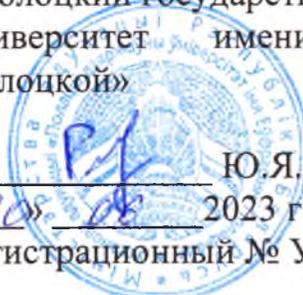


Учреждение образования  
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор  
учреждения образования  
«Полоцкий государственный  
университет имени Евфросинии  
Полоцкой»

 Ю.Я. Романовский

«30» 08 2023 г.

Регистрационный № УД- 07/23/уч.

**МОДУЛЬ «ВВЕДЕНИЕ В СПЕЦИАЛЬНОСТЬ»**

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

Учебная программа учреждения образования  
по учебной дисциплине для специальности  
**6-05-0113-05 «Технологическое образование  
(технический труд и информатика)»**

2023 г.

Учебная программа составлена на основе учебного плана по специальности 6-05-0113-05 «Технологическое образование (технический труд и информатика)». Регистрационный № 02-23/уч.ГФ от 04.04.2023 г.

**СОСТАВИТЕЛЬ :**

Юрий Яценевич Романовский, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 7 от 27 06 2023г.);

Методической комиссией гуманитарного факультета учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 10 от 27 06 2023г.);

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и векторная алгебра» направлена на формирование у студентов компетенций в области аналитических методов обработки графической информации на основе изучения основных геометрических фигур, компетенций при работе с основными понятиями и конструкциями векторной алгебры, компетенций в области обработки информации, представленной в алгебраической форме, компетенций по применению алгебраических методов при решении прикладных задач.

**Цель** преподавания учебной дисциплины формирование у студентов компетенций в области аналитических методов обработки информации на основе изучения основных геометрических фигур, алгебраических объектов и структур.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач**:  
показать возможности использования аппарата аналитической геометрии и векторной алгебры при решении как теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др;

сформировать умения построения алгоритмов обработки графической и алгебраической информации, в том числе при помощи средств вычислительной техники.

В результате изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и векторная алгебра» формируется

**специализированная компетенция:**

СК-5. Применять знания в области аналитической геометрии и векторной алгебры.

В результате изучения учебной дисциплины студент **должен**:

– **знать:**

основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, операции над векторами, скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, система координат, уравнение прямой на плоскости; уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости, уравнение фигуры второго порядка на плоскости и пространстве;

основные определения высшей алгебры: матрица, система линейных уравнений, определитель матрицы, обратная матрица;

– **уметь:**

применять метод координат при исследовании алгебраических кривых и поверхностей первого и второго порядков;

приводить матрицу к ступенчатой матрице;

выполнять операции над матрицами;

вычислять определители второго и третьего порядков;

вычислять обратную матрицу;

решать системы линейных уравнений методом Гаусса, по правилу Крамера;

применять аппарат аналитической геометрии и векторной алгебры при решении задач специальности;

– **владеть:**

аппаратом аналитической геометрии;

навыками исследования геометрических объектов, задаваемых уравнениями первой и второй степени

аппаратом векторной алгебры;

навыками исследования объектов векторной алгебры;

навыками использования матричных методов для решения задач векторной алгебры.

**Связи с другими учебными дисциплинами.** Базой для изучения данной учебной дисциплины является учебный предмет «Математика», изучаемый в средней школе. Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и векторная алгебра», используются при изучении учебных дисциплин «Вычислительные методы и компьютерное моделирование», «Методы алгоритмизации и программирования».

**Форма получения образования – дневная.**

**Распределение общих и аудиторных часов в соответствии с учебным планом**

Семестр	Общее количество учебных часов	Количество аудиторных часов	Количество часов лекций	Количество часов практических занятий	Самостоятельная работа, часов	Форма промежуточной аттестации	Трудоемкость учебной дисциплины, з.е
1	108	72	36	36	36	зачет	3

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Раздел 1 Матрицы и определители. Системы линейных уравнений**

#### **Тема 1.1 Матрицы и их элементарные преобразования**

Понятие матрицы. Элементарные преобразования матрицы.

Ступенчатая матрица. Приведении матрицы к ступенчатой матрице. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатой.

#### **Тема 1.2 Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса решения СЛУ**

Понятие СЛУ. Решение СЛУ. Эквивалентные СЛУ. Однородные СЛУ. Метод Гаусса решения СЛУ. Алгоритм решения СЛУ методом Гаусса.

#### **Тема 1.3 Операции над матрицами**

Операции над матрицами: сложение, умножение на число, произведение, транспонирование.

#### **Тема 1.4 Определители. Правило Крамера**

Определители второго и третьего порядков. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Алгоритмы вычисления определителей. Правило Крамера решения СЛУ. Алгоритм решения СЛУ по правилу Крамера.

#### **Тема 1.5 Обратная матрица**

Понятие обратной матрицы. Алгоритмы нахождения обратной матрицы.

## **Раздел 2 Векторы и координаты**

#### **Тема 2.1 Понятие вектора. Операции над векторами**

Направленный отрезок. Эквивалентные направленные отрезки. Понятие вектора. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Операции над векторами. Свойства операции над векторами.

#### **Тема 2.2 Понятие системы координат**

Система координат на прямой. Координата вектора прямой. Координата точки прямой. Прямоугольная система координат на плоскости. Координаты вектора на плоскости. Координаты точки на плоскости. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора в пространстве. Координаты точки в пространстве. Свойства линейных операций над векторами в координатной форме.

#### **Тема 2.3 Скалярное и векторное произведение векторов**

Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Выражение скалярного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения векторов. Выражение векторного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами.

#### **Тема 2.4 Смешанное произведение векторов**

Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами.

### **Раздел 3 Прямые и плоскости**

#### **Тема 3.1 Уравнение прямой на плоскости**

Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку в данном направлении (каноническое уравнение прямой). Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.

#### **Тема 3.2 Взаимное расположение прямых на плоскости**

Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между прямыми на плоскости.

#### **Тема 3.3 Уравнение плоскости**

Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не принадлежащие одной прямой.

#### **Тема 3.4 Уравнение прямой в пространстве**

Уравнение прямой в пространстве, проходящей через данную точку в данном направлении (каноническое уравнение прямой). Параметрическое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.

#### **Тема 3.5 Взаимное расположение прямых и плоскостей**

Взаимное расположение двух плоскостей. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Угол между двумя плоскостями. Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

### **Раздел 4 Фигуры второго порядка на плоскости и пространстве**

#### **Тема 4.1 Эллипс, гипербола, парабола**

Эллипс и его каноническое уравнение. Гипербола и её каноническое уравнение. Парабола и её каноническое уравнение.

#### **Тема 4.2 Эллипсоиды и гиперboloиды**

Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперboloиды.

#### **Тема 4.3 Конус второго порядка. Цилиндрические фигуры второго порядка**

Конус второго порядка. Цилиндры второго порядка. Эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры.

#### **Тема 4.4 Параболоиды**

Эллиптический и гиперболический параболоиды.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины “Аналитическая геометрия и векторная алгебра”  
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	управляемой самостоятельной работы студента		
<b>1 семестр</b>								
<b>Раздел 1 Матрицы и определители. Системы линейных уравнений</b>								
1.1	<b>Матрицы и их элементарные преобразования</b>	2					[3,4]	УО
1.1	Практическое занятие 1. Матрицы и их элементарные преобразования		2				[6]	ИДЗ
1.2	<b>Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса решения СЛУ</b>	2					[3,4]	УО
1.2	Практическое занятие 2. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса		2				[6]	ИДЗ
1.3	<b>Операции над матрицами</b>	2					[3,4]	УО
1.3	Практическое занятие 3. Операции над матрицами.		2				[6]	ИДЗ
1.4	<b>Определители. Правило Крамера</b>	2					[3,4]	УО
1.5	<b>Обратная матрица</b>					2	[3,4]	УО
1.4-1.5	Практическое занятие 4. Определители Правило Крамера. Обратная матрица		2				[5,6]	ИДЗ
1.	Практическое занятие 5. Решение задач по разделу 1					2	[5,6]	РПР*
<b>Раздел 2 Векторы и координаты</b>								
2.1	<b>Понятие вектора. Операции над векторами.</b>	2					[1,2,4]	УО
2.2	<b>Понятие системы координат</b>					2	[1,2,4]	УО
2.1-2.2	Практическое занятие 6. Понятие вектора. Операции над векторами. Понятие системы координат		2				[5]	ИДЗ
2.3	<b>Скалярное и векторное произведение векторов</b>	2					[1,2,4]	УО
2.2-2.3	Практическое занятие 7. Скалярное и векторное произведение векторов		2				[6]	ИДЗ
2.4	<b>Смешанное произведение векторов</b>					2	[1,2,4]	УО

2.4	Практическое занятие 8. Смешанное произведение векторов		2			[6]	ИДЗ
2	Практическое занятие 9. Решение задач по разделу 2				2	[5,6]	РПР*
<b>Раздел 3 Прямые и плоскости</b>							
3.1	<b>Уравнение прямой на плоскости</b>	2				[3,4]	УО
3.1	Практическое занятие 10. Прямая на плоскости		2			[6]	ИДЗ
3.2	<b>Взаимное расположение прямых на плоскости</b>				2	[3,4]	УО
3.2	Практическое занятие 11. Взаимное расположение прямых на плоскости		2			[6]	ИДЗ
3.3	<b>Уравнение плоскости</b>	2				[3,4]	УО
3.4	<b>Уравнение прямой в пространстве</b>	2				[3,4]	УО
3.3-3.4	Практическое занятие 12. Уравнение плоскости прямой в пространстве		2			[6]	ИДЗ
3.5	<b>Взаимное расположение прямых и плоскостей</b>	2				[3,4]	УО
3.5	Практическое занятие 13. Взаимное расположение прямых и плоскостей		2			[5]	ИДЗ
3	Практическое занятие 14. Решение задач по разделу 3				2	[5,6]	ИДЗ*
<b>Раздел 4 Фигуры второго порядка на плоскости и пространстве</b>							
4.1	<b>Эллипс, гипербола, парабола</b>	2				[3,4]	УО
4.1	Практическое занятие 15. Эллипс, гипербола, парабола		2			[6]	ИДЗ
4.2	<b>Эллипсоид и гиперболоиды</b>	2				[3,4]	УО
4.2	Практическое занятие 16. Эллипсоид и гиперболоиды		2			[6]	ИДЗ
4.3	<b>Конус второго порядка. Цилиндрические фигуры второго порядка</b>				2	[3,4]	УО
4.4	<b>Параболоиды</b>	2				[3,4]	УО
4.3-4.4	Практическое занятие 17. Конус второго порядка. Эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры. Параболоиды		2			[6]	ИДЗ
4	Практическое занятие 18. Решение задач по разделу 4				2	[5,6]	ИДЗ*
<b>Итого</b>		<b>26</b>	<b>28</b>			<b>14 (10/8)</b>	

**Принятые сокращения:**

ИДЗ – проверка индивидуального домашнего задания

УО – устный опрос, в том числе и экспресс-опрос

РПР- рейтинговая проверочная работа

\* - мероприятия текущего контроля

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### Основная:

1. Мателенок, А.П. Высшая математика : практикум : в 4 частях / Министерство образования Республики Беларусь, Полоцкий государственный университет. - Новополоцк : ПГУ, 2020. Часть 1 : Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. - 2020. - 210 с.

2. Математика для инженеров: примеры и задачи : учебное пособие : в 4 частях / Министерство образования Республики Беларусь, Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Факультет математики и информатики, Кафедра фундаментальной и прикладной математики ; под редакцией Е.А. Ровбы. - Минск: РИВШ, 2019. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям. Часть 1. - 2019. - 411 с.

3. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие для мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов: в 2 частях. Ч. 1 / М.В. Милованов; А.С. Феденко, Р.И. Тышкевич.- Минск : Вышэйш. шк., 1984. - 302 с.

4. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 частях. Ч.1 / М.В.Милованов, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко. - Мн. : Амалфея, 2001. - 400 с.

5. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: в пяти частях: часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие. - Минск: Вышш. шк., 2017. - 302 с. - Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям.

6. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учеб. пособие / А.А.Бурдун, Е.А.Мурашко, М.М.Толкачев, А.С.Феденко; под ред. А.С.Феденко. -- 2-е изд. - Мн. : Універсітэцкае, 1999. - 302 с.

#### Дополнительная:

7. Сизый, С. В. Лекции по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие / С. В. Сизый. -- Москва : Физматлит, 2021. -- 254 с. : ил., табл., схем. //Университетская библиотека онлайн. -- Режим доступа: по подписке. -- URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=687742> .-Дата доступа: 29.08.2022.

8. Темербекова, А. А. Аналитическая геометрия: практикум по решению задач [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Темербекова. -- Горно-Алтайск : ГАГУ, 2019. -- 159 с. // Лань : электронно-библиотечная система. -- Режим доступа: для авториз. пользователей: URL: <https://e.lanbook.com/book/159340>.- Дата доступа: 29.08.2022.

*Александрова*

9. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк ; Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - Изд. 7-е, стереотип. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 223 с. - (Классич. универ. учебник. Курс высш. матем. и математич. физики; вып.3). - Рек. М-вом образования РФ в качестве учебника для студ. физич. спец. и спец. "Прикладная математика".

10. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для вузов / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. - 13-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 288с.

11. Тыртышников, Е. Е. Основы алгебры [Электронный ресурс]: учебник / Е. Е. Тыртышников. - Москва : Физматлит, 2017. - 464 с. // Университетская библиотека онлайн.- Режим доступа: по подписке. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535>.- Дата Доступа: 29.08.2022.

12. Элементы векторной алгебры. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: учебн. метод. комплекс для студентов техн. Спец. / В.С. Вакульчик [и др.]; под общ. ред. В.С. Вакульчик. - Новополюцк: ПГУ, 2009. - 220с.

13. Специальные главы высшей математики, ч. I.: учеб.-метод. комплекс для студентов техн. Спец./ В.С. Вакульчик [и др.]; под общ. ред. В.С. Вакульчик. - Новополюцк: ПГУ, 2013. - 136 с.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

Практическое занятие 1. Матрицы и их элементарные преобразования

Практическое занятие 2. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса

Практическое занятие 3. Операции над матрицами.

Практическое занятие 4. Определители. Правило Крамера. Обратная матрица

Практическое занятие 5. Решение задач по разделу 1

Практическое занятие 6. Понятие вектора. Операции над векторами. Понятие системы координат

Практическое занятие 7. Скалярное и векторное произведение векторов

Практическое занятие 8. Смешанное произведение векторов

Практическое занятие 9. Решение задач по разделу 2

Практическое занятие 10. Прямая на плоскости

Практическое занятие 11. Взаимное расположение прямых на плоскости

Практическое занятие 12. Уравнение плоскости и прямой в пространстве

Практическое занятие 13. Взаимное расположение прямых и плоскостей

Практическое занятие 14. Решение задач по разделу 3

Практическое занятие 15. Эллипс, гипербола, парабола

Практическое занятие 16. Эллипсоид и гиперболоиды

Практическое занятие 17. Конус второго порядка. Эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры. Параболоиды

Практическое занятие 18. Решение задач по разделу 4

## **ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Используемые методы и технологии обучения:

- ... методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский, а также проектный методы);
- ... лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);
- ... информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, применение специализированных компьютерных программ Microsoft Word, Microsoft Office Excel, MAPLE, POWERPOINT).

### **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАЧЕТА**

#### **Раздел 1 Матрицы и определители. Системы линейных уравнений**

1. Матрицы и их элементарные преобразования
2. Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса решения СЛУ
3. Операции над матрицами
4. Определители второго и третьего порядков
5. Правило Крамера решения СЛУ
6. Обратная матрица

#### **Раздел 2 Векторы и координаты**

7. Направленный отрезок. Эквивалентные направленные отрезки. Понятие вектора. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы
8. Операции над векторами. Свойства операции над векторами
9. Система координат на прямой. Координата вектора прямой. Координата точки прямой
10. Прямоугольная система координат на плоскости. Координаты вектора на плоскости. Координаты точки на плоскости.
11. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора в пространстве. Координаты точки в пространстве.
12. Свойства линейных операций над векторами в координатной форме
13. Скалярное произведение векторов
14. Выражение скалярного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами
15. Векторное произведение векторов
16. Выражение векторного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами

17. Смешанное произведение векторов
18. Выражение смешанного произведения векторов, заданных прямоугольными координатами

### **Раздел 3 Прямые и плоскости**

19. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку в данном направлении (каноническое уравнение прямой).
20. Общее уравнение прямой на плоскости.
21. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки.
22. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.
23. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
24. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
25. Угол между прямыми на плоскости.
26. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам.
27. Общее уравнение плоскости.
28. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не принадлежащие одной прямой.
29. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через данную точку в данном направлении (каноническое уравнение прямой).
30. Параметрическое уравнение прямой в пространстве.
31. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.
32. Взаимное расположение двух плоскостей
33. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
34. Взаимное расположение прямой и плоскости.
35. Расстояние от точки до плоскости.
36. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
37. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
38. Угол между двумя плоскостями.
40. Угол между двумя прямыми в пространстве.
41. Угол между прямой и плоскостью.

### **Раздел 4 Фигуры второго порядка на плоскости и пространстве**

42. Эллипс и его каноническое уравнение.
43. Гипербола и её каноническое уравнение.
44. Парабола и её каноническое уравнение.
45. Эллипсоид.
46. Однополостный и двуполостный гиперboloиды.
47. Конус второго порядка.
48. Цилиндры второго порядка. Эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры.
49. Эллиптический и гиперболический параболоиды.

## ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

*Цель самостоятельной работы студентов* – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения внеаудиторных контрольных работ с консультациями преподавателя;
- составление информационных таблиц, графических схем и глоссариев по пройденным темам.

### **Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов**

- анализ учебной программы по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и векторная алгебра» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;
- проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;
- структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

### **Дополнительное информационное и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов:**

*А) Медиатека кафедры математики и компьютерной безопасности*

*Б) Образовательный портал университета [study.psu.by](http://study.psu.by) (Moodle) учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»*

*В) Интернет-ресурсы: <https://www.wolframalpha.com/>*

**Содержание самостоятельной работы студентов  
(дневная форма получения высшего образования)**

## 1 семестр

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Раздел 1. Осн. литература: [1,2,3,4,5,6,7,8,9]	9 ч.
	Раздел 2. Осн. литература: [1,2,3,4,5,6,7,8,9]	9 ч.
	Раздел 3. Осн. литература: [1,2,3,4,5,6,7,8,9]	9 ч.
	Раздел 4. Осн. литература: [1,2,3,4,5,6,7,8,9]	9 ч.
<b>Итого:</b>		<b>36 ч.</b>

**Перечень индивидуальных заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

Перед выполнением заданий необходимо определить вариант (порядковый номер в алфавитном списке группы) и значения констант  $k, m, n$  по таблице:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$k$	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3	3	4
$m$	8	8	7	7	6	6	5	5	3	4	3	4	3	4	3	4	2	2
$n$	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11

**Индивидуальные задания 1**

**Матрицы и определители. Системы линейных уравнений**

1. Используя элементарные преобразования матрицы, приведите матрицу к

ступенчатой матрице:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & k & 3 \\ -n & 1 & m \end{pmatrix}$ .

2. Вычислите:  $2 \cdot \begin{pmatrix} m & -2 & 1 \\ 1 & n & 0 \end{pmatrix} - k \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислите  $AB$ , если  $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ m & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & n \end{pmatrix}$ .

4. Вычислите:  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & n \cdot m & k \cdot n \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

5. Найдите матрицу обратную к матрице  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & n-m & k-n \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Решите систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} nm \cdot x + (-1)^k (nm+1) \cdot y = 1, \\ (nm+1) \cdot x + (-1)^k nm \cdot y = 1. \end{cases}$$

7. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса и по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x + (-1)^k ny + z = 2, \\ 3x + y = 6 + (-1)^k, \\ x + 2(-1)^k y + z = n. \end{cases}$$

### Индивидуальные задания 2 Векторы и координаты

1. Найдите координаты вектора  $\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$  и его длину, если  $\vec{a}(2, n, 0)$ ,  $\vec{b}(0, -1, -k)$  и  $\vec{c}(m, 0, -3)$

2. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4(-1)^k \vec{j}$ ,  $\vec{b} = (2 - 3m)\vec{i} + (n - 1)\vec{j} + (9 - k)\vec{k}$ .

3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = n$ ,  $|\vec{b}| = m$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 15^\circ \cdot k$ .

4. Найдите угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4(-1)^k \vec{j}$ ,  $\vec{b} = (2 - 3m)\vec{i} + (n - 1)\vec{j} + (9 - k)\vec{k}$ .

5. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , заданы прямоугольными координатами. Найдите координаты вектора  $\vec{a} \times \vec{b}$ , если  $\vec{a}(2, n, m)$ ,  $\vec{b}(0, 1, k)$ .

6. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , если

$$\vec{a} = \vec{i} + (n-11)\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + m\vec{k}, \vec{c} = k\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}.$$

7. Даны точки  $A(n, -16)$  и  $B(-6, 8)$ . Найдите координаты точки  $C$ , которая делит отрезок  $AB$  в отношении  $k:m$  считая от точки  $A$ .

### Индивидуальные задания 3 Прямые и плоскости

1. Составить уравнение прямой проходящей через точку  $A(n, 3m)$  параллельно прямой  $mx + (-1)^k y + 2 = 0$ .

2. Напишите общее уравнение прямой, заданной параметрическими уравнениями  $x = 2 - mt$ ,  $y = -k + nt$ .

3. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки  $A(n, 4)$ ,  $B(-3m, (-1)^k 2)$ .

4. Запишите общее уравнение прямой  $\frac{x + (n-11)}{n} = \frac{y+3}{(-1)^k m}$ .

5. Вычислите угол между прямыми

а)  $3x + (-1)^k 4y = 0$  и  $(n - m)x - ky + m = 0$ ; б)  $y = \frac{3}{n}x + k$  и  $y = \frac{n}{3}x - m$ .

6. Найдите расстояние от точки  $A(k, -m)$  до прямой  $3x + (-1)^k 4y + n = 0$ .

7. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(-n, k, m)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n}(2, n - m, (-1)^k)$ .

8. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(n, 0, k)$ ,  $B(3, 2, 0)$  и  $C(0, 2, m)$ .

9. Составьте общее уравнение плоскости, которая проходит через точку  $A(1, 1, 1)$  параллельно векторам  $\vec{a}(1, (-1)^k n, 0)$ ,  $\vec{b}(0, 1, m)$ .

10. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки  $A(n, 0, k)$ ,  $B(0, 3m, 5)$ .

11. Найдите угол между прямой  $x = 1 - kt$ ,  $y = -n - t$ ,  $z = 1 + mt$  и плоскостью  $2x - 2y - z + n = 0$ .

12. Найдите угол между прямыми:  $x = 1 + t$ ,  $y = -n - 2t$ ,  $z = 1 + t$  и

$$\frac{x + n}{2} - \frac{y - m}{-1} - \frac{z}{(-1)^k} = 0.$$

13. Найдите угол между плоскостями:  $x + (-1)^k 2y + 2z - m = 0$  и  $2x - ky - z + n = 0$ .

14. Найдите расстояние от точки  $M(k, m, n)$  до плоскости  $4x - 3y + 12z + n = 0$ .

15. Найдите точку пересечения прямой  $x = n + 4t$ ,  $y = -1 - 2t$ ,  $z = m - t$  и плоскости  $x + ky - z + m - n = 0$ .

#### Индивидуальные задания 4 Фигуры второго порядка на плоскости и пространстве

1. Найдите полуоси, координаты фокусов, координаты вершин, эксцентриситет фигуры второго порядка и сделайте её чертёж (номер задания, которое нужно выполнить, совпадает с номером варианта):

1)  $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$ ;

7)  $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$ ;

13)  $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$ ;

2)  $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$ ;

8)  $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$ ;

14)  $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$ ;

3)  $\frac{x^2}{676} + \frac{y^2}{100} = 1$ ;

9)  $\frac{x^2}{676} + \frac{y^2}{100} = 1$ ;

15)  $\frac{x^2}{676} + \frac{y^2}{100} = 1$ ;

4)  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{25} = 1$ ;

10)  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{25} = 1$ ;

16)  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{25} = 1$ ;

5)  $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{81} = 1$ ;

11)  $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{81} = 1$ ;

17)  $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{81} = 1$ ;

6)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ ;

12)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ ;

18)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ .

2. Найдите полуоси, координаты фокусов, координаты вершин, эксцентриситет фигуры второго порядка и сделайте её чертёж (номер задания, которое нужно выполнить, совпадает с номером варианта):

- |                               |                               |                              |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $9x^2 - 16y^2 = 144$ ;     | 8) $64x^2 - 36y^2 = 2304$ ;   | 14)                          |
| 2) $36x^2 - 64y^2 = 2304$ ;   | 9) $144x^2 - 81y^2 = 11664$ ; | $576x^2 - 49y^2 = 28224$ ;   |
| 3) $81x^2 - 144y^2 = 11664$ ; | 10) $144x^2 - 25y^2 = 3600$ ; | 15) $64x^2 - 225y^2 = 14400$ |
| 4) $25x^2 - 144y^2 = 3600$ ;  | 11)                           | ;                            |
| 5) $144x^2 - 256y^2 = 36864$  | $256x^2 - 144y^2 = 36864$ ;   | 16) $225x^2 - 64y^2 = 14400$ |
| ;                             | 12)                           | ;                            |
| 6) $100x^2 - 576y^2 = 57600$  | $576x^2 - 100y^2 = 57600$ ;   | 17)                          |
| ;                             | 13)                           | $81x^2 - 1600y^2 = 129600$ ; |
| 7) $16x^2 - 9y^2 = 144$ ;     | $49x^2 - 576y^2 = 28224$ ;    | 18)                          |
|                               |                               | $1600x^2 - 81y^2 = 129600$ . |

4. Напишите каноническое уравнение эллипса (номер задания, которое нужно выполнить, совпадает с номером варианта)

- |  |  |
|--|--|
| 1) а) $a = 5, c = 4$ ; б) $c = 3, \varepsilon = \frac{3}{5}$ ;     | 10) а) $a = 10, c = 6$ ; б) $a = 5, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;     |
| 2) а) $b = 3, c = 4$ ; б) $a = 10, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;    | 11) а) $b = 12, c = 5$ ; б) $c = 10, \varepsilon = \frac{5}{13}$ ;   |
| 3) а) $b = 6, c = 8$ ; б) $c = 6, \varepsilon = \frac{3}{5}$ ;     | 12) а) $a = 13, c = 12$ ; б) $a = 26, \varepsilon = \frac{12}{13}$ ; |
| 4) а) $a = 10, c = 8$ ; б) $a = 5, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;    | 13) а) $a = 5, c = 4$ ; б) $c = 4, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;      |
| 5) а) $b = 5, c = 12$ ; б) $c = 5, \varepsilon = \frac{5}{13}$ ;   | 14) а) $b = 3, c = 4$ ; б) $a = 15, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;     |
| 6) а) $a = 13, c = 5$ ; б) $a = 26, \varepsilon = \frac{12}{13}$ ; | 15) а) $b = 6, c = 8$ ; б) $c = 3, \varepsilon = \frac{3}{5}$ ;      |
| 7) а) $a = 5, c = 3$ ; б) $c = 6, \varepsilon = \frac{3}{5}$ ;     | 16) а) $a = 10, c = 8$ ; б) $a = 15, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;    |
| 8) а) $b = 4, c = 3$ ; б) $a = 10, \varepsilon = \frac{4}{5}$ ;    | 17) а) $b = 5, c = 12$ ; б) $c = 24, \varepsilon = \frac{12}{13}$ ;  |
| 9) а) $b = 8, c = 6$ ; б) $c = 12, \varepsilon = \frac{3}{5}$ ;    | 18) а) $a = 13, c = 5$ ; б) $a = 26, \varepsilon = \frac{5}{13}$ .   |

5. Напишите каноническое уравнение гиперболы (номер задания, которое нужно выполнить, совпадает с номером варианта)

- |  |  |
|--|--|
| 1) а) $a = 3, c = 5$ ; б) $c = 3, \varepsilon = \frac{3}{2}$ ; | 2) а) $b = 4, c = 5$ ; б) $a = 8, \varepsilon = \frac{5}{4}$ ; |
|--|--|

3) а)  $a=4, c=5$ ; б)  $c=9, \varepsilon=\frac{3}{2}$ ;

11) а)  $a=12, c=13$ ; б)  $c=3, \varepsilon=\frac{9}{5}$ ;

4) а)  $b=3, c=5$ ; б)  $a=4, \varepsilon=\frac{5}{4}$ ;

12) а)  $b=12, c=13$ ; б)  $a=4, \varepsilon=\frac{5}{2}$ ;

5) а)  $a=5, c=13$ ; б)  $c=3, \varepsilon=\frac{6}{5}$ ;

13) а)  $a=4, c=5$ ; б)  $c=10, \varepsilon=\frac{5}{3}$ ;

6) а)  $b=5, c=13$ ; б)  $a=8, \varepsilon=\frac{5}{2}$ ;

14) а)  $b=3, c=5$ ; б)  $a=12, \varepsilon=\frac{13}{12}$ ;

7) а)  $a=6, c=10$ ; б)  $c=6, \varepsilon=\frac{3}{2}$ ;

15) а)  $a=7, c=25$ ; б)  $c=6, \varepsilon=\frac{6}{5}$ ;

8) а)  $b=8, c=10$ ; б)  $a=8, \varepsilon=\frac{5}{4}$ ;

16) а)  $b=7, c=25$ ; б)  $a=8, \varepsilon=\frac{5}{2}$ ;

9) а)  $a=8, c=10$ ; б)  $c=12, \varepsilon=\frac{3}{2}$ ;

17) а)  $a=24, c=25$ ; б)  $c=6, \varepsilon=\frac{3}{2}$ ;

10) а)  $b=6, c=10$ ; б)  $a=4, \varepsilon=\frac{5}{4}$ ;

18) а)  $b=24, c=25$ ; б)  $a=4, \varepsilon=\frac{5}{4}$ .

6. Напишите уравнение параболы с вершиной в начале координат, если фокус параболы находится в точке  $F(0, (-1)^k n)$ .

7. Установите, что уравнение  $y^2 + (-1)^k 2my = 2x + n$  определяет параболу. Найдите координаты её вершины  $A$ , величину параметра  $p$  и сделайте чертеж.

8. Установите, что уравнение  $2x^2 + 3y^2 - 4(-1)^k nx + 6(-1)^k my + 2n^2 + 3m^2 - 6 = 0$  определяет эллипс. Найдите координаты его центра, полуоси и сделайте чертеж.

9. Установите, что уравнение  $3x^2 - 2y^2 - 6(-1)^k nx - 4(-1)^k my + 3n^2 - 2m^2 - 6 = 0$  определяет гиперболу. Найдите координаты его центра, полуоси и сделайте чертеж.

10. Определите взаимное расположение поверхности и прямой. В случае, если пересекаются, найдите координаты точек пересечения

а)  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1$  и  $x = 2 + (-1)^n 2t, y = 3t, z = 1 + kt$ ;

б)  $x^2 - 4y^2 = 2z$  и  $x = m + 2t, y = 1 - t, z = k + (-1)^n t$ ;

в)  $\frac{x^2}{4} + y^2 - z^2 = -1$  и  $x = 2t, y = k + (-1)^n t, z = t$ ;

г)  $x^2 + y^2 - 2z^2 = 2m^2$  и  $x = m + t, y = m - t, z = (-1)^n t$ .

11. Установите тип поверхности второго порядка и сделайте её чертеж:

а)  $\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$ ;

б)  $x^2 + y^2 - z^2 = m$ ;

в)  $x^2 - y^2 - z^2 + k = 0$ ;

г)  $x^2 - \frac{y^2}{k^2} + (-1)^n z^2 = 0$ .

## КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

### Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- проверка выполнения индивидуальных заданий;
- проверка домашнего задания;
- устный опрос, в том числе и экспресс-опрос.

Мероприятия текущего контроля отражены в учебно-методической карте.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра как среднее арифметическое.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые по результатам текущего контроля получили не ниже 4 (четырёх) баллов.

## ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

Microsoft Office Excel ver. 2003 и выше, Mathead 2010 Professional и выше, Maple 15 и выше, matlab 6 и выше.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
1	2	3	4
Вычислительные методы и компьютерное моделирование	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	

Заведующий кафедрой математики  
и компьютерной безопасности,  
к.т.н., доцент



И.Б. Бураченко