Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»
______________Ю.Я. Романовский
«23» 06 2023 г.

Регистрационный № УД–200/23 /уч.

МОДУЛЬ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)»
направление специальности 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)»

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 1-98 01 01-2021 и учебного плана по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № 21-21/уч. ФКНиЭ от 26.07.2021 г.

СОСТАВИТЕЛИ:
СКОРОМНИК ОКСАНА ВАЛЕРЬЕВНА, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физико-математических наук, доцент
ПАПКОВИЧ МАРИНА ВИКТОРОВНА, старший преподаватель кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 6 от «30» 05 2023г.);

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 10 от «22» 06 2023г.).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является продолжением учебных дисциплин «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения». Обобщая основные идеи данных курсов на случай бесконечномерных пространств, она знакомит студентов с основными понятиями банаховых и гильбертовых пространств и методами исследования операторных уравнений в этих пространствах. Методы, излагаемые в рамках дисциплины, непосредственно используются при изучении учебных дисциплин «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа», «Методы оптимизации», «Теория вероятностей и математическая статистика», а также при изучении дисциплин специализации.

Учебная дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отражает важное направление развития современной математики, поскольку в ней рассматриваются не отдельные объекты типа функций или уравнений, а обширные классы пространств со структурой векторного пространства и операторов в этих пространствах. Этот подход позволяет с единой точки зрения рассмотреть вопросы решения задач, например, вычислительной математики, сформировать у будущих специалистов абстрактное мышление и получить необходимую базу знаний для их дальнейшего применения в различных областях знаний.

При изложении учебной дисциплины важно показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, при исследовании математических моделей, описываемых интегральными уравнениями.

Цель учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучении перечисленных выше дисциплин.

Образовательная цель: формирование составной части банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, необходимого для исследования разрешимости прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности, описываемыми интегральными уравнениями.
2. Сформировать понятия нормированного, банахова, гильбертова пространства и линейных отображений этих пространств.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия суммируемости функций по Лебегу;
- основные понятия и методы теории банаховых и гильбертовых

пространств;

- основные понятия теории линейных ограниченных операторов;
- теорию разрешимости операторных уравнений 1-го и 2-го рода;

уметь:

- использовать теоретические и практические навыки для исследования на разрешимость операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера;
- использовать основные результаты функционального анализа в практической деятельности;

владеть:

- основными методами исследования множеств в банаховых и гильбертовых пространствах;
- основными методами вычисления интеграла Лебега;
- методами доказательств и аналитического исследования на разрешимость операторных уравнений первого и второго рода;
- навыками самообразования и способами использования аппарата функционального анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» студент должен обладать следующей специализированной компетенцией:

СК-1: Использовать методы функционального анализа и применять их для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отведено:

– для очной формы получения высшего образования всего 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 16 часов, лабораторные занятия – 16 часов, самостоятельная работа – 40 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

Распределение количества академических часов по курсам и семестрам

Курс	Семестр	Количество академических часов					Самостоя тельная работа, часов	Форма промежуточной аттестации
		всего	аудиторных	из них				
				лекции	практические занятия	Лабораторные занятия		
3	5	108	68	36	16	16	40	экзамен

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение. Предмет и основные методы дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения». Исторические сведения о возникновении и развитии этого раздела математики, его место среди других математических наук.

Раздел 1. Нормированные векторные пространства

Тема 1.1. Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые, замкнутые, выпуклые и ограниченные множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.

Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.

Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации внормированных конечномерных пространствах.

Тема 1.4. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.

Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям.

Раздел 2. Гильбертовы пространства и аппроксимация

Тема 2.1. Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.

Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства.

Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированныесистемы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств.

Раздел 3. Линейные ограниченные операторы

Тема 3.1. Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.

Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы, и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.

Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.

Раздел 4. Сопряженное пространство и сопряженные операторы

Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.

Тема 4.2. Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченногофункционала в сепарабельном пространстве.

Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение.

Тема 4.4. Собственные векторы и собственные значения самосопряженногооператора в гильбертовом пространстве.

Раздел 5. Компактные множества и компактные операторы

Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространствах. Критерий предкомпактности Хаусдорфа.

Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности банахова пространства.

Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах.

Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.

Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.

