

УДК 629.113

DOI 10.52928/2070-1616-2024-50-2-70-77

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАНЕВРНОСТИ И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МОДЕЛИ СЕДЕЛЬНОГО АВТОПОЕЗДА С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

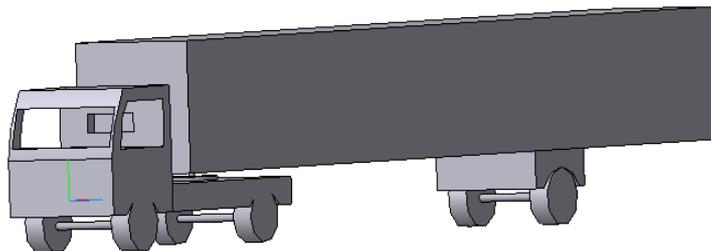
*канд. техн. наук, доц. Д.Л. МОЙСЯ
(Донецкая академия транспорта)*

Решена задача маневренности седельного длиннобазного автопоезда, состоящего из двухосного тягача и одноосного полуприцепа. Построены фазовые портреты системы при различных скоростях, которые позволяют оценить область притяжения прямолинейного движения. Рассмотрены вопросы устойчивости, в частности, влияние параметров управления (θ, v) на устойчивость (неустойчивость).

Ключевые слова: *седельный длиннобазный автопоезд, маневренность, устойчивость, математическая модель, стационарный режим движения, дивергентная неустойчивость, флаттерная неустойчивость, критическая скорость.*

Введение. Во многих отраслях промышленности все большее значение приобретает быстрая и экономичная доставка неделимых крупногабаритных грузов. Обеспечение необходимой для этого грузоподъемности подвижного состава и мощности его двигателя в одном неделимом транспортном агрегате достаточно затруднительно. Главную роль в решении этой проблемы играют длинномерные автомобильные поезда, эксплуатация которых может быть осложнена их конструктивными особенностями, в первую очередь, ограниченной маневренностью в стесненных городских условиях.

В данном случае рассматривается двухзвенный автопоезд, состоящий из ведущего звена (тягача) и ведомого звена (полуприцепа) (рисунок 1).



**Рисунок 1. – Пространственная модель автопоезда
(выполнена в программном комплексе «КОМПАС 3D»)**

Математическая модель канонического автопоезда являлась объектом исследований отечественных и зарубежных, в основном, авторов, однако результаты анализа касались линеаризованных моделей [2–6].

Одной из особенностей данной работы является попытка исследовать нелинейную математическую модель двухзвенного автопоезда – вскрыть картину возможных перестроек конфигурации автопоезда при различных начальных возмущениях фазовых переменных, что требует нестандартных методов анализа (построение фазового портрета и оценка области притяжения устойчивых стационарных режимов).

Цель работы: исследование маневренности и устойчивости модели седельного автопоезда; определение множества стационарных режимов движений, обеспечивающих необходимую маневренность при прохождении круговой габаритной полосы; оценка области притяжения устойчивого стационарного режима; проверка характера потери устойчивости прямолинейного движения (дивергентная, флаттерная).

Основная часть. Постановка задачи. Для наиболее полного описания и исследования возможных стационарных состояний седельного автопоезда с жестким рулевым управлением необходимо выбрать подходящую математическую модель и соответствующие переменные состояния (рисунок 2).

Передняя ось тягача может поворачиваться на угол θ . Связь между звеньями осуществляется цилиндрическим шарниром, который допускает свободное относительное поворачивание звеньев в плоскости их движения.

Положение каждого звена задается координатами x_i, y_i его центра масс C_i и курсовым углом ψ_i (который заключен между продольной осью соответствующего звена и осью абсцисс x неподвижной системы координат).

Параметры системы: v – продольная составляющая скорости центра масс тягача; a, b – расстояние от центра масс тягача до точек крепления передней и задней осей тягача; c – расстояние от центра масс тягача до точки сцепки с задним звеном; d_1 – расстояние от центра масс полуприцепа до точки сцепки; $2K$ – габаритная

ширина автопоезда; k_f – коэффициент трения; k_1, k_2, k_3 – коэффициенты увода на осях; χ_1, χ_2, χ_3 – коэффициенты сцепления при определении боковых сил увода; θ – устанавливаемый угол поворота колес управляемого модуля; Y_1, Y_2, Y_3 – приведенная боковая реакция полотна дороги на опорных осях тягача и полуприцепа.

