Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет»
__________________ Н.А. Борейко
«_07_» ___07___ 2021 г.
Регистрационный №УД-_286_/_21_/уч

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
1-98 01 01 Компьютерная безопасность
(по направлениям)
направление специальности
1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № ТД-G.582/тип. от 03.05.2016 и учебного плана по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № 13-13/уч. ФИТ от 29.08.20213 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Дмитрий Феликсович Пастухов, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 5 от «01» 06 2021 г.).

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 7 от «16» 06 2021 г.).

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»
(протокол № 5 от «01» 07 2021 г.).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современные техника, наука, экономика, финансы существенно используют экстремальные свойства процессов и систем. Поэтому достижения в теории оптимизации – в математическом программировании, теории управления – находят многие важные области применения. Специалист в области практического использования информационных технологий должен уметь составлять математические модели практических экстремальных задач, проводить их теоретический анализ, разрабатывать самостоятельно или использовать известные методы решения, реализовать эти методы на ЭВМ и делать выводы по изучаемой задаче.

Цель изучения дисциплины «Методы оптимизации» – изучение математического аппарата и методов, используемых при решении экстремальных задач и задач оптимального управления, возникающих в практической деятельности.

Задачи изучения дисциплины «Методы оптимизации». При изучении данной дисциплины требуется разрешить основные задачи:

– формировать базовые понятия в области методов оптимизации компьютерных систем;

– выработать у студентов навыки по применению методов оптимизации и алгоритмов решения прикладных задач на высоком профессиональном уровне;

– подготовить студентов к внедрению этих методов и алгоритмов в современной экономической системе.

В результате изучения дисциплины «Методы оптимизации» обучаемый должен:

знать:

– основы теории оптимизации и управления;
– методы линейного программирования;
– транспортные задачи;
– методы решения задач выпуклого и нелинейного программирования;
– основы динамического и целочисленного программирования;
– теорию о двойственности в линейном, выпуклом программировании;
– основные задачи и методы вариационного исчисления;
- принцип максимума;

уметь:

– использовать методы линейного программирования: графический метод, симплексный метод, метод потенциалов, минимального тарифа;

– использовать методы нелинейного и выпуклого программирования: обобщенное правило множителей Лагранжа, принцип максимума Понтрягина.

– использовать динамическое программирование: задача распределения ресурсов, задача о кратчайшем пути задачи сетевого планирования;

– использовать вычислительные методы нелинейного программирования:

методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск, градиентные методы, метод Ньютона, метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.

– использовать методы вариационного исчисления;
– моделировать практические оптимизационные задачи;
– применять методы решения оптимизационных задач;
– проводить анализ решения;
– корректировать решения при изменении исходных данных;

владеть:

– методами моделирования оптимизационных задач;
– методами решения оптимизационных задач;

– методами проведения анализа решения и прогнозирования;
– основными подходами к составлению математических моделей и их анализу;
– навыками реализовывать методы на ЭВМ.

Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины. При изучении дисциплины «Методы оптимизации» у студентов специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» должен сформироваться набор компетенций, соответствующих присваиваемой по завершению высшего образования квалификации «Специалист по защите информации. Математик» обеспечивающих выпускникам по указанной специальности успешность применения полученных знаний и умений в дальнейшей профессиональной деятельности:

Академические компетенции.

АК-6: Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-9: Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Перечень дисциплин, в продолжение и на базе которых изучается дисциплина.

Для изучения учебной дисциплины «Методы оптимизации» по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» необходимы знания, полученные при изучении базовых дисциплин: "Математический анализ", "Геометрия и алгебра".

Перечень дисциплин, которые изучаются на базе дисциплины.

Знания полученные при изучении дисциплины «Методы оптимизации» по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» являются основой для дисциплин: «Исследование операций», «Модели данных и системы управления базами данных», а также при изучении ряда дисциплин специализации. Изучение учебной дисциплины позволяет дать студентам базу, необходимую для успешного усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, а также получить знания, необходимые им в дальнейшем для успешной работы.

В соответствии с учебным планом по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» на изучение учебной дисциплины отводится:

Форма получения высшего образования первой ступени	дневная
Курс (курсы)	3
Семестр	5
Всего часов по дисциплине	200
Всего аудиторных часов по дисциплине	102
В том числе:	
Лекции, часов	68
Лабораторные занятия, часов	34
Форма текущей аттестации	зачет, экзамен
Трудоёмкость дисциплины, зач. ед	5,5

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ

Цели и задачи изучения дисциплины. Содержание и структура дисциплины. Основные термины и определения, использующиеся в материале.

