

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет имени Евфросинии
Полоцкой»


Ю.П. Голубев

«18» 11 2022 г.

Регистрационный № УД-520/22/уч.

МОДУЛЬ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)»
направление специальности **1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)»**

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 1–98 01 01 – 2021 и учебного плана по специальности 1–98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № 21-21/уч. ФКНЭ от 26.07.2021г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

МАТЕЛЕНОК Анастасия Петровна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 10 от «20» 10 2022 г.);

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 3 от «17» 11 2022 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Методы численного анализа» знакомит студентов с основными подходами к приближенному описанию зависимостей между переменными величинами и применению этих зависимостей к вычислению интегралов и производных, нахождению решений численных и функциональных уравнений и систем таких уравнений, а также с конкретными методами решения таких задач. Изучаемые методы базируются на основополагающих понятиях линейной алгебры, математического и функционального анализа, таких как базис линейного пространства, сходимость последовательности приближений, операторы проектирования, финитные функции.

Целью изучения учебной дисциплины «Методы численного анализа» является формирование у студентов следующих навыков:

- анализа вычислительной задачи и выбора подходящего метода для ее решения;
- компьютерной реализации конкретных алгоритмов;
- анализа численных результатов, получаемых в ходе проведения вычислительного эксперимента.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Методы численного анализа»: формирование у студентов твердых навыков по выбору алгоритмов для решения конкретной задачи (ориентируясь на вид поставленной задачи и теоретические характеристики соответствующего алгоритма) и приобретение практического опыта по решению типовых задач с применением современной вычислительной техники.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные подходы к исследованию существующих и созданию новых алгоритмов решения указанных классов задач;
- методы решения численных уравнений и их систем;
- основные понятия и методы решения задач теории приближения;
- методы теории квадратур;
- методы решения интегральных уравнений (в том числе в некорректной постановке);
- методы решения основных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных;

уметь:

- решать нелинейные уравнения и системы численными методами;
- использовать различные методы решения задачи приближения функций;
- решать методами численного анализа основные задачи для функциональных уравнений;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных

естественнонаучных задач на компьютере;

владеть:

- навыками использования конкретных алгоритмов для решения нелинейных уравнений и систем, задач приближения функций, решения функциональных уравнений;

- методами решения основных задач численного анализа с применением компьютеров.

Освоение учебной дисциплины «Методы численного анализа» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций:**

СК-2 Применять методы исследования и решения уравнений в частных производных в различных приложениях, интерпретировать полученные решения при исследовании естественно-научных процессов;

СК-3 Использовать методы численного анализа для решения прикладных задач в различных сферах человеческой деятельности; владеть навыками программной реализации вычислительных алгоритмов и анализа полученных результатов;

СК-10 Владеть классическими и современными методами численного решения оптимизационных задач, навыками их практической реализации, определять возможности применения изученных методов к задачам, возникающим в машинном обучении.

Учебная дисциплина «Методы численного анализа» непосредственно связана с дисциплинами, предусмотренными учебным планом специальности: «Основы высшей алгебры», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Уравнения математической физики», «Методы оптимизации».

В соответствии с учебным планом специальности 1 -98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 306 учебных часов, в том числе 140 аудиторных часов: лекции - 70 часов, лабораторные занятия – 70 часов, самостоятельная работа 166 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 9 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации - экзамен в 4 семестре; зачет в 5 семестре.

Распределение учебных часов по курсам и семестрам

Курс	2	3
Семестры	4	5
Лекции (количество часов)	52	18
Лабораторные занятия (количество часов)	52	18
Аудиторных часов по учебной дисциплине	104	36
Самостоятельная работа (количество часов)	112	54
Всего часов по учебной дисциплине	216	90

Трудоемкость учебной дисциплины, з.е.	6	3
Форма промежуточной аттестации	экзамен	зачет

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Введение

Предмет дисциплины «Методы численного анализа» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе.

Раздел I. Методы решения систем нелинейных уравнений

2. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем

Метод простых итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.

Раздел II. Приближение функций

3. Интерполирование

Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Остатки интерполирования с кратными узлами. Применение интерполирования к вычислению производных. Погрешность формул приближенного дифференцирования.

4. Сплайн-приближения

Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.

5. Наилучшие приближения

Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов. Среднеквадратичные приближения. Нелинейные аппроксимации.

Раздел III. Численное интегрирование

6. Интерполяционные квадратурные формулы

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический

выбор шага интегрирования.

