Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
____________ Ю.П. Голубев
«22» ______________ 2022 г.

Регистрационный № УД-482/22уч.

МОДУЛЬ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)»
направление специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)»

2022 г.

Учебная программа составлена на основе учебного плана по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № 21-21/уч. ФКНЭ от 26.07.2021г. для дневной формы получения высшего образования.

СОСТАВИТЕЛИ:

КОЗЛОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ, доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
УСТЮГОВ ВЛАДИСЛАВ ВАЛЕРЬЕВИЧ, ассистент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 5 от «05» 05 2022 г.)

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 6 от «24» 06 2022 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»: создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучения таких учебных дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа».

Основные задачи учебной дисциплины: научить строить и исследовать решения дифференциальных уравнений; научить строить математические модели эволюционных процессов.

При изложении материала учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решения прикладных задач, возникающих в различных областях науки и техники. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» основывается на учебных дисциплинах «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия» и, в свою очередь, является базовой при изучения учебных дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа», а также ряда учебных дисциплин специализации.

В результате изучения учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» студент должен:

знать:

- методы интегрирования линейных стационарных дифференциальных уравнений и систем;
- методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений;
- условия существования и единственности решения задачи Коши;
- понятия первого интеграла и базиса первых интегралов;
- основные понятия теории устойчивости;
- схему построения решений линейных однородные и квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка;
- принципы построения дифференциальных моделей;

уметь:

- использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построение общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- находить первые интегралы и строить их базис для нелинейных дифференциальных систем;
- исследовать устойчивость и асимптотическую устойчивость решений дифференциальных уравнения и систем;

- интегрировать линейные однородные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка;
- строить и исследовать дифференциальные модели эволюционных процессов;

владеть:

- методами аналитического и численного решения алгебраических уравнений;
- навыками творческого аналитического мышления.

Подготовка специалиста при обучении учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» должна обеспечивать формирование группы компетенций:

Специализированные компетенции:

– СК-1: Использовать методы функционального анализа и применять их для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики.

В процессе получения математического образования студенты специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» должны уяснить, что математика дает удобные и плодотворные способы описания (модели) самых разнообразных явлений реального мира и является в указанном смысле эффективным инструментом его познания. Соответственно, цели изучения учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» в УВО позволяют сформировать не только базовые знания по данной дисциплине, но и развить навыки самостоятельной познавательной деятельности студентов.

В соответствии с учебным планом на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отводится:

	Дневная форма обучения	
Курс	2	2
Семестры	3	4
Лекции (количество часов)	36	34
Практические занятия (количество часов)	36	34
Аудиторных часов по учебной дисциплине (количество часов)	72	68
Самостоятельная работа (количество часов)	72	60
Всего часов по учебной дисциплине	144	128
Трудоемкость учебной дисциплины (зачетные единицы)	4	4
Формы текущей аттестации	экзамен	экзамен

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КАК СПОСОБ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ.

Тема 1.1 Математические модели детерминированных процессов.
Математические модели детерминированных процессов и явлении в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей.

РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

Тема 2.1 Уравнения с разделяющимися переменными
Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
Тема 2.2 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка
Определение линейных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.
Тема 2.3 Уравнения в полных дифференциалах
Решение уравнений в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
Тема 2.4 Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка
Метод Эйлера. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о непрерывной зависимости решений дифференциального уравнения первого порядка от параметра и начальных значений. Теорема о дифференцируемости решений дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно старшей производной.
Тема 2.5 Особые точки дифференциального уравнения первого порядка.
Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка. Классификация особых точек (седло, фокус, центр). Примеры дифференциальных уравнений первого порядка, решения которых описывают особые точки различного вида.
Тема 2.6 Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.
Уравнения, содержащие только производную неизвестной функции. Уравнения, содержащие как производную неизвестной функции, так и ее аргумент. Уравнения, зависящие от неизвестной функции и ее производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.
Тема 2.7 Существование и единственность решения дифференциального уравнения первого порядка, неразрешенного относительно производной.

Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, неразрешенного относительно производной. Особое решение. Р-дискриминанта кривой. Огибающая семейства решений.

РАЗДЕЛ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПОРЯДКА ВЫШЕ ПЕРВОГО.