Учебно-методическая карта учебной дисциплины
«Функциональный анализ и интегральные уравнения»
Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная		
	5 семестр	**36**	**16**		**16**			
Раздел I. Нормативные векторные пространства		**6**	**8**					
Тема 1.1.	Метрические пространства, нормированные векторные пространства, открытые и замкнутые множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.	2	2				[1,3,4,5,7]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 1.2.	Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей.	2	2				[1,3,4,5,7]	Устный опрос Индивидуальное домашнее задание
Тема 1.3.	Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Банаховы пространства и ряды в них. Пополнение нормированных векторных пространств. Пространство суммируемых по Лебегу функций и его полнота.	2	2				[1,3,4,5,7]	Отчет по индивидуальному заданию
Тема 1.4.	Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям.		2				[1,3,4,5,7]	Коллоквиум*
Раздел II. Гильбертовы пространства и аппроксимация		**6**	**2**		**4**			
Тема 2.1.	Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций как гильбертово пространство.	2	2				[2,4,5,6]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 2.2.	Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства	2			2		[2,4,5,6]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 2.3.	Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств	2			2		[2,4,5,6]	Коллоквиум*

Раздел III. Линейные ограниченные операторы		**6**	**2**		**4**			
Тема 3.1.	Линейный ограниченный оператор и его норма. Пространство линейных ограниченных операторов и сходимость в нем. Принцип равномерной ограниченности.	2	2				[2,4,5,6]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 3.2.	Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость.	2			2		[2,4,5,6]	Устный опрос, Индивидуальное задание
Тема 3.3.	Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера.	2			2		[2,4,5,6]	Отчет по индивидуальному заданию
Раздел IV. Сопряженное пространство и сопряженные операторы		**8**	**4**		**4**			
Тема 4.1.	Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.	2	2				[2,4,5,6]	Устный опрос, Индивидуальное домашнее задание
Тема 4.2.	Сопряженное пространство. Продолжение линейного ограниченного функционала в сепарабельном пространстве.	2	2				[2,4,5,6]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 4.3.	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования.	2			2		[2,4,5,6]	Отчет по индивидуальному заданию
Тема 4.4.	Собственные векторы и собственные значения самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве.	2			2		[2,4,5,6]	Мини контрольная работа*
Раздел V. Компактные множества и компактные операторы.		**10**			**4**			
Тема 5.1.	Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространства. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства	2			2		[2,4,5,7]	Индивидуальное домашнее задание
Тема 5.2.	Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства	2					[2,4,5,7]	Устный опрос, Проверка заданий
Тема 5.3.	Непрерывные отображения на компактах.	2					[2,4,5,7]	Проверка заданий
Тема 5.4.	Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы.	2			2		[2,4,5,7]	Отчет по Индивидуальному заданию
Тема 5.5.	Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта.	2					[2,4,5,7]	Контрольная работа*

*- мероприятия текущего контроля

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Кириллов, К. А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кытманов ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 86 с. – Режим доступа: по подписке: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705346 (дата обращения: 11.11.2023).

2. Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. С. Кутузов. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 482 с. – Режим доступа: по подписке: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571413 (дата обращения: 11.11.2023).

3. Бакушинский, А. Б. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Б. Бакушинский, А. Б. Плаченов, Ю. И. Худак. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022 — Часть 2 — 2022. — 228 с. // Лань : электронно-библиотечная система. — Режим доступа: по подписке: URL: https://e.lanbook.com/book/256709 (дата обращения: 11.11.2023).

Дополнительная:

1. Березанский, Ю.М. Функциональный анализ : Учеб. пособие / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - Киев : Выща школа, 1990. - 600с.

2. Золотарев, М. Л. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. Л. Золотарев, И. А. Федоров; Министерство образования и науки Российской Федерации; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет». - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 116 с. // Университетская библиотека онлайн .– Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278960

3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. // Университетская библиотека онлайн.- Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563

4. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика[Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Лебедев ; В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с.

5. Треногин, В. А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В. А. Треногин - 3-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2002. - 488 с. -// Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613 (

6. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с. // Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612

7. Усс А.Т. Лабораторный практикум по функциональному анализу и интегральным уравнениям. Мера и интеграл : Учеб. пособие / А. Т. Усс. - Брест : БрГУ, 2003. - 220с.

8. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебник / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке:
URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563 (дата обращения: 11.11.2023).

9. Треногин, В.А. Функциональный анализ : Учеб.пос.для вузов / В. А. Треногин. - М. : Наука, 1980. - 495с. : ил.

10. Эдвардс, Р. Функциональный анализ : Теория и приложения / Р. Эдвардс ; Пер.с англ.Бермана Г.Х. и Раскиной И.Б. Под ред.Лина В.Я. - М. : Мир, 1969. - 1072с.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с консультациями преподавателя.

