2] с. 108-116	УО
Тема 2.4	Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми. Площадь поверхности	2	2				[2] с. 151-159	ПДЗ
Тема 2.5	Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Теорема Менье.	2	1				[2] с.124-129, 162-164	УО
Тема 2.6	Главные направления. Главные кривизны. Гауссова и средняя кривизна. Формулы для их нахождения. Классификация точек на поверхности.	2	1				[2] с.130-140, 165-171	
Тема 2.7	Соприкасающийся параболоид к поверхности. Индикатриса кривизны.	2	2					
Тема 2.8	Геодезические линии на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.	2	1				[1] с.157-170	
Тема 2.9	Теорема Гаусса-Бонне. Эйлерова характеристика поверхности.	2	1				[4] с.176-200	
	Контрольная работа «Теория поверхностей».		2					РКР
		34	34					

Принятые сокращения:

ИДЗ – индивидуальное домашнее задание;

ПДЗ – проверка домашнего задания;

УО – устный опрос;

РКР – рейтинговая контрольная работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ

1. Кузовлев, В.П., Подаева, Н.Г. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основание геометрии: учебное пособие. – Москва: Физматлит, 2012. – 207 с.
2. Мищенко, А.С., Фоменко, А.Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник – Москва: Физматлит, 2004. – 300 с.
3. Сизый, С.В. Лекции по дифференциальной геометрии: учебное пособие. – Москва: Физматлит, 2007. – 376 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

4. Воднев, В.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии. – Минск: Вышэйшая школа, 1970 – 376 с.
5. Феденко, А.С. Дифференциальная геометрия. – Минск: БГУ, 1982 – 438с.

Перечень вопросов к экзамену

1. Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие пути, гладкого и регулярного пути. Понятие кривой.
2. Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.
3. Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль.
4. Длина пути. Натуральный параметр.
5. Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.
6. Подвижной репер кривой. Формулы Френе. Основная теорема теории кривых.
7. Вид кривой в подвижном репере (проекции на координатные плоскости).
8. Огибающая семейства плоских кривых.
9. Элементы топологии (метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм).
10. Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.
11. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
12. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми. Площадь поверхности.
13. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Теорема Минье.
14. Главные направления. Главные кривизны. Гауссова и средняя кривизна. Формулы для их нахождения. Классификация точек на поверхности.
15. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Индикатриса кривизны.
16. Геодезические линии на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.
17. Теорема Гаусса-Бонне. Эйлерова характеристика поверхности.

Перечень рефератов

1. Вектор-функция скалярного аргумента.
2. Понятие пути, гладкого и регулярного пути.
3. Понятие кривой.
4. Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.
5. Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.
6. Огибающая семейства плоских кривых.
7. Элементы топологии (метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм).
8. Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.
9. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
10. Теорема Менье.
11. Классификация точек на поверхности.
12. Соприкасающийся параболоид к поверхности.
13. Индикатриса кривизны.
14. Геодезические линии на поверхности. Теорема Гаусса-Бонне.
15. Эйлерова характеристика поверхности.

1. МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ И СРЕДСТВА

Основной методической системой для организации образовательного процесса по дифференциальной геометрии и основам теории поверхностей является УМК нового поколения – УМК (в широком смысле), спроектированный с точки зрения *системно-деятельного, дифференцированного, модульного, когнитивно-визуального, компетентностного* подходов с целью максимального использования их потенциальных возможностей в конкретном дидактическом процессе обучения математике студентов.

Основные компоненты УМК:

- «Спроектированные лекционные занятия» (теоретический блок);
- «Спроектированные практические занятия» (практический блок);
- «Систематический педагогический контроль знаний» (блок контроля знаний).

1.1 Методы обучения:

– методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы);

– лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);

– информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, применение специализированных компьютерных программ Microsoft Word, Microsoft Office Excel, SPSS, MATHCAD PROFESSIONAL, MAPLE, MATLAB, POWERPOINT, MSACCESS).

1.2 Средства диагностики знаний:

– устный опрос;

– индивидуальное домашнее задание, выполняемое под руководством преподавателя;

– рейтинговые контрольные работы.

– письменный экзамен.

2. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа в виде выполнения индивидуальных заданий при подготовке к практическим занятиям с консультациями преподавателя;
- подготовка рефератов по темам, предложенных преподавателем, или выбранным индивидуально.

2.1 Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;
- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;
- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

2.2 Содержание самостоятельной работы студентов дневной формы обучения

Вид работы	Тематическое содержание	Используемые источники	Количество часов (68 ч)
			IVс
Углубленное изучение отдельных тем	Раздел 1. Теория кривых -Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. - Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.	1, 3, 8, 9	8
	Раздел 2. Теория поверхностей - Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. - Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу. - Работа в командах над заданиями УМК.	2, 3, 8, 9	8
Подготовка к контрольным точкам	Рейтинговая контрольная работа №1 Раздел 1. Теория кривых - Обзор лекционных и практических занятий. - Обзор графических схем, информационных таблиц, глоссария по теме. - Задачи для самоконтроля.	Конспект лекционных и практических занятий	8
	Рейтинговая контрольная работа №2. Раздел 2. Теория поверхностей - Обзор лекционных и практических занятий. - Обзор графических схем, информационных таблиц, глоссария по теме. - Задачи для самоконтроля.	Конспект лекционных и практических занятий	8
	Подготовка к экзамену	[1-5]	36
	Всего часов		68

3. КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Форма текущей аттестации – экзамен. Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам промежуточного контроля (П) и экзаменационную отметку (Э).

Таблица 1. Составляющие итоговой отметки по дисциплине и их весовые коэффициенты

Составляющие итоговой оценки (ИЭ)	k	П	(1-k)	Э
	0,5	Таблицы 2- 4	0,5	*

*Отметка, полученная студентом на экзамене за письменный/устный ответ по билету. Билет включает 1 теоретический вопрос и 2 практических задания.

Итоговая отметка по дисциплине определяется по формуле:

$$И_{\text{Э}} = 0,5П + 0,5Э.$$

Отметка промежуточного контроля (П) за семестр определяется как среднеарифметическая величина по результатам мероприятий промежуточного контроля по формуле:

$$П = (П_1 + П_2) / 2$$

Таблица 2. Составляющие отметки промежуточного контроля (П) по дисциплине

<i>Промежуточные контрольные мероприятия</i>	<i>Рейтинговая контрольная работа № 1 (П₁)</i>	<i>Рейтинговая контрольная работа №2. (П₂)</i>
Содержание контрольного мероприятия – название раздела (модуля)	Раздел 1. Теория кривых	Раздел 2. Теория поверхностей
Задания	Контрольное задание состоит из 5 задач	Контрольное задание состоит из 5 задач
Отметка контрольных мероприятий (П₁, П₂)	Каждый пункт оценивается в 2 балла	1 зад. – 2 балла 2 зад. – 2 балла 3 зад. – 1 балл 4 зад. – 2 балла 5 зад. – 3 балла

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И
ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ» С ДРУГИМИ
ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

<p>Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование</p>	<p>Название Кафедры</p>	<p>Предложения об изменениях в содержании учебной программы Учреждения высшего образования по учебной дисциплине «дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей»</p>	<p>Решение, принятое кафедрой высшей математики</p>
<p>Топография</p>	<p>Г и ГИС</p>	<p>Согласовано нет 18.10.19 ав. каф. Г и ГИС Ильин / Шаронова Г.А.</p>	
<p>Высшая геодезия</p>	<p>Г и ГИС</p>	<p>Согласовано нет 18.10.19 ав. каф. Г и ГИС Ильин / Шаронова Г.А.</p>	