

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой

Ю.Я. Романовский

«_____» 2023 г.

Регистрационный № УД-884/23 уч.



МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности

**1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)»,
направление специальности**

**1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и
программные системы)»**

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 1-98 01 01-2021 учебного плана по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)».
Регистрационный № 21-21/ уч. ФКНЭ от 26.07.2021г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

СКОРОМНИК ОКСАНА ВАЛЕРЬЕВНА, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 6 от «30» мая 2023 г.)

Методической комиссией факультета компьютерных наук и электроники учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»
(протокол № 10 от «22» июня 2023 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современные техника, наука, экономика, финансы существенно используют экстремальные свойства процессов и систем. Поэтому достижения в теории оптимизации - в математическом программировании, теории управления - находят многие важные области применения. Специалист в области практического использования информационных технологий должен уметь составлять математические модели практических экстремальных задач, проводить их теоретический анализ, разрабатывать самостоятельно или использовать известные методы решения, реализовать эти методы на ЭВМ и делать выводы по изучаемой задаче.

Цель изучения дисциплины «Методы оптимизации» - изучение математического аппарата и методов, используемых при решении экстремальных задач и задач оптимального управления, возникающих в практической деятельности.

Задачи изучения дисциплины «Методы оптимизации». При изучении данной дисциплины требуется разрешить основные задачи:

- сформировать базовые понятия в области методов оптимизации компьютерных систем;
- выработать у студентов навыки по применению методов оптимизации и алгоритмов решения прикладных задач на высоком профессиональном уровне;
- подготовить студентов к внедрению этих методов и алгоритмов в современной экономической системе.

Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины. При изучении дисциплины «Методы оптимизации» у студентов специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» должен сформироваться набор компетенций, соответствующих присваиваемой по завершению высшего образования квалификации «Специалист по защите информации. Математик» обеспечивающих выпускникам по указанной специальности успешность применения полученных знаний и умений в дальнейшей профессиональной деятельности:

универсальные компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

УК-2. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности.

УК-6. Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности.

специализированные компетенции:

СК-1. Использовать методы функционального анализа и применять их для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики.

СК-7. Использовать методы решения задач математического программирования, включая линейное, выпуклое, нелинейное, дискретное программирование, методы решения бесконечномерных задач оптимизации,

применять теорию двойственности при исследовании оптимизационных задач. СК-8. Владеть базовыми принципами построения и анализа математических моделей типовых задач дискретной математики, интерпретировать получаемые результаты анализа математических моделей и осуществлять выбор структур данных для разработки эффективных алгоритмов решения прикладных задач.

СК-10. Владеть классическими и современными методами численного решения оптимизационных задач, навыками их практической реализации, определять возможности применения изученных методов к задачам, возникающим в машинном обучении.

В результате изучения дисциплины «Методы оптимизации» обучаемый должен:

знать:

- основы теории оптимизации и управления;
- методы линейного программирования;
- транспортные задачи;
- методы решения задач выпуклого и нелинейного программирования;
- основы динамического и целочисленного программирования;
- теорию о двойственности в линейном, выпуклом программировании;
- основные задачи и методы вариационного исчисления;
- принцип максимума;

уметь:

- использовать методы линейного программирования: графический метод, симплексный метод, метод потенциалов, минимального тарифа;
- использовать методы нелинейного и выпуклого программирования: обобщенное правило множителей Лагранжа, принцип максимума Понтрягина;
- использовать динамическое программирование: задача распределения ресурсов, задача о кратчайшем пути задачи сетевого планирования;
- использовать вычислительные методы нелинейного программирования: методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск, градиентные методы, метод Ньютона, метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций;
- использовать методы вариационного исчисления;
- моделировать практические оптимизационные задачи;
- применять методы решения оптимизационных задач;
- проводить анализ решения;
- корректировать решения при изменении исходных данных;

владеть:

- методами моделирования оптимизационных задач;
- методами решения оптимизационных задач;
- методами проведения анализа решения и прогнозирования;
- основными подходами к составлению математических моделей и их анализу;
- навыками реализовывать методы на ЭВМ.

Перечень дисциплин, в продолжение и на базе которых изучается дисциплина.

Для изучения учебной дисциплины «Методы оптимизации» по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» необходимы знания, полученные при изучении базовых дисциплин: «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Перечень дисциплин, которые изучаются на базе дисциплины.

Знания полученные при изучении дисциплины «Методы оптимизации» по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» являются основой для дисциплин: «Исследование операций», «Базы данных», а также при изучении ряда дисциплин специализации. Изучение учебной дисциплины позволяет дать студентам базу, необходимую для успешного усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, а также получить знания, необходимые им в дальнейшем для успешной работы.

Форма получения высшего образования – дневная.

В соответствии с учебным планом по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» на изучение учебной дисциплины отводится:

Форма получения высшего образования первой ступени	дневная
Курс	3
Семестр	5
Всего часов по дисциплине	108
В том числе:	
Всего аудиторных часов по дисциплине	54
Лекции, часов	36
Лабораторные занятия, часов	18
Самостоятельная работа студентов, часов	54
Форма промежуточной аттестации	экзамен
Трудоёмкость дисциплины, зач. ед	3
Курсовая работа по учебной дисциплине, часов	36
Трудоёмкость курсовой работы, зач. ед.	1

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ

Цели и задачи изучения дисциплины. Содержание и структура дисциплины. Основные термины и определения, использующиеся в материале.

РАЗДЕЛ 1 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 1.1 Основные понятия и определения

Предмет теории алгоритмов. Историческое развитие теории алгоритмов и ее место среди других математических наук и в естествознании. Формальное описание задачи. Размерность задачи. Асимптотики O , Ω , Θ . Полиномиальные, псевдополиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Примеры алгоритмов решения задач и оценка их трудоемкости. Проектирование и анализ алгоритмов. Показатели эффективности алгоритмов.

Тема 1.2 Математическая модель линейного программирования

Классификация производственных задач. Целевой вектор. Графический метод решения задачи линейного программирования (ЗЛП). Классическая и нормальная формы линейного программирования. Базисный план.

Тема 1.3 Симплекс - метод

Общая, каноническая, нормальная формы задачи симплекс-метода, эквивалентность постановок. Четыре основных теоремы симплекс-метода. Определение невырожденной задачи. Описание алгоритма симплекс-метода. Нахождение начального опорного плана. Критерий оптимальности решения. Итерация симплекс - метода. Условия бесконечности решений.

Тема 1.4 Теория двойственности, критерий решения

Двойственность в линейном программировании. Двойственная каноническая задача линейного программирования. Базисный двойственный план и псевдоплан. Критерий оптимальности базисного двойственного плана. Итерация двойственного симплекс - метода. Анализ решения: единственность оптимальных прямого и двойственного планов, физический смысл двойственных переменных, анализ чувствительности.

Тема 1.5 Матричная транспортная задача

Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов. Некоторые приложения линейного программирования: задачи на минимакс, кусочно - линейная экстремальная задача, приложение к исследованию линейных соотношений и матричных игр.

РАЗДЕЛ 2 ВЫПУКЛОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 2.1 Задача с ограничениями в виде равенств

Задача с ограничениями в виде равенств. Правило множителей Лагранжа. Теорема (необходимые условия экстремума). Задача с гладкими ограничениями типа равенств и неравенств в конечномерных пространствах. Теорема об обратной функции. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества (выпуклые коническая оболочка, выпуклая комбинация, плоскость, полупространство). Выпуклые функции и их свойства, неравенство Йенсена. Надграфик функции, субдифференциал функции. Основная задача выпуклого программирования. Две теоремы отделимости для выпуклых множеств в конечномерных пространствах. Экстремальные задачи на выпуклых множествах и выпуклых функциях, задающие ограничения в виде равенств и неравенств. Теорема Куна - Таккера.

Тема 2.2 Двойственность в выпуклом программировании

Теория двойственности в выпуклом программировании. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования.

РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 3.1 Классификация задач нелинейного программирования

Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте.

Тема 3.2 Задачи со смешанными ограничениями

Задачи на условный минимум. Обобщенное правило множителей Лагранжа. Классическое правило множителей Лагранжа. Лемма о включении. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности. Задача с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера- Пуассона.

РАЗДЕЛ 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Тема 4.1 Классификация методов нелинейного программирования

Метод ветвей и границ. Классификация вычислительных методов. Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.

Тема 4.2 Методы условной и безусловной оптимизации

Методы условной и безусловной оптимизации. Минимизации унимодальных функций: методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск. Методы безусловной оптимизации: градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.

РАЗДЕЛ 5. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 5.1 Многоэтапные задачи оптимизации

Применение методов динамического программирования к решению конечномерных задач. Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования.

РАЗДЕЛ 6. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Тема 6.1 Классическое вариационное исчисление

Допустимые функции. Определение локального и абсолютного экстремума, слабого и сильного экстремумов. Лемма Дюбуа-Реймона. Теорема (Необходимые условия экстремума в простейшей вариационной задаче). Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача Больца, интегрант, терминант. Теорема (Необходимые условия экстремума в задаче Больца). Задача о брахистохроне, интегральные(изопериметрические) ограничения. Теорема (Необходимые условия экстремума в изопериметрической задаче). Допустимые кривые. Слабая и сильные экстремали. Задача с подвижными концами. Лемма - выполнение условий Якоби и условия Лежандра является необходимыми глобальными условиями экстремума в вариационной задаче. Теорема (достаточные условия экстремума в вариационной задаче). Функция Вейерштрасса. Примеры анализа экстремалей функционалов с помощью функции Вейерштрасса. Достаточное условие экстремума функционала через условие Лежандра.

Тема 6.2. Задача Лагранжа.

Ограничения типа дифференциального уравнения. Классы функций и допустимые тройки в задаче Лагранжа. Теорема Люстерника о касательном пространстве. Теорема Колмогорова для условного экстремума гладкого функционала с ограничением типа функционального уравнения в бесконечномерных пространствах (аналог правила множителей Лагранжа в конечных задачах- линейный функционал из сопряженного пространства). Сопряженные пространства и операторы. Лемма об аннуляторе ядра оператора, лемма об аннуляторе.

Тема 6.3 Принцип максимума Понтрягина

Задача Ньютона о минимальном лобовом сопротивлении на классе непрерывных и кусочно - дифференцируемых функций. Задача о мягкой посадке на Луну. Теорема (Принцип максимума Понтрягина) Задача оптимального управления.

ТРЕБОВАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Цель курсовой работы – дать студентам теоретические знания в области методов оптимизации, а также навыки в постановке и решении различных задач оптимизации.

Выполнение курсовой работы состоит в последовательной реализации следующих этапов:

- изучение литературных источников по выбранному направлению исследований;
- анализ вариантов решения поставленной задачи на основе изученного теоретического материала;
- изложение в краткой форме основных теоретических положений, характеризующих выбранное направление исследований;
- разработка подхода к решению поставленной конкретной задачи;
- оформление курсовой работы в соответствии с предъявляемыми к оформлению требованиями.

Выбор темы курсовой работы осуществляется из утвержденного кафедрой перечня. Заведующий кафедрой назначает научного руководителя. После консультаций с научным руководителем разрабатывается план курсовой работы.

Примерная тематика курсовых работ

1. Геометрия задачи линейного программирования.
2. Двойственный симплекс-метод и доказательство теоремы двойственности.
3. Задачи целочисленного программирования.
4. Задачи параметрического линейного программирования в экономике.
5. Варианты транспортной задачи. Транспортная задача по критерию времени.
6. Методы решения систем линейных неравенств.
7. Конечность симплекс алгоритма.
8. Сетевые задачи (о почтальоне, коммивояжере, задача размещения).
9. Составление кратчайших маршрутов.
10. Задача о максимальном потоке в сети.
11. Задачи оптимизации в математике и физике.
12. Метод ветвей и границ в задаче о коммивояжере.
13. Метод ветвей и границ в задаче календарного планирования.
14. Основные понятия теории графов.
15. Модели сетевого планирования.
16. Основные понятия многокритериальной оптимизации.
17. Метод анализа иерархий.
18. Задачи дробно-линейного программирования.

Содержание курсовой работы определяется: содержанием соответствующего учебного курса; современным состоянием выбранного направления исследований; доступными литературными источниками; собранным для выполнения курсовой работы фактическим материалом.

Курсовая работа имеет, как правило, следующую структуру:

- титульный лист;
- задание;
- аннотация;
- содержание;
- введение (актуальность, значение темы, цель работы);
- основная часть (состоящая, как правило, из двух разделов: 1 – теоретические основы разрабатываемой темы; 2 – практическая часть);
- заключение (выводы);
- список используемой литературы;
- приложения.

Во введении дается обоснование темы работы, определяется ее практическая или теоретическая значимость для специальности, формулируются цели и задачи курсовой работы, а также приводится ее краткая аннотация (количество страниц, рисунков, таблиц, приложений, литературных источников).

В теоретической части раскрывается современное состояние выбранного направления исследований со ссылками на литературные источники, а также рассматривается конкретная система, использование которой стимулировало развитие данного направления информационных технологий.

В заключении в лаконичной форме подводятся итоги проделанной работы и делаются основные выводы.

В списке литературы в алфавитном порядке приводятся цитируемые литературные источники.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Методы оптимизации»
Дневная форма получения высшего образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество часов				Литература	Формы контроля знаний
		лекции	лабораторные занятия	практические занятия	УСРС		
1	2	3	4	5	6	8	9
	ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ						
1	<i>Введение в дисциплину «Методы оптимизации». Цели и задачи изучения дисциплины. Содержание и структура дисциплины. Основные термины и определения, используемые в материале. Задачи оптимизации, возникшие исторически.</i>	2				[1-3,4, 6]	
	Раздел 1 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
2	<i>Тема 1.1 Основные понятия и определения</i> Предмет теории алгоритмов. Историческое развитие теории алгоритмов и ее место среди других математических наук и в естествознании. Формальное описание задачи. Размерность задачи. Асимптотики O , Ω , Θ . Полиномиальные, псевдополиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Примеры алгоритмов решения задач и оценка их трудоемкости. Проектирование и анализ алгоритмов. Показатели эффективности алгоритмов. <i>Лабораторная работа 1.</i> Задача Дидоны, изопериметрическая задача, задача о быстродействии, задача о брахистохроне. Вычисление производных по Гато и по Фреше от функционалов и отображений.	2	2			[1-3,4, 6]	Письменный контроль защита лабораторной работы
3	<i>Тема 1.2 Математическая модель линейного программирования</i> Классификация производственных задач.					[1,3,4, 6]	

	Целевой вектор. Графический метод решения. Классическая и нормальная формы линейного программирования. Базисный план.	2					
4	<p><i>Тема 1.3. Симплекс - метод</i> Общая, каноническая, нормальная формы задачи симплекс-метода, эквивалентность постановок. Невырожденная задача линейного программирования. Описание алгоритма симплекс-метода. Нахождение начального опорного плана. Критерий оптимальности решения. Итерация симплекс - метода. Условия бесконечности решений.</p> <p><i>Лабораторная работа 2</i> Решения задач линейного программирования графическим методом. Решение ЗЛП в канонической форме симплекс - методом. Методы решение двойственной задачи. Базисный двойственный план и псевдоплан</p>	2	2			[1-6]	Письменный контроль защита лабораторной работы
5	<p><i>Тема 1.4 Теория двойственности, критерий решения</i> Двойственность в линейном программировании. Двойственная каноническая задача линейного программирования. Базисный двойственный план и псевдоплан. Критерий оптимальности базисного двойственного плана. Итерация двойственного симплекс - метода. Анализ решения: единственность оптимальных прямого и двойственного планов, физический смысл двойственных переменных, анализ чувствительности.</p>	2				[1-6]	Письменный контроль
6	<p><i>Тема 1.5 Матричная транспортная задача.</i> Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов. Некоторые приложения линейного программирования: задачи на минимум, кусочно - линейная экстремальная задача, приложение к исследованию линейных соотношений и матричных игр.</p> <p><i>Лабораторная работа 3</i> Матричная транспортная задача. Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов.</p>	2	2			[1-6]	Устный опрос защита лабораторной работы
	Раздел 2 ВЫПУКЛОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ						
	<i>Тема 2.1 Задача с ограничениями в виде равенств.</i>						

7-8	<p>Задача с ограничениями в виде равенств. Правило множителей Лагранжа в конечномерной задаче. Теорема об обратной функции. Теорема (необходимые условия экстремума). Задача с гладкими ограничениями типа равенств и неравенств в конечно мерных пространствах.</p> <p><i>Тема 2.1 Задача с ограничениями в виде равенств.</i> Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества (выпуклые коническая оболочка, выпуклая комбинация, плоскость, полупространство). Выпуклые функции и их свойства, неравенство Йенсена. Надграфик функции, собственная функция, субдифференциал функции. Основная задача выпуклого программирования. Две теоремы отделимости для выпуклых множеств в конечномерных пространствах. Постановка конечномерной выпуклой задачи на выпуклом множестве и ограничениями типа равенств и неравенств. Теорема Куна Таккера. Вариант теоремы Куна - Таккера в бесконечномерных пространствах с функциональным ограничением.</p> <p><i>Лабораторная работа 4.</i> Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования. Выпуклые множества и функции и их свойства. Теорема Куна – Таккера.</p>	2	2			[1,5,6]	Письменный контроль защита лабораторной работы
9	<p><i>Тема 2.2. Двойственность в выпуклом программировании</i> Теория двойственности в выпуклом программировании. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования</p>	2				[1,5,6]	
РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ							
10	<p><i>Тема 3.1. Классификация задач нелинейного программирования.</i> Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте.</p> <p><i>Лабораторная работа 5.</i> Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования. Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.</p>	2	2			[1,5, 6]	Устный опрос защита лабораторной работы
11	<p><i>Тема 3.2. Задачи со смешанными ограничениями.</i> Задачи на условный минимум. Обобщенное правило множителей Лагранжа. Классическое правило множителей Лагранжа. Лемма о включении. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности. Задача с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.</p>	2				[1-6]	

15-16	<p><i>Тема 6.1 Классическое вариационное исчисление</i> Допустимые функции. Определение локального и абсолютного экстремума, слабого и сильного экстремумов. Лемма Дюбуа-Реймона. Теорема (Необходимые условия экстремума в простейшей вариационной задаче). Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца, интегрант, терминант. Теорема (Необходимые условия экстремума в задаче Больца). Задача о брахистохроне, интегральные(изопериметрические) ограничения.</p> <p><i>Тема 6.1 Классическое вариационное исчисление</i> Теорема (Необходимые условия экстремума в изопериметрической задаче). Допустимые кривые. Слабая и сильные экстремали. Задача с подвижными концами. Лемма - выполнение условий Якоби и условия Лежандра является необходимыми глобальными условиями экстремума в вариационной задаче. Теорема (достаточные условия экстремума в вариационной задаче). Функция Вейерштрасса. Примеры анализа экстремалей функционалов с помощью функции Вейерштрасса. Достаточное условие экстремума функционала через условие Лежандра.</p>	2				[1-6]	
17	<p><i>Тема 6.2. Задача Лагранжа.</i> Ограничения типа дифференциального уравнения. Классы функций и допустимые тройки в задаче Лагранжа. Теорема Люстерника о касательном пространстве. Теорема Колмогорова для условного экстремума гладкого функционала с ограничением типа функционального уравнения в бесконечномерных пространствах (аналог правила множителей Лагранжа в конечных задачах- линейный функционал из сопряженного пространства). Сопряженные пространства и операторы. Лемма об аннуляторе ядра оператора, лемма об аннуляторе.</p> <p><i>Лабораторная работа 9.</i> Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца. Задача Лагранжа. Задача Понтрягина.</p>	2	2			[1-6]	Письменный контроль защита лабораторной работы
18	<p><i>Тема 6.3 Принцип максимума Понтрягина</i> Задача Понтрягина. Допустимые четверки в задаче, допустимый управляемый процесс. Классы кусочно-разрывных и кусочно-дифференцируемых функций. Лемма об игольчатых вариациях. Теорема (Принцип максимума Понтрягина). Задача Ньютона о минимальном лобовом сопротивлении на классе непрерывных и кусочно - дифференцируемых функций. Задача о мягкой посадке на Луну. Задача оптимального управления.</p>	2					Устный опрос
	Всего	36	18				

Примечание: в соответствии с рейтинговой системой для определения результата текущего контроля за семестр в виде отметки в баллах по десятибалльной шкале используются отметки, полученные за мероприятия текущего контроля в течение семестра, обозначенные в графе «Контроль качества усвоения знаний»

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва: Логос, 2020. - 424 с. // ЭБС «Znanium» – Режим доступа: по подписке: URL: <https://znanium.com/catalog/product/1212440> .
2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2023. — 270 с. // ЭБС «Znanium». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://znanium.com/catalog/product/1930702>.
3. Поляков, В. М. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. М. Поляков, З. С. Агаларов. - 2-е изд. - Москва: Дашков и К, 2022. - 86 с. // ЭБС «Znanium». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://znanium.com/catalog/product/1926409>.
4. Мерчант, Б. Power BI: передовые методы оптимизации [Электронный ресурс]: практическое руководство / Б. Мерчант; пер. с англ. А. Ю. Гинько. - Москва: ДМК Пресс, 2023. - 282 с. // ЭБС «Znanium». – Режим доступа: по подписке: URL: <https://znanium.com/catalog/product/2109516>.
5. Лапицкая, Н. В. Методы оптимизации. В 4 ч. Ч. 1 : Линейная оптимизация и ее приложения [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / Н. В. Лапицкая, Н. П. Можей. – Минск: БГУИР, 2018. – 179 с. // Репозиторий БГУИР. – Режим доступа: открытый доступ: <https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/33024>

Дополнительная:

6. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации: теория. Примеры. Задачи / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2007. - 255 с. - Рек. учеб.-метод, советом по матем. и механике УМО по клас. ун-кому образованию в качестве задачника для студ. вузов, обуч. по группе матем. направлений и спец.
7. Летова, Т. А. Методы оптимизации. Практический курс [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва: Логос, 2011.- 424 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995>.
8. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва: Физматлит, 2012. - 573 с.

Летова Т. А.

ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Лабораторная работа 1. Задача Дидоны, изопериметрическая задача, задача о быстродействии, задача о брахистохроне. Вычисление производных по Гаю и по Фреше от функционалов и отображений.

Лабораторная работа 2 Решения задач линейного программирования графическим методом. Решение ЗЛП в канонической форме симплекс - методом. Методы решение двойственной задачи. Базисный двойственный план и псевдоплан.

Лабораторная работа 3 Матричная транспортная задача. Методы нахождения начального опорного плана. Метод потенциалов.

Лабораторная работа 4. Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования. Выпуклые множества и функции и их свойства. Теорема Куна – Таккера.

Лабораторная работа 5. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования. Задачи на безусловный экстремум. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функции минимакса на компакте. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

Лабораторная работа 6. Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.

Лабораторная работа 7. Градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.

Лабораторная работа 8. Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задача сетевого планирования.

Лабораторная работа 9. Уравнение Эйлера- Лагранжа. Задача Больца. Задача Лагранжа. Задача Понтрягина.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства, их свойства. Примеры банаховых пространств, пространство l^1 ,
2. Геометрические свойства решений ОДУ первого и второго порядка (уравнение Эйлера). Особое решение ОДУ. Теорема о неявно заданной функции. Однопараметрическое семейство кривых, центральное поле. Кратные точки, определение центра.
3. Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Теорема Вейерштрасса о достижении экстремальных значений непрерывной функции на компакте.
4. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Задача с ограничениями и без ограничений. Глобальный (абсолютный) и локальный экстремумы. Задача о преломлении света.
5. Производная по направлению, вариация по Лагранжу. Производная по Гаю. Производная по Фреше. Теорема об обратной конечномерной вектор - функции.
6. Аэродинамическая задача Ньютона.
7. Элементы выпуклого анализа. Выпуклое множество и выпуклая функция, неравенство Йенсена. Примеры выпуклых множеств - коническая оболочка, выпуклая комбинация, полупространство, система ограничений задачи линейного программирования. Достаточные условия выпуклости функционала.
8. Задача о быстродействии и наикратчайшем пути. Задача о брахистохроне.
9. Гладкие задачи выпуклого программирования с равенствами и неравенствами. Задачи без ограничений. Теорема (Необходимые и достаточные условия экстремума задачи без ограничений для функции одной переменной - доказательство).
10. Необходимые и достаточные условия экстремума задачи без ограничений для функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра.
11. Задача линейного программирования. Графический метод решения.
12. Гладкая конечномерная задача с ограничениями типа равенств. Теорема (Правило множителей Лагранжа в задаче на условный экстремум с ограничениями типа равенств - доказательство).
13. Первая и вторая вариации функционала.
14. Постановка задачи выпуклого программирования. Допустимые точки. Лемма о тождественности локального и абсолютного минимума выпуклой задачи (доказательство).
15. Вывод уравнения Якоби
16. Теорема Куна - Таккера (доказательство), условия дополняющей нежесткости и неотрицательности. Выпуклая задача с ограничениями типа равенств и неравенств.
17. Свойства решений уравнения Якоби. Сопряженные точки.
18. Постановка задачи линейного программирования, общая постановка,

каноническая и нормальная форма. Допустимые точки, крайние точки, невырожденная задача, базисный и небазисный вектор. Симплекс - метод, алгоритм симплекс - метода, разрешающие строка, столбец, элемент. Критерий существования решения. Правило прямоугольника. Базисный план.

19. Усиленное условие Лежандра. Теорема.

20. Двойственная задача линейного программирования, постановка. Теорема 1 (двойственности). Теорема 2 (критерий решения - доказательство). Алгоритм построения двойственной задачи. Метод искусственного базиса.

21. Достаточные условия экстремума. Первая вариация функционала в общем виде с подвижным правым концом.

22. Теорема (Доказательство симплекс - метода).

23. Теорема (достаточные условия экстремума вариационной задачи - доказательство). Функция Вейерштрасса.

24. Транспортная задача, закрытая и открытая задача, условие сбалансированности плана. Опорный план (метод юго - западного угла, метод минимальной стоимости, метод двойного предпочтения). Алгоритм решения задачи методом потенциалов (в случае несбалансированности опорного плана метод фиктивного потребителя).

25. Достаточные условия экстремума вариационной задачи для сильного и слабого экстремумов.

26. Классическое вариационное исчисление. Задача Больца. Функционал Больца, интегрант, терминант. Локальный и абсолютный экстремум, слабый и сильный экстремумы. Подчиненность необходимых и достаточных условий экстремума для сильного и слабого экстремумов.

27. Усиленное условие Лежандра. Теорема (Лежандр) - достаточные условия экстремума (доказательство).

28. Простейшая классическая вариационная задача. Теорема (необходимые условия экстремума - доказательство). Интегралы уравнения Эйлера.

29. Постановка задачи Лагранжа в общем виде.

30. Задача Больца. Постановка. Теорема (необходимые условия экстремума - доказательство). Лемма Дюбуа - Реймонда. Уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Переход от одной неизвестной функции к вектор - функции в задаче Больца.

31. Вариационная задача Гильберта.

$$\int_0^{\pi/2} (t^2 x^2 + 12x^2) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, x(1) = 1.$$

32. Изопериметрическая задача. Постановка задачи, определение слабого экстремума. Теорема (необходимые условия экстремума - доказательство).

33. Постановка задачи (принцип максимума Понтрягина).

34. Задача с подвижными концами. Постановка задачи. Теорема (необходимые условия экстремума - доказательство). Условия стационарности по x (уравнения Эйлера) по t_0 , t_x , трансверсальности по x .

35. Задача о мягкой посадке аппарата на Луну.

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Контроль качества усвоения знаний проводится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов (приказ ректора УО ПГУ № 294 от 06.06.2014 (в редакции, утверждённой приказом № 605 от 17.11.2014) в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия текущего контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- устная форма (блиц-опрос на лекциях);
- письменная форма (тесты, контрольные работы);
- устно-письменная форма (защита лабораторных работ работ).

Лабораторные работы предполагают выполнение и защиту. При выполнении лабораторных работ выдаётся индивидуальное задание. Защита работ проводится индивидуально и оценивается в соответствии установленными правилами.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится, исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра по следующей формуле:

$$T = (T_1 + T_2 + \dots + T_n) / n,$$

где T_1, T_2, \dots, T_n -отметки, выставленные в ходе проведения мероприятий текущего контроля, n - количество мероприятий текущего контроля.

Результат текущего контроля рассчитывается как округлённое среднее значение. Результат может быть увеличен в соответствии с п.п. 6.8 и 6.9 Положения.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится согласно Положению.

Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам текущего контроля (T) и экзаменационную отметку (\mathcal{E}). Весовой коэффициент κ принимается равным 0,5. Информация о весовом коэффициенте доводится до студентов на первом занятии в семестре.

$$\text{ИЭ} = \kappa T + (1 - \kappa) \mathcal{E},$$

где ИЭ — итоговая отметка; κ — весовой коэффициент текущего контроля; T — результат текущего контроля за семестр, оценивается одной отметкой по десятибалльной шкале, которая выводится из отметок, полученных в семестре; \mathcal{E} — отметка по десятибалльной шкале, полученная студентом за ответы на вопросы по билету на экзамене.

Положительной является итоговая экзаменационная отметка не ниже 4 баллов

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов – содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности. Задача самостоятельной работы студентов – усвоение определенных стандартом знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по учебной дисциплине.

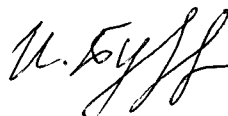
Содержание самостоятельной работы студентов (дневная форма получения высшего образования)

Вид самостоятельной работы	Тематическое содержание и используемые источники	Количество часов
2	3	4
Подготовка к устным и письменным опросам на лекции	Тема 1.1 Литература: [1,3,6]	1
	Тема 1.2 Литература: [3,5,6]	1
	Тема 1.3 Литература: [3,5,6]	1
	Тема 1.4 Литература: [3,5,6]	1
	Тема 1.5 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 2.1 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 2.2 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 3.1 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 3.2 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 4.1 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 4.2 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 5.1 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 6.1 Литература: [2,3,4,5,6]	1
	Тема 6.2 Литература: [2,3,5,6]	1
	Тема 6.3 Литература: [2,3,5,6]	1
Подготовка к защите отчетов по лабораторным работам	Лабораторная работа № 1 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 2 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 3 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 4 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 5 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 6 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 7 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 8 [МУЛР]	1
	Лабораторная работа № 9 [МУЛР]	1
Систематизация полученных знаний при подготовке к экзамену		30
	Итого:	54

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, по которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Исследование операций	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	
Базы данных	Кафедра математики и компьютерной безопасности	<i>нет</i>	

Заведующий кафедрой математики и компьютерной безопасности



И.Б. Бураченко