

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный
университет имени
Евфросинии Полоцкой»

Ю. Я. Романовский

«4» 2024 г.

Регистрационный № УД-42324уч.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0731-01 «Геодезия»

2024 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 6–05-0731-01-2023 и учебного плана по специальности 6–05-0731-01 «Геодезия». Регистрационный № 21-23/уч. ФИТ от 04.04.2023 г. для дневной формы получения высшего образования

СОСТАВИТЕЛЬ:

Козлов Александр Александрович, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», кандидат физ.-мат. наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математики и компьютерной безопасности учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 9 от «15» 10 2024 г.)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 3 от «19» 12 2024 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель учебной дисциплины: знакомство студентов с методами исследования кривых и поверхностей, основанных на применении дифференциального и интегрального исчисления функций одного и двух переменных; развитие интеллектуального потенциала студентов, их способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; обучение применению новых понятий и методов дифференциальной геометрии.

Задачи учебной дисциплины: систематизированное и полное изложение основных понятий и методов дифференциальной геометрии; выработка у студентов навыков обращения с параметрическими уравнениями кривых и поверхностей. По уравнению фигуры студенты должны научиться изучать геометрические свойства фигуры: ее форму и расположение относительно системы координат, а также ее взаимное расположение с другими фигурами.

В результате изучения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» формируются следующие **специализированные компетенции:**

- применять математические расчеты, методы математического анализа и моделирования для решения профессиональных задач

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

- уравнения основных кривых и поверхностей;
- понятия касательной прямой, главной нормали и бинормали и их уравнения; понятия нормальной плоскости к кривой, соприкасающейся плоскости и их уравнения;
- понятие кривизны и кручения кривой и формулы для их вычисления;
- формулу для вычисления длины кривой и понятие естественного параметра;
- понятие подвижного репера кривой и вид кривой в подвижном репере;
- понятие касательной плоскости и нормали к поверхности и все виды их уравнений;
- понятие первой квадратичной формы поверхности и её приложения;
- понятие второй квадратичной формы поверхности и её приложения;
- основные теоремы теории кривых и поверхностей;

уметь:

- составлять уравнения понятия касательной прямой, главной нормали и бинормали;
- составлять уравнения нормальной плоскости к кривой, соприкасающейся плоскости;
- вычислять кривизну и кручение кривой, находить центр кривизны;
- вычислять длину кривой и записывать её уравнения с натуральным параметром;
- составлять касательной плоскости и нормали к поверхности;
- находить первую и вторую квадратичную формы поверхности;

- вычислять нормальную кривизну поверхности и находить её экстремальные значения;

- вычислять площадь поверхности;

владеть:

- методами аналитического и численного решения задач дифференциальной геометрии и теории поверхностей;

- навыками творческого аналитического мышления.

В процессе получения математического образования студенты геодезических специальностей должны уяснить, что данная дисциплина описывает удобные и плодотворные модели явления реального мира и является в указанном смысле эффективным инструментом его познания. Соответственно, цели изучения этой учебной дисциплины в учреждении высшего образования позволяют сформировать не только базовые знания по дифференциальной геометрии, но и развить навыки самостоятельной познавательной деятельности студентов, сформировать прочную базу для изучения таких дисциплин, как «Инженерная геодезия» и «Высшая геодезия».

Связи с другими учебными дисциплинами.

Учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» является базой для таких учебных дисциплин, как «Высшая геодезия. Теоретические основы формирования государственных координатных систем», «Инженерная геодезия».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» отводится:

Виды занятий, формы контроля знаний	Дневная форма обучения
Курсы	2
Семестры	4
Лекции (количество часов)	34
Лабораторные занятия (количество часов)	34
Аудиторных часов по учебной дисциплине	68
Самостоятельная работа (количество часов)	40
Всего часов	108
Трудоемкость учебной дисциплины, з.е.	3
Форма промежуточной аттестации	экзамен

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Теория кривых.

Тема 1.1 Вектор-функция скалярного аргумента. Путь и кривая.

Вектор-функция скалярного аргумента, основные понятия. Дифференцирование вектор-функции скалярного аргумента. Понятие пути, гладкого и регулярного пути. Понятие кривой. Замена параметра.

Тема 1.2 Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости.

Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.

Тема 1.3 Бинормаль.

Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль.

Тема 1.4 Длина пути. Натурализация.

Длина пути. Натуральный параметр.

Тема 1.5 Кривизна кривой.

Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.

Тема 1.6 Формулы Френе.

Подвижной репер кривой. Формулы Френе.

Тема 1.7 Основная теорема теории кривых.

Формулировка основной теоремы теории кривых. Вид кривой в подвижном репере (проекции на координатные плоскости).

Тема 1.8 Эволюта и эвольвента.

Огибающая семейства плоских кривых. Эволюта и эвольвента плоской кривой.

Раздел 2. Теория поверхностей.

Тема 2.1 Элементы топологии.

Метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм.

Тема 2.2 Уравнение поверхности.

Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.

Тема 2.3 Касательная и нормальная плоскости.

Замена параметра. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 2.4 Первая квадратичная форма поверхности.

Нахождение первой квадратичной формы. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми.

Тема 2.5 Вторая квадратичная форма.

Вторая квадратичная форма поверхности и ее вычисление. Площадь поверхности.

Тема 2.6 Кривизны поверхности.

Нормальная кривизна поверхности. Теорема Менье. Главные направления. Главные кривизны. Гауссова и средняя кривизна.

Тема 2.7 Классификация точек на поверхности.

Классификация точек на поверхности. Линии кривизны. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Индикатриса кривизны.

Тема 2.8 Геодезическая.

Геодезические линии на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.

Тема 2.9 Эйлерова характеристика поверхности.

Теорема Гаусса-Бонне. Эйлерова характеристика поверхности.

**Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей»
(дневная форма получения высшего образования)**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы.	Количество аудиторных часов					Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемой самостоятельной работы студента		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ (68 часов)		34			34			
<i>IV семестр</i>		34			34			
<i>Раздел 1. Теория кривых.</i>		16			16			
Тема 1.1	Вектор-функция скалярного аргумента, основные понятия. Дифференцирование вектор-функция скалярного аргумента. Понятие пути, гладкого и регулярного пути. Понятие кривой. Замена параметра	2			2		[1] с. 17-20 [5], 41- 45, [7]	
Тема 1.2	Касательная прямая и нормальная плоскость кривой.	2			2		[1] с. 27-30 [5], 50- 55	УО
Тема 1.3	Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль	2			2		[1] с. 33-43 [5], 50- 55	УО
Тема 1.4	Длина пути. Натуральный параметр.	2			2		[1] с. 46-48, [6], [7]	УО
Тема 1.5	Кривизна и кручение кривой. Центр кривизны.	2			2		[1] с. 48-52	ПДЗ
Тема 1.6	Подвижной репер кривой. Формулы Френе.	2			2		[1] с. 44-52, с. 65-72, [7]	ПДЗ
Тема 1.7	Формулировка основной теоремы теории кривых. Вид кривой в подвижном репере (проекции на координатные плоскости)	2			2		[2] с. 14-52, [3], с. 10-15,	УО
Тема 1.8	Огибающая семейства плоских кривых. Эволюта и эвольвента плоской кривой. <i>Контрольная работа «Основы теории кривых».</i>	2			2		[2] с.60-72, [3], с. 20-25	РКР*
<i>Раздел 2. Теория поверхностей.</i>		18			18			
Тема 2.1	Метрическое пространство, открытые и замкнутые множества, гомеоморфизм.	2			2		[4] с. 54-60, 60-62	УО

Тема 2.2	Вектор-функция двух аргументов. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.	2			2		[4] с. 60-65, 65-68, [5], [7]	УО
Тема 2.3	Замена параметра. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	2			2		[4] с. 59-63, 70-82, [5], [7]	ПДЗ
Тема 2.4	Нахождение первой квадратичной формы. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми.	2			2		[4] с. 39-41, 83-86, [5], [7]	ПДЗ
Тема 2.5	Вторая квадратичная форма поверхности и ее вычисление. Площадь поверхности.	2			2		[1], с 300-310 [5]	ПДЗ
Тема 2.6	Нормальная кривизна поверхности. Теорема Менье. Главные направления. Главные кривизны.	2			2		[1], с 313-320 [5]	МСР
Тема 2.7	Классификация точек на поверхности. Линии кривизны. Соприкасающийся параболоид к поверхности. Индикатриса кривизны.	2			2		[1], с 325-350 [5] [5], [7]	УО
Тема 2.8	Геодезические линии на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.	2			2		[1], с 380-400 [2], с.88-95 [7]	УО
Тема 2.9	Теорема Гаусса-Бонне. Эйлерова характеристика поверхности.	2			2		[3], с 63-70 [4], с.220-235 [7]	ИДЗ

Принятые сокращения:

ИДЗ - индивидуальное домашнее задание

МСР - мини-самостоятельная работа

ПДЗ - проверка домашнего задания

УО - устный опрос, в том числе и экспресс-опрос;

РКР- рейтинговая контрольная работа.

*мероприятия текущего контроля

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Мищенко, А. С. Курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. - 4 издание, переработанное и дополненное. - Москва : ЛЕНАНД, 2020. - 499 с. - (Классический учебник МГУ).
2. Шелепин, А. Л. Дифференциальная геометрия : учебное пособие / А. Л. Шелепин. — Москва : РТУ МИРЭА, 2024. — 98 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/405164> (дата обращения: 16.01.2025).
3. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 76 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195518> (дата обращения: 16.01.2025).
4. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию: учебное пособие / В. И. Паньженский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212126> (дата обращения: 16.01.2025).

Дополнительная:

5. Белько, И. В. Сборник задач по дифференциальной геометрии. / В.И. Ведерников, В.Т. Воднев, Гусак А.А., А.И. Нахимовская., А.П. Рябушко, Л.К. Тутаев, А.С. Феденко. — Москва., 1979 г. — 272 стр
6. Феденко, А. С. Дифференциальная геометрия. / Под ред. А. С. Феденко. — Мн.: Изд-во БГУ, 1982. —256 с
7. Подоксенов, М. Н. Дифференциальная геометрия: краткий курс лекций с примерами решения задач / М. Н. Подоксенов, В. В. Бабич; М-во образования РБ, УО "ВГУ им. П. М. Машерова", Каф. геометрии и математического анализа. — Витебск: УО "ВГУ им. П. М. Машерова", 2010. — 95 с.

Е. В. Турнова

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

1. Вектор-функция скалярного аргумента
2. Дифференцирование вектор-функции скалярного аргумента.
3. Понятие пути.
4. Понятие гладкого и регулярного пути.
5. Понятие кривой.
6. Замена параметра для уравнения кривой.
7. Касательная прямая
8. Нормальная плоскость кривой.
9. Соприкасающаяся плоскость.
10. Главная нормаль.
11. Бинормаль.
12. Длина пути.
13. Натуральный параметр.
14. Кривизна кривой.
15. Кручение кривой.
16. Центр кривизны.
17. Подвижной репер кривой.
18. Формулы Френе.
19. Основная теорема теории кривых.
20. Вид кривой в подвижном репере (проекции на координатные плоскости).
21. Огибающая семейства плоских кривых.
22. Эволюта плоской кривой.
23. Эвольвента плоской кривой.
24. Элементы топологии (метрическое пространство)
25. Элементы топологии (открытые и замкнутые множества).
26. Элементы топологии (гомеоморфизм).
27. Вектор-функция двух аргументов.
28. Понятия элементарной, простой гладкой и регулярной поверхности.
29. Замена параметра в уравнении плоскости.
30. Касательная плоскость к поверхности.
31. Нормаль к поверхности.
32. Первая квадратичная форма поверхности.
33. Длина кривой на поверхности.
34. Угол между кривыми.
35. Площадь поверхности.
36. Вторая квадратичная форма поверхности.
37. Нормальная кривизна поверхности.
38. Теорема Менье.
39. Главные направления.
40. Главные кривизны.
41. Гауссова кривизна и ее назначение.
42. Средняя кривизна, ее геометрический смысл.