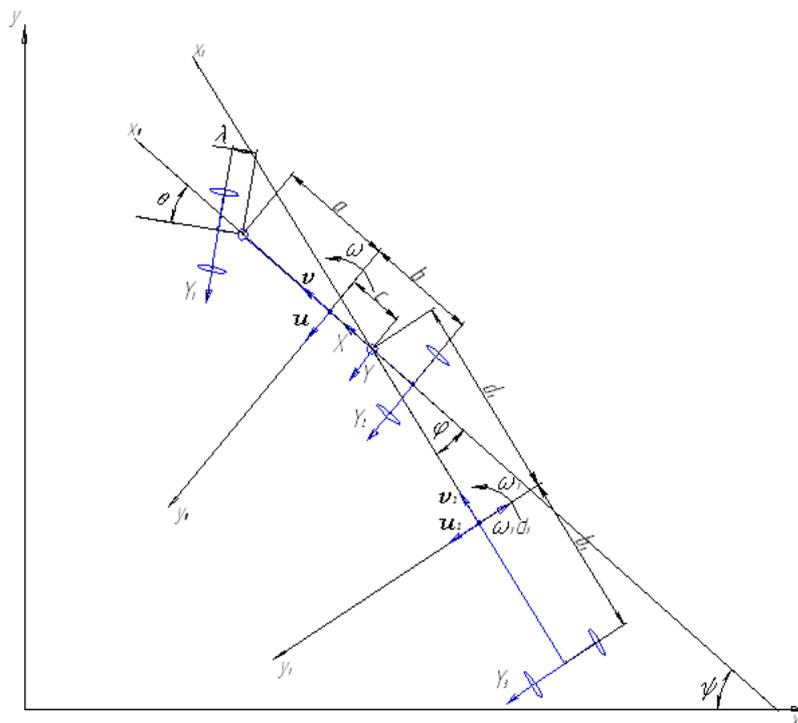


Рисунок 2. – Схема движения автопоезда

Обозначим через $C, C_1, m, m_1, I, I_1, \omega = \dot{\psi}, \omega_1 = \dot{\psi}_1, \phi$ – центры масс, массы, центральные моменты инерции относительно соответствующих вертикальных осей, абсолютные угловые скорости ведущего и ведомого звеньев и угол складывания (заключен между продольными осями тягача и полуприцепа). Тогда

$$\omega_1 = \omega - \dot{\phi}.$$

Зададим абсолютные скорости точек C, C_1 разложениями по ортам соответствующих базисов:

$$\begin{aligned} v_c &= i_0 v + j_0 u, & v_{c1} &= i_1 v_1 + j_1 u_1, \\ v &= \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi, & u &= -\dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi, \\ v_1 &= v \cdot \cos \phi - (u - \omega \cdot c) \cdot \sin \phi, & u_1 &= v \cdot \sin \phi + (u - \omega \cdot c) \cdot \cos \phi - \omega_1 \cdot d_1. \end{aligned} \tag{1}$$

Система дифференциальных уравнений движения автопоезда описывает изменение фазовых переменных (u, ω, ϕ, Φ): u – поперечная составляющая скорости центра масс тягача (квазискорость), U – ее производная в подвижной системе координат; Ω – угловое ускорение относительно вертикальной оси; Φ – скорость складывания угла ϕ ; $\rho\rho$ – угловое ускорение ведомого звена относительно вертикальной оси.

Среди различных теорий качения упругодеформируемых колес наибольшее распространение получила аксиоматика, согласно которой боковая реакция Y_i полотна дороги, приложенная в центре пятна контакта катящегося упругого колеса, является функцией лишь так называемого угла увода δ_i .

Приведенные углы бокового увода колесных осей определяются выражениями

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \theta - \arctg \frac{(u + a\omega)}{v}, \\ \delta_2 &= \arctg \frac{-u + b\omega}{v}, \\ \delta_3 &= \arctg \frac{-u_1 + b_1\omega_1}{v_1}. \end{aligned} \tag{2}$$

Зависимости сил бокового увода, имеющие эмпирическое происхождение [1], можно аппроксимировать выражениями (монотонно возрастающая функция, имеющая характер кривой насыщения):

$$Y_i = k_i \delta_i / \sqrt{1 + (k_i \delta_i / \chi_i Z_i)^2}, \quad (3)$$

где Z_i – реакции опорной поверхности на осях.