Тема 3.1 Существование и единственность решений дифференциального уравнения n-ого порядка.

Теорема о существовании и единственности решений дифференциального уравнения n-го порядка. Особые решения.

Тема 3.2 Уравнения, допускающие понижения порядка.

Уравнения, не содержащие искомой функции и ее производных до порядка k-1 включительно. Уравнения, не содержащие независимую переменную. Уравнение, левая часть которого является производной некоторого дифференциального выражения, порядка на единицу меньшего порядка уравнения. Дифференциальное уравнение, однородное относительно аргументов.

Тема 3.3 Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.

Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан. Структура общего решения однородного дифференциального уравнения n-ого порядка. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского-Лиувилля.

Тема 3.4 Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка.

Метод Эйлера решения линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Уравнения Эйлера и их решения.

Тема 3.5 Линейные неоднородные нестационарные дифференциальные уравнения n-го порядка.

Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Метод Коши нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

Тема 3.6 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные стационарные дифференциальные уравнения n-го порядка о специальной правой частью. Понятие об операторном методе решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера с постоянными коэффициентами.

Тема 3.7 Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов.

Теорема об аналитических решениях. Приближенное решение дифференциального уравнения в виде степенного ряда. Уравнение Бесселя и его решения.

Тема 3.8. Метод малого параметра.

Периодические решения дифференциальных уравнений. Метод малого параметра.

Тема 3.9 Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений
Понятие о краевых задачах. Функция Грина для краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения.

РАЗДЕЛ 4. СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Тема 4.1 Общие понятия о системах обыкновенных дифференциальных уравнений
Понятие о системах дифференциальных уравнений и их решениях. Динамические системы. Автономные системы. Линейные системы. Фазовые пространство и траектория.
Тема 4.2 Интегрирование систем дифференциальных уравнений.
Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
Тема 4.3. Однородные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
Решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений.
Тема 4.4. Первые интегралы систем дифференциальных уравнений
Нахождение интегрируемых комбинаций. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
Тема 4.5. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
Понятие и свойства линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип суперпозиции. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приведение линейного уравнения n-го порядка к линейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений.
Тема 4.6 Характеристические числа матрицы коэффициентов линейной стаационарной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
Собственные числа и векторы матрицы коэффициентов линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решение такой системы.
Тема 4.7 Метод Лагранжа.
Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ.

Тема 5.1 Понятие об устойчивости систем дифференциальных уравнений.
Устойчивость по Ляпунову, Асимптотическая устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
Тема 5.2 Классификация точек покоя.
Классификация точек покоя стационарных систем дифференциальных уравнений на основании корней характеристического уравнения матрицы коэффициентов линейных стационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры линейных систем.

Тема 5.3 Критерии устойчивости стационарной дифференциальной системы.

Устойчивые многочлены. Критерий Гурвица.

Тема 5.4 Второй метод А.М. Ляпунова.

Знакоопределенные функции. Производная в силу системы. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема о неустойчивости дифференциальной системы уравнений.

Тема 5.5 Теоремы об устойчивости систем по первому приближению.

Теорема об устойчивости систем по первому приближению. Теорема Малкина об устойчивости системы дифференциальных уравнений при постоянно действующем возмущении.

РАЗДЕЛ 6. УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

Тема 6.1 Общие понятия об уравнениях в частных производных первого порядка

Основные понятия об уравнениях в частных производных первого порядка. Теорема С. Ковалевской.

Тема 6.2. Линейные уравнения в частных производных первого порядка.

Методы решения линейных уравнений в частных производных первого порядка. Характеристики уравнения

Тема 6.3. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Решение квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка

Тема 6.4 Уравнения Пфаффа.

Определение уравнения Пфаффа и условия его полной интегрируемости. Методы решения уравнений Пфаффа.