РАЗДЕЛ 1 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 1.1 Основные понятия и определения

Предмет теории алгоритмов. Историческое развитие теории алгоритмов и ее место среди других математических наук и в естествознании. Формальное описание задачи. Размерность задачи. Асимптотики О, Ω, Θ. Полиномиальные, псевдополиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Примеры алгоритмов решения задач и оценка их трудоемкости. Проектирование и анализ алгоритмов. Показатели эффективности алгоритмов.

Тема 1.2 Математическая модель линейного программирования

Классификация производственных задач. Целевой вектор. Графический метод решения задачи линейного программирования (ЗЛП). Классическая и нормальная формы линейного программирования. Базисный план.

Тема 1.3 Симплекс – метод

Общая, каноническая, нормальная формы задачи симплекс-метода, эквивалентность постановок. Четыре основных теоремы симплекс-метода. Определение невырожденной задачи. Описание алгоритма симплекс-метода. Нахождение начального опорного плана. Критерий оптимальности решения. Итерация симплекс – метода. Условия бесконечности решений.

Тема 1.4 Теория двойственности, критерий решения

Двойственность в линейном программировании. Двойственная каноническая задача линейного программирования. Базисный двойственный план и псевдоплан. Критерий оптимальности базисного двойственного плана. Итерация двойственного симплекс – метода. Анализ решения: единственность оптимальных прямого и двойственного планов, физический смысл двойственных переменных, анализ чувствительности.

Тема 1.5 Матричная транспортная задача

Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов. Некоторые приложения линейного программирования: задачи на минимакс, кусочно - линейная экстремальная задача, приложение к исследованию линейных соотношений и матричных игр.

Раздел 2 ВЫПУКЛОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 2.1 Задача с ограничениями в виде равенств

Задача с ограничениями в виде равенств. Правило множителей Лагранжа. Теорема (необходимые условия экстремума). Задача с гладкими ограничениями типа равенств и неравенств в конечно мерных пространствах. Теорема об обратной функции. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества(выпуклые коническая оболочка, выпуклая комбинация, плоскость, полупространство). Выпуклые функции и их свойства, неравенство Иенсена. Надграфик функции, субдифференциал функции. Основная задача выпуклого программирования. Две теоремы отделимости для выпуклых множеств в конечномерных пространствах. Экстремальные задачи на выпуклых множествах и выпуклых функциях, задающие ограничения в виде равенств и неравенств. Теорема Куна – Таккера.

Тема 2.2 Двойственность в выпуклом программировании

Теория двойственности в выпуклом программировании. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования.

РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 3.1 Классификация задач нелинейного программирования

Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте.

Тема 3.2 Задачи со смешанными ограничениями

Задачи на условный минимум. Обобщенное правило множителей Лагранжа. Классическое правило множителей Лагранжа. Лемма о включении. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности. Задача с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

РАЗДЕЛ 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Тема 4.1 Классификация методов нелинейного программирования

Метод ветвей и границ. Классификация вычислительных методов. Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.

Тема 4.2 Методы условной и безусловной оптимизации

Методы условной и безусловной оптимизации. Минимизации унимодальных функций: методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск. Методы безусловной оптимизации: градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.

РАЗДЕЛ 5. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 5.1 Многоэтапные задачи оптимизации

Применение методов динамического программирования к решению конечномерных задач. Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования.

РАЗДЕЛ 6. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Тема 6.1 Классическое вариационное исчисление

Допустимые функции. Определение локального и абсолютного экстремума, слабого и сильного экстремумов. Лемма Дюбуа-Реймона. Теорема (Необходимые условия экстремума в простейшей вариационной задаче). Уравнение Эйлера-

Лагранжа. Задача Больца, интегрант, терминант. Теорема (Необходимые условия экстремума в задаче Больца). Задача о брахистохроне, интегральные(изопериметрические) ограничения. Теорема (Необходимые условия экстремума в изопериметрической задаче). Допустимые кривые. Слабая и сильные экстремали. Задача с подвижными концами. Лемма - выполнение условий Якоби и условия Лежандра является необходимыми глобальными условиями экстремума в вариационной задаче. Теорема (достаточные условия экстремума в вариационной задаче). Функция Вейерштрасса. Примеры анализа экстремалей функционалов с помощью функции Вейерштрасса. Достаточное условие экстремума функционала через условие Лежандра.

Тема 6.2. Задача Лагранжа.

Ограничения типа дифференциального уравнения. Классы функций и допустимые тройки в задаче Лагранжа. Теорема Люстерника о касательном пространстве. Теорема Колмогорова для условного экстремума гладкого функционала с ограничением типа функционального уравнения в бесконечномерных пространствах (аналог правила множителей Лагранжа в конечных задачах- линейный функционал из сопряженного пространства). Сопряженные пространства и операторы. Лемма об аннуляторе ядра оператора, лемма об аннуляторе.

Тема 6.3 Принцип максимума Понтрягина

Задача Ньютона о минимальном лобовом сопротивлении на классе непрерывных и кусочно - дифференцируемых функций. Задача о мягкой посадке на Луну. Теорема (Принцип максимума Понтрягина) Задача оптимального управления.

Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Методы оптимизации»

№ темы	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество часов				Литература[1]	Формы контроля знаний
		лекции	лабораторные занятия	практические занятия	УСРС		
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*8*	*9*
	ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ						
1	*Лекция 1.* Введение в дисциплину “Методы оптимизации”. Цели и задачи изучения дисциплины. Содержание и структура дисциплины. Основные термины и определения, использующиеся в материале. Задачи оптимизации, возникшие исторически.	2		-	-	1-3, 4, 6	
	Раздел 1 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
2	*1.1 Основные понятия и определения* *Лекция 2.* Предмет теории алгоритмов. Историческое развитие теории алгоритмов и ее место среди других математических наук и в естествознании. Формальное описание задачи. Размерность задачи. Асимптотики О, Ω, Θ. Полиномиальные, псевдополиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Примеры алгоритмов решения задач и оценка их трудоемкости. Проектирование и анализ алгоритмов. Показатели эффективности алгоритмов. *Лабораторная работа 1.* Задача Дидоны, изопериметрическая задача, задача о быстродействии, задача о брахистохроне. Вычисление производных по Гато и по Фреше от функционалов и отображений.	2	2			1-3, 4, 6	Письменный контроль защита лабораторной работы
3	*1.2 Математическая модель линейного программирования* *Лекция 3.* Классификация производственных задач.	2		-	-	1, 3, 4, 6	Устный опрос

[1] Нумерация литературных источников дана в соответствии с перечнем основной литературы в разделе 4. Информационно-методическая часть.

	Целевой вектор. Графический метод решения. *Лекция 4.* Классическая и нормальная формы линейного программирования. Базисный план. *Лабораторная работа 2* Решения задач линейного программирования графическим методом.	2	2				защита лабораторной работы
4	*1.3.Симплекс – метод* *Лекция 5.* Общая, каноническая, нормальная формы задачи симплекс-метода, эквивалентность постановок. Невырожденная задача линейного программирования. Описание алгоритма симплекс-метода. *Лекция 6.* Нахождение начального опорного плана. Критерий оптимальности решения. Итерация симплекс – метода. Условия бесконечности решений. *Лабораторная работа 3.* Решение ЗЛП в канонической форме симплекс – методом.	2 2	2	-	-	4, 6	Письменный контроль защита лабораторной работы
5	*1.4 Теория двойственности, критерий решения* *Лекция 7.* Двойственность в линейном программировании. Двойственная каноническая задача линейного программирования. Базисный двойственный план и псевдоплан. Критерий оптимальности базисного двойственного плана. *Лекция 8.* Итерация двойственного симплекс – метода. Анализ решения: единственность оптимальных прямого и двойственного планов, физический смысл двойственных переменных, анализ чувствительности. *Лабораторная работа 4.* Методы решение двойственной задачи. Базисный двойственный план и псевдоплан.	2 2	2	-	-	4, 6	Письменный контроль защита лабораторной работы
6	*1. 5* Матричная транспортная задача. *Лекция 9.* Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов. *Лекция 10.* Некоторые приложения линейного программирования: задачи на минимакс, кусочно - линейная экстремальная задача, приложение к исследованию линейных соотношений и матричных игр. *Лабораторная работа 5* Матричная транспортная задача. Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов.	2 2	2	-	-	6	Устный опрос защита защита лабораторной работы
	Раздел 2 ВЫПУКЛОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
	2.1 Задача с ограничениями в виде равенств.			-	-		

