

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет»



Н.А.Борейко

2020 г.

Регистрационный № УД 293/20/уч.

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)»

2020 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности

1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)»

Регистрационный № ТД–G.284/тип. от 16.06.2010 г.

и учебного плана по данной специальности. Регистрационный № 13-13/уч. Фит от 29.08.2013 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Светлана Юрьевна Башун, старший преподаватель кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 11 от 05 11 2020 г.);

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 3 от 18 11 2020 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 2 от 28 12 2020 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)» составлена в соответствии с требованиями типовой учебной программы и учебного плана.

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» знакомит студентов с основными методами построения и анализа математических моделей случайных явлений.

Основой для изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются курсы «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Вычислительные методы алгебры», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения».

Методы, излагаемые в курсе теории вероятностей и математической статистики, используются в общих курсах «Исследование операций», «Теория информации».

Целью учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является изложение основных сведений о построении и анализе математических моделей, учитывающих случайные факторы.

Задачами изучения учебной дисциплины являются освоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение основными методами постановки и решения задач математической статистики, а также методами исследования случайных процессов.

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» должно обеспечить формирование следующих **компетенций**.

Академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Профессиональные компетенции:

- ПК-3. Разрабатывать модели явлений, процессов или систем при организации защиты информации.

Социально-личностные компетенции:

- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен

знать:

- аксиомы теории вероятностей;
- определения и свойства случайных величин и их функций распределений;
- формулы преобразования распределений при функциональных преобразованиях случайных величин;
- определения и свойства математического ожидания, дисперсии;
- определения и свойства условного математического ожидания;
- определение и свойства характеристической функции;
- виды и условия сходимостей последовательностей случайных величин;
- основные предельные теоремы;
- понятия, используемые в статистическом оценивании параметров;
- методы построения точечных и интервальных статистических оценок;
- методы статистической проверки гипотез;
- методы оценивания коэффициентов полиномиальной регрессии;
- основные понятия теории случайных процессов и их основные характеристики;
- спектральные и корреляционные представления случайных процессов;
- основные понятия, связанные с дифференцированием и интегрированием случайных процессов;
- основные понятия теории стохастических дифференциальных уравнений, определение интеграла Ито;
- основные свойства процессов с независимыми приращениями.

уметь:

- вычислять вероятности сложных событий;
- находить функции распределения случайных величин и плотности вероятностей случайных величин;
- определять характеристические функции;
- находить числовые характеристики случайных величин;
- исследовать сходимость последовательностей случайных величин;
- применять предельные теоремы;
- строить точечные и интервальные статистические оценки неизвестных параметров, исследовать их свойства;
- осуществлять статистическую проверку гипотез;
- строить уравнения регрессии;
- определять спектральные плотности и корреляционные функции случайных процессов;
- определять числовые характеристики случайных процессов;
- вычислять интегралы Ито;
- находить решения стохастических дифференциальных уравнений.

владеть:

- методами нахождения вероятностных характеристик распределений, методами нахождения предельных распределений последовательностей случайных величин;
- методами статистического оценивания параметров;
- методами построения математических моделей случайных процессов.

Учебная программа определяет основное содержание разделов и тем учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», которые подлежат изучению. Последовательность их изложения и распределение по семестрам разработаны на кафедре математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)» учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается в 4 и 5 семестрах. На ее изучение отводится

	Семестр	
	IV	V
Лекции (количество часов)	68	34
Лабораторные занятия (количество часов)	34	34
Количество аудиторных часов	102	68
Самостоятельная работа студента (количество часов)	86	102
Всего часов по семестрам	188	170
Всего часов по учебной дисциплине	358	
Зачет (семестр)	IV	
Экзамен (семестр)	V	

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория вероятностей

Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей

1.1.1. Случайный эксперимент. Понятие о вероятности.

1.1.2. Простейшие вероятностные модели. Математическая модель случайного эксперимента.

1.1.3. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса.

Тема 1.2. Случайные величины

1.2.1. Одномерные случайные величины и их функции распределения. Типы случайных величин.

1.2.2. Многомерные случайные величины.

1.2.3. Функциональные преобразования случайных величин.

1.2.4. Формула преобразования плотностей.