Тема 6.5 Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Решение отдельных типов нелинейных уравнений в частных производных первого порядка

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы.	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемой самостоятельной работы студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (140 часов)		**70**	**70**					
III семестр		**36**	**36**					
	Раздел 1. ***Дифференциальные уравнения как способ математического описания физической реальности***	**2**	**2**					
1.1	Математические модели детерминированных процессов и явлении в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей.	2	2				[1] [2] с. 34-67	ИДЗ*
	Раздел 2. ***Дифференциальные уравнения первого порядка.***	**16**	**16**					

2.1	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.	2	2				[1] [2] с. 34-67	УО
2.2	Определение линейных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.	2	2				[1] [2] с. 34-67	МСР*
2.3	Решение уравнений в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2	2				[1] [2] с. 34-67	
2.4	Метод Эйлера. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о непрерывной зависимости решений дифференциального уравнения первого порядка от параметра и начальных значений.	2	2				[1] [2] с. 34-67	
2.5	Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка. Классификация особых точек (седло, фокус, центр). Примеры дифференциальных уравнений первого порядка, решения которых описывают особые точки различного вида.	2	2				[1] [2] с. 34-67	
2.5	Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка. Классификация особых точек (седло, фокус, центр). Примеры	2	2				[1] [2] с. 34-67	

	дифференциальных уравнений первого порядка, решения которых описывают особые точки различного вида.							
2.6	Уравнения, содержащие только производную неизвестной функции. Уравнения, содержащие как производную неизвестной функции, так и ее аргумент. Уравнения, зависящие от неизвестной функции и ее производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.	2	2				[1] [2] с. 34-67	ИДЗ*
2.7	Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, неразрешенного относительно производной. Особое решение. Р-дискриминанта кривой. Огибающая семейства решений.	2	2				[1] [2] с. 34-67	
	Раздел 3. ***Дифференциальные уравнения порядка выше первого***	**18**	**18**					
3.1	Теорема о существовании и единственности решений дифференциального уравнения n-го порядка. Особые решения.	2	2				[3] [4] с. 34-67	
3.2	Уравнения, не содержащие искомой функции и ее производных до порядка k-1 включительно. Уравнения, не содержащие независимую переменную. Уравнение, левая часть которого является производной некоторого дифференциального выражения, порядка на единицу меньшего порядка уравнения. Дифференциальное уравнение, однородное относительно аргументов.	2	2				[3] [4] с. 34-67	

3.3	Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан. Структура общего решения однородного дифференциального уравнения n-ого порядка. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского-Лиувилля.	2	2				[1] [4] с. 34-67	
3.4	Метод Эйлера решения линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Уравнения Эйлера и их решения.	2	2				[1] [4] с. 34-67	ИДЗ*
3.5	Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Метод Коши нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения	2	2				[1] [4] с. 34-67	
3.6	Линейные неоднородные стационарные дифференциальные уравнения n-го порядка о специальной правой частью. Понятие об операторном методе решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера с постоянными коэффициентами.	2	2				[1] [4] с. 34-67	УО
3.7	Теорема об аналитических решениях. Приближенное решение дифференциального уравнения в виде степенного ряда. Уравнение Бесселя и его решения. Периодические решения дифференциальных уравнений. Метод малого параметра.	2	2				[1] [4] с. 34-67	ЛПР

3.8	Периодические решения дифференциальных уравнений. Метод малого параметра.	2	2				[1] [4] с. 34-67	
3.9	Понятие о краевых задачах. Функция Грина для краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения.	2	2				[1] [4] с. 34-67	РКР*
	IV семестр	**34**	**34**					
	Раздел 4. ***Системы обыкновенных дифференциальных уравнений***	**14**	**14**					
4.1	Понятие о системах дифференциальных уравнений и их решениях. Динамические системы. Автономные системы. Линейные системы. Фазовые пространство и траектория.	2	2				[5] [7] с. 107-187	
4.2	Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка	2	2				[5] [7] с. 107-187	
4.3	Решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений.	2	2				[5] [8] с. 107-187	УО
4.4	Нахождение интегрируемых комбинаций. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	2				[5] [8] с. 107-187	
4.5	Понятие и свойства линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип суперпозиции. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приведение линейного уравнения	2	2				[5] [8] с. 107-187	

	n-го порядка к линейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений.							
4.6	Собственные числа и векторы матрицы коэффициентов линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решение такой системы.	2	2				[5] [8] с. 107-187	ИДЗ*
4.7	Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	2				[5] [8] с. 107-187	
	Раздел 5. ***Элементы теории устойчивости***	**10**	**10**					
5.1	Устойчивость по Ляпунову, Асимптотическая устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2				[5] [9] с. 107-187	УО
5.2	Классификация точек покоя стационарных систем дифференциальных уравнений на основании корней характеристического уравнения матрицы коэффициентов линейных стационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры линейных систем.	2	2				[5] [8] с. 107-187	МСР*
5.3	Устойчивые многочлены. Критерий Гурвица.	2	2				[5] [8] с. 107-187	