7	*Лекция 11.* Задача с ограничениями в виде равенств. Правило множителей Лагранжа в конечномерной задаче. Теорема об обратной функции. Теорема (необходимые условия экстремума). Задача с гладкими ограничениями типа равенств и неравенств в конечно мерных пространствах. *Лекция 12.* Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества (выпуклые коническая оболочка, выпуклая комбинация, плоскость, полупространство). Выпуклые функции и их свойства, неравенство Йенсена. Надграфик функции, собственная функция, субдифференциал функции. *Лекция 13.* Основная задача выпуклого программирования. Две теоремы отделимости для выпуклых множеств в конечномерных пространствах. Постановка конечномерной выпуклой задачи на выпуклом множестве и ограничениями типа равенств и неравенств. Теорема Куна – Таккера. Вариант теоремы Куна – Таккера в бесконечномерных пространствах с функциональным ограничением. *Лабораторная работа 6.* Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования. Выпуклые множества и функции и их свойства. Теорема Куна – Таккера	2 2 2	2			1, 5, 6	Письменный контроль защита лабораторной работы
8	*2.2. Двойственность в выпуклом программировании* *Лекция 14.* Теория двойственности в выпуклом программировании. *Лекция 15.* Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования *Лабораторная работа 7.* Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования	2 2	2	-	-	1, 5, 6	Контрольная работа защита лабораторной работы
	РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
9	*3.1. Классификация задач нелинейного программирования.* *Лекция 16.* Задачи на безусловный экстремум. *Лекция 17.* Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте. *Лабораторная работа 8.* Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте.	2 2	2	-	-	1, 5, 6	Устный опрос защита лабораторной работы

10	*3.2. Задачи со смешанными ограничениями.* *Лекция 18.* Задачи на условный минимум. Обобщенное правило множителей Лагранжа. Классическое правило множителей Лагранжа. Лемма о включении. *Лекция 19.* Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности. *Лекция 20.* Задача с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. *Лабораторная работа 9.* Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.	2 2 2	2	-	-	7, 2	Письменный контроль защита лабораторной работы
	РАЗДЕЛ 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ						
11	*4.1 Классификация методов нелинейного программирования* *Лекция 21.* Классификация вычислительных методов. Методы нулевого порядка. *Лекция 22.* Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. *Лекция 23.* Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке. *Лабораторная работа 10.* Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.	2 2 2	2	-	-	7, 2	Устный опрос защита лабораторной работы
12	*4.2 Методы условной и безусловной оптимизации.* *Лекция 24.* Минимизации унимодальных функций: методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск. *Лекция 25.* Методы безусловной оптимизации: градиентные методы, метод Ньютона. *Лекция 26.* Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций. *Лабораторная работа 11.* Градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.	2 2 2	2	-	-	7, 2	Письменный контроль защита лабораторной работы

	РАЗДЕЛ 5. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
13	*5.1 Многоэтапные задачи оптимизации.* *Лекция 27.* Применение методов динамического программирования к решению конечномерных задач. *Лекция 28.* Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования. *Лабораторная работа 12.* . Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования.	2 2	2	-	-	9, 3, 7	Защита лабораторной работы
	РАЗДЕЛ 6. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ						
14	*6.1 Классическое вариационное исчисление* *Лекция 29.* Допустимые функции. Определение локального и абсолютного экстремума, слабого и сильного экстремумов. Лемма Дюбуа-Реймона. Теорема (Необходимые условия экстремума в простейшей вариационной задаче). Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца, интегрант, терминант. Теорема (Необходимые условия экстремума в задаче Больца). Задача о брахистохроне, интегральные(изопериметрические) ограничения. *Лекция 30.* Теорема (Необходимые условия экстремума в изопериметрической задаче). Допустимые кривые. Слабая и сильные экстремали. Задача с подвижными концами. Лемма - выполнение условий Якоби и условия Лежандра является необходимыми глобальными условиями экстремума в вариационной задаче. *Лекция 31.* Теорема (достаточные условия экстремума в вариационной задаче). Функция Вейерштрасса. Примеры анализа экстремалей функционалов с помощью функции Вейерштрасса. Достаточное условие экстремума функционала через условие Лежандра. *Лабораторная работа 13.* Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца.	2 2 2	4	-	-	10,11	Письменный контроль защита лабораторной работы