– работа студента с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;

– подготовка студента к сдаче промежуточной аттестации.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» используются современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале: комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно- программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, тематика рефератов и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Функциональный анализ и интегральные уравнения» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

Содержание самостоятельной работы студентов
Дневная форма получения высшего образования

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов 5 семестр
Углубленное изучение теоретического материала, подготовка к практическим и лабораторным занятиям	Тема 1.2. Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах непрерывных функций и пространстве бесконечных числовых последовательностей. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 1.3. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в нормированных конечномерных пространствах. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 1.5. Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера второго рода, к дифференциальным уравнениям. Основная литература: 1, 3, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3	2
	Тема 2.2. Элемент наилучшей аппроксимации в гильбертовом пространстве и его связь с проекцией. Ортогональное разложение гильбертова пространства Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 1, 3	2
	Тема 2.3. Ортогональные системы и ряды Фурье. Полные ортонормированные системы. Аппроксимация рядами Фурье и ее применение. Изоморфизм гильбертовых пространств Основная литература: 1, 4 Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 1, 3	2
	Тема 3.2. Обратные операторы, левый и правый обратные операторы и разрешимость операторного уравнения. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 3.3. Линейные операторные уравнения первого и второго рода и их решение. Метод резольвент для решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтера. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 4.1. Линейные ограниченные функционалы и их норма. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 4.3. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их применение. Операторы ортогонального проектирования. Основная литература: 2, 4, 5, 6. Дополнительная литература: 2, 3	2
	Тема 5.1. Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространства. Критерий предкомпактности Хаусдорфа. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.2. Теорема Арцела-Асколи предкомпактности в пространстве непрерывных функций. Критерий конечномерности пространства. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.3. Непрерывные отображения на компактах. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.4. Компактные операторы и их структура. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах и их собственные векторы. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
	Тема 5.5. Разрешимость интегральных уравнений Вольтера и Фредгольма с ядром Гильберта-Шмидта. Основная литература: 2, 4, 5, 7. Дополнительная литература: 3, 4	2
Подготовка к экзамену		12
ИТОГО:		**40**

ОПИСАНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает*:*

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Метрические пространства. Способы задания расстояния. Прикладные задачи и способы задания метрики.
2. Векторные пространства. Примеры. Базис и размерность.
3. Нормированные векторные пространства. Примеры. Свойства нормы. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентных нормах в конечномерных пространствах.
4. Неравенства Гельдера, Юнга, Минковского. Пространство $C[a,b]$, ℓ_p.
5. Открытые, замкнутые, ограниченные и выпуклые множества в нормированных векторных пространствах и их свойства. Примеры.
6. Внутренние, внешние, граничные и предельные точки. Примеры. Теорема о замкнутом множестве. Всюду плотные и нигде не плотные множества.
7. Предел последовательности в нормированном пространстве. Свойства предела. Теорема о точке прикосновения.
8. Аппроксимация в нормированных пространствах. Теоремы о существовании и единственности элемента наилучшей аппроксимации.
9. Банаховы пространства. Примеры. Принцип вложенных шаров.
10. Ряды в банаховых пространствах. Критерий полноты пространства.
11. Пополнение нормированных векторных пространств.
12. Пространство квадратично суммируемых по Лебегу функций $L_2[a,b]$.
13. Отображения в нормированных пространствах. Теорема о непрерывномотображении, непрерывность композиции отображений.
14. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке сжимающегоотображения. Локальный принцип сжимающих отображений.
15. Применение принципа сжимающих отображений в линейной алгебре.
16. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям второго рода.
17. Предгильбертовы пространства. Свойства скалярного произведения.Примеры.
18. Гильбертовы пространства. Примеры. Теорема об элементе наилучшей аппроксимации.
19. Проекция в гильбертовом пространстве. Теорема о проекции.
20. Ортогональное дополнение. Ортогональное разложение гильбертова пространства в прямую сумму. Теорема о всюду плотном множестве.
21. Ортогональные системы и ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Теорема о разложении в ряд Фурье. Экстремальное свойство отрезка ряда Фурье. Аппроксимация рядами Фурье.
22. Полные ортонормированные системы в гильбертовом пространстве и их существование. Примеры полных ортонормированных систем в конкретных пространствах. Изоморфизм гильбертовых пространств.
23. Линейные ограниченные операторы. Ограниченность и непрерывность. Примеры линейных ограниченных операторов. Ограниченность интегрального оператора в пространствах $C[a.b]$, $L_p[a.b]$, $p\geq 1$.
24. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота.