Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет»
________________ Н. А. Борейко
«28» ___12___ 2020 г.

Регистрационный № УД– 288/20/уч

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)»

2020

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» (регистрационный № ТД-G.545/тип. От 18.11.2015 г.) и учебного плана по специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)».

Регистрационный № 13-13/уч. ФИТ от 29.08.2013 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

СКОРОМНИК ОКСАНА ВАЛЕРЬЕВНА, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

ПАПКОВИЧ МАРИНА ВИКТОРОВНА, ассистент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет».

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 8 от «31» 08 2020 г.);

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 1 от «18» 09 2020 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 2 от «28» 12 2020 г.).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является продолжением учебных дисциплин «Геометрия и алгебра» и «Дифференциальные уравнения». Обобщая основные идеи данных курсов на случай бесконечномерных пространств, она знакомит студентов с основными понятиями банаховых и гильбертовых пространств и методами исследования операторных уравнений в этих пространствах. Методы, излагаемые в рамках дисциплины, непосредственно используются при изучении учебных дисциплин «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа», «Методы оптимизации», «Теория вероятностей и математическая статистика», а также при изучении дисциплин специализации.

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отражает важное направление развития современной математики, поскольку в ней рассматриваются не отдельные объекты типа функций или уравнений, а обширные классы пространств со структурой векторного пространства и операторов в этих пространствах. Этот подход позволяет с единой точки зрения рассмотреть вопросы решения задач, например, вычислительной математики, сформировать у будущих специалистов абстрактное мышление и получить необходимую базу знаний для их дальнейшего применения в различных областях знаний.

При изложении учебной дисциплины важно показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, при исследовании математических моделей, описываемых интегральными уравнениями.

Цель учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучении перечисленных выше дисциплин.

Образовательная цель: формирование составной части банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, необходимого для исследования разрешимости прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, описываемыми интегральными уравнениями.
2. Сформировать понятия нормированного, банахова, гильбертова пространства и линейных отображений этих пространств.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия суммируемости функций по Лебегу;
- основные понятия и методы теории банаховых и гильбертовых

пространств;

- основные понятия теории линейных ограниченных операторов;
- теорию разрешимости операторных уравнений 1-го и 2-го рода;

уметь:

- использовать теоретические и практические навыки для исследования на разрешимость операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера;
- использовать основные результаты функционального анализа в практической деятельности;
- исследовать множества в банаховых пространствах и последовательности на сходимость;
- исследовать отображения в банаховых пространствах;
- аппроксимировать функции в гильбертовом пространстве рядами Фурье;
- вычислять норму линейного ограниченного оператора и функционала;
- вычислять сопряженный оператор в гильбертовом пространстве;

владеть:

- основными методами исследования множеств в банаховых и гильбертовых пространствах;
- основами аппроксимации функций в гильбертовых пространствах;
- методами доказательств и аналитического исследования на разрешимость операторных уравнений первого и второго рода;
- навыками самообразования и способами использования аппарата функционального анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» студент должен обладать следующими компетенциями:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой с целью получения последних сведений о новых методах защиты информации, о стойкости существующих систем защиты информации.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отведено:

– для очной формы получения высшего образования всего 158 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа, самостоятельная работа – 90 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы. Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

Распределение количества академических часов по курсам и семестрам

Курс	Семестр	Количество академических часов				Самостоятельная работа, часов	Форма текущей аттестации
		всего	аудиторных	из них			
				лекции	практические занятия		
2	4	158	68	34	34	90	экзамен

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение. Предмет и основные методы дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения». Исторические сведения о возникновении и развитии этого раздела математики, его место среди других математических наук.

Раздел 1. Нормированные векторные пространства

Тема 1.1. Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые, замкнутые, выпуклые и ограниченные множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.

Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.

Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации внормированных конечномерных пространствах.

Тема 1.4. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.

Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям.

Раздел 2. Гильбертовы пространства и аппроксимация

Тема 2.1. Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.

Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства.

Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств.

Раздел 3. Линейные ограниченные операторы

Тема 3.1. Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.

Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы, и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.

Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.

Раздел 4. Сопряженное пространство и сопряженные операторы

Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.

Тема 4.2. Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченногофункционала в сепарабельном пространстве.

Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение.

Тема 4.4. Собственные векторы и собственные значения самосопряженногооператора в гильбертовом пространстве.

Раздел 5. Компактные множества и компактные операторы

Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространствах. Критерий предкомпактности Хаусдорфа.

Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности банахова пространства.

Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах.

Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.

Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.

Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа студента		
4 семестр		34	34					
Раздел I. Нормативные векторные пространства		**6**	**8**					
Тема 1.1.	Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые и замкнутые множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.	2	2				1,3,4,5,7	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 1.2.	Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.	2	2				1,3,4,5,7	Устный опрос Индивидуальное домашнее задание
Тема 1.3.	Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.	2	2				1,3,4,5,7	Отчет по индивидуальному заданию
Тема 1.4.	Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям.		2				1,3,4,5,7	Коллоквиум
Раздел II. Гильбертовы пространства и аппроксимация		**6**	**6**					
Тема 2.1.	Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 2.2.	Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Проверка заданий

Тема 2.3.	Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств	2	2				2,4,5,6	коллоквиум
Раздел III. Линейные ограниченные операторы		**6**	**6**					
Тема 3.1.	Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 3.2.	Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Индивидуальное задание
Тема 3.3.	Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.	2	2				2,4,5,6	Отчет по индивидуальному заданию
Раздел IV. Сопряженное пространство и сопряженные операторы		**6**	**8**					
Тема 4.1.	Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Индивидуальное домашнее задание
Тема 4.2.	Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченного функционала в сепарабельном пространстве.	2	2				2,4,5,6	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 4.3.	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования.	2	2				2,4,5,6	Отчет по индивидуальному заданию
Тема 4.4.	Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.		2				2,4,5,6	Мини контрольная работа
Раздел V. Компактные множества и компактные операторы.		**10**	**6**					
Тема 5.1.	Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространства. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства	2	2				2,4,5,7	Индивидуальное домашнее задание
Тема 5.2.	Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства	2					2,4,5,7	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 5.3.	Непрерывные отображения на компактах.	2					2,4,5,7	Проверка заданий
Тема 5.4.	Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.	2	2				2,4,5,7	Отчет по Индивидуальному заданию
Тема 5.5.	Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.	2	2				2,4,5,7	Контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Березанский, Ю.М. Функциональный анализ : Учеб. пособие / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - Киев : Выща школа, 1990. - 600с.

2. Золотарев, М. Л. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. Л. Золотарев, И. А. Федоров; Министерство образования и науки Российской Федерации; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет». - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 116 с. // Университетская библиотека онлайн .– Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278960

3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. // Университетская библиотека онлайн.- Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563

4. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика[Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Лебедев ; В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с.

5. Треногин, В. А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В. А. Треногин - 3-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2002. - 488 с. - // Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613 (

6. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с. // Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612

7. Усс А.Т. Лабораторный практикум по функциональному анализу и интегральным уравнениям. Мера и интеграл : Учеб. пособие / А. Т. Усс. - Брест : БрГУ, 2003. - 220с.

Дополнительная:

1. Коллатц, Л. Функциональный анализ и вычислительная математика : Пер. с нем. / Л. Коллатц. - М. : Мир, 1969. - 448с. - 1-90.

2. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений : Учебник / И. Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - М. : Наука, 1965. - 127с.

3. Треногин, В.А. Функциональный анализ : Учеб.пос.для вузов / В. А. Треногин. - М. : Наука, 1980. - 495с. : ил.

4. Эдвардс, Р. Функциональный анализ : Теория и приложения / Р. Эдвардс ; Пер.с англ.Бермана Г.Х. и Раскиной И.Б. Под ред.Лина В.Я. - М. : Мир, 1969. - 1072с.

Тузкова Е. В.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

– самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с консультациями преподавателя.

– работа студента с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;

– подготовка студента к сдаче текущей аттестации.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» используются современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале: комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно- программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, тематикарефератов и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

Содержание самостоятельной работы студентов
Дневная форма получения высшего образования

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов 4 семестр
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины, выполнение индивидуальных домашних заданий	Тема 1.1. Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые и замкнутые множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 1.4. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота. Основная литература: 1 Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	4
	Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	4
	Тема 2.1. Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 1, 3	4
	Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 1, 3	2
	Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств Основная литература: 1, 4 Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 1, 3	4
	Тема 3.1. Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	4
	Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	4
	Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	4
	Тема 4.2. Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченного функционала в сепарабельном пространстве. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2

	Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 4.4. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространства. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
Подготовка к экзамену		36
ИТОГО:		**90**