Тема 1.3. Математическое ожидание

1.3.1. Математическое ожидание дискретных случайных величин. Интегралы Лебега-Стилтьеса и Римана-Стилтьеса.

1.3.2. Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления.

Тема 1.4. Числовые характеристики функций случайных величин

1.4.1. Математическое ожидание функции случайных величин.

1.4.2. Моменты случайных величин. Дисперсия.

1.4.3. Коэффициент корреляции.

1.4.4. Смешанные моменты и семиинварианты.

Тема 1.5. Сходимость последовательностей случайных величин

1.5.1. Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии.

1.5.2. Соотношения между видами сходимости. Теорема единственности.

Тема 1.6. Характеристическая функция

1.6.1. Характеристическая функция и ее свойства. Слабая сходимость распределений и теоремы Хелли.

1.6.2. Теорема непрерывности для характеристических функций.

Тема 1.7. Предельные теоремы

1.7.1. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел.

1.7.2. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи.

1.7.3. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел.

1.7.4. Центральная предельная теорема и ее следствия.

Раздел II. Математическая статистика

Тема 2.1. Выборки и точечные оценки

2.1.1. Выборки и выборочные характеристики.

2.1.2. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао.

2.1.3. Эффективные оценки. Достаточные статистики.

Тема 2.2. Методы построения точечных и интервальных оценок

2.2.1. Метод моментов.

2.2.2. Метод максимального правдоподобия.

2.2.3. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае.

2.2.4. Байесовский метод.

2.2.5. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.

Тема 2.3. Проверка статистических гипотез

2.3.1. Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.

2.3.2. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

2.3.3. Дисперсионный анализ.

2.3.4. Последовательный анализ Вальда.

2.3.5. Критерии согласия. Полиномиальная регрессия.

Раздел III. Случайные процессы

Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов

3.1.1. Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы.

3.1.2. Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.

Тема 3.2. Процессы с независимыми приращениями

3.2.1. Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства.

3.2.2. Пуассоновский процесс и его свойства.

Тема 3.3. Цепи Маркова

3.3.1. Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей.

3.3.2. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем.

3.3.3. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.

Тема 3.4. Статистические выводы о случайных процессах

3.4.1. Параметрический и непараметрический анализ временных рядов.

3.4.2. Статистический анализ цепей Маркова.

Тема 3.5. Процессы с конечными моментами второго порядка

3.5.1. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.

3.5.2. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито.

3.5.3. Стохастические дифференциальные уравнения, метод последовательных приближений.

3.5.4. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.

Тема 3.6. Стационарные в широком смысле случайные процессы

3.6.1. Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса.

3.6.2. Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов.

3.6.3. Прогнозирование случайных процессов.