Пренебрегая перераспределением нормальных реакций между боковыми колесами, будем считать боковые колеса каждой оси замененными одним приведенным колесом с центром в середине оси. Тогда

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{l} [mgb - m_2 g \frac{b_1}{L_1} (c - b)], \\ Z_2 &= \frac{1}{l} [mga + m_2 g \frac{b_1}{L_1} (c + a)], \\ Z_3 &= m_2 g \frac{d_1}{L_1}; \quad l = a + b; \quad L_1 = d_1 + b_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Вывод дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения седельного автопоезда методом сечений [3]. Применяя метод сечений, получим следующие уравнения плоскопараллельного движения, в проекциях на оси неизменно связанные со звеньями, для тягача и полуприцепа соответственно.

1. Уравнения движения тягача.

$$\begin{aligned} m(V - u\omega) - X + Y_1 \sin(\theta) &= 0, \\ m(U + v\omega) - Y - Y_1 \cos(\theta) - Y_2 &= 0, \\ J\Omega + Yc - Y_1 a \cos(\theta) + Y_2 b &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

2. Уравнения движения прицепа.

$$\begin{aligned} m_1(V_1 - u_1\omega_1) + X \cos(\phi) - Y \sin(\phi) &= 0, \\ m_1(U_1 + v_1\omega_1) + X \sin(\phi) + Y \cos(\phi) - Y_3 &= 0, \\ J_1\Omega_1 + X d_1 \sin(\phi) + Y d_1 \cos(\phi) + Y_3 b_1 &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Исключая из (5) и (6) внутренние силы X, Y взаимодействия подсистем, получим систему нелинейных дифференциальных уравнений (7):

– по переменной v :

$$\begin{aligned} m(V - u\omega) - Y_3 \sin(\phi) + m_1 d_1 PP \sin(\phi) - m_1 d_1 \Omega \sin(\phi) + m_1 d_1 \Phi^2 \cos(\phi) - \\ - 2 m_1 d_1 \Phi \omega \cos(\phi) + m_1 d_1 \omega^2 \cos(\phi) - \omega u m_1 + V m_1 + \omega^2 m_1 c + Y_1 \sin(\theta) &= 0; \end{aligned}$$

– по переменной u :

$$\begin{aligned} m(U + v\omega) - Y_3 \cos(\phi) + m_1 d_1 PP \cos(\phi) - m_1 d_1 \Omega \cos(\phi) - m_1 d_1 \Phi^2 \sin(\phi) + \\ + 2 m_1 d_1 \Phi \omega \sin(\phi) - m_1 d_1 \omega^2 \sin(\phi) + \omega v m_1 + U m_1 - \Omega m_1 c - Y_1 \cos(\theta) - Y_2 &= 0; \end{aligned} \quad (7)$$

– по переменной ω :

$$\begin{aligned} J\Omega - (2 m_1 d_1 \Phi \omega \sin(\phi) - m_1 d_1 \Phi^2 \sin(\phi) - m_1 d_1 \omega^2 \sin(\phi) - m_1 d_1 \Omega \cos(\phi) + \\ + m_1 d_1 PP \cos(\phi) + U m_1 - Y_3 \cos(\phi) - \Omega m_1 c + \omega v m_1) c - Y_1 a \cos(\theta) + Y_2 b &= 0; \end{aligned}$$

– по углу складывания:

$$\begin{aligned} J_1(\Omega - PP) + (Y_3 \sin(\phi) - m_1 d_1 PP \sin(\phi) + m_1 d_1 \Omega \sin(\phi) - m_1 d_1 \Phi^2 \cos(\phi) + \\ + 2 m_1 d_1 \Phi \omega \cos(\phi) - m_1 d_1 \omega^2 \cos(\phi) + \omega u m_1 - V m_1 - \omega^2 m_1 c) d_1 \sin(\phi) - \\ - (2 m_1 d_1 \Phi \omega \sin(\phi) - m_1 d_1 \Phi^2 \sin(\phi) - m_1 d_1 \omega^2 \sin(\phi) - m_1 d_1 \Omega \cos(\phi) + \\ + m_1 d_1 PP \cos(\phi) + U m_1 - Y_3 \cos(\phi) - \Omega m_1 c + \omega v m_1) d_1 \cos(\phi) + Y_3 b_1 &= 0. \end{aligned}$$

Допустим, рассматривается равномерное движение, тогда $v = \text{const}$, а значит, $V = 0$. Подставив в систему уравнений (7) значение $V = 0$, разрешим ее относительно старших производных (U, PP, Ω). Получим систему уравнений в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} U &= U(u, \omega, \phi, \Phi), \\ \Omega &= \Omega(u, \omega, \phi, \Phi), \\ PP &= PP(u, \omega, \phi, \Phi). \end{aligned} \tag{8}$$

Результаты численного анализа математической модели автопоезда. При выводе уравнений движения и численном интегрировании использовался пакет Maple.