15	*6.2. Задача Лагранжа.* *Лекция 32.* Ограничения типа дифференциального уравнения. Классы функций и допустимые тройки в задаче Лагранжа. Теорема Люстерника о касательном пространстве. Теорема Колмогорова для условного экстремума гладкого функционала с ограничением типа функционального уравнения в бесконечномерных пространствах (аналог правила множителей Лагранжа в конечных задачах- линейный функционал из сопряженного пространства). *Лекция 33.*Сопряженные пространства и операторы. Лемма об аннуляторе ядра оператора, лемма об аннуляторе. *Лабораторная работа 14.* Задача Лагранжа.	2 1	 4	-	-	12, 13	Письменный контроль защита лабораторной работы
16	*6.3 Принцип максимума Понтрягина* *Лекция 33.* Задача Понтрягина. Допустимые четверки в задаче, допустимый управляемый процесс. *Лекция 34.* Классы кусочно-разрывных и кусочно-дифференцируемых функций. Лемма об игольчатых вариациях. Теорема (Принцип максимума Понтрягина). Задача Ньютона о минимальном лобовом сопротивлении на классе непрерывных и кусочно - дифференцируемых функций. Задача о мягкой посадке на Луну. Задача оптимального управления. *Лабораторная работа 15.* Задача Понтрягина.	1 2	 2				Устный опрос, защита лабораторной работы
	Всего	**68**	**34**				

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ

1. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации: теория. Примеры. Задачи / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 255 с. - Рек. учеб.-метод. советом по матем. и механике УМО по клас. ун-кому образованию в качестве задачника для студ. вузов, обуч. по группе матем. направлений и спец.

2. Летова, Т. А. Методы оптимизации. Практический курс [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва: Логос, 2011. - 424 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995

3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва: Физматлит, 2012. - 573 с.

4. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации[Электронный ресурс] : учебник. 1 : Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313

5. Трушков, А. С. Исследование операций. Том 1. Линейное программирование : учебник для вузов / А. С. Трушков. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8282-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/187580

6. Струченков, В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах[Электронный ресурс] / В.И. Струченков. - Москва|Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 434 с. : ил., схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-3800-2. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457743

7. Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учеб. пособие для студ. втузов. - М. : Высш. шк., 2001. - 376 с. - (Прикладная математика для втузов). - Рек. Учеб.-метод. объединением вузов РФ по образованию в обл. авиации, ракетостроения и космоса.

8. Ржевский, С. В. Математическое программирование : учебное пособие / Ржевский С. В. - Санкт-Петербург : Лань. - 608 с. - Книга из коллекции Лань - Информатика. - URL: https://e.lanbook.com/book/123692

Гузнова Е.В.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.:1989 – 450 с.

10. Карманов, В. Г. Математическое программирование [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Г. Карманов. – 6-е изд., испр. – Москва: Физматлит, 2008. – 264 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68140.

11. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.:1989 – 450 с.

12. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации : теория. Примеры. Задачи / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 255 с. - (Клас. универ. учебник). - Рек. Учеб.-метод. советом по матем. и механике УМО по клас. ун-кому образованию в качестве задачника для студ. вузов, обуч. по группе матем. направлений и спец. –

13. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. - М. : Наука, 1991. – 446 с. : ил.

Перечень вопросов для проведения экзамена

(условия задач являются секретной информацией и доводится в день экзамена)

1. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства, их свойства. Примеры банаховых пространств, пространство l_p^n,
2. Геометрические свойства решений ОДУ первого и второго порядка (уравнение Эйлера). Особое решение ОДУ. Теорема о неявно заданной функции. Однопараметрическое семейство кривых, центральное поле. Кратные точки, определение центра.
3. Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Теорема Вейерштрасса о достижении экстремальных значений непрерывной функции на компакте.
4. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Задача с ограничениями и без ограничений. Глобальный (абсолютный) и локальный экстремумы. Задача о преломлении света.
5. Производная по направлению, вариация по Лагранжу. Производная по Гато. Производная по Фреше. Теорема об обратной конечномерной вектор – функции.
6. Аэродинамическая задача Ньютона.
7. Элементы выпуклого анализа. Выпуклое множество и выпуклая функция, неравенство Иенсена. Примеры выпуклых множеств – коническая оболочка, выпуклая комбинация, полупространство, система ограничений задачи линейного программирования. Достаточные условия выпуклости функционала.
8. Задача о быстродействии и наикратчайшем пути. Задача о брахистохроне.
9. Гладкие задачи выпуклого программирования с равенствами и неравенствами. Задачи без ограничений. Теорема (Необходимые и достаточные условия экстремума задачи без ограничений для функции одной переменной – доказательство).
10. Необходимые и достаточные условия экстремума задачи без ограничений для функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра.
11. Задача линейного программирования. Графический метод решения.
12. Гладкая конечномерная задача с ограничениями типа равенств. Теорема (Правило множителей Лагранжа в задаче на условный экстремум с ограничениями типа равенств – доказательство).
13. Первая и вторая вариации функционала.
14. Постановка задачи выпуклого программирования. Допустимые точки. Лемма о тождественности локального и абсолютного минимума выпуклой задачи (доказательство).
15. Вывод уравнения Якоби
16. Теорема Куна – Таккера (доказательство), условия дополняющей нежесткости и неотрицательности. Выпуклая задача с ограничениями типа равенств и неравенств.
17. Свойства решений уравнения Якоби. Сопряженные точки.
18. Постановка задачи линейного программирования, общая постановка, каноническая и нормальная форма. Допустимые точки, крайние точки, невырожденная задача, базисный и небазисный вектор. Симплекс – метод, алгоритм симплекс – метода, разрешающие строка, столбец, элемент. Критерий существования решения. Правило прямоугольника. Базисный план.
19. Усиленное условие Лежандра. Теорема.
20. Двойственная задача линейного программирования, постановка. Теорема 1 (двойственности). Теорема 2 (критерий решения – доказательство). Алгоритм построения двойственной задачи. Метод искусственного базиса.
21. Достаточные условия экстремума. Первая вариация функционала в общем виде с подвижным правым концом.
22. Теорема (Доказательство симплекс – метода).
23. Теорема (достаточные условия экстремума вариационной задачи – доказательство). Функция Вейерштрасса.

24. Транспортная задача, закрытая и открытая задача, условие сбалансированности плана. Опорный план (метод юго - западного угла, метод минимальной стоимости, метод двойного предпочтения). Алгоритм решения задачи методом потенциалов (в случае несбалансированности опорного плана метод фиктивного потребителя).

25. Достаточные условия экстремума вариационной задачи для сильного и слабого экстремумов.

26. Классическое вариационное исчисление. Задача Больца. Функционал Больца, интегрант, терминант. Локальный и абсолютный экстремум, слабый и сильный экстремумы. Подчиненность необходимых и достаточных условий экстремума для сильного и слабого экстремумов.

27. Усиленное условие Лежандра. Теорема (Лежандр) – достаточные условия экстремума (доказательство).

28. Простейшая классическая вариационная задача. Теорема (необходимые условия экстремума – доказательство). Интегралы уравнения Эйлера.

29. Постановка задачи Лагранжа в общем виде.

30. Задача Больца. Постановка. Теорема (необходимые условия экстремума – доказательство). Лемма Дюбуа – Реймонда. Уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Переход от одной неизвестной функции к вектор – функции в задаче Больца.

31. Вариационная задача Гильберта. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(t^2\dot{x}^2 + 12x^2)dt \longrightarrow extr\ ; x(0) = 0, x(1) = 1$

32. Изопериметрическая задача. Постановка задачи, определение слабого экстремума. Теорема (необходимые условия экстремума – доказательство).

33. Постановка задачи (принцип максимума Понтрягина).

34. Задача с подвижными концами. Постановка задачи. Теорема (необходимые условия экстремума – доказательство).Условия стационарности по x(уравнения Эйлера) по t_0, t_1, транверсальности по x.

35. Задача о мягкой посадке аппарата на Луну.

Перечень вопросов для проведения зачета

1. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства, их свойства.
2. Геометрические свойства решений ОДУ первого и второго порядка (уравнение Эйлера).
3. Однопараметрическое семейство кривых, центральное поле. Кратные точки, определение центра.
4. Сопряженное пространство и сопряженный оператор.
5. Теорема Вейерштрасса о достижении экстремальных значений непрерывной функции на компакте.
6. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Глобальный (абсолютный) и локальный экстремумы.
7. Производная по направлению, вариация по Лагранжу.
8. Элементы выпуклого анализа. Примеры выпуклых множеств – коническая оболочка, выпуклая комбинация, полупространство, система ограничений задачи линейного программирования.
9. Задача о быстродействии и наикратчайшем пути.
10. Необходимые и достаточные условия экстремума.
11. Необходимые и достаточные условия экстремума для функции нескольких переменных.
12. Задача линейного программирования.
13. Правило множителей Лагранжа в задаче на условный экстремум с ограничениями типа равенств.
14. Первая и вторая вариации функционала.
15. Постановка задачи выпуклого программирования.
16. Лемма о тождественности локального и абсолютного минимума выпуклой задачи.
17. Вывод уравнения Якоби
18. Теорема Куна – Таккера.
19. Свойства решений уравнения Якоби.
20. Симплекс – метод, алгоритм симплекс – метода, разрешающие строка, столбец, элемент.
21. Правило прямоугольника.
22. Усиленное условие Лежандра.
23. Алгоритм построения двойственной задачи. Метод искусственного базиса.
24. Достаточные условия экстремума. Первая вариация функционала в общем виде с подвижным правым концом.
25. Изопериметрическая задача.
26. Простейшая классическая вариационная задача.
27. Постановка задачи с подвижными концами.
28. Выпуклая задача с ограничениями типа равенств и неравенств.
29. Условия стационарности по x (уравнения Эйлера).
30. Алгоритм решения задачи методом потенциалов.

Теорема (Доказательство симплекс – метода).

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Контроль качества усвоения знаний проводится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов (приказ ректора УО ПГУ № 294 от 06.06.2014 (в редакции, утверждённой приказом № 605 от 17.11.2014) в форме промежуточного контроля и текущей аттестации.

Для оценивания самостоятельной и аудиторной работы студентов в рамках дисциплины используется накопительная система контроля успеваемости, которая предполагает суммирование бальных оценок, выставляемых в электронный журнал за все виды работ в течение прохождения курса для определения среднеарифметических показателей успеваемости.

Мероприятия промежуточного контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

–устная форма (блиц-опрос на лекциях);

–письменная форма (тесты, контрольные работы);

–устно-письменная форма (защита лабораторных работ работ).

Лабораторные работы предполагают выполнение и защиту. При выполнении лабораторных работ выдаётся индивидуальное задание. Защита работ проводится индивидуально и оценивается в соответствии установленными правилами.

Промежуточная (аттестационная) диагностика компетенции студентов осуществляется на основании индивидуального рейтинга студента на момент аттестации. Для положительной аттестации (промежуточного контроля успеваемости) необходимо согласно календарному плану выполнить все лабораторные работы и индивидуальные задания, а также иметь положительную оценку по промежуточному контролю освоения теоретической части курса.

Результат *промежуточного контроля за семестр* оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится, исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля в течение семестра по следующей формуле:

$П=(ПК_1+ПК_2+...+ПК_n)/n$,

где $ПК_1 ... ПК_n$–отметки, выставленные в ходе проведения мероприятий промежуточного контроля,

n – количество мероприятий промежуточного контроля.

Результат промежуточного контроля рассчитывается как округлённое среднее значение. Результат может быть увеличен в соответствии с п.п. 6.8 и 6.9 Положения.

Текущая аттестация проводится в форме зачёта и экзамена.

Зачёт проводится согласно Положению.

Заключение о *зачёте* формируется на основе накопительного принципа по формуле:

$$З = k \cdot П,$$

где k– весовой коэффициент промежуточного контроля;

П – результат промежуточного контроля за семестр.

Весовой коэффициент k принимается равным 1.

Если полученная отметка $З < 4$ баллов, то проводится устный зачёт отдельно по представленным в программе вопросам.

Экзамен проводится согласно Положению.

Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам промежуточного контроля (П) и экзаменационную отметку (Э). Весовой коэффициент к принимается равным 0,5. Информация о весовом коэффициенте доводится до студентов па первом занятии в семестре.