3.6.4. Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемая самостоятельная работа студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4 семестр		68			34			
Раздел I. Теория вероятностей								
Тема 1.1.	Основные понятия теории вероятностей.							
1.1.1.	Случайный эксперимент. Понятие о вероятности.	2					1, 2, 4 – 17	
1.1.2.	Простейшие вероятностные модели. Математическая модель случайного эксперимента.	2			2		1, 2, 4 – 17	
1.1.3.	Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса.	2					1, 2, 4 – 17	
Тема 1.2.	Случайные величины.							
1.2.1.	Одномерные случайные величины и их функции распределения. Типы случайных величин.	2			2		1, 2, 4 – 17	
1.2.2.	Многомерные случайные величины.	2					1, 2, 4 – 17	
1.2.3.	Функциональные преобразования случайных величин.	2			2		1, 2, 4 – 17	
1.2.4.	Формула преобразования плотностей.	2					1, 2, 4 – 17	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1.3.	Математическое ожидание.							
1.3.1.	Математическое ожидание дискретных случайных величин. Интегралы Лебега-Стилтьеса и Римана-Стилтьеса.	2			2		1, 2, 4 – 17	
1.3.2.	Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления.	2					1, 2, 4 – 17	
Тема 1.4.	Числовые характеристики функций случайных величин.							
1.4.1.	Математическое ожидание функции случайных величин.	2			2		1, 2, 4 – 17	
1.4.2.	Моменты случайных величин. Дисперсия.	2					1, 2, 4 – 17	
1.4.3.	Коэффициент корреляции.	2			2		1, 2, 4 – 17	КР № 1*
1.4.1.	Смешанные моменты и семиинварианты.	2					1, 2, 4 – 17	
Тема 1.5.	Сходимость последовательностей случайных величин.							
1.5.1.	Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии.	2			2		1, 2, 4 – 14, 17	
1.5.2.	Соотношения между видами сходимости. Теорема единственности.	2					1, 2, 4 – 14, 17	
Тема 1.6.	Характеристическая функция.							
1.6.1.	Характеристическая функция и ее свойства. Слабая сходимость распределений и теоремы Хелли.	2			2		1, 2, 4 – 14, 17	
1.6.2.	Теорема непрерывности для характеристических функций.	2					1, 2, 4 – 14, 17	
Тема 1.7.	Предельные теоремы.							
1.7.1.	Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел.	2			2		1, 2, 4 – 13, 15 – 17	
1.7.2.	Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи.	2					1, 2, 4 – 13, 15 – 17	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.7.3.	Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел.	2			2		1, 2, 4 – 13, 15 – 17	
1.7.4.	Центральная предельная теорема и ее следствия.	2					1, 2, 4 – 13, 15 – 17	
Раздел II. Математическая статистика								
Тема 2.1.	Математическая статистика.							
2.1.1.	Выборки и выборочные характеристики.	2			2		1, 2, 5 – 16	КР № 2*
2.1.2.	Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао.	2					1, 2, 5 – 16	
2.1.3.	Эффективные оценки. Достаточные статистики.	2			2		1, 2, 5 – 16	
Тема 2.2.	Методы построения точечных и интервальных оценок.							
2.2.1.	Метод моментов.	2					1, 2, 5 – 16	
2.2.2.	Метод максимального правдоподобия.	2			2		1, 2, 5 – 16	
2.2.3.	Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае.	2					1, 2, 5 – 16	
2.2.4.	Байесовский метод.	2			2		1, 2, 5 – 14	
2.2.5.	Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.	2					1, 2, 5 – 16	
Тема 2.3.	Проверка статистических гипотез.							
2.3.1.	Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.	2			2		1, 2, 5 – 7, 9 – 12, 14 – 16	
2.3.2.	Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.	2					1, 2, 5 – 7, 9, 11, 12, 14 – 16	
2.3.3.	Дисперсионный анализ.	2			2		1, 2, 5 – 7, 9 – 12, 14 – 16	
2.3.4.	Последовательный анализ Вальда.	2					1, 2, 5 – 7, 9 – 12, 14 – 16	
2.3.5.	Критерии согласия. Полиномиальная регрессия.	2			2		1, 2, 5 – 7, 9 – 12, 14 – 16	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5 семестр		34			34			
Раздел III. Случайные процессы								
Тема 3.1.	Основные понятия теории случайных процессов.							
3.1.1.	Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы.	2			2		1, 2, 3, 5, 8, 9	
3.1.2.	Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.	2			2		1, 2, 3, 5, 8, 9	
Тема 3.2.	Процессы с независимыми приращениями.							
3.2.1.	Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.2.2.	Пуассоновский процесс и его свойства.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
Тема 3.3.	Цепи Маркова.							
3.3.1.	Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.3.2.	Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	КР № 3*
3.3.3.	Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
Тема 3.4.	Статистические выводы о случайных процессах.							
3.4.1.	Параметрический и непараметрический анализ временных рядов.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.4.2.	Статистический анализ цепей Маркова.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 3.5.	Процессы с конечными моментами второго порядка.							
3.5.1.	Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.5.2.	Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.5.3	Стохастические дифференциальные уравнения, метод последовательных приближений.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	КР № 4*
3.5.4	Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
Тема 3.6.	Стационарные в широком смысле случайные процессы.							
3.6.1.	Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.6.2.	Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.6.3.	Прогнозирование случайных процессов.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	
3.6.4.	Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.	2			2		1, 2, 3, 5, 9	

* – Мероприятия промежуточного контроля:

КР – контрольная работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ЛИТЕРАТУРА****Основная:**

1. Харин, Ю.С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник / Ю.С. Харин, Н.М. Зуев, Е.Е. Жук. – Минск: БГУ, 2011. – 463 с. – Утверждено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебника для студентов учреждений высшего образования по специальностям «Прикладная математика», «Информатика», «Экономическая кибернетика», «Актуарная математика», «Компьютерная безопасность», «Статистика».