7. Квадратурные формулы типа Гаусса

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций.

Раздел IV. Численное решение интегральных уравнений

8. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода

Метод механических квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод замены ядра на вырожденное. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода.

Раздел V. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений

9. Методы решения задачи Коши

Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Численные методы Эйлера и их устойчивость. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил. Примеры методов Рунге-Кутты. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Примеры правил типа предиктор-корректор. Главный член погрешности. Правило Рунге. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.

10. Методы решения краевых задач

Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. Метод стрельбы. Метод редукции к задачам Коши. Методы решения нелинейных задач. Проекционные методы решения граничных задач: методы Галеркина, моментов, наименьших квадратов, Рунца.

Раздел VI. Сеточные методы численного решения дифференциальных уравнений

11. Элементы теории разностных схем

Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации. Сходимость и устойчивость разностных схем. Математический аппарат теории разностных схем. Разностные аналоги теорем вложения. Метод энергетических неравенств. Методы замены обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных

условий разностной схемой. Повышение порядка аппроксимации граничных условий.

12. Разностные схемы для основных задач математической физики

Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности. Разностные схемы для уравнения колебаний струны. Разностные схемы для уравнений переноса. Разностные схемы для решения простейших нелинейных задач. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации. Экономичные разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА»

(дневная форма обучения)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Форма контроля знаний	Литература
		Лекции	Лабораторные занятия		
1	2	3	4	6	
4 СЕМЕСТР					
1	Раздел 1. Методы решения систем нелинейных уравнений				
1.1	Введение	2			[5]
1.2	Метод простых итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя.	2	2	ЛР*	[5]
1.3	Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.	2	2	ЛР*	[5]
2	Раздел 2. Приближение функций				
2.1	Тема 2.1 Интерполирование				
2.1.1	Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа.	2	2	ЛР*	[1,2]
2.1.2	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования.	2	2	ЛР*	[1,2]
2.1.3	Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Остатки интерполирования с кратными узлами. Применение интерполирования к вычислению производных. Погрешность формул приближенного дифференцирования.	2	2	ЛР*	[1,2]
2.2	Тема 2.2. Сплайн-приближения				
2.2.1	Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование.	2	2	ЛР*	[1,2]
2.2.2	Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.	2	2	ЛР*	[1,2]
Тема 2.3. Наилучшие приближения					
2.3.1	Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов. Среднеквадратичные приближения. Нелинейные аппроксимации.	2	2	ЛР*	[1,2]

3	Раздел 3. Численное интегрирование				
3.1	Тема 3.1. Интерполяционные квадратурные формулы				
3.1.1	Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами. Выбор шага интегрирования.	2	2	ЛР*	[1,2]
3.1.2	Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага интегрирования.	2	2	ЛР*	[1,2]
3.2	Тема 3.2. Квадратурные формулы типа Гаусса				
3.2.1	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций.	2	2	ЛР*	[1,2]
5	Раздел 5. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений				
5.1	Тема 5.1. Методы решения задачи Коши				
5.1.1	Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.1.2	Численные методы Эйлера и их устойчивость. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил. Примеры методов Рунге-Кутты.	2	2	КР*	[1,2]
5.1.3	Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.1.4	Примеры правил типа предиктор-корректор. Главный член погрешности. Правило Рунге. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.2	Тема 5.2. Методы решения краевых задач				
5.2.1	Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.2.2	Метод стрельбы. Метод редукции к задачам Коши. Методы решения нелинейных задач.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.2.3	Проекционные методы решения граничных задач: методы Галеркина, моментов.	2	2	ЛР*	[1,2]
5.2.4	Проекционные методы решения граничных задач: методы наименьших квадратов, Рунца.	2	2	ЛР*	
4	Раздел 4. Численное решение интегральных уравнений				
4.1.1	Метод механических квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод замены ядра на вырожденное.	2	2	ЛР*, КР*	[1,2]
4.1.2	Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода.	2	2	ЛР*, КР*	[1,2]
6	Раздел 6. Сеточные методы численного решения дифференциальных уравнений				