$ИЭ = k \cdot П + (1 - k) \cdot Э$,

где – ИЭ – итоговая отметка ; k – весовой коэффициент промежуточного контроля;

П – результат промежуточного контроля за семестр, оценивается одной отметкой по десятибалльной шкале, которая выводится из отметок, полученных в семестре; Э– отметка по десятибалльной шкале, полученная студентом за ответы на вопросы по билету на экзамене.

Перечень лабораторных занятий

Лабораторная работа 1. Задача Дидоны, изопериметрическая задача, задача о быстродействии, задача о брахистохроне. Вычисление производных по Гато и по Фреше от функционалов и отображений.
Лабораторная работа 2 Решения задач линейного программирования графическим методом.
*Лабораторная работа 3.*Решение ЗЛП в канонической форме симплекс – методом.
Лабораторная работа 4. Методы решение двойственной задачи. Базисный двойственный план и псевдоплан.
Лабораторная работа 5 Матричная транспортная задача. Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов.
Лабораторная работа 6. Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования. Выпуклые множества и функции и их свойства. Теорема Куна – Таккера
Лабораторная работа 7. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования
Лабораторная работа 8. Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте.
Лабораторная работа 9. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
Лабораторная работа 10. Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.
Лабораторная работа 11. Градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.
Лабораторная работа 12. . Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования.
Лабораторная работа 13. Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца.
Лабораторная работа 14. Задача Лагранжа.
Лабораторная работа 15. Задача Понтрягина.

Организация самостоятельной работы студентов дневной формы получения образования

	Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
1	**2**	**3**	**4**
1	Подготовка к устным и письменным опросам на лекции	Тема 1.1 Литература: [1,3,7]	2
2		Тема 1.2 Литература: [3,5,6,7]	2
3		Тема 1.3 Литература: [3,5,6,7]	2
4		Тема 1.4 Литература: [3,5,6,7]	2
5		Тема 1.5 Литература: [2,3,4,5,6]	2
6		Тема 2.1 Литература: [2,3,4,5,6]	2
7		Тема 2.2 Литература: [2,3,4,5,6]	2
8		Тема 3.1 Литература: [2,3,4,5,6]	2
9		Тема 3.2 Литература: [2,3,4,5,6]	2
10		Тема 4.1 Литература: [2,3,4,5,6]	2
11		Тема 4.2 Литература: [2,3,4,5,6]	2
12		Тема 5.1 Литература: [2,3,4,5,6]	2
13		Тема 6.1 Литература: [2,3,4,5,6]	2
14		Тема 6.2 Литература: [2,3,5,6]	2
15		Тема 6.3 Литература: [2,3,5,6]	4
16	Подготовка к защите отчетов по лабораторным работам	Лабораторная работа № 1 [$МУ_{ЛР}$]	2
17		Лабораторная работа № 2 [$МУ_{ЛР}$]	2
18		Лабораторная работа № 3 [$МУ_{ЛР}$]	2
19		Лабораторная работа № 4 [$МУ_{ЛР}$]	2
20		Лабораторная работа № 5 [$МУ_{ЛР}$]	2
21		Лабораторная работа № 6 [$МУ_{ЛР}$]	2
22		Лабораторная работа № 7 [$МУ_{ЛР}$]	2
23		Лабораторная работа № 8.[$МУ_{ЛР}$]	2
24		Лабораторная работа № 9 [$МУ_{ЛР}$]	2
25		Лабораторная работа № 10 [$МУ_{ЛР}$]	2
26		Лабораторная работа № 11 [$МУ_{ЛР}$]	2
27		Лабораторная работа № 12 [$МУ_{ЛР}$]	2
28		Лабораторная работа № 13 [$МУ_{ЛР}$]	2
29		Лабораторная работа № 14 [$МУ_{ЛР}$]	2
30		Лабораторная работа № 15 [$МУ_{ЛР}$]	2
	Систематизация полученных знаний при подготовке к экзамену		36
		Итого:	**98**

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, по которой требуется согласование	**Название кафедры**	**Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине**	**Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу**
«Теория вероятностей и математическая статистика»	Кафедра математики и компьютерной безопасности	нет	
«Надёжность программного обеспечения»	Кафедра математики и компьютерной безопасности	нет	

Заведующий кафедрой математики и компьютерной безопасности, к.ф.-м.н., доцент А.А. Козлов