2. Харин, Ю.С. Математическая и прикладная статистика: учебное пособие / Ю.С. Харин, Е.Е. Жук. – Минск: БГУ, 2005. – 279 с. – Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов математических и экономических специальностей учреждений, обеспечивающих получение высшего образования.

3. Булинский, А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 402 с.

4. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей: учебник / Б.В. Гнеденко; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. – Изд. 8-е, испр. и доп. – М.: УРСС, 2005. – 446 с. – (Клас. универ. учебник). – Допущено М-вом высш. и сред. спец. образования СССР в качестве учебника для студ. матем. спец. ун-тов.

5. Розанов, Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: учеб. для вузов / Ю.А. Розанов. – М.: Наука, 1985. – 320с.

6. Буре, В.М. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / В.М. Буре, Е.М. Парилина. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 416 с.// Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/168536>.

7. Буре, В.М. Теория вероятностей и вероятностные модели [Электронный ресурс]: учебник / В.М. Буре, Е.М. Парилина, А.А. Седаков. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 296 с.// Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/108328>.

8. Лазакович, Н.В. Теория вероятностей: учебник / Н.В. Лазакович, С.П. Сташуленок, О.Л. Яблонский; Белорусский государственный университет. – 3-е издание, с изменениями. – Минск: БГУ, 2013. – 335 с. – Утверждено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебника для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям.

Евг. Жукова Е.В.

Дополнительная:

9. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 5-е издание; 6-е издание. – Москва: Айрис-пресс, 2010. – 287 с.

10. Сборник задач по математике для втузов. Ч.3: Теория вероятностей и математическая статистика / Под ред. Ефимова А.В. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1990. – 431с.

11. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб. пособие / В.А. Ватутин [и др.]. – 2-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 325 с. – Доп. М-вом образования РФ в качестве учеб. пособия для студ. вузов, обучающихся по направлению подготовки 657100 «Приклад. математика».

12. Дерр, В.Я. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / В.Я. Дерр. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 596 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>.

13. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 320 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/167743>.

14. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для втузов / В.Е. Гмурман. – Издание 5-е, переработанное и дополненное. – Москва: Высшая школа, 1977. – 479 с.: ил. – Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для втузов.

15. Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие: в 4 частях. Часть 4: Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика / А.П. Рябушко. – 2-е издание, исправленное; 3-е издание; 4-е издание. – Минск: Вышэйшая школа, 2013. – 336 с. – Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов технических специальностей учреждений, обеспечивающих получение высшего образования.

16. Алибеков, И.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика в среде MATLAB [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Ю. Алибеков. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 184 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/121484>.

17. Свешников, А.А. Прикладные методы теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебник / А.А. Свешников. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 480 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://e.lanbook.com/book/168385>.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

MicrosoftOfficeExcelver. 2003 и выше, MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 12 и выше, MATLAB 5 и выше.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАЧЕТА

4 семестр

1. Случайный эксперимент.
2. Математическая модель случайного эксперимента.
3. Условные вероятности. Независимость событий.
4. Формулы полной вероятности и Байеса.
5. Одномерные случайные величины и их функции распределения.
6. Многомерные случайные величины.
7. Функциональные преобразования случайных величин.
8. Формула преобразования плотностей.
9. Математическое ожидание дискретных случайных величин.
10. Интегралы Лебега-Стилтьеса и Римана-Стилтьеса.
11. Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления.
12. Математическое ожидание функции случайных величин.
13. Моменты случайных величин.
14. Дисперсия случайных величин.
15. Коэффициент корреляции.
16. Смешанные моменты и семиинварианты.
17. Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии.
18. Соотношения между видами сходимости.
19. Характеристическая функция и ее свойства.
20. Слабая сходимость распределений и теоремы Хелли.
21. Теорема непрерывности для характеристических функций.
22. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел.
23. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи.
24. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел.
25. Центральная предельная теорема и ее следствия.
26. Выборки и выборочные характеристики.
27. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао.
28. Эффективные оценки. Достаточные статистики.