6.1	Тема 6.1. Элементы теории разностных схем				
6.1.1	Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.1.2	Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.1.3	Сходимость и устойчивость разностных схем. Математический аппарат теории разностных схем.	2	2	ЛР*	[3,4]
5.1.1	Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара. Построение одношаговых методов способом разложения решения в	2	2	ЛР*	[1,2]
6.1.4	Разностные аналоги теорем вложения. Метод энергетических неравенств.		2	ЛР*	[3,4]
	ВСЕГО за 4 семестр	52	52		
	5 семестр				
6.1.5	Методы замены обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий разностной схемой. Повышение порядка аппроксимации граничных условий.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2	Тема 6.2. Разностные схемы для основных задач математической физики				
6.2.1	Сеточные функции и разностные операторы	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2.2	Аппроксимация дифференциальных операторов и уравнений	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2.3	Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2.4	Разностные схемы для уравнения колебаний струны.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2.5	Разностные схемы для уравнений переноса.	2	2	ЛР*,ВКР*	[3,4]
6.2.6	Разностные схемы для решения простейших нелинейных задач.	2	2	ЛР*	[3,4]
6.2.7	Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации.	2	2	ЛР*,КР*	[3,4]
6.2.8	Экономичные разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.	2	2	ЛР*	[3,4]
	ВСЕГО за 5 семестр	18	18		
	ВСЕГО	70	70		

* мероприятия текущего контроля

Принятые сокращения:

ЛР – отчет по лабораторной работе;

КР – контрольная работа;

ВКР – внеаудиторная контрольная работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; Под ред. Садовниченко В.А. - М. : Высш. шк., 2000. - 190с.
2. Вакульчик П.А. Методы численного анализа : пособие для студ. фак. приклад. математики и информатики спец. 1-31 03 03 "Приклад. математика (по направлениям)", 1-31 03 04 "Информатика", 1-31 03 05 "Актуарная математика", 1-31 03 06 "Эконом. кибернетика (по направлениям)", 1-98 01 01 "Компьютерная безопасность (по направлениям)" / П. А. Вакульчик. - Минск : БГУ, 2008. – 310 с.
3. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш. шк., 2001. - 382 с
4. Высшая математика: теория вероятностей и математическая статистика: учебн.–метод. комплекс для студ. экон. и техн. спец./ сост. Э.М.Пальчик, О.А.Дробинина, Г.Ф.Коршунова; под общ. ред. Э.М.Пальчика. – Новополюцк: ПГУ, 2007. – 236с.
5. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. спец. / И.Б. Сороговец. – Новополюцк: ПГУ, 2009. – 220 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

6. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : [учеб. пособие] / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. - Изд. 2-е. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 367 с.
7. Самарский, А.А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский ; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - Изд. 3-е, стереотип. - СПб. : Лань, 2005. - 288 с.
8. Мулярчик, С.Г. Численные методы: учебное пособие / С. Г. Мулярчик. - Минск : РИВШ, 2017. - 317 с.

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

–методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы);

–лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);

–информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, применение специализированных компьютерных программ Microsoft word, Microsoft Office Excel, SPSS, MATHCAD PROFESSIONAL, MAPLE, MATLAB, POWERPOINT, MS ACCESS, MS VISI).

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА (2 курс, 4 семестр)

1. Предмет «Методы численного анализа» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе.
2. Метод простых итераций решения нелинейных уравнений и систем.
3. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя.
4. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона.
5. Метод простой итерации. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.
6. Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование.
7. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа.
8. Схема Эйткина.
9. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки.
10. Конечные разности и их свойства.
11. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки.
12. Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга, Бесселя.
13. Применение интерполирования к вычислению производных.
14. Погрешность формул приближенного дифференцирования.
15. Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование.
16. Построение кубического сплайна.
17. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.
18. Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов.
19. Среднеквадратичные приближения. Нелинейные аппроксимации.
20. Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы.
21. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами. Выбор шага интегрирования.
22. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
23. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул.
24. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ).
25. Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ.
26. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ.
27. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций.
28. Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара.
29. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора.

30. Численные методы Эйлера и их устойчивость.
31. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил. Примеры методов Рунге-Кутты.
32. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАЧЕТА (3 курс, 5 семестр)

1. Классификация методов решения задачи Коши.
2. Метод Пикара.
3. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора.
4. Численные методы Эйлера и их устойчивость.
5. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил. Примеры методов Рунге-Кутты.
6. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности.
7. Примеры правил типа предиктор-корректор.
8. Главный член погрешности.
9. Правило Рунге.
10. Многошаговые методы.
11. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.
12. Многоточечные и граничные задачи.
13. Решение линейных граничных задач. Метод стрельбы. Метод редукции к задачам Коши.
14. Методы решения нелинейных задач. Проекционные методы решения граничных задач: методы Галеркина, моментов, наименьших квадратов, Ритца.
15. Метод механических квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
16. Метод замены ядра на вырожденное.
17. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
18. Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода.
19. Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов.
20. Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации.
21. Сходимость и устойчивость разностных схем. Математический аппарат теории разностных схем. Разностные аналоги теорем вложения.
22. Метод энергетических неравенств.
23. Методы замены обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий разностной схемой.
24. Повышение порядка аппроксимации граничных условий.
25. Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности.
26. Разностные схемы для уравнения колебаний струны.
27. Разностные схемы для уравнений переноса.
28. Разностные схемы для решения простейших нелинейных задач.
29. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее

реализации.

