

УДК 548.232.4

DOI 10.52928/2070-1624-2024-42-1-60-68

ПАРАМЕТРЫ ВОЗМУЩЕННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕРШИНЫ ДЕНДРИТА В ГЛУБОКО ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ РАСПЛАВАХ НИКЕЛЯ И МЕДИ

*д-р физ.-мат. наук, проф. О. Н. ШАБЛОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук, доц. Д. Г. КРОЛЬ
(Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого)*

O. Shablovsky ORCID <https://orcid.org/0000-0002-2479-1789>,

D. Kroll ORCID <https://orcid.org/0000-0001-8385-2492>

Объект исследования – морфологическая устойчивость вершины свободного дендрита в переохлажденном расплаве чистого вещества. Рассмотрены области глубоких переохлаждений: для никеля $\Delta T > 166$ К, для меди $\Delta T > 180$ К. Отличительная черта изучаемых процессов – наличие двух скоростей распространения малых возмущений (скоростей «звука»). Определены зависимости этих скоростей от переохлаждения расплава. Подробно изучены периодический и аperiodический по координате режимы возмущения линии роста. Для этих устойчивых режимов обнаружена возможность наблюдения одной и той же скорости волны возмущения в двух процессах, отличающихся один от другого размерами пространственной неоднородности фона перед волной и характерными временами затухания волны. Показано, что аperiodическая неустойчивость появляется, если после прохождения фронта волны ширина зоны неоднородности линии роста уменьшается. Резонансный режим возбуждения вершины дендрита демонстрирует важные различия между свойствами расплава никеля и меди. Прежде всего это относится к температурным зависимостям резонансной частоты и скорости стоячей волны, формирующейся в окрестности вершины. Приведены численные расчеты и представлена графическая информация, иллюстрирующая закономерности роста дендритов никеля и меди.

Ключевые слова: *высокоскоростная кристаллизация, дендритный рост, эволюция фазовой границы, морфологическая устойчивость, стоячая волна.*

Введение. Дендритный рост кристалла из переохлажденного расплава чистого вещества происходит при достаточно больших переохлаждениях: например, для никеля при $\Delta T > 57$ К. Эволюционные свойства линии роста дендрита в значительной степени детерминированы процессами, происходящими на его вершине. В настоящей работе изложены результаты теоретического исследования возмущенного состояния вершины дендрита в глубоко переохлажденных расплавах никеля и меди. Актуальность этой задачи обусловлена современными экспериментальными данными измерений скорости роста кристалла (20 – 70 м/с) при переохлаждениях, достигающих 300 К [1]. В таких условиях система «расплав – кристалл» находится в отчетливо выраженном локально-неравновесном состоянии, и для ее изучения необходимо применять неклассический термодинамический подход [2]. Современное состояние теоретических и экспериментальных исследований физики роста дендритов представлено в статьях и обзорах [3–14]. Прикладные аспекты данной проблемы связаны с разработкой технологий высокоскоростной кристаллизации для получения материалов с особыми эксплуатационными свойствами [15].

Цель работы: изучить морфологическую устойчивость и физические параметры вершины дендрита в переохлажденных расплавах никеля и меди.

Уравнение малых возмущений линии роста. Уравнение фазовой границы кристаллизации (ФГК) расплава для больших переохлаждений ΔT получено в [16] с учетом локально-неравновесных свойств теплопереноса в твердой фазе. Точным решением этого уравнения является одиночный параболический дендрит $x = F_0(y, t)$, для которого

$$F_0(y, t) = N_0 t + (K_0 y^2 / 2), \quad (1)$$

где x, y – прямоугольные декартовы координаты;

x – ось симметрии дендрита, которая направлена в сторону кристалла;

y – поперечная координата;

t – время.

ФГК движется справа налево с постоянной скоростью $N_0 < 0$; $N_m = -N_0$; $K_0 > 0$ – кривизна вершины дендрита.

Исходное уравнение ФГК, а вместе с ним и точное решение (1) определяют локальный по координате y закон распространения линии роста в малой окрестности вершины $y = 0$. Для возмущенной линии роста $x = F(y, t)$ процедура линеаризации вида

$$F(y, t) = F_0(y, t) + f(y, t)$$

дает уравнение, определяющее эволюцию малого возмущения $f(y,t)$ [16]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \alpha_0 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) + \alpha_1 \frac{\partial f}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \alpha_3 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_i = s_i / (L\gamma), \quad i = 0, 1, 2, 3;$$

$$s_0 = -2N_0U_2, \quad s_1 = (2K_0N_0^2c / \mu) - (cN_0 / \gamma\mu) - K_0N_0L_* - K_0^2N_0U_2, \quad (3)$$

$$s_2 = L + L_* + K_0U_2 - (3cN_0 / \mu) - K_0N_0L\gamma,$$

$$s_3 = 2K_0N_0^2U_2 + N_0^2L_* - (N_0U_2 / \gamma) - (cN_0^3 / \mu);$$

$$L_* = L - c_*\Delta T, \quad U_1 = U / L, \quad U_2 = cT_cU_1,$$

где c – объемная теплоемкость кристалла;
 c_* – объемная теплоемкость расплава;
 μ – кинетический коэффициент, входящий в хорошо известный закон нормального роста;
 γ – время релаксации теплового потока;
 L – теплота фазового перехода единицы объема вещества;
 U – поверхностная энергия границы раздела фаз;
 T_c – равновесная температура кристаллизации.