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает***:***

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Метрические пространства. Способы задания расстояния. Прикладные задачи и способы задания метрики.
2. Векторные пространства. Примеры. Базис и размерность.
3. Нормированные векторные пространства. Примеры. Свойства нормы. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентных нормах в конечномерных пространствах.
4. Неравенства Гельдера, Юнга, Минковского. Пространство $C[a,b]$, ℓ_p.
5. Открытые, замкнутые, ограниченные и выпуклые множества в нормированных векторных пространствах и их свойства. Примеры.
6. Внутренние, внешние, граничные и предельные точки. Примеры. Теорема о замкнутом множестве. Всюду плотные и нигде не плотные множества.
7. Предел последовательности в нормированном пространстве. Свойства предела. Теорема о точке прикосновения.
8. Аппроксимация в нормированных пространствах. Теоремы о существовании и единственности элемента наилучшей аппроксимации.
9. Банаховы пространства. Примеры. Принцип вложенных шаров.
10. Ряды в банаховых пространствах. Критерий полноты пространства.
11. Пополнение нормированных векторных пространств.
12. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций $L_2[a,b]$.
13. Отображения в нормированных пространствах. Теорема о непрерывномотображении, непрерывность композиции отображений.
14. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке сжимающегоотображения. Локальный принцип сжимающих отображений.
15. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре.
16. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям второго рода.
17. Предгильбертовы пространства. Свойства скалярного произведения. Примеры.
18. Гильбертовы пространства. Примеры. Теорема об элементе наилучшей аппроксимации.
19. Проекция в гильбертовом пространстве. Теорема о проекции.
20. Ортогональное дополнение. Ортогональное разложение гильбертова пространства в прямую сумму. Теорема о всюду плотном множестве.
21. Ортогональные системы и ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Теорема о разложении в ряд Фурье. Экстремальное свойство отрезка ряда Фурье. Аппроксимация рядами Фурье.
22. Полные ортонормированные системы в гильбертовом пространстве и их существование. Примеры полных ортонормированных систем в конкретных пространствах. Изоморфизм гильбертовых пространств.
23. Линейные ограниченные операторы. Ограниченность и непрерывность. Примеры линейных ограниченных операторов.

Ограниченность интегрального оператора в пространствах $C[a.b]$, $L_p[a.b]$, $p\geq 1$.

24. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота. Равномерная сходимость. Примеры.
25. Сильная сходимость в пространстве $B(X,Y)$. Принцип равномерной ограниченности.
26. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее применение.
27. Обратные операторы. Непрерывная обратимость оператора и ее критерий. Левый и правый обратные операторы, и разрешимость уравнения $Ax=y$. Теорема Банаха об обратном операторе.
28. Непрерывная обратимость оператора I-A. Применение теории обратных операторов к интегральным уравнениям второго рода. Метод резольвент.
29. Сопряженное пространство. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
30. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного ограниченного функционала. Следствия из теоремы Хана-Банаха.
31. Сопряженный оператор и его норма. Свойства операции сопряжения.
32. Применение сопряженного оператора. Теорема о замыкании множествазначений линейного ограниченного оператора.
33. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве, их свойства.
34. Норма самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.
35. Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.
36. Операторы ортогонального проектирования и их свойства.
37. Компактные множества в банаховых пространствах. Критерий компактности Хаусдорфа.
38. Предкомпактные множества в банаховых пространствах. Теорема Арцела-Асколи.
39. Лемма о почти перпендикуляре. Критерий конечномерности нормированного пространства.
40. Пространство компактных операторов. Примеры.
41. Разрешимость уравнений второго рода с компактным оператором.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Текущий контроль осуществляется путем оценки знаний и активности студентов на практических занятиях, рубежных контрольных мероприятий в форме выполнений индивидуальных заданий, контрольных работ и коллоквиумов.

Выполнение заданий является обязательным для всех студентов.

Основным средством диагностики усвоения знаний и овладения необходимыми компетенциями по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является проверка индивидуальных заданий, выполняемых на практических занятиях.

Для диагностики могут использоваться собеседование по теме занятия, оценка выполнения индивидуального практического задания, оценка результатов коллоквиума.

Оценка за практическое занятие включает:

- ответ (полнота ответа) – 30 %
- выполнение индивидуального практического задания – 70 %

Коллоквиумы используются для обобщения и систематизации учебного материала. В коллоквиум включаются теоретический вопрос и решение практической задачи. При оценивании коллоквиума внимание обращается на:

- содержание и последовательность изложения теоретического вопроса – 30%;
- соответствие и полноту раскрытия вопроса – 30 % ;
- грамотный научный подход к решению практической задачи – 40%. Формой текущей аттестации по дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» учебным планом предусмотрен экзамен.

Используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для промежуточного контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- ответы на практических занятиях– 50%;
- результаты коллоквиума – 50 %.

Рейтинговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе результатов промежуточного контроля и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Отметка промежуточного контроля составляет 30%, экзаменационная оценка – 70 %.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой математики и компьютерной безопасности
Уравнения математической физики	Математики и компьютерной безопасности	Изменений и предложений нет (Козлов А.А.)	
Методы численного анализа	Математики и компьютерной безопасности	Изменений и предложений нет (Козлов А.А.)	
Методы оптимизации.	Математики и компьютерной безопасности	Изменений и предложений нет (Козлов А.А.)	

Заведующий кафедрой математики
и компьютерной безопасности А. А. Козлов