30. Экономичные разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении лабораторных работ и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения внеаудиторных контрольных работ с консультациями преподавателя;
- подготовка к выполнению лабораторных работ, с консультациями преподавателя и подготовка отчета для их защиты.

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Методы численного анализа» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;
- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;
- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

**Содержание самостоятельной работы студентов
очная форма обучения**

Вид работы	Тематическое содержание	Используемые источники	К-во часов (112 ч)
			4 семестр
Углубленное изучение теоретической части учебной дисциплины	Тема 1.1 Введение Предмет «Методы численного анализа» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i>	[1],[2],[3]	2
	Тема 1.2 Метод простых итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i>	[1],[2],[3],[8]	2
	Тема 1.3 Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i>	[1],[2],[3],[8]	2
	Тема 2.1.1 Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i>	[1],[2],[3],[8]	2
	Тема 2.1.2 Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i>	[1],[2],[3]	2

<p>Тема 2.1.3 Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Остатки интерполирования с кратными узлами. Применение интерполирования к вычислению производных. Погрешность формул приближенного дифференцирования. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	[1],[2],[3],[7]	2
<p>Тема 2.2.1 Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1[1],[2],[7],[8]	2
<p>Тема 2.2.2 Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	[1],[2],[3]	2
<p>Тема 2.3.1 Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов. Среднеквадратичные приближения. Нелинейные аппроксимации. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	[1],[2],[3]	3
<p>Тема 3.1.1 Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами. Выбор шага интегрирования. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	[1],[2],[3],[6]	3
<p>Тема 3.1.2 Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага интегрирования. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3,5	3
<p>Тема 3.1.3 Кратные интегралы. Метод повторного интегрирования.</p>	1,2,3	3

<p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>		
<p>Тема 3.2.1 Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 3.2.2 Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 5.1.1 Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 5.1.2 Численные методы Эйлера и их устойчивость. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил. Примеры методов Рунге-Кутты. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3,6	3
<p>Тема 5.1.3 Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	2
<p>Тема 5.1.4 Примеры правил типа предиктор-корректор. Главный член погрешности. Правило Рунге. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.</p>	1,2,3	2

<p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>		
<p>Тема 5.1.5 Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Выделение особенностей интегрируемых функций. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	2
<p>Тема 5.2.1 Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	2
<p>Подготовка к контрольной работе Тема 5.2.1 Численные методы Эйлера и их устойчивость. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых правил.</p>	Конспект лекционных и практических занятий	2
<p>Тема 5.2.2 Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	2
<p>Тема 5.2.3 Проекционные методы решения граничных задач: методы Галеркина, моментов. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	2
<p>Тема 5.2.4 Проекционные методы решения граничных задач: методы наименьших квадратов, Ритца <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 4.1.1 Метод механических квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод замены ядра на вырожденное. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. <i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i> <i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3

<p>Тема 4.1.2 Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 6.1.1 Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 6.1.2 Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
<p>Тема 6.1.4 Разностные аналоги теорем вложения. Метод энергетических неравенств.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	3
Подготовка к контрольной работе.	Конспект лекционных и практических занятий	4
Подготовка к ЭКЗАМЕНУ	Конспект лекционных и практических занятий, компьютерные программы с выполненными лабораторными работами и отчеты к ним [1-10]	36
ВСЕГО		112
СЕМЕСТР 5		
<p>Тема 6.1.4 Разностные аналоги теорем вложения. Метод энергетических неравенств.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	4

<p>Тема 6.1.5 Методы замены обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий разностной схемой. Повышение порядка аппроксимации граничных условий.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	4
<p>Тема 6.2.1 Сеточные функции и разностные операторы</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	5
<p>Тема 6.2.2 Аппроксимация дифференциальных операторов и уравнений</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	6
<p>Тема 6.2.3 Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3	6
<p>Тема 6.2.4 Разностные схемы для уравнения колебаний струны.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3,7	6
<p>Тема 6.2.5 Разностные схемы для уравнений переноса.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p> <p><i>Подготовка отчета о ВКР</i></p>	1,2,3	6
<p>Тема 6.2.6 Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p> <p><i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i></p>	1,2,3,4	6
<p>Тема 6.2.7 Экономичные разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.</p> <p><i>Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий.</i></p>	1,2,3,4	5

