

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе  
учреждения образования  
«Полоцкий государственный  
университет имени  
Евфросинии Полоцкой»

Ю.П.Голубев

«22» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Регистрационный № УД 215722 уч.

**Модуль «Высшая математика»**

**Линейная алгебра**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
**1-98 01 01 «Компьютерная безопасность  
(по направлениям)»,  
направление специальности  
1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность  
(математические методы и программные системы)»**

2022

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 1-98 01 01-2021 и учебного плана по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)». Регистрационный № 69-22/уч. ФКНиЭ от 22.07.2022 г.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

КОЗЛОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ, доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

РОМАНОВСКИЙ ЮРИЙ ЯЦЕНТОВИЧ, доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

КОРЛЮКОВА ИРИНА АЛЕКСАНДРОВНА, доцент кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и алгебры учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент

ВАБИЩЕВИЧ СЕРГЕЙ АНАНЬЕВИЧ, заведующий кафедрой физики учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 11 от «22» 11 2022 г.)

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

(протокол № 4 от «15» 12 2022 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

(протокол № 2 от «18» 12 2022 г.)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» является базовой математической учебной дисциплиной государственного компонента модуля «Высшая математика». Она знакомит студентов с основными понятиями линейной алгебры. Основой для ее изучения является школьный курс по математике. Методы и приемы, рассматриваемые при обучении дисциплине «Линейная алгебра», используются в дальнейшем при изучении таких дисциплин, как «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», а также в ряде учебных дисциплин специализации.

**Цель** преподавания учебной дисциплины «Линейная алгебра»:

— дать глубокие знания по одному из основных разделов учебной дисциплины высшей математики, имеющего тесную связь с многочисленными прикладными задачами;

— создать фундамент, необходимый для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин;

— сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

**Основные задачи**, решаемые при изучении учебной дисциплины «Линейная алгебра»

— усвоить теоретические основы, базовые результаты и теоремы линейной алгебры;

— выработать у студентов навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий и развитию начальных навыков функционального анализа.

Математическое образование будущего специалиста по защите информации должно быть фундаментальным и в то же время иметь четко выраженную прикладную направленность. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык. При изучении учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата линейной алгебры для решения не только чисто теоретических, но и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Логичным представляется выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи компьютера.

В результате изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра» студент должен

**знать:**

— основные понятия высшей алгебры и теории многочленов;

— основы линейной алгебры;

---

В соответствии с учебным планом на изучение дисциплины отводится

	Дневная форма получения образования
Курс	1
Семестры	2
Лекции (количество часов)	68
Практические занятия (количество часов)	68
Аудиторных часов по учебной дисциплине (количество часов)	136
Всего часов по учебной дисциплине (количество часов)	216
Самостоятельная работа студента (количество часов)	80
Формы промежуточной аттестации	зачет, экзамен

Преобразование координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Формулы преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы.

#### **Тема 2.5 Инвариантные подпространства.**

Инвариантные подпространства оператора, их основные характеристики и свойства. Разложение пространства на прямую сумму инвариантных подпространств оператора.

#### **Тема 2.6 Собственные векторы и собственные значения линейного оператора**

Характеристический многочлен матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическая матрица и характеристический многочлен линейного оператора. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора.

### **РАЗДЕЛ 3. ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ**

#### **Тема 3.1 Полиномиальные матрицы**

Полиномиальные матрицы, их свойства и операции над ними. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц

#### **Тема 3.2 Свойства характеристического многочлена матрицы**

Критерий подобия матриц. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли.

#### **Тема 3.3 Критерий диагонализуемости комплексной квадратной матрицы.**

Критерий диагонализуемости комплексной квадратной матрицы.

#### **Тема 3.4 Жорданова нормальная форма**

Определение жордановой нормальной формы матрицы.

#### **Тема 3.5 Построение жордановой нормальной формы матрицы**

Построение жордановой нормальной формы матрицы.

#### **Тема 3.6 Фробениусова нормальная форма**

Определение и построение фробениусовой нормальной формы матрицы.

### **РАЗДЕЛ 4. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ**

#### **Тема 4.1 Билинейные и квадратичные формы.**

Билинейные и квадратичные формы и их матрицы. Свойства билинейных и квадратичных форм. Примеры форм.

#### **Тема 4.2 Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду**

Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.

#### **Тема 4.3 Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием**

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы.	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемой самостоятельной работы студента		
<b>2 семестр</b>								
<b>РАЗДЕЛ 1.</b>	<b>ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА</b>	<b>10</b>	<b>14</b>			<b>8</b>		
Тема 1.1	<b>Определение линейного пространства</b>	2					[3,6]	УО
	Практическое занятие № 1. Определение линейного пространства		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.2	<b>Линейная зависимость и линейная независимость в линейных пространствах</b>					2	[3,6]	УО
	Практическое занятие № 2. Линейная зависимость и линейная независимость в линейных пространствах		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.3	<b>Базис и размерность</b>	2					[3,6]	УО
	Практическое занятие № 3. Базис и размерность		2				[5,7]	ПДЗ

Тема 1.4	<b>Координаты вектора</b>	2					[3,6]	УО
	Практическое занятие № 4. Координаты вектора		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.5	<b>Ранг системы векторов. Ранг матрицы</b>					2	[3,6]	УО
	Практическое занятие № 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.6	<b>Связь между базисами. Преобразование координат</b>	2					[3,6]	УО
	Практическое занятие № 6. Связь между базисами. Преобразование координат		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.7	<b>Подпространства. Сумма и пересечение подпространств</b>	2					[3,6]	УО
	Практическое занятие № 7. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 1.8	<b>Критерий совместности систем линейных уравнений (СЛУ)</b>					2	[3,6]	УО
Раздел 1.	Практическое занятие № 8. Проверочная работа по теме «Линейные пространства»					2	[5,7]	РПР, ИДЗ
<b>РАЗДЕЛ 2.</b>	<b>ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ</b>	<b>8</b>	<b>12</b>			<b>4</b>		
Тема 2.1	<b>Определения и свойства линейных операторов</b>	2					[1,3]	УО
	Практическое занятие № 9. Определения и свойства линейных операторов		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 2.2	<b>Матрица линейного оператора</b>	2					[1,3]	УО
	Практическое занятие № 10. Матрица линейного оператора		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 2.3	<b>Ранг и дефект линейного оператора</b>					2	[1,3]	УО



	Практическое занятие № 11. Ранг и дефект линейного оператора		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 2.4	<b>Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса</b>	2					[1,3]	УО
	Практическое занятие № 12. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 2.5	<b>Инвариантные подпространства</b>					2	[1,3]	УО
Тема 2.6	<b>Собственные векторы и собственные значения линейного оператора</b>	2					[1,3]	УО
	Практическое занятие № 13. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора		2				[5,7]	ПДЗ
Раздел 2.	Практическое занятие № 14. Проверочная работа по теме «Линейные операторы»		2				[5,7]	РПР, ИДЗ
<b>РАЗДЕЛ 3.</b>	<b>ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>10</b>		
Тема 3.1	<b>Полиномиальные матрицы</b>	2					[3,4]	УО
	Практическое занятие № 15. Полиномиальные матрицы		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 3.2	<b>Свойства характеристического многочлена матрицы</b>	2					[3,4]	УО
	Практическое занятие № 16. Свойства характеристического многочлена матрицы		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 3.3	<b>Критерий диагонализуемости комплексной квадратной матрицы</b>					2	[3,4]	УО
	Практическое занятие № 17. Критерий диагонализуемости комплексной квадратной матрицы					2	[5,7]	ПДЗ
Тема 3.4	<b>Жорданова нормальная форма</b>	2					[3,4]	УО



	Практическое занятие № 18. Жорданова нормальная форма		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 3.5	<b>Построение жордановой нормальной формы матрицы</b>					2	[3,4]	УО
	Практическое занятие № 19. Построение жордановой нормальной формы матрицы					2	[5,7]	ПДЗ
Тема 3.6	<b>Фробениусова нормальная форма</b>	2					[3,4]	УО
	Практическое занятие № 20. Фробениусова нормальная форма					2	[5,7]	ПДЗ
Раздел 3.	Практическое занятие № 21. Проверочная работа по теме «Полиномиальные матрицы»		2				[5,7]	РГР, ИДЗ
<b>РАЗДЕЛ 4.</b>	<b>КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>6</b>		
Тема 4.1	<b>Билинейные и квадратичные формы</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 22. Билинейные и квадратичные формы		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 4.2	<b>Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 23. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 4.3	<b>Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием</b>					2	[2,3]	УО
	Практическое занятие № 24. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 4.4	<b>Закон инерции вещественных квадратичных форм</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 25. Закон инерции вещественных квадратичных форм		2				[5,7]	ПДЗ

Тема 4.5	<b>Знакоопределенные квадратичные формы</b>	2					[2,3]	УО
Тема 4.6	<b>Исследование квадратик в двухмерном и трехмерном пространстве</b>					2	[1,3]	УО
Раздел 4	Практическое занятие № 26. Проверочная работа по теме «Квадратичные формы»					2	[5,7]	РПР, ИДЗ
<b>РАЗДЕЛ 5.</b>	<b>ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА</b>	<b>6</b>	<b>6</b>					
Тема 5.1	<b>Скалярное произведение в евклидовых и унитарных пространствах</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 27. Скалярное произведение в евклидовых и унитарных пространствах		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 5.2	<b>Норма вектора. Матрица Грама и матрица скалярного произведения</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 28. Норма вектора. Матрица Грама и матрица скалярного произведения		2				[5,7]	ПДЗ
Тема 5.3	<b>Ортогонализация Грамма-Шмидта</b>	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 29. Ортогонализация Грамма-Шмидта		2				[5,7]	ПДЗ
<b>РАЗДЕЛ 6.</b>	<b>ВЕКТОРНЫЕ И МАТРИЧНЫЕ НОРМЫ. ПСЕВДООБРАТНАЯ МАТРИЦА</b>	<b>6</b>	<b>8</b>			<b>6</b>		
Тема 6.1	<b>Векторные и матричные нормы</b>	2					[2,3]	УО

	Практическое занятие № 30. Векторные и матричные нормы		2				[2,7]	ПДЗ
Тема 6.2	Эквивалентность норм					2	[2,3]	УО
	Практическое занятие № 31. Эквивалентность норм		2				[2,7]	ПДЗ
Тема 6.3	Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза	2					[2,3]	УО
Тема 6.4	Нормальное псевдорешение СЛУ	2					[2,3]	УО
	Практическое занятие № 32. Нормальное псевдорешение СЛУ		2				[2,7]	ПДЗ
Тема 6.5	Применение методов и алгоритмов матричного анализа для решения прикладных задач					2	[2,3]	УО
Раздел 6	Практическое занятие № 33. Проверочная работа по теме «Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица»		2				[2,7]	РПР
Раздел 1-6	Практическое занятие № 34. Решение задач по теме «Линейная алгебра»					2	[2,7]	ИДЗ
	<b>ИТОГО:</b>	<b>46</b>	<b>56</b>			<b>34 (22/12)</b>		

**Принятые сокращения:**

ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

ПДЗ – проверка домашнего задания

УО – устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;

РПР- рейтинговая проверочная работа.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### Основная:

1. Мателенок, А.П. Высшая математика : практикум : в 4 частях / Министерство образования Республики Беларусь, Полоцкий государственный университет. - Новополоцк : ПГУ, 2020. Часть 1 : Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. - 2020. - 210 с.

2. Математика для инженеров: примеры и задачи : учебное пособие : в 4 частях / Министерство образования Республики Беларусь, Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Факультет математики и информатики, Кафедра фундаментальной и прикладной математики ; под редакцией Е.А. Ровбы. - Минск: РИВШ, 2019 -. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям. Часть 1. - 2019. - 411 с.

3. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие для мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов : в 2 частях. Ч. 2 / М.В. Милованов; М.М., Толкачев, Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко.- Мн. : Выш. шк., 1987. - 286 с.

4. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 частях. Ч.2 / М.В.Милованов, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко, М.М. Толкачев - Мн. : Амалфея, 2001. – 351 с.

5. Плющ, О.Б. Практикум по высшей математике: задания и упражнения для практ. занятий и занятий на персональном компьютере. Ч. 1 : Элементарная математика. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. - 2-е изд., стер. - Мн. : Акад. упр. при Президенте РБ, 2005. - 84 с. : ил.

6. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: в пяти частях: часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие. - Минск: Вышш. шк., 2017. - 302 с. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям.

7. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учеб. пособие / А.А.Бурдун, Е.А.Мурашко, М.М.Толкачев, А.С.Феденко; под ред. А.С.Феденко. – 2-е изд. - Мн. : Універсітэцкае, 1999. - 302 с.

#### Дополнительная:

*С.Н.Колесниченко*

---

## ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

- Практическое занятие № 1. Определение линейного пространства
- Практическое занятие № 2. Линейная зависимость и линейная независимость в линейных пространствах
- Практическое занятие № 3. Базис и размерность
- Практическое занятие № 4. Координаты вектора
- Практическое занятие № 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы
- Практическое занятие № 6. Связь между базисами. Преобразование координат
- Практическое занятие № 7. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств
- Практическое занятие № 8. Проверочная работа по теме «Линейные пространства»
- Практическое занятие № 9. Определения и свойства линейных операторов
- Практическое занятие № 10. Матрица линейного оператора
- Практическое занятие № 11. Ранг и дефект линейного оператора
- Практическое занятие № 12. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса
- Практическое занятие № 13. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
- Практическое занятие № 14. Проверочная работа по теме «Линейные операторы»
- Практическое занятие № 15. Полиномиальные матрицы
- Практическое занятие № 16. Свойства характеристического многочлена матрицы
- Практическое занятие № 17. Критерий диагонализуемости комплексной квадратной матрицы
- Практическое занятие № 18. Жорданова нормальная форма
- Практическое занятие № 19. Построение жордановой нормальной формы матрицы
- Практическое занятие № 20. Фробениусова нормальная форма
- Практическое занятие № 21. Проверочная работа по теме «Полиномиальные матрицы»
- Практическое занятие № 22. Билинейные и квадратичные формы
- Практическое занятие № 23. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду
- Практическое занятие № 24. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием
- Практическое занятие № 25. Закон инерции вещественных квадратичных форм
- Практическое занятие № 26. Проверочная работа по теме «Квадратичные формы»
- Практическое занятие № 27. Скалярное произведение в евклидовых и унитарных пространствах
-

## **ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Используемые методы и технологии обучения:

–методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский, а также проектный методы);

–лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);

– информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, применение специализированных компьютерных программ Microsoft Word, Microsoft Office Excel, MAPLE, POWERPOINT).

---

29. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
30. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора
31. Нахождение собственных векторов линейного оператора.

### **РАЗДЕЛ 3. ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ**

32. Полиномиальные матрицы, их свойства и операции над ними.
33. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц
34. Критерий подобия матриц.
35. Теорема Гамильтона-Кэли.
36. Определение жордановой нормальной формы матрицы.
37. Построение жордановой нормальной формы матрицы.
38. Определение и построение фробениусовой нормальной формы матрицы.

### **РАЗДЕЛ 4. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ**

39. Билинейная форма. Матрица билинейной формы.
40. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.
41. Канонический вид квадратичной формы.
42. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
43. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.
44. Ортогональное преобразование переменных.
45. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.
46. Критерий положительной определенности квадратичной формы.
47. Критерий Сильвестра.
48. Закон инерции квадратичных форм.
49. Применение квадратичных форм к исследованию кривых и поверхностей второго порядка.

### **РАЗДЕЛ 5. ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**

50. Пространства со скалярным произведением.
51. Евклидовы и унитарные пространства.
52. Норма вектора и ее свойства.
53. Угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского.
54. Матрица Грама. Предложение о матрице Грама и скалярном произведении.
55. Ортогональный и ортонормированный базисы.
56. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

### **РАЗДЕЛ 6. ВЕКТОРНЫЕ И МАТРИЧНЫЕ НОРМЫ.**

#### **ПСЕВДООБРАТНАЯ МАТРИЦА**

57. Нормированные и метрические пространства.
-



22. Изоморфизм линейных пространств.
23. \*Определение ядра и образа линейного оператора.
24. Свойства ядра и образа линейного преобразования.
25. Теорема о размерности ядра и образа линейного преобразования
26. Действия над линейными операторов. Сумма и композиция линейных операторов.
27. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса.
28. Характеристический многочлен матрицы и его корни.
29. \*Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
30. \*Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора
31. Нахождение собственных векторов линейного оператора.

### **РАЗДЕЛ 3. ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ**

32. \*Полиномиальные матрицы, их свойства и операции над ними.
33. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц
34. Критерий подобия матриц.
35. Теорема Гамильтона-Кэли.
36. \*Определение жордановой нормальной формы матрицы.
37. Построение жордановой нормальной формы матрицы.
38. Определение и построение фробениусовой нормальной формы матрицы.

### **РАЗДЕЛ 4. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ**

39. Билинейная форма. Матрица билинейной формы.
40. \*Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.
41. \*Канонический вид квадратичной формы.
42. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
43. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел.
44. Ортогональное преобразование переменных.
45. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.
46. \*Критерий положительной определенности квадратичной формы.
47. Критерий Сильвестра.
48. \*Закон инерции квадратичных форм.
49. Применение квадратичных форм к исследованию кривых и поверхностей второго порядка.

### **РАЗДЕЛ 5. ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**

50. Пространства со скалярным произведением.
  51. Евклидовы и унитарные пространства.
  52. Норма вектора и ее свойства.
-

## **ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

*Цель самостоятельной работы студентов* – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартов знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

–самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения внеаудиторных контрольных работ с консультациями преподавателя;

–составление информационных таблиц, графических схем и глоссариев по пройденным темам.

### **Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов**

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Линейная алгебра» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

### **Дополнительное информационное и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов:**

*А) Медиатека кафедры математики и компьютерной безопасности*

*Б) Система дистанционного обучения Moodle учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»*

*В) Интернет-ресурсы: <https://www.wolframalpha.com/>*

---

## КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

### Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- индивидуальное домашнее задание;
- проверка домашнего задания;
- устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;
- рейтинговая проверочная работа.

Контроль качества усвоения знаний проводится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов (приказ ректора УО ПГУ № 294 от 06.06.2014 (в редакции, утверждённой приказом № 605 от 17.11.2014) в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится, исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра по следующей формуле:

$$T = (TK_1 + TK_2 + \dots + TK_n) / n,$$

где  $TK_1 \dots TK_n$  – отметки, выставленные в ходе проведения мероприятий текущего контроля,

$n$  – количество мероприятий текущего контроля.

Результат текущего контроля рассчитывается как округлённое среднее значение. Результат может быть увеличен в соответствии с п.п. 6.8 и 6.9 Положения.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачёта и экзамена.

**Зачёт** проводится согласно Положению.

Заключение о зачёте формируется по формуле:

$$З = k \cdot T,$$

где  $k$  – весовой коэффициент текущего контроля;

$T$  – результат текущего контроля за семестр.

Весовой коэффициент  $k$  принимается равным 1.

Если полученная отметка  $З < 4$  баллов, то проводится устный зачёт отдельно по представленным в программе вопросам.

**Экзамен** проводится согласно Положению.

Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам текущего контроля ( $T$ ) и экзаменационную отметку ( $Э$ ). Весовой коэффициент  $k$  принимается равным 0,5. Информация о весовом коэффициенте доводится до студентов на первом занятии в семестре.

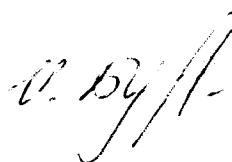
$$ИЭ = k \cdot T + (1 - k) \cdot Э,$$

---

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА» С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ  
СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по дисциплине «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»	Решение, принятое кафедрой математики и компьютерной безопасности
Дифференциальные уравнения	кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	
Вычислительные методы алгебры	кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	
Теория вероятностей и математическая статистика	кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	
Методы оптимизации	кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	
Криптографические методы	кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	

Заведующий кафедрой математики и компьютерной безопасности,  
кандидат технических наук,  
доцент



И.Б. Бураченко

## РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Линейная алгебра» для специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы) (авторы А.А. Козлов, Ю.Я. Романовский)

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» является учебной дисциплиной модуля «Высшая математика» учебного плана специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Рассматриваемый вариант программы состоит из пояснительной записки, содержания учебного материала, учебно-методической карты и информационно-методической части.

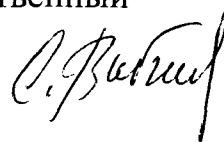
Пояснительная записка включает цели преподавания линейной алгебры, перечень базовых профессиональных компетенций, указана связь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности, а также распределение общих и аудиторных часов по семестрам в соответствии с учебным планом специальности.

Основными целями преподавания дисциплины, по мысли автора, являются формирование у студентов компетенций при работе с основными алгебраическими понятиями и конструкциями, компетенций в области обработки информации, представленной в алгебраической форме, компетенций по применению алгебраических методов при решении прикладных задач. Таким образом, одной из особенностей программы является её прикладная направленность, в частности направлена на формирование умений построения алгоритмов обработки информации, представленной в алгебраической форме, при помощи средств вычислительной техники.

Основное содержание дисциплины включает традиционные разделы: линейные пространства, линейные операторы, полиномиальные матрицы, квадратичные формы, евклидовы и унитарные пространства, векторные и матричные нормы, псевдообратные матрицы. Последовательное изложение основных понятий позволяет дать обучающимся представление о целостности методов высшей алгебры для решения прикладных задач. При этом автор использует наглядный подход при изложении абстрактных алгебраических конструкций.

Считаю, что представленная учебная программа дисциплины «Линейная алгебра» отвечает требованиям, предъявляемым к структуре и содержанию дисциплины, а потому может быть использована при организации учебного процесса по специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Рецензент, заведующий кафедрой физики  
учреждения образования «Полоцкий государственный  
университет имени Евфросинии Полоцкой»,  
кандидат физико-математических наук, доцент



С.А. Вабищевич

## РЕЦЕНЗИЯ

на учебную программу учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Линейная алгебра» для специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы) (авторы А.А. Козлов, Ю.Я. Романовский)

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» является учебной дисциплиной модуля «Высшая математика» учебного плана специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Предлагаемый вариант программы данной дисциплины состоит из пояснительной записки, содержания учебного материала, учебно-методической карты и информационно-методической части.

Пояснительная записка включает цели преподавания линейной алгебры, перечень базовых профессиональных компетенций, указана связь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности, а также распределение общих и аудиторных часов по семестрам в соответствии с учебным планом специальности.

Одной из основных целей преподавания дисциплины, являются формирование у студентов компетенций при работе с основными алгебраическими понятиями и конструкциями и компетенций по применению алгебраических методов при решении прикладных задач. Содержание учебной программы соответствует содержанию деятельности специалиста, который планирует заниматься математическими методами защиты информации.

Основное содержание дисциплины включает традиционные разделы: линейные пространства, линейные операторы, полиномиальные матрицы, квадратичные формы, евклидовы и унитарные пространства, векторные и матричные нормы, псевдообратные матрицы. Последовательное изложение основных понятий позволяет дать обучающимся представление о целостности методов линейной алгебры для решения прикладных задач.

Считаю, что представленная учебная программа дисциплины «Линейная алгебра» отвечает требованиям, предъявляемым к структуре и содержанию дисциплины, поэтому может быть использована при организации учебного процесса по специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Рецензент, доцент кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и алгебры учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», кандидат физико-математических наук, доцент

ПОДПИСЬ УДОСТОВЕРЯЮ :  
Заместитель начальника  
отдела управления персоналом  
учреждения образования «Гродненский  
государственный университет  
имени Янки Купалы»  
О.И. Циунчик  
30 12 2022 г.

И.А.Корлюкова