5.4	Знакоопределенные функции. Производная в силу системы. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема о неустойчивости дифференциальной системы уравнений.	2	2				[5] [7] с. 107-187	ИДЗ*
5.5	Теорема об устойчивости систем по первому приближению. Теорема Малкина об устойчивости системы дифференциальных уравнений при постоянно действующем возмущении	2	2				[5] [8] с. 107-187	
	Раздел 6. ***Уравнения в частных производных первого порядка***	**10**	**10**					
6.1	Основные понятия об уравнениях в частных производных первого порядка. Теорема С. Ковалевской.	2	2				[4] [7] с. 34-67	
6.2	Методы решения линейных уравнений в частных производных первого порядка. Характеристики уравнения	2	2				[4] [8] с. 51-89	
6.3	Решение квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка	2	2				[5] [8] с. 107-187	
6.4	Определение уравнения Пфаффа и условия его полной интегрируемости. Методы решения уравнений Пфаффа.	2	2				[5] [8] с. 107-187	РКР*
6.5	Решение отдельных типов нелинейных уравнений в частных производных первого порядка	2	2				[5] [8] с. 107-187	

Принятые сокращения:
ИДЗ – индивидуальное домашнее задание
ЛПР – лекционная проверочная работа
МСР – мини-самостоятельная работа
УО – устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;
РКР- рейтинговая контрольная работа.

* мероприятия промежуточного контроля

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ:

1. Краснослободцева, Т. П. Краснослободцева Т.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения: теория и практика : учебное пособие / Т. П. Краснослободцева, М. И. Скворцова, А. Г. Ратнов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 119 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/240023 (дата обращения: 20.01.2022).

2. Потепалова, А. Ю. Дифференциальные уравнения с контрольными заданиями : методические указания / А. Ю. Потепалова, Н. В. Белецкая, М. И. Джиоева. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 62 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/256676 (дата обращения: 20.01.2022).

3. Гарбарук, В. В. Решение дифференциальных уравнений и систем методами операционного исчисления : учебное пособие / В. В. Гарбарук, Р. С. Кударов, В. И. Родин. — Санкт-Петербург : ПГУПС, 2022. — 86 с. — ISBN 978-5-7641-1855-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/329474 (дата обращения: 20.01.2022).

4. Виноградова, П. В. Системы обыкновенных дифференциальных уровнений : учебное пособие / П. В. Виноградова, О. С. Деревянко. — Хабаровск : ДВГУПС, 2022. — 82 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/339539 (дата обращения: 20.01.2022).

5. Просолупова, Н. А. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / Н. А. Просолупова. — Курск : КГУ, 2021. — 33 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/219458 (дата обращения: 20.01.2022).

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

6. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : справочное пособие к решению задач. - 3-е издание, стереотипное ; 5-е издание. - Минск : ТетраСистемс, 2008. - 287 с.

Нор Гуркова Е.В.

7. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи : учебное пособие. - 6-е издание. - Минск : ТетраСистемс, 2011. - 287 с. : ил. - Библиогр. : с. 3. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования

8. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие [Электронный ресурс] / А. М. Ивлева, ГГ И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосибирский государственный технический университет. – 5-е изд-е, испр. и доп. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. - 183 с. : ил., табл. — Режим доступа: по подписке. - URT: https://biblioclub.ru/index.php?pageM)ook&id=576324 (дата обращения: 21.02.2022).

9. Рябушко, А.П. Высшая математика : теория и задачи : в пяти частях : учебное пособие. - Минск : Высш. шк., 2016- 2017. - Часть 1 : Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. - 2017. - 302, [1] с. - Библиогр. : с. 301. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям.

Перечень вопросов для проведения экзамена

3 семестр

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
5. Метод Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение Риккати.
8. Решение уравнений в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель для решения уравнений в полных дифференциалах.
10. Метод Эйлера приближенного решения дифференциальных уравнений первого порядка.
11. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
12. Теорема о непрерывной зависимости решений дифференциального уравнения первого порядка от параметра и начальных значений.
13. Теорема о дифференцируемости решений дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно старшей производной.
14. Особые точки и особые решения дифференциального уравнения первого порядка.
15. Классификация особых точек (седло, фокус, центр). Примеры.
16. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Уравнения, содержащие только производную неизвестной функции.
17. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Уравнения, содержащие как производную неизвестной функции, так и ее аргумент.
18. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Уравнения, зависящие от неизвестной функции и ее производной.
19. Уравнения Лагранжа.
20. Уравнения Клеро.
21. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, неразрешенного относительно производной.
22. Особое решение. Р-дискриминанта кривой. Огибающая семейства решений.

23. Теорема о существовании и единственности решений дифференциального уравнения n-го порядка.
24. Особые решения дифференциального уравнения n-го порядка. .
25. Уравнения, допускающие понижения порядка. Уравнения, не содержащие искомой функции и ее производных до порядка k-1 включительно.
26. Уравнения, допускающие понижения порядка. Уравнения, не содержащие независимую переменную.
27. Уравнения, допускающие понижения порядка. Уравнение, левая часть которого является производной некоторого дифференциального выражения, порядка на единицу меньшего порядка уравнения.
28. Уравнения, допускающие понижения порядка. Дифференциальное уравнение, однородное относительно аргументов..
29. Линейный дифференциальный оператор и его свойства.
30. Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан.
31. Структура общего решения однородного дифференциального уравнения n-ого порядка. Фундаментальная система решений.
32. Формула Остроградского-Лиувилля.
33. Метод Эйлера решения линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка.
34. Уравнения Эйлера и их решения.
35. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка.
36. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка.
37. Метод Коши нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка.
38. Линейные неоднородные стационарные дифференциальные уравнения n-го порядка о специальной правой частью.
39. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
40. Уравнения Эйлера с постоянными коэффициентами.
41. Голоморфные решения дифференциальных уравнений.
42. Уравнение Бесселя и его решения.
43. Периодические решения дифференциальных уравнений.
44. Метод малого параметра.
45. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
46. Функция Грина для краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения.

Перечень вопросов для проведения экзамена

4 семестр

1. Понятие о системах дифференциальных уравнений и их решениях. Динамические системы. Автономные системы.
2. Линейные системы. Фазовые пространство и траектория.
3. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
4. Решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений.
5. Интегрируемые комбинации и методы их нахождения.
6. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Понятие и свойства линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип суперпозиции.
8. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приведение линейного уравнения n-го порядка к линейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Собственные числа и векторы матрицы коэффициентов линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решение с их помощью системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
10. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).
11. Матрица Коши системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Структура общего решения линейной системы дифференциальных уравнений.
12. Устойчивость по Ляпунову.
13. Асимптотическая устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
14. Классификация точек покоя стационарных систем дифференциальных уравнений на основании корней характеристического уравнения матрицы коэффициентов линейных стационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры линейных систем.
15. Критерии устойчивости стационарной дифференциальной системы. Устойчивые многочлены. Критерий Гурвица.
16. Второй метод А.М. Ляпунова. Знакоопределенные функции. Производная в силу системы. Теорема Ляпунова об устойчивости.
17. Второй метод А.М. Ляпунова. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
18. Второй метод А.М. Ляпунова. Теорема о неустойчивости дифференциальной системы уравнений.
19. Теорема об устойчивости систем дифференциальных уравнений по первому приближению.
20. Теорема Малкина об устойчивости системы дифференциальных уравнений при постоянно действующем возмущении.

21. Основные понятия об уравнениях в частных производных первого порядка. Теорема С. Ковалевской.
22. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики уравнения
23. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка
24. Определение уравнения Пфаффа и условия его полной интегрируемости.
25. Методы решения уравнений Пфаффа.
26. Решение отдельных типов нелинейных уравнений в частных производных первого порядка.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

— выполнение домашних заданий (в т.ч. индивидуальных);

— составление информационных таблиц, графических схем и глоссариев по пройденным темам.

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

Содержание самостоятельной работы студентов дневной формы получения образования (132 часа)

Тематическое содержание	Используемые источники	Количество часов
3 семестр		
Раздел 1. ***Дифференциальные уравнения как способ математического описания физической реальности.*** *- Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* *- Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.*	1, 3, 8, 9	12
Раздел 2. ***Дифференциальные уравнения первого порядка.*** *— Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* *— Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.* *— Работа в командах над заданиями УМК.*	2, 3, 8, 9	12
Раздел 3. ***Дифференциальные уравнения порядка выше первого.*** *— Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* *— Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.* *— Выполнить задания теста.*	2, 3, 8, 9	12
Подготовка к экзамену		**36**
Всего за 3 семестр		**72**
4 семестр		
Раздел 4. ***Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.*** *— Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* *— Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.* *— Выполнить индивидуальное домашнее задание.*	4, 5, 6, 7	10

Раздел 5. ***Элементы теории устойчивости.*** — *Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* — *Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.* — *Выполнить индивидуальное домашнее задание.*	4, 5, 6, 7	10
Раздел 6. ***Уравнения в частных производных первого порядка.*** — *Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.* — *Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу.* — *Выполнить индивидуальное домашнее задание.*	4, 5, 6, 7	10
Подготовка к экзамену		**30**
Всего за 4 семестр		**60**
Всего		**132**

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Методы обучения:

— методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский, а также проектный методы);

— личностно ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);

— информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, примененение специализированных компьютерных программ Microsoft Word, Microsoft Office Excel, SPSS, MATHCAD PROFESSIONAL, MAPLE, MATLAB, POWERPOINT, MS ACCESS, MS VISI).

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Форма текущей аттестации – в 3 и 4 семестре – экзамен. Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам промежуточного контроля (П) и экзаменационную отметку (Э).

Таблица 1. *Составляющие итоговой отметки по дисциплине и их весовые коэффициенты в 3 семестре*

Составляющие итоговой отметки	k	П	(1-k)	Э
	0,5	*	0,5	**

Итоговая экзаменационная отметка по дисциплине за 3 семестр определяется по формуле:

Иэ =0,5П + 0,5Э.

*Отметка промежуточного контроля (П) за 3 семестр определяется по результатам рейтинговой контрольной работы.

**Отметка, полученная студентом на экзамене за письменный/устный ответ по билету. Билет включает 1 теоретический вопрос и 2 практических задания.

Таблица 2. *Составляющие итоговой отметки по дисциплине и их весовые коэффициенты в 4 семестре*

Составляющие итоговой отметки	k	П	(1-k)	Э
	0,5	*	0,5	**

Итоговая экзаменационная отметка по дисциплине за 4 семестр определяется по формуле:

Иэ =0,5П + 0,5Э.

*Отметка промежуточного контроля (П) за 4 семестр определяется по результатам рейтинговой контрольной работы.

**Отметка, полученная студентом на экзамене за письменный/устный ответ по билету. Билет включает 1 теоретический вопрос и 2 практических задания.

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;
- письменные проверочные работы (микроконтрольные);
- тестирование;
- индивидуальное домашнее задание;
- дискуссия;

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Microsoft Office Excel ver. 2003 и выше, MATHCAD 2010 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 15 и выше, MATLAB 6 и выше.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по дисциплине «Дифференциальные уравнения»	Решение, принятое кафедрой математики и компьютерной безопасности
Теория вероятностей и математическая статистика	математики и компьютерной безопасности	Предложений и изменений нет	
Функциональный анализ и интегральные уравнения	математики и компьютерной безопасности	Предложений и изменений нет	
Методы оптимизации	математики и компьютерной безопасности	Предложений и изменений нет.	
Уравнения математической физики	математики и компьютерной безопасности	Предложений и изменений нет	
Методы численного анализа	математики и компьютерной безопасности	Предложений и изменений нет	

Заведующий кафедрой математики
и компьютерной безопасности,
кандидат технических
наук, доцент — И.Б. Бураченок