1. Нахождение круговых стационарных режимов движения.

Стационарным решениям (состояниям равновесия, особым точкам, точкам покоя) $\omega = \text{const}$, $u = \text{const}$, $\phi = \text{const}$ системы (реализуются при $v = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$) отвечают круговые траектории всех точек двухзвенника в плоскости дороги.

Задание параметров системы:

$$\begin{aligned} m &= 6500 \text{ кг}, m_2 = 36500 \text{ кг}, a = 0,4 \text{ м}, b = 3,2 \text{ м}, c = 2,7 \text{ м}, b_1 = 2,8 \text{ м}, d_1 = 5,4 \text{ м}, v = 4,5 \text{ м/с}, \theta = 0,38, \\ k_1 &= 160\,000 \text{ Н}, k_2 = 326\,000 \text{ Н}, k_3 = 365\,000 \text{ Н}, J = 0,35 * m * a * b \text{ кг м}^2, J_2 = 0,8 * m_1 * d_1 * b_1 \text{ кг м}^2, \\ \chi_i &= 0,8, K = 1,5 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ниже представлены результаты численного интегрирования модели при значениях управляющих параметров v и θ .

Так, значениям ($v = 4,8 \text{ м/с}$, $\theta = 0,42 \text{ рад}$) и ($v = 5 \text{ м/с}$, $\theta = 0,38 \text{ рад}$) соответствуют круговые стационарные режимы соответственно

$$\{ u^* = 1,141 \text{ м/с}, \omega^* = 0,553 \text{ рад/с}, f^* = 1,178 \text{ рад} \} \text{ и } \{ u^* = 1,062 \text{ м/с}, \omega^* = 0,511 \text{ рад/с}, \phi^* = 0,874 \text{ рад} \},$$

траектория движения центра тяжести тягача в плоскости дороги и конфигурация автопоезда представлены на рисунке 3.

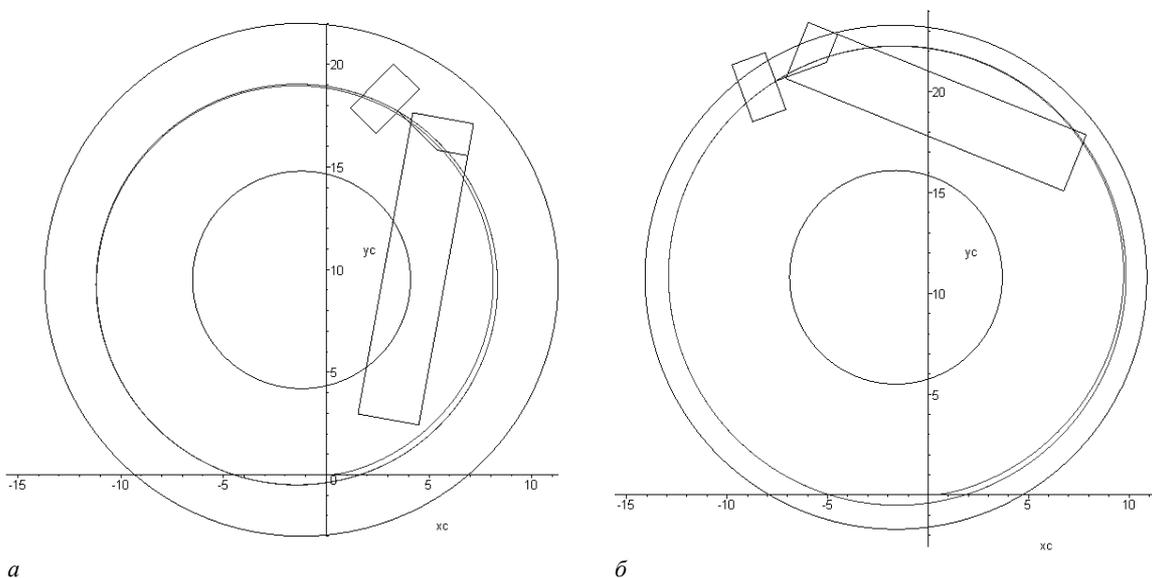
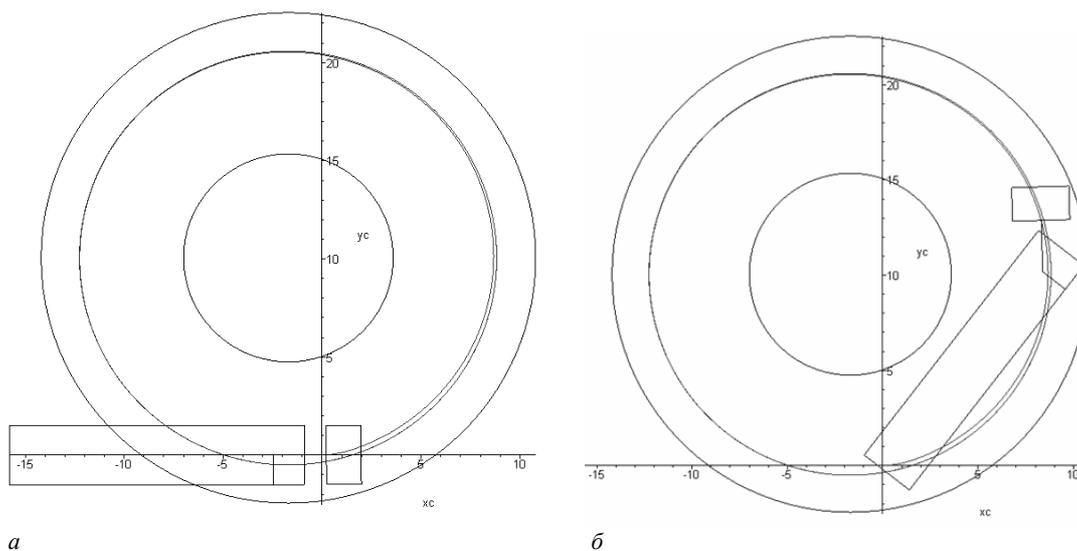


Рисунок 3. – Траектория центра тяжести тягача в плоскости дороги при ($v = 4,8 \text{ м/с}$, $\theta = 0,42 \text{ рад}$) (а), при ($v = 5 \text{ м/с}$, $\theta = 0,38 \text{ рад}$) (б)

На рисунке 3 показаны положения автопоезда при движении по круговому коридору, габариты которого соответствуют стандартам ЕС. Видно, что при заданных управляющих параметрах в первом случае полуприцеп, а во втором случае тягач и полуприцеп выходят за габариты коридора.

Необходимо найти значения параметров v и θ , при которых автопоезд будет проходить круговой коридор, вписываясь в его габариты. Методом последовательных приближений были получены такие значения управляющих параметров: $v = 4,5 \text{ м/с}$, $\theta = 0,38 \text{ рад}$.

Рисунок 4 иллюстрирует процесс прохождения автопоездом кругового коридора, габариты которого соответствуют стандартам ЕС.



а – вхождение в коридор; б – прохождение коридора

**Рисунок 4. – Прохождение автопоездом кругового коридора
(габариты коридора соответствуют стандартам ЕС)**

2. Определение области устойчивости прямолинейного режима в пространстве параметров (аналитическое и численное определение критической скорости прямолинейного движения).

Для численного определения критической скорости используется линейное приближение исходной системы и определяется спектр собственных значений при различных значениях скорости. Этот подход дает возможность установить факт устойчивости (неустойчивости) для конкретного набора конструктивных параметров. Метод деления интервала пополам дает возможность определить момент потери устойчивости (v_{kr}) [2].

Так, набору параметров

$$\chi_i = 0,8, K = 1,5 \text{ м}, k_1 = 160\,000 \text{ Н}, k_2 = 226\,000 \text{ Н}, k_3 = 270\,000 \text{ Н},$$

$$m = 6500 \text{ кг}, m_2 = 36\,500 \text{ кг}, a = 0,4 \text{ м}, b = 3,2 \text{ м}, c = 2,7 \text{ м}, b_1 = 2,8 \text{ м}, d_1 = 5,4 \text{ м}, v = 4,5 \text{ м/с}, \theta = 0,$$

$$J = 0,35 * m * a * b \text{ кг м}^2, J_2 = 0,8 * m_1 * d_1 * b_1 \text{ кг м}^2$$

при значении $v = 20 \text{ м/с}$ соответствует спектр собственных значений:

$$\begin{aligned} eigv := & -0.6241640318 + 1.342794302 \quad I, -0.4253230590, -1.932232332, \\ & -0.6241640318 - 1.342794302 \quad I \end{aligned}$$

Корни характеристического уравнения системы в вариациях имеют отрицательные действительные части, поэтому, согласно теореме Ляпунова, прямолинейный режим движения устойчивый.

При $v = 35 \text{ м/с}$ имеем:

$$\begin{aligned} eigv := & 0.08371808044, -0.3860627656 + 1.512924892 \quad I, -1.372097383, \\ & -0.3860627656 - 1.512924892 \quad I \end{aligned}$$

Один действительный корень положителен – режим неустойчивый.

Следовательно, в интервале скоростей $20 \text{ м/с} < v < 35 \text{ м/с}$ происходит потеря устойчивости прямолинейного движения; значению v_{kr} , при котором это происходит, отвечает нулевое собственное значение (так называемый критический случай одного нулевого корня – дивергентная устойчивость). При этом начальные возмущения фазовых переменных растут аperiодически. Случаю пары комплексных собственных значений с нулевой действительной частью соответствует периодический рост начальных возмущений фазовых переменных – флаттерная неустойчивость.

При $v = 31 \text{ м/с}$:

$$\begin{aligned} eigv := & 0.0007759302256, -0.4319365867 + 1.490179879 \quad I, -1.463279177, \\ & -0.4319365867 - 1.490179879 \quad I \end{aligned}$$

Один из действительных корней с некоторой степенью точности равен нулю, это означает, что при значении скорости $v_{kr} = 31 \text{ м/с}$ произошла дивергентная потеря устойчивости.

Аналитическое выражение для определения критической скорости (дивергентная потеря устойчивости) имеет вид:

$$v_{kr} = \sqrt{\frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_1 \cdot l^2}{(m \cdot L_1 + m_1 \cdot b_1)(k_1 \cdot a - k_2 \cdot b) + c \cdot m_1 \cdot b_1 (k_1 + k_2)}} \quad (9)$$

Численное значение критической скорости при выбранных параметрах системы $v_{kr} = 30,97$ м/с, что подтверждает результаты метода последовательных приближений.

Из выражения (9) следует, что v_{kr} зависит от некоторых конструктивных параметров. Проанализируем, как изменяется v_{kr} при варьировании L_1 и m_1 .

Меняя лишь массу полуприцепа, получим следующую зависимость критической скорости (рисунок 5, а).

Приняв $m_1 = 33\,000$ кг, определяем, что дивергентная потеря устойчивости наступает при значении $v_{kr} = 123$ м/с. При некоторых условиях флаттерная потеря устойчивости может произойти раньше, чем дивергентная. Проверим это предположение, определив спектр собственных значений системы при $v = 120$ м/с:

$$eigv := -0.1835379687 + 1.848346011 I, -0.1439906210 + 0.5802589752 I, \\ -0.1439906210 - 0.5802589752 I, -0.1835379687 - 1.848346011 I$$

Действительные части корней отрицательны, поэтому можно утверждать, что флаттерная потеря устойчивости не наступает, т.е. режим устойчивый.

Спектр собственных значений системы при $v_{kr} = 123$ м/с:

$$eigv := -0.1431151996 + 1.740754727 I, -0.2982020032 \cdot 10^{-6}, -0.3338362204, \\ -0.1431151996 - 1.740754727 I$$

Один из корней с большой точностью равен нулю.

Изменяя положение центра тяжести полуприцепа, т.е. варьируя отношением d_1 / b_1 , получим следующую зависимость критической скорости (рисунок 5, б).

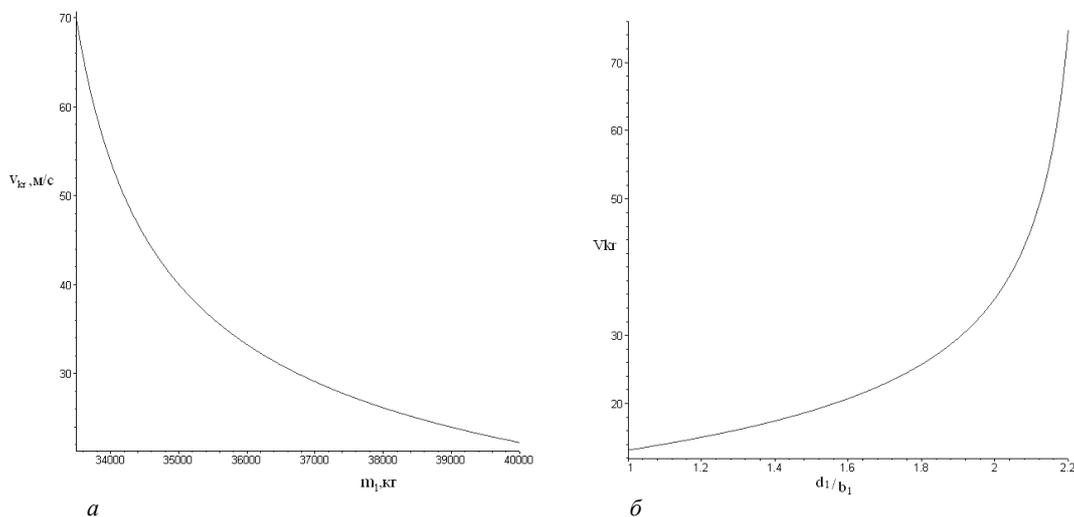


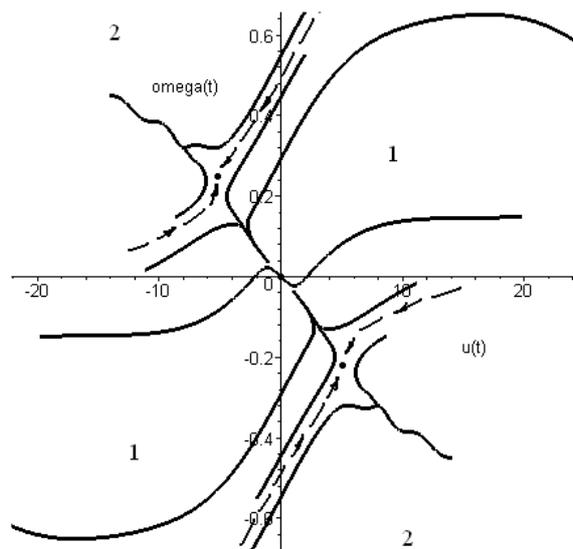
Рисунок 5. – График зависимости $v_{kr} = f(m_1)$ (а), график зависимости $v_{kr} = f(d_1 / b_1)$ (б)

Из графика следует, что при приближении центра тяжести полуприцепа к точке сцепки значение критической скорости будет уменьшаться.

Построение фазовых портретов модели (анализ области устойчивости прямолинейного режима). Система (7) при уравновешенных продольных силах ($X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0$) допускает очевидное решение $\{v = \text{const}, u = 0, \omega = 0, \theta = 0, \phi = 0, \Phi = 0\}$, которое соответствует равномерному прямолинейному движению автопоезда (стационарный прямолинейный режим). Очевидно, все множество стационарных режимов определяется системой (7), в которой нужно положить $U = 0, \Omega = 0, \Phi = 0, PP = 0$.

Приняв управляющий параметр системы $v = 20$ м/с, $\theta = 0$, построим фазовый портрет в пространстве переменных (u, ω) . Система имеет три стационарных режима, на фазовой плоскости им соответствуют три особые точки: в начале координат устойчивый узел (отвечает прямолинейному режиму) и симметрично расположенные две седловые точки (соответствуют неустойчивым круговым режимам). При увеличении параметра v седловые особые точки приближаются к началу координат, разрушая устойчивость прямолинейного режима при $v = v_{kr}$. Область устойчивости прямолинейного режима ограничивают входящие сепаратрисы седловых особых точек (рисунок 6) [4]. Координаты седловых точек найдены численно с использованием пакета Maple:

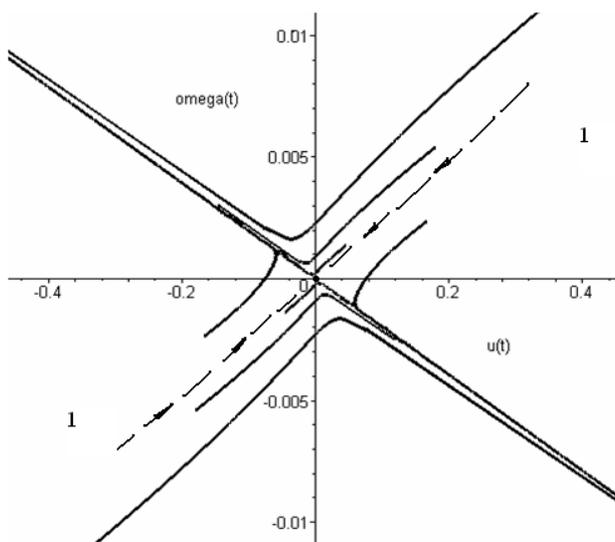
$$(u = -5,279, \phi = -0,0653, \omega = 0,2198), (u = 5,279, \phi = 0,0653, \omega = -0,2198).$$



1 – область устойчивости, 2 – область неустойчивости

Рисунок 6. – Фазовый портрет системы при докритической скорости

Фазовый портрет системы при $v > v_{kr}$ представлен на рисунке 7. Координаты седловой особой точки $(u = 0, \phi = 0, \omega = 0)$.