29. Метод моментов.
30. Метод максимального правдоподобия.
31. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае.
32. Байесовский метод.
33. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.
34. Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.
35. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.
36. Дисперсионный анализ.
37. Последовательный анализ Вальда
38. Критерии согласия. Полиномиальная регрессия.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

5 семестр

1. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы.
2. Классификация случайных процессов.
3. Непрерывность траекторий случайного процесса.
4. Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями.
5. Винеровский процесс и его свойства.
6. Пуассоновский процесс и его свойства.
7. Основные понятия теории цепей Маркова.
8. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей.
9. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем.
10. Стационарные вероятности для цепей Маркова.
11. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем.
12. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц.
13. Эффекты вырождений и взрыва.
14. Параметрический и непараметрический анализ временных рядов.
15. Непараметрический анализ временных рядов.
16. Статистический анализ цепей Маркова.
17. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства.
18. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.
19. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито.
20. Стохастические дифференциальные уравнения.
21. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.

22. Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции.
23. Спектральное представление вещественного случайного процесса.
24. Линейные преобразования случайных процессов.
25. Фильтрация случайных процессов.
26. Прогнозирование случайных процессов.
27. Интерполяция случайных процессов.
28. Понятие об устойчивом случайном процессе.

ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№ п/п	Вид работы	Семестр	Тема работы
1	КР № 1	4	Числовые характеристики случайных величин.
2	КР № 2	4	Предельные теоремы.
3	КР № 3	5	Дифференциальные уравнения Колмогорова с непрерывным временем.
4	КР № 4	5	Стохастические интегралы Ито и стохастические дифференциальные уравнения.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» используются современные информационные технологии. Для этого в сетевом доступе размещен комплекс учебных и учебно-методических материалов: учебно-программные материалы, ссылки на учебные издания для теоретического изучения учебной дисциплины, указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, вопросы для подготовки к зачету или экзамену, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.

Цель самостоятельной работы студентов – усвоение в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизировать, планировать и контролировать собственную деятельность.

Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и

систематизация полученных знаний, их применение при выполнении лабораторных работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие **формы самостоятельной работы**:

- самостоятельная работа студента в виде подготовки к выполнению лабораторной работы;
- работа студента с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- подготовка студента к сдаче текущей аттестации.

**Содержание самостоятельной работы студентов
Дневная форма получения высшего образования**

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов	
		4 сем.	5 сем.
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины, подготовка к лабораторным занятиям.	Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 17.	10	
	Тема 1.2. Случайные величины. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 17.	6	
	Тема 1.3. Математическое ожидание. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 17.	6	
	Тема 1.4. Числовые характеристики функций случайных величин. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 17.	6	
	Тема 1.5. Сходимость последовательностей случайных величин. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 14, 17.	8	
	Тема 1.6. Характеристическая функция. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 14, 17.	6	
	Тема 1.7. Предельные теоремы. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 13, 15 – 17.	6	
	Тема 2.1. Математическая статистика. Основная литература: 1, 2, 5 – 8. Дополнительная литература: 9 – 16.	8	
	Тема 2.2. Методы построения точечных и интервальных оценок. Основная литература: 1, 2, 5 – 8. Дополнительная литература: 9 – 16.	8	

	<p>Тема 2.3. Проверка статистических гипотез. Основная литература: 1, 2, 5 – 7. Дополнительная литература: 9 – 12, 14 – 16.</p>	8	
	<p>Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов. Основная литература: 1, 2, 3, 5, 8. Дополнительная литература: 9.</p>		8
	<p>Тема 3.2. Процессы с независимыми приращениями. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		8
	<p>Тема 3.3. Цепи Маркова. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		12
	<p>Тема 3.4. Статистические выводы о случайных процессах. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		6
	<p>Тема 3.5. Процессы с конечными моментами второго порядка. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		10
	<p>Тема 3.6. Стационарные в широком смысле случайные процессы. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		10
Подготовка к контрольной работе № 1.	<p>Тема 1.2. Случайные величины. 1.2.1. Одномерные случайные величины и их функции распределения. Типы случайных величин. 1.2.2. Многомерные случайные величины. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 17. Тема 1.3. Математическое ожидание. 1.3.1. Математическое ожидание дискретных случайных величин. Интегралы Лебега-Стилтьеса и Римана-Стилтьеса. 1.3.2. Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления. Литература: см. Тема 1.2.</p>	8	

	<p>Тема 1.4. Числовые характеристики функций случайных величин. 1.4.1. Математическое ожидание функции случайных величин. 1.4.2. Моменты случайных величин. Дисперсия. Литература: см. Тема 1.2.</p>		
Подготовка к контрольной работе № 2.	<p>Тема 1.7. Предельные теоремы. 1.7.1. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. 1.7.2. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи. 1.7.3. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел. 1.7.4. Центральная предельная теорема и ее следствия. Основная литература: 1, 2, 4 – 8. Дополнительная литература: 9 – 13, 15 – 17.</p>	6	
Подготовка к контрольной работе № 3.	<p>Тема 3.3. Цепи Маркова. 3.3.1. Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей. 3.3.2. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		6
Подготовка к контрольной работе № 4.	<p>Тема 3.5. Процессы с конечными моментами второго порядка. 3.5.1. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном. 3.5.2. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито. 3.5.3. Стохастические дифференциальные уравнения, метод последовательных приближений. Основная литература: 1, 2, 3, 5. Дополнительная литература: 9.</p>		6
Подготовка к экзамену			36
ИТОГО:		86	102

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Для оценки достижений студентов используется следующий **диагностический инструментарий**:

- проведение текущих устных опросов по отдельным темам;
- отчеты по лабораторным работам;
- защита выполненных лабораторных работ;
- контрольная работа;
- сдача экзамена (зачета) по учебной дисциплине.

Диагностика качества усвоения знаний студентами проводится в форме промежуточного контроля и текущей аттестации.

4 семестр. Форма текущей аттестации – зачет. Форма проведения зачета – письменная.

В данном семестре итоговая отметка по учебной дисциплине определяется по формуле

$$\text{ЗАЧ} = 0,2 \cdot \text{ПК} + 0,8 \cdot \text{ЗО}.$$

ПК – результат промежуточного контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля в течение семестра по следующей формуле

$$\text{ПК} = (\text{КР № 1} + \text{КР № 2}) / 2.$$

ЗО – отметка, полученная студентом на зачете за письменный ответ по билету. Билет включает четыре практических задания.

Отметка «зачтено» выставляется студентам, получившим итоговую отметку четыре балла и выше. Отметка «не зачтено» выставляется студентам, получившим менее четырех баллов.

5 семестр. Форма текущей аттестации – экзамен. Форма проведения экзамена – письменная.

Итоговая экзаменационная отметка по учебной дисциплине за семестр (ИЭ) учитывает отметку по результатам промежуточного контроля и экзаменационную отметку:

$$\text{ИЭ} = \text{ВК} \cdot \text{ПК} + (1 - \text{ВК}) \cdot \text{ЭО}.$$

ВК – весовой коэффициент для промежуточного контроля и экзаменационной отметки в итоговую отметку по учебной дисциплине «Высшая математика» равен 0,5.

ПК – результат промежуточного контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных

в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля в течение семестра по следующей формуле:

$$\text{ПК} = (\text{КР № 3} + \text{КР № 4}) / 2.$$

ЭО – отметка, полученная студентом на экзамене за письменный ответ по билету. Билет включает один теоретический вопрос и два практических задания.

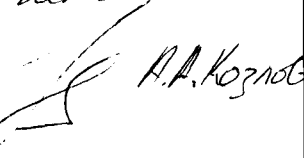

ХАРАКТЕРИСТИКА (ОПИСАНИЕ) ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Кроме традиционных методов обучения используются активные формы и методы обучения, такие как: мультимедиа-средства, элементы творческого характера на лекционных занятиях и при выполнении лабораторной работы, лекции-визуализации, метод анализа конкретных ситуаций, а также рейтинговая система оценки знаний.

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, творческого подхода, реализуемые на лабораторных занятиях при самостоятельной работе;
- коммуникативные технологии (дискуссии, учебные дебаты), реализуемые на лабораторных занятиях.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Исследования операционной	Кафедра математики и компьютерной безопасности	Изменения и дополнения  А.А. Козлов	
Теория информации	Кафедра математики и компьютерной безопасности	Изменения и дополнения  А.А. Козлов	