	<i>Подготовить отчет о выполнении лабораторной работы.</i>		
	Подготовка к контрольной работе. Тема 6.2.6 Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации.	Конспект лекционных и практических занятий	6
Всего часов			54

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

4 семестр

Диагностика качества усвоение знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- письменный отчет по лабораторной работе;
- контрольная работа;
- зачет;
- экзамен.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течении семестра по следующей формуле:

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{26} T_i + 1/2 (T_{кр1} + T_{кр2}),$$

где T – отметка за семестр по результатам текущего контроля; в случае, если T – дробное число, оно округляется по правилам математического округления;

T_i – отметка, выставленная за письменный отчет по лабораторной работе номер i ;

n – количество лабораторных работ;

$T_{кр}$ – отметка за контрольную работу.

<i>Текущие контрольные мероприятия</i>	<i>Рейтинговая контрольная работа №1</i>
Содержание контрольного мероприятия – название раздела (модуля)	Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода
Задания	Контрольное задание состоит из 2 задач
Отметка контрольных мероприятий	Каждый пункт оценивается в 5 балла
	<i>Рейтинговая контрольная работа № 2</i>
Содержание контрольного мероприятия – название раздела (модуля)	Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации.
Задания	Контрольное задание состоит из 2 задач

Отметка контрольных мероприятий	Каждый пункт оценивается в 5 балла
---------------------------------	------------------------------------

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Итоговая отметка за экзамен $I = \frac{T + O}{2}$,

где I – итоговая отметка за семестр, O – отметка, выставленная за ответ на экзамене.

Экзамен предполагает устный ответ студента по билету. Билет включает 2 теоретических вопроса (6 баллов), 1 практическое задание (4 баллов).

Положительной является отметка не ниже 4 баллов.

5 семестр

Диагностика качества усвоение знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточная аттестации.

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- письменный отчет по лабораторной работе;
- контрольная работа;
- зачет;

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течении семестра по следующей формуле:

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^9 T_i + T_{кр},$$

где T – отметка за семестр по результатам текущего контроля; в случае, если T – дробное число, оно округляется по правилам математического округления;

T_i – отметка, выставленная за письменный отчет по лабораторной работе номер i ;

n – количество лабораторных работ;

$T_{кр}$ – отметка за контрольную работу.

Текущие контрольные мероприятия	Рейтинговая контрольная работа № 1
Содержание контрольного мероприятия – название раздела (модуля)	Численные методы Эйлера и их устойчивость. Способ Рунге-Кутта построения одношаговых правил
Задания	Контрольное задание состоит из 2 задач

Отметка контрольных мероприятий	Каждый пункт оценивается в 5 балла
---------------------------------	------------------------------------

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Если отметка за семестр $T \geq 4$, то студент получает отметку «зачтено».

Если отметка за семестр $T < 4$, то студент получает отметку «не зачтено» и ему следует переписать контрольную работу и до сдать лабораторные работы.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Microsoft Office Excel ver. 2003 и выше, MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 12 и выше, MATLAB 5 и выше, SPSS.

ТЕМАТИКА ВНЕАУДИТОРНЫХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№	Вид работы	Тема
1	ВКР №1	Тема 4.1.1 Классификация методов решения задачи Коши. Метод Пикара. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

<p align="center">Название дисциплины, с которой требуется согласование</p>	<p align="center">Название кафедры</p>	<p align="center">Предложения об изменениях в содержании учебной программы по учебной дисциплине</p>	<p align="center">Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу</p>
<p>Функциональный анализ и интегральные уравнения</p>	<p>кафедра математики и компьютерной безопасности</p>	<p><i>Предложения и замечаний нет</i></p>	<p><i>У. В. В. В.</i></p>
<p>Уравнения математической физики</p>	<p>кафедра математики и компьютерной безопасности</p>	<p><i>Предложения и замечаний нет</i></p>	<p><i>У. В. В. В.</i></p>
<p>Методы оптимизации</p>	<p>кафедра математики и компьютерной безопасности</p>	<p><i>Предложения и замечаний нет</i></p>	<p><i>У. В. В. В.</i></p>