1 – область неустойчивости

Рисунок 7. – Фазовый портрет системы при закритической скорости

Система имеет один неустойчивый прямолинейный режим движения, ему соответствует седловая особая точка в начале координат; начальные возмущения растут аperiodически, что соответствовало бы явлению заноса. Фазовые переменные в этом случае приближаются к устойчивым сепаратрисам седла.

Заключение. Определены условия устойчивости, в частности прямолинейного движения седельного автопоезда, влияние на критическую скорость конструктивных параметров (случай дивергентной неустойчивости). Построены графики зависимости критической скорости от массы полуприцепа и его геометрических параметров. Флаттерная потеря устойчивости при рассматриваемых значениях параметров не обнаружена.

Построены фазовые портреты системы при различных скоростях, позволяющие оценить область притяжения прямолинейного движения. Область ограничена сепаратрисами. С помощью фазовых портретов могут быть оценены начальные значения фазовых переменных, которые приведут к выводу системы из области устойчивости. Реализация начальных возмущений может быть вызвана внешними воздействиями (боковой ветер, удар о бровку проезжей части и т.д.). Для выбранных конструктивных параметров модели определены значения скорости (v) и угла поворота управляемых колес (θ), которые обеспечивают прохождение кольцевого габаритного коридора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рокар И. Неустойчивость в механике. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959. – 288 с.
2. Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. – Киев: Наук. думка, 1990. – 232 с.
3. Эллис Д.Р. Управляемость автомобиля. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.
4. Вербицкий В.Г., Лобас Л.Г. Бифуркации и устойчивость стационарных состояний связки катящихся упругодеформированных тел // Приклад. механика. – 1987. – 23, № 8. – С. 101–106.
5. Вербицкий В.Г., Лобас Л.Г. Вещественные бифуркации двухзвенных систем с качением // Приклад. математика и механика. – 1996. – 60, № 3. – С. 418–425.
6. Вербицкий В.Г., Загороднов М.И. Определение и анализ устойчивости круговых стационарных режимов движения модели седельного автопоезда // Вісн. Донец. акад. автомобіль. транспорту: сб. наук. пр. – 2007. – Вып. 1. – С. 10–19.

REFERENCES

1. Rokar, I. (1959). *Neustoiichivost' v mekhanike*. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury. (In Russ.)
2. Lobas, L.G. & Verbitskii, V.G. (1990). *Kachestvennyye i analiticheskie metody v dinamike kolesnykh mashin*. Kiev: Naukova dumka. (In Russ.)
3. Ellis, D.R. (1975). *Upravlyaemost' avtomobilya*. Moscow: Mashinostroenie. (In Russ.)
4. Verbitskii, V.G. & Lobas, L.G. (1987). Bifurkatsii i ustoichivost' statsionarnykh sostoyanii svyazki katyashchikhsya uprugodeformirovannykh tel. *Prikladnaya mekhanika*, 23(8), 101–106. (In Russ.)
5. Verbitskii, V.G. & Lobas, L.G. (1996). Veshchestvennye bifurkatsii dvukhzvennykh sistem s kacheniem [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [Real bifurcations of two-link rolling systems]*, 60(3), 418–425.
6. Verbitskii, V.G. & Zagorodnov, M.I. (2007). Opredelenie i analiz ustoichivosti krugovykh statsionarnykh rezhimov dvizheniya modeli sedel'nogo avtopoezda [Визначення та аналіз стійкості кругових стаціонарних режимів руху моделі сидельного автопоїзда. = Definition and analysis of stability of circular stationary modes of motion of a model of a road train]. *Vestnik Donetskoi akademii transporta [Вісник донецької академії транспорту. = Bulletin of Donetsk Transport Academy]*, (1), 10–19. (In Russ., abstr. in Ukrainian, abstr. in Engl.)

Поступила 28.06.2024

**DETERMINATION OF MANEUVERABILITY AND ANALYSIS OF STABILITY OF MOVEMENT
OF A MODEL OF A SADDLE TRUCK TRAIN
USING MATHEMATICAL MODELING**

D. MOISYA
(Donetsk Academy of Transport)

The problem of maneuverability of a long-wheelbase truck train consisting of a two-axle tractor and a single-axle semi-trailer has been solved. Phase portraits of the system are constructed at different speeds, which allow us to estimate the area of attraction of rectilinear motion. The issues of stability are considered, in particular, the influence of control parameters (θ, v) on stability (instability).

Keywords: long-wheelbase road train, maneuverability, stability, mathematical model, stationary motion mode, divergent instability, flutter instability, critical speed.