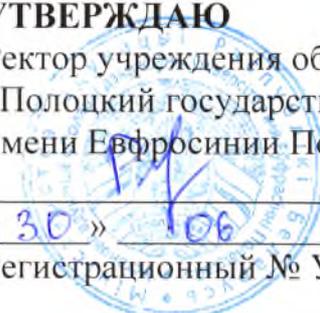


Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»

 Ю.Я. Романовский
« 30 » 106 2023 г.

Регистрационный № УД- 468/23 /уч.

МОДУЛЬ «ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ»

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0611-04 «Электронная экономика»
с профилизацией «Электронный маркетинг»

2023 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы по учебной дисциплине для направлений образования: 28 Электронная экономика, 40 Информатика и вычислительная техника; специальностей: 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации, 1-53 01 07 Информационные технологии и управление в технических системах, 1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий, регистрационный № ТД-І.1551/тип. от 21.02.2022 г.

и учебного плана для специальности 6-05-0611-04 «Электронная экономика», регистрационный № 12-23/уч.ФЭФ от 04.04.2023.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Светлана Юрьевна Башун, старший преподаватель кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой».

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 6 от 30 05 2023 г.);

Методической комиссией финансово-экономического факультета учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 6 от 23 06 2023 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 6 от 30.06.2023 г.).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика» для специальности 6-05-0611-04 «Электронная экономика», профилизация «Электронный маркетинг» составлена в соответствии с учебным планом и включена в модуль «Дополнительные главы математики».

Учебная дисциплина «Дискретная математика» является математической основой современных информационных технологий, рассматривается как язык и математические средства построения и анализа моделей в области проектирования автоматизированных систем управления, обработки информации и конструирования средств вычислительной техники и электронных устройств. Знания и навыки, полученные при изучении дискретной математики, как учебной дисциплины, являются общепрофессиональными, формируют базовый уровень знаний инженера для освоения других специальных дисциплин. Освоение дискретной математики, как учебной дисциплины, способствует формированию у студентов навыков дискретного математического мышления, умения применять его в конкретных задачах проектирования обработки информации. Большое значение в рамках изучения данной учебной дисциплины уделяется математической логике, булевой алгебре, теории множеств, отношений и графов, в терминах которых формулируется большинство задач, связанных с дискретными объектами.

ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ, РОЛЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: освоение основных понятий и методов комбинаторики, теории булевых функций, множеств, отношений, графов, сложности; овладение математическим аппаратом дискретной математики для решения задач дискретной структуры из предметной области инженера, а также терминологической базой, необходимой для самостоятельного изучения специальной математической литературы; приобретение практических навыков формализации и решения прикладных задач с помощью методов дискретной математики; развитие логического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

- приобретение знаний об универсальных средствах (языках) формализованного представления информации;
- освоение навыков корректной переработки информации, представленной на этих языках;
- изучение принципов композиции и декомпозиции информационных комплексов и информационных процессов;
- овладение методами перехода с одного языка описания явления на другой с сохранением содержательной ценности моделей и учетом возможностей и условий перехода.

Базовыми учебными дисциплинами для дисциплины «Дискретная математика» являются «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ». В свою очередь учебная дисциплина «Дискретная математика» является базой для таких учебных дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Основы машинного обучения».

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Дискретная математика» формируются следующие компетенции.

Универсальные:

– УК-11. Обладать навыками творческого аналитического мышления.

Базовые профессиональные:

– БПК-3. Формализовать и решать прикладные задачи в сфере информационных технологий с помощью методов дискретной математики.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- логические операции;
- основные методы теории множеств и комбинаторики;
- булевы функции;
- элементы теории формальных грамматик и языков;
- основные понятия и результаты теории графов;
- основы теории алгоритмов, понятие о классах сложности P и NP;
- элементы теории кодирования;

уметь:

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний; решать базовые комбинаторные задачи;
- исследовать на полноту системы булевых функций;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- определять делимость кода, строить оптимальный код;

владеть:

- навыками анализа композиции и декомпозиции информационных комплексов и процессов;
- формальным языком логики высказываний;
- понятиями алфавитного и равномерного кодирования;
- навыками решения проблем однозначности декодирования;

– методами определения сложности алгоритма и вычислений.

Учебная программа определяет основное содержание разделов и тем учебной дисциплины «Дискретная математика», которые подлежат изучению. Последовательность их изложения и распределение в семестре разработаны на кафедре математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» исходя из задач своевременного математического обеспечения общенаучных, экономических и специальных дисциплин, сохранения логической последовательности и завершенности самих математических разделов.

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом специальности 6-05-0611-04 «Электронная экономика», профилизация «Электронный маркетинг» учебная дисциплина «Дискретная математика» изучается на I курсе во втором семестре. На ее изучение отводится:

всего – 108 часов по учебной дисциплине, из них количество аудиторных часов – 50, в том числе лекции 26 часов, практические занятия – 24 часа. Самостоятельная работа студента – 58 часов. Трудоемкость – 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ. КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Тема 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.

Тема 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n -арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).

Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ

Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.

Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интер-

претации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.

Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.

Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).

Тема 6. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n -местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.

Раздел 2. ГРАФЫ

Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ

Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами.

Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрера построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.

Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ

Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.

Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ

Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.

Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы K_5 и $K_{3,3}$). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.

Раздел 3. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Тема 11. БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции, полностью определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Дискретная математика»
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемая самостоятельная работа студента		
Раздел 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ. КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ								
Тема 1.	ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ. Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.	2					[4–10, 12]	
	Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.		2				[4–10, 12]	
Тема 2.	ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ. Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n -арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отноше-	2					[4–10]	

	ниями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение.							
	Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).	2					[4–10]	УО
	Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n -арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).		2				[4–10]	
Тема 3.	КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ. Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.	2					[1–3, 6, 8–10, 12]	
	Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Ком-		2				[1–3, 6, 8–10, 12]	КЛ

	<p>бинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.</p>						
Тема 4.	<p>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.</p>	2					[2, 3, 6–10]
	<p>Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.</p>	2					[2, 3, 6–10]

Тема 5.	<p>РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ.</p> <p>Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.</p>	2					[2, 3, 5–10]	
	<p>Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.</p>		2				[2, 3, 5–10]	
	<p>Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).</p>	2					[2, 3, 5–10]	
	<p>Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).</p>		2				[2, 3, 5–10]	КР № 1*
Тема 6.	<p>ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ.</p> <p>Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n-местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими</p>	2					[2–4, 6–9]	

	<p>операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.</p>							
	<p>Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n-местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.</p>	2					[2-4, 6-9]	

Раздел 2. ГРАФЫ

Тема 7.	<p>ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ. Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами. Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрри построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи</p>	2					[1, 3-9, 11, 12]	
---------	--	---	--	--	--	--	------------------	--

	и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.						
	<p>Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами.</p> <p>Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрри построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.</p>		2				[1, 3–9, 11, 12]
Тема 8.	<p>ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ.</p> <p>Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.</p>		2				[1, 3–6, 8, 9, 11, 12]
	<p>Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.</p>		2				[1, 3–6, 8, 9, 11, 12]

Тема 9.	ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ. Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.	2					[1, 3–6, 8, 9, 11, 12]		
	Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.		2					[1, 3–6, 8, 9, 11, 12]	
Тема 10.	ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ. Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы K_5 и $K_{3,3}$). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.	2					[1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12]		
	Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы K_5 и $K_{3,3}$). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.		2					[1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12]	КР № 2*
Раздел 3. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ									
Тема 11.	БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ. Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции, полностью	2						[3, 5–10, 12]	

	определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.							
	Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции, полностью определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.		2				[3, 5–10, 12]	УО
ИТОГО:		26	24					

* – Мероприятия текущего контроля;

КР – контрольная работа;

КЛ – коллоквиум;

УО – устный опрос.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Окулов, С.М. Дискретная математика: теория и практика решения задач по информатике [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.М. Окулов; С.М. Окулов. – 4-е изд., электрон. – Москва: Лаборатория знаний, 2020. – 425 с. – Режим доступа: по подписке: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222848>
2. Иванисова, О.В. Дискретная математика и математическая логика: учебное пособие / О.В. Иванисова, И.В. Сухан; О.В. Иванисова, И.В. Сухан. – Москва, Берлин: Директ-Медиа, 2020. – 354 с.
3. Новиков, Ф.А. Дискретная математика: для бакалавров и магистров: учебник / Ф.А. Новиков. – 3 издание. – Санкт-Петербург: Питер, 2017. – 479 с.
4. Казанский, А.А. Дискретная математика в задачах [Электронный ресурс]: практикум / А.А. Казанский; А.А. Казанский. – Москва: Техносфера, 2022. – 344 с.: ил., табл., схем. Режим доступа: по подписке: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=701621>

Дополнительная

5. Белоусов, А.И. Дискретная математика: учебник / А.И. Белоусов, С.Б. Ткачев; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – Изд. 4-е, испр. – М.: Изд-во МГТУ, 2006. – 743 с. – (Математика в техн. ун-те; вып. XIX). – Библиогр.: с. 720-723.
6. Плотников, А.Д. Дискретная математика: учеб. пособие / А.Д. Плотников. – 3-е изд., испр. и доп. – Минск: Новое знание, 2008. – 320 с.
7. Соболева, Т.С. Дискретная математика: учебник / Т.С. Соболева, А.В. Чечкин; под ред. А.В. Чечкина. – М.: Академия, 2006. – 254 с. – (Университетский учебник. Сер. Прикладная матем. и информатика). – Библиогр.: с. 252.
8. Просветов, Г.И. Дискретная математика: задачи и решения: учеб.-практ. пособие / Г.И. Просветов. – 2-е изд., доп. – М.: Альфа-Пресс, 2009. – 238 с.
9. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие / Ф.А. Новиков. – 3 изд. – М.; СПб.; Киев: Питер, 2009. – 383 с. – (Учебник для вузов). – Библиогр.: с. 368-369.
10. Капусто, А.В. Дискретная математика: учеб.-метод. комплекс для студентов машиностроительных специальностей. В 2 ч. Ч. 1 / А.В. Капусто, И.П. Кунцевич. – Новополоцк: ПГУ, 2010. – 136 с. ISBN 978-985-531-036-6.
11. Капусто, А.В. Дискретная математика: учеб.-метод. комплекс для студентов машиностроительных специальностей. В 2 ч. Ч. 2 / А.В. Капусто, И.П. Кунцевич. – Новополоцк: ПГУ, 2010. – 248 с. ISBN 978-985-531-036-7.
12. Голубева, О.В. Дискретная математика: учеб.-метод. комплекс для студентов специальностей 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», 1-40 02 01 «Вычислительные машины, системы и сети» / О.В. Голубева, С.Г. Ехилевский, Н.А. Гурьева; – Новополоцк: ПГУ, 2011. – 188 с.

Окулов С.М.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Текстовый редактор Microsoft Word, компьютерная программа PowerPoint, система компьютерной алгебры Maple, MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MAPLE 12 и выше, MATLAB 5 и выше.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАЧЕТА

1. Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества.
2. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение.
3. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств.
4. Декартово произведение множеств, кортежи.
5. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы.
6. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение.
7. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия).
8. Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).
9. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения).
10. Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки.
11. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений).
12. Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций.
13. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация.
14. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.
15. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги.
16. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы.
17. Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул.

18. Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n -местные), предметная область.
19. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями.
20. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора.
21. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой.
22. Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный.
23. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами.
24. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности.
25. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях.
26. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты цепи, циклы.
27. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа.
28. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность.
29. Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа.
30. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрри построения эйлеровой цепи, цикла.
31. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе.
32. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма.
33. Деревья, леса, остовы. Их свойства.
34. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа.
35. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.
36. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа.
37. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа.
38. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.
39. Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней.
40. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа.
41. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа.
42. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.
43. Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции, полностью определенные и частичные.

44. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Дискретная математика» используются современные информационные технологии. Для этого в сетевом доступе размещен комплекс учебных и учебно-методических материалов: учебно-программные материалы, ссылки на учебные издания для теоретического изучения учебной дисциплины, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, вопросы для подготовки к зачету, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.

При изучении учебной дисциплины «Дискретная математика» используются следующие **формы самостоятельной работы:**

- работа с учебной и справочной литературой;
- составление конспектов;
- решение задач и выполнение упражнений;
- работа с раздаточным материалом.

**Содержание самостоятельной работы студентов
Дневная форма получения высшего образования**

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
Углубленное изучение отдельных тем учебной дисциплины	Тема 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ. Основная литература: [4]. Дополнительная литература: [5–10, 12].	4
	Тема 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ. Основная литература: [4]. Дополнительная литература: [5–10].	6
	Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ. Основная литература: [1–3]. Дополнительная литература: [6, 8–10, 12].	4
	Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. Основная литература: [2, 3]. Дополнительная литература: [6–10].	4
	Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ. Основная литература: [2, 3]. Дополнительная литература: [5–10].	4
	Тема 6. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ. Основная литература: [2–4]. Дополнительная литература: [6–9].	4
	Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5–9, 11, 12].	4
	Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5, 6, 8, 9, 11, 12].	4
	Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5, 6, 8, 9, 11, 12].	4
	Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ. Основная литература: [1, 3, 4]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11, 12].	4
	Тема 11. БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ. Основная литература: [3]. Дополнительная литература: [5–10, 12].	4
Подготовка к контрольной работе № 1.	Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ. Основная литература: [1–3].	6

	<p>Дополнительная литература: [6, 8–10, 12]. Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. Основная литература: [2, 3]. Дополнительная литература: [6–10]. Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ. Основная литература: [2, 3]. Дополнительная литература: [5–10].</p>	
Подготовка к контрольной работе № 2.	<p>Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5–9, 11, 12]. Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5, 6, 8, 9, 11, 12]. Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ. Основная литература: [1, 3]. Дополнительная литература: [5, 6, 8, 9, 11, 12]. Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ. Основная литература: [1, 3, 4]. Дополнительная литература: [6, 8, 9, 11, 12].</p>	6
ИТОГО:		58

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№ п/п	Вид работы	Тема работы
1	КР № 1	Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ. Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ.
2	КР № 2	Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ. Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ. Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ. Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов используются следующие формы:

- контрольная работа;
- коллоквиум;
- устный опрос.

Диагностика качества усвоения знаний студентами проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Форма промежуточной аттестации – зачет. Форма проведения зачета – письменная.

В данном семестре итоговая отметка по учебной дисциплине определяется по формуле

$$\text{ЗАЧ} = 0,5 \cdot \text{ТК} + 0,5 \cdot \text{ЗО}.$$

ТК – результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра по следующей формуле

$$\text{ТК} = (\text{КР № 1} + \text{КР № 2}) / 2.$$

ЗО – отметка, полученная студентом на зачете за письменный ответ по билету. Билет включает четыре практических задания.

Отметка «зачтено» выставляется студентам, получившим итоговую отметку четыре балла и выше. Отметка «не зачтено» выставляется студентам, получившим менее четырех баллов.

ХАРАКТЕРИСТИКА (ОПИСАНИЕ) ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Кроме традиционных методов обучения используются активные формы и методы обучения, такие как: мультимедиа-средства, элементы творческого характера на лекционных занятиях и при выполнении аудиторных работ, лекции-визуализации, метод анализа конкретных ситуаций, а также рейтинговая система оценки знаний.

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- обучение, организованное на платформе Classroom.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>Предложения и замечаний нет</i>	
Основы машинного обучения	Кафедра технологий программирования	<i>Предложений нет</i>	

Заведующий кафедрой математики и компьютерной безопасности, кандидат технических наук, доцент



И.Б.Бураченко

Заведующий кафедрой технологий программирования, кандидат технических наук, доцент



В.М.Чертков