Остальные подробности вывода уравнения ФГК и уравнения возмущений (2) изложены в [16]. Для подсчета зависимости коэффициентов $\alpha_i = \alpha_i(\Delta T)$ применяем полуэмпирические функции $N_m = N_m(\Delta T)$ и $\mu = \mu(\Delta T)$, полученные в [13] для никеля и меди. Числовые расчеты выполнены при следующих значениях кинетических и теплофизических параметров:

– никель, Ni:

$$166 \leq \Delta T, \quad K \leq 312; \quad N_m, \text{ м/с} = -13,420624 + 0,28349333 \cdot \Delta T - 0,00014256896 \cdot \Delta T^2,$$

$$\mu, \text{ м/(с град)} = -1,431334 + 0,066524 \cdot \Delta T - 2,954532 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T^2, \quad T_c = 1728 \text{ К}, \quad L = 2,14 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3,$$

$$c = 5,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}, \quad c_* = 6,0403 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}, \quad \lambda = 69 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad U = 0,37 \text{ Дж/м}^2,$$

$$\gamma = 1,3804 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

– медь, Cu:

$$180 \leq \Delta T, \quad K \leq 230; \quad N_m, \text{ м/с} = -351,30086 + 3,1413105 \cdot \Delta T - 0,0054439132 \cdot \Delta T^2;$$

$$\mu, \text{ м/(с град)} = 35,326602 - 851,17268 \cdot \exp(-0,019538945 \cdot \Delta T); \quad T_c = 1357 \text{ К}, \quad L = 1,77 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3,$$

$$c = 4,17 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}, \quad c_* = 4,45267 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}; \quad \lambda = 317 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad U = 0,26 \text{ Дж/м}^2,$$

$$\gamma = 4,763 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

В формулах (3) кривизна K_0 – свободный параметр, числовое значение которого мы берем на основе известных в литературе результатов экспериментальных измерений. В представленной здесь серии расчетов было принято для всех вариантов $R_0 = 1 / K_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м; характерные масштабы времени и поперечного размера такие: $t_b = 10^{-7}$ с, $y_b = 10^{-6}$ м.

Уравнение (2) содержит два волновых оператора, которым соответствуют две «скорости звука»:

$$w_1^2 = \alpha_0, \quad w_2^2 = \alpha_3 / \alpha_2, \quad 0 < w_1^2 < w_2^2. \quad (4)$$

Это обстоятельство в значительной степени влияет на динамические свойства устойчивости / неустойчивости линии роста дендрита. В работе [17] приведено подробное обсуждение дозвуковых, звуковых и сверхзвуковых режимов распространения волн возмущения, бегущих со скоростью b : $b^2 \leq w_1^2 < w_2^2$; $w_1^2 < b^2 \leq w_2^2$; $w_1^2 < w_2^2 < b^2$.

На рисунке 1 показаны зависимости обеих скоростей звука от переохлаждения расплава. Для никеля и меди функции $w_1 = w_1(\Delta T)$ монотонно возрастающие, а функции $w_2 = w_2(\Delta T)$ имеют нетривиальные качественные различия: для Ni наблюдается немонотонность (максимум), для Cu – монотонный рост.

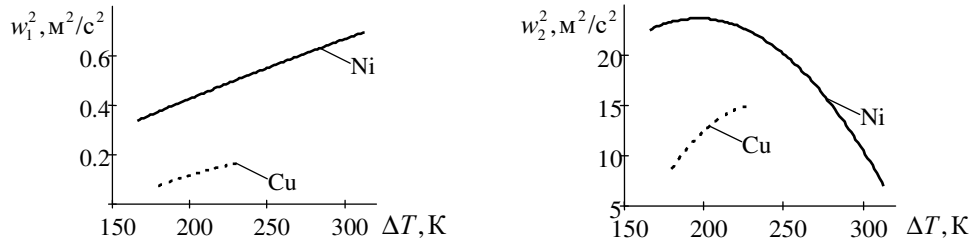


Рисунок 1. – Зависимости квадратов скоростей звука (4) от переохлаждения расплава

Периодический по координате режим возмущения. Решение уравнения (2) возьмем в виде

$$f(y, t) = \tilde{f}(y) \exp(h_1 t), \quad h_1 = \text{const},$$

где $\tilde{f}(y)$ определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2 \tilde{f}}{dy^2} + \Omega \tilde{f} = 0, \quad (5)$$

$$\Omega = -h_1 (h_1^2 + \alpha_2 h_1 + \alpha_1) / (\alpha_0 h_1 + \alpha_3). \quad (6)$$

Здесь мы рассматриваем вариант $h_1 < 0$, $\alpha_0 h_1 + \alpha_3 > 0$. Далее нам понадобятся корни квадратного уравнения $h_1^2 + \alpha_2 h_1 + \alpha_1 = 0$:

$$h_1^\pm = \left(-\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1} \right) / 2.$$

Эти корни действительные; смысл верхних индексов « \pm » ясен из записи формулы. Периодическое по y решение получаем при $\Omega = r^2 > 0$ (см. (6)). В этом случае

$$\tilde{f}(y) / H = \sin(ry), \quad r = \Omega^{1/2} > 0,$$

причем $h_1^2 + \alpha_2 h_1 + \alpha_1 > 0$, т. е. $h_1 \in (h_1^+, 0)$; H – постоянная малая величина первого порядка малости. В результате имеем

$$f(y, t) / H = \exp(h_1 t) \sin(ry). \quad (7)$$

Волна возмущения

$$y = Vt, \quad V = -h_1 / r_1 > 0 \quad (8)$$

движется от вершины на периферию дендрита по пространственно-неоднородному фону

$$f_0(y) / H = \exp(-r_1 y) \sin(ry), \quad (9)$$

имеющему два характерных размера: $1/r_1$ и $1/r$. Обозначив $\delta_1 = r_1 / r$, получим

$$V\delta_1 = -h_1 / r > 0, \quad (10)$$

где r – частота колебаний фона по координате y ;
 $(-h_1)$ – параметр затухания во времени.

Интервал $h_1 \in (h_1^+, 0)$ соответствует устойчивому режиму (7) затухания во времени, поэтому нижняя граница значений характерного времени затухания равна $[1/(-h_1^+)] < [1/(-h_1)]$.

Из физических соображений ясно, что при фиксированном переохлаждении ΔT скорость волны V определяется единственным образом. Расчеты показывают, что одному значению r соответствуют два значения h_1 : $h_1^{(1)}$ и $h_1^{(2)}$ (рисунок 2, корреляция $1/(-h_1) \leftrightarrow \pi/r$). Следовательно, одному значению r соответствуют два значения r_1 : $r_1^{(1)} = -h_1^{(1)}/V$ и $r_1^{(2)} = -h_1^{(2)}/V$, или, что то же самое, два значения δ_1 : $\delta_1^{(1)} = r_1^{(1)}/r$ и $\delta_1^{(2)} = r_1^{(2)}/r$. Эта ситуация показана на рисунке (2) на плоскости $\pi/r, V\delta_1$. Вывод: одна и та же скорость V может наблюдаться для двух разных пространственно-неоднородных фонов вида (9) с параметрами $(r, r_1^{(1)})$ и $(r, r_1^{(2)})$. Различие между такими волнами обусловлено различием характерных времен затухания $1/(-h_1^{(1)})$ и $1/(-h_1^{(2)})$. Для представленных на рисунке 2 примеров расчета показаны интервалы, в которых изменяются величины $V\delta_1, 1/(-h_1), \pi/r$ и зависимости между ними.

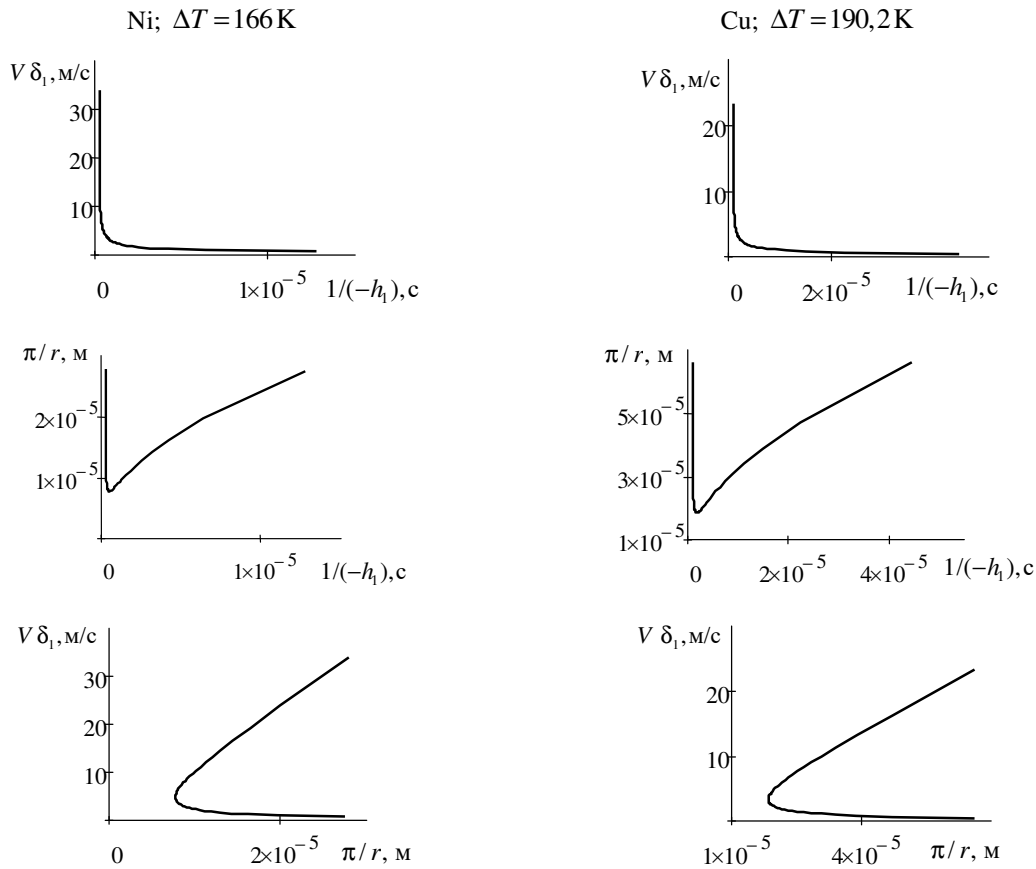


Рисунок 2. – Периодический по координате режим возмущения (7).
Влияние параметров неоднородности фона (9) на свойства волны

Апериодический по координате режим возмущения. Для уравнения (5) аperiodическое по y решение получаем при $\Omega = -r^2 < 0$, когда $h_1^2 + \alpha_2 h_1 + \alpha_1 < 0$, т. е. $h_1 \in (h_1^-, h_1^+)$. В результате имеем

$$f(y, t) / H = \exp(h_1 t + r y), \tag{11}$$

$$r = - \left[\frac{h_1 (h_1^2 + \alpha_2 h_1 + \alpha_1)}{\alpha_0 h_1 + \alpha_3} \right]^{1/2} < 0.$$

Волна возмущения

$$y = Vt, V = -h_1 / (r_1 + r) > 0$$

распространяется по аperiodическому фону

$$f_0(y) / H = \exp(-r_1 y), \quad r_1 > 0. \tag{12}$$

Здесь характерные размеры пространственной неоднородности фона и возмущенной области равны соответственно $1/r_1$ и $1/(-r)$. Обозначим отношение этих размеров как $\delta_2 = r_1 / (-r)$ и запишем скорость волны в виде

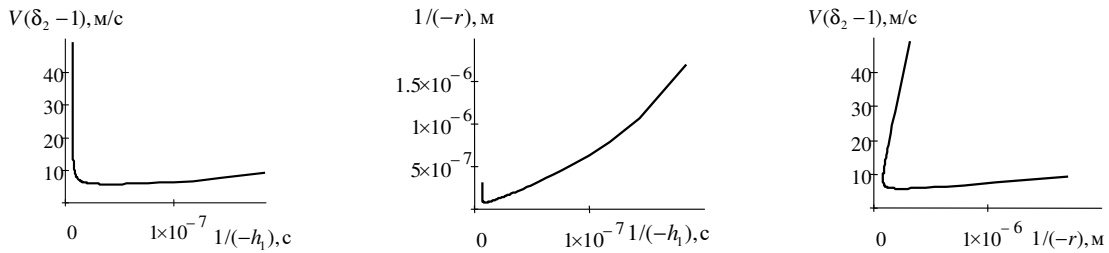
$$V(\delta_2 - 1) = h_1 / r. \tag{13}$$

Устойчивый режим (11) существует ($V > 0$), если $\delta_2 > 1$. А это значит, что характерный размер зоны неоднородности увеличивается после прохождения фронта волны: $[1/(-r)] > (1/r_1)$.

Типичный пример расчета показан на рисунке 3 для никеля. Для меди качественные свойства аналогичные и здесь не приводятся. Истолкование двузначной зависимости $V(\delta_2 - 1)$ от $1/(-r)$ состоит в следующем. В данном режиме возбуждения одному значению r соответствуют два значения h_1 : $h_1^{(1)}$ и $h_1^{(2)}$, определяющие характерные времена затухания волны [см. рисунок 3, корреляция $1/(-h_1) \leftrightarrow 1/(-r)$]. Тогда имеем два значения r_1 и два значения δ_2 , соответствующие одной и той же скорости волны V :

$$r_1^{(i)} = -r - (h_1^{(i)} / V), \quad \delta_2^{(i)} = r_1^{(i)} / (-r), \quad i = 1, 2.$$

Следовательно, одна и та же скорость волны наблюдается для двух ситуаций с параметрами $(r_1^{(1)}, h_1^{(1)})$ и $(r_1^{(2)}, h_1^{(2)})$.

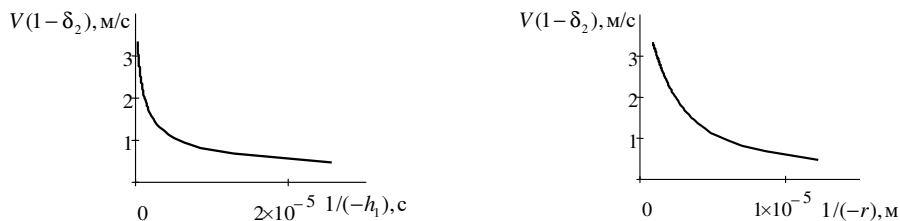


**Рисунок 3. – Аperiodический по координате устойчивый режим возмущения (11), (13).
Влияние характерных размеров пространственной неоднородности линии роста
на свойства волны: Ni, ΔT = 166 К**

Возьмем для сравнения неустойчивый аperiodический режим возмущения линии роста: применяем решение в виде (11), (12), но теперь $h_1 > 0$ – любое положительное число; кроме того, имеем $r < 0$, $r_1 > 0$, $r_1 + r < 0$. Значит, скорость волны равна

$$V = h_1 / [-r(1 - \delta_2)] > 0. \tag{14}$$

Этот неустойчивый процесс возникает из-за того, что после прохождения фронта волны ширина зоны неоднородности уменьшается: $0 < \delta_2 < 1$. Расчеты показывают (рисунок 4), что здесь отсутствует двузначность, присущая устойчивым режимам (7) и (11).



**Рисунок 4. – Аperiodический по координате неустойчивый режим возмущения (11), (14).
Зависимость скорости волны от характерных параметров неустойчивого состояния
линии роста: Ni, ΔT = 166 К**

Резонансный режим возбуждения вершины. Рассмотрим режим возмущения вида

$$f(y,t) / H = f^1(t) \exp(h_1 t + h_2 y) \quad (15)$$

для случая, когда

$$h_1 = -\alpha_2 / 3, \quad h_2 = \pm i r_2, \quad r_2 = \left[\frac{1}{\alpha_0} \left(\frac{\alpha_2^2}{3} - \alpha_1 \right) \right]^{1/2}. \quad (16)$$

Функция $f^1(t)$ есть решение дифференциального уравнения третьего порядка

$$\frac{d^3}{dt^3} [f^1(t)] + D_0 f^1(t) = 0, \quad (17)$$

$$D_0 = h_1(h_1^2 + \alpha_1 + \alpha_2 h_1) - h_2^2(\alpha_3 + \alpha_0 h_1).$$

Здесь $(\alpha_2^2 / 3) > \alpha_1$, $D_0 > 0$ для Ni и Cu в изучаемых интервалах переохлаждения ΔT . Уравнению (17) соответствует характеристическое уравнение $z^3 + D_0 = 0$, корни которого такие:

$$z_1 = (-D_0)^{1/3} < 0, \quad z_{2,3} = \frac{z_1}{2} (-1 \pm i\sqrt{3}).$$

Следовательно, в структуре решения (15) содержатся экспоненты с мнимыми показателями $\exp(ir_2 y)$, $\exp(iz_1 t \sqrt{3} / 2)$ и незатухающая экспонента $\exp[(h_1 - \frac{z_1}{2})t]$, $h_1 > (z_1 / 2)$. В изучаемых температурных интервалах имеем для Ni $(z_1 / 2h_1) \sim 12,5$; для Cu $(z_1 / 2h_1) \sim 3,35$. Следовательно, возмущенное состояние вершины определяется зависимостью

$$[f(y,t) / H] \sim \exp \left[\left(h_1 - \frac{z_1}{2} \right) t \right] \sin \left(tz_1 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cos(r_2 y). \quad (18)$$

Это значит, что на вершине $y = 0$ происходит возбуждение колебаний по резонансному типу. Здесь r_2 – собственная частота пространственно возмущенной вершины; $k_r = -z_1 \sqrt{3} / 2$ – резонансная частота колебаний по времени. Для наглядности можно представить решение (18) в виде стоячей волны

$$[f(y,t) / H] \sim \exp \left[\left(h_1 - \frac{z_1}{2} \right) t \right] (\sin \alpha + \sin \beta),$$

$$\alpha = tz_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + r_2 y, \quad \beta = tz_1 \frac{\sqrt{3}}{2} - r_2 y,$$

модуль скорости которой равен $V_s = -z_1 \sqrt{3} / (2r_2)$. Свойства данного процесса представлены на рисунке 5. Здесь показаны зависимости $k_r(\Delta T)$ и $V_s(\Delta T)$, а также даны числа Маха, соответствующие скоростям звука (4). Между расплавами Ni и Cu имеются существенные различия, проявляющиеся именно в резонансной ситуации. Сопоставление друг с другом левого (Ni) и правого (Cu) столбцов на рисунке 5 говорит о том, что эти различия заключены в характере поведения (монотонность / немонотонность) резонансной частоты и скорости стоячей волны при росте переохлаждения расплава. Для обоих металлов скорость стоячей волны сверхзвуковая по отношению к w_1 , а именно: $M_1^{(s)} > 1$. Вместе с тем, по отношению к скорости w_2 имеем сверхзвуковой ($M_2^{(s)} > 1$) процесс для Ni и дозвуковой ($M_2^{(s)} < 1$) для Cu. В дополнение к этим сведениям отметим, что и для Ni, и для Cu увеличение R_0 приводит к монотонному убыванию k_r и возрастанию V_s .

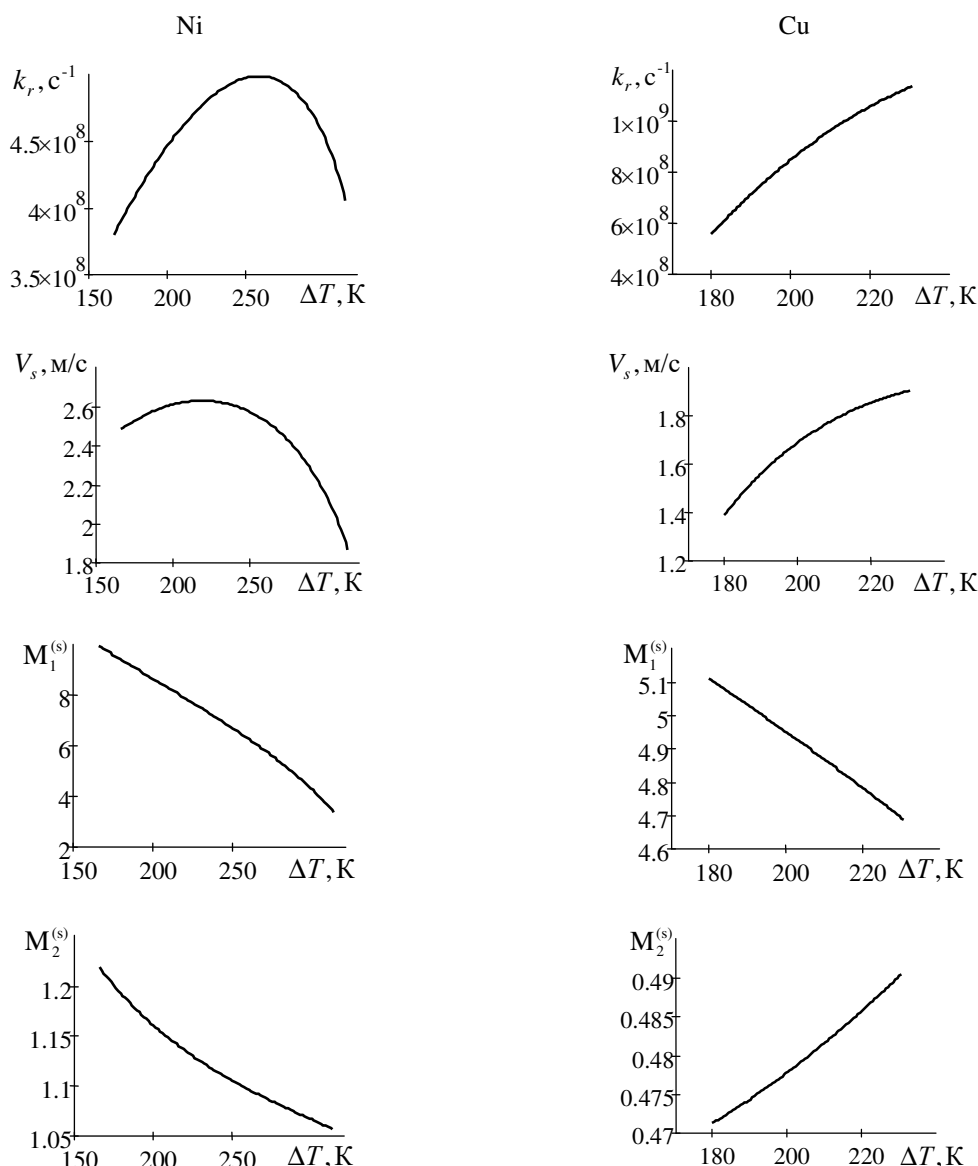


Рисунок 5. – Резонансный режим (18) возбуждения вершины дендрита.
Влияние переохлаждения расплава на резонансную частоту колебаний и скорость стоячей волны

Заключение. Получены закономерности температурного поведения двух скоростей звука (4), определяющих возмущенное состояние вершины дендрита (1). Для устойчивых режимов [периодического (7) и аperiodического (11), (13)] обнаружены условия, при которых одна и та же скорость волны возмущения может наблюдаться для двух различных пространственно-неоднородных фонов перед волной. Аperiodически неустойчивый режим (11), (14) возникает, если после прохождения фронта волны уменьшается ширина зоны неоднородности возмущенной линии роста. Выполнен анализ резонансного возбуждения (18) вершины дендрита. Обнаружены качественные и количественные различия свойств стоячей волны и резонансной частоты для переохлажденных расплавов Ni и Cu.

ЛИТЕРАТУРА

1. Herlach D. M., Galenko P., Holland-Moritz D. *Metastable Solids from Undercooled Melts*. – Oxford: Pergamon, 2007. – 448 p.
2. Жоу Д., Касас-Баскес Х., Лебон Дж. *Расширенная необратимая термодинамика*. – М.: Регулярная и хаотическая динамика; Ижевск: Институт компьютерных исследований. – 2006. – 528 с.
3. Brener E. A., Mel'nikov V. I. Pattern selection in two-dimensional dendritic growth // *Advances in Physics*. – 1991. – Vol. 40, iss. 1. – P. 53–97. – DOI: [10.1080/00018739100101472](https://doi.org/10.1080/00018739100101472).
4. Losert W., Shi B., Cummins H., Warren J. A. Spatial period-doubling instability of dendritic arrays in directional solidification // *Phys. Rev. Lett.* – 1996, – Vol. 77, iss. 5. – P. 889–891. – DOI: [10.1103/PhysRevLett.77.889](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.889).

5. Мартюшев Л. М., Селезнев В. Д., Скопинов С. А. Кинетические возвратные фазовые переходы при дендритном росте кристаллов в двумерной среде с фазовым расслоением // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1997. – Т. 23, № 13. – С. 1–6. – URL: <http://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/33532> (дата обращения 01.02.2024).
6. Шибков А. А., Желтов М. А., Золотов А. Е. Морфологический отбор евклидовых и фрактальных форм неравновесного роста льда в переохлажденной воде // Кристаллография. – 2011. – Т. 56, № 2. – С. 362–366.
7. Mullis A. M. Deterministic side-branching during thermal dendritic growth // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol. 84. – P. 1–9. – DOI: [10.1088/1757-899X/84/1/012071](https://doi.org/10.1088/1757-899X/84/1/012071).
8. Чернов А. А., Пильник А. А. Механизм роста кристаллического зародыша в переохлажденном расплаве при больших отклонениях от равновесия // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2015. – Т. 102, № 8. – С. 591–595.
9. Glicksman M. E. Capillary-mediated interface perturbations: Deterministic pattern formation // J. of Crystal Growth. – 2016. – Vol. 450. – P. 119–139. DOI: [10.1016/j.jcrysgro.2016.03.031](https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2016.03.031).
10. Liu S., Liu L., Li S. et al. Free dendritic growth model based on nonisothermal interface and microscopic solvability theory // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. – 2019. – Vol. 29, iss. 3. – P. 601–607. – DOI: [10.1016/S1003-6326\(19\)64969-1](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(19)64969-1).
11. Strickland J., Nenchev B., Dong H. On Directional Dendritic Growth and Primary Spacing – A Review // Crystals. – 2020. – Vol. 10, iss. 7. – P. 627–656. – DOI: [10.3390/cryst10070627](https://doi.org/10.3390/cryst10070627).
12. Kurz W., Rappaz M., Trivedi R. Progress in modeling solidification microstructures in metals and alloys. Part II: dendrites from 2001 to 2018 // Int. Mater. Rev. – 2021. – Vol. 66, iss. 1. – P. 30–76. – DOI: [10.1080/09506608.2020.1757894](https://doi.org/10.1080/09506608.2020.1757894).
13. Шабловский О. Н., Кроль Д. Г. Динамика неустойчивости волновых возмущений и боковое ветвление дендрита в переохлажденном расплаве // Успехи прикладной физики. – 2022. – № 2. – С. 189–202. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48451163> (дата обращения 01.02.2024).
14. Wang X., Li K., Qin X. et al. Research on Mesoscale Nucleation and Growth Processes in Solution Crystallization: A Review // Crystals. – 2022. – Vol. 12. – P. 1234–1255. – DOI: [10.3390/cryst12091234](https://doi.org/10.3390/cryst12091234).
15. Васильев В. А., Митин Б. С., Пашков И. Н. и др. Высокоскоростное затвердевание расплава (теория, технология и материалы) / науч. ред. Митин Б. С. – М.: Интермет Инжиниринг, 1998. – 400 с.
16. Шабловский О. Н. Кинетика роста вершины дендрита в глубоко переохлажденном расплаве. Часть II. Аналитическая структура возмущений линии роста // Успехи прикладной физики. – 2014. – Т. 2, № 1. – С. 12–17. URL: <https://advance.orion-ir.ru/UPF-14/1/UPF-2-1-12.pdf> (дата обращения 01.02.2024).
17. Шабловский О. Н. Область устойчивости возмущенного состояния линии роста дендрита в глубоко переохлажденном расплаве // Вестн. Гомельского гос. техн. ун-та имени П. О. Сухого. – 2023. – № 1. – С. 5–12. <https://elib.gstu.by/handle/220612/27778> (дата обращения 01.02.2024).

REFERENCES

1. Herlach, D. M., Galenko, P., & Holland-Moritz, D. (2007). *Metastable Solids from Undercooled Melts*. Oxford: Pergamon.
2. Zhou, D., Kasas-Baskes, H., & Lebon, Dzh. (2006). *Rasshirennaja neobratimaja termodinamika*. Moscow: Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika; Izhevsk: Institut komp'juternyh issledovanij. (In Russ.).
3. Brener, E. A., & Mel'nikov, V. I. (1991). Pattern selection in two-dimensional dendritic growth. *Advances in Physics*, 40(1), 53–97. DOI: [10.1080/00018739100101472](https://doi.org/10.1080/00018739100101472).
4. Losert, W., Shi, B., Cummins, H., & Warren, J. A. (1996). Spatial period-doubling instability of dendritic arrays in directional solidification. *Phys. Rev. Lett.*, 77(5), 889–891. DOI: [10.1080/00018739100101472](https://doi.org/10.1080/00018739100101472).
5. Martjusev, L. M., Seleznev, V. D., Skopinov, S. A. Kineticheskie vozvratnye fazovye perehody pri dendritnom roste kristallov v dvumernoj srede s fazovym rassloeniem. *Pis'ma v Zhurnal teoreticheskoj fiziki [Technical Physics Letters]*, 23(13), 1–6. (In Russ.). <http://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/33532>. (In Russ.).
6. Shibkov, A. A., Zheltov, M. A., & Zolotov, A. E. (2011). Morphological selection of Euclidean and fractal patterns of nonequilibrium growth of ice in supercooled water. *Crystallography Reports*, 56(2), 335–338. DOI: [10.1134/S1063774510061161](https://doi.org/10.1134/S1063774510061161).
7. Mullis, A. M. (2015). Deterministic side-branching during thermal dendritic growth. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, (84), 1–9. DOI: [10.1088/1757-899X/84/1/012071](https://doi.org/10.1088/1757-899X/84/1/012071).
8. Chernov, A.A., & Pil'nik, A.A. (2015). Mechanism of growth of a crystalline nucleus in a supercooled melt at large deviations from equilibrium. *JETP Letters*, 102(8), 526–529. DOI: [10.1134/S0021364015200023](https://doi.org/10.1134/S0021364015200023).
9. Glicksman, M. E. (2016). Capillary-mediated interface perturbations: Deterministic pattern formation. *J. of Crystal Growth*, 450, 119–139. DOI: [10.1016/j.jcrysgro.2016.03.031](https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2016.03.031).
10. Liu, S., Liu, L., Li, S., Wang, J., & Liu, W. (2019). Free dendritic growth model based on nonisothermal interface and microscopic solvability theory. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 29(3), 601–607. DOI: [10.1016/S1003-6326\(19\)64969-1](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(19)64969-1).
11. Strickland, J., Nenchev, B., & Dong, H. (2020). On Directional Dendritic Growth and Primary Spacing – A Review. *Crystals*, 10(7), 627–656. DOI: [10.3390/cryst10070627](https://doi.org/10.3390/cryst10070627).
12. Kurz, W., Rappaz, M., & Trivedi, R. (2021). Progress in modeling solidification microstructures in metals and alloys. Part II: dendrites from 2001 to 2018. *Int. Mater. Rev.*, 66(1), 30–76. DOI: [10.1080/09506608.2020.1757894](https://doi.org/10.1080/09506608.2020.1757894).
13. Shablovskij O. N., Krol' D. G. (2022). Dinamika neustojchivosti volnovyh vozmushhenij i bokovoe vetvlenie dendrita v pereohlazhdennom rasplave. Uspехи prikladnoj fiziki. [Dynamics of instability of wave disturbances and lateral branching of a dendrite in a supercooled melt]. *Uspехи prikladnoj fiziki [Advances in Applied Physics]*, (2), 189–202. <https://elibrary.ru/item.asp?id=48451163>. (In Russ., abstr. in Engl.).

14. Wang, X., Li, K., Qin, X., Li, M., Liu, Y., An, Y., ... Gong, J. (2022). Research on Mesoscale Nucleation and Growth Processes in Solution Crystallization: A Review. *Crystals*, (12), 1234–1255. DOI: [10.3390/cryst12091234](https://doi.org/10.3390/cryst12091234).
15. Vasil'ev, V. A., Mitin, B. S., Pashkov, I. N., Serov, M. M., Skuridin, A. A., Lukin, A. A., & Jakovlev, V. B. (1998). *Vysokoskorostnoe zatverdevanie rasplava (teorija, tehnologija i materialy)*. Moscow: Internet Inzhiniring. (in Russ.).
16. Shablovskij, O. N. (2014). Kinetika rosta vershiny dendrita v gluboko pereohlazhdennom rasplave. Chast' II. Analiticheskaja struktura vozmushhenij linii rosta [Kinetics of dendrite tip growth in a deeply supercooled melt. Part II. Analytical structure of growth line disturbances]. *Uspehi prikladnoj fiziki [Advances in Applied Physics]*, 2(1), 12–17. (In Russ., abstr. in Engl.). <https://advance.orion-ir.ru/UPF-14/1/UPF-2-1-12.pdf>.
17. Shablovskij, O. N. (2023). Oblast' ustojchivosti vozmushhennogo sostojanija linii rosta dendrita v gluboko pereohlazhdennom rasplave [Region of Stability of Perturbed State of Dendrite Growth Line in Deeply Supercooled Melt]. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta imeni P. O. Suhogo [Bulletin Sukhoi State Technical University of Gomel]*, (1), 5–12. (In Russ.). <https://elib.gstu.by/handle/220612/27778>.

Поступила 07.02.2024

PARAMETERS OF THE PERTURBED STATE OF THE DENDRITE TIP IN DEEPLY SUPERCOOLED NICKEL AND COPPER MELTS

O. SHABLOVSKY, D. KROLL
(*Sukhoi State Technical University of Gomel*)

The object of study is the morphological stability of the tip of a free dendrite in a supercooled melt of a pure substance. Areas of deep supercooling are considered: for nickel $\Delta T > 166$ K, for copper – $\Delta T > 180$ K. A distinctive feature of the processes being studied is the presence of two propagation velocities of small disturbances (velocities of “sound”). The dependences of these rates on the supercooling of the melt were determined. The periodic and coordinate-aperiodic modes of perturbation of the growth line have been studied in detail. For these stable regimes, the possibility of observing the same speed of the disturbance wave in two processes, differing from each other in the size of the spatial inhomogeneity of the background in front of the wave and the characteristic wave attenuation times, was discovered. It is shown that aperiodic instability appears if, after the passage of the wave front, the width of the growth line inhomogeneity zone decreases. The resonant excitation mode of the dendrite tip demonstrates important differences between the properties of the nickel and copper melts. First of all, this relates to the temperature dependences of the resonant frequency and the speed of a standing wave formed in the vicinity of the vertex. Numerical calculations are presented and graphic information is presented illustrating the patterns of growth of nickel and copper dendrites.

Keywords: *high-speed crystallization, dendritic growth, phase boundary evolution, morphological stability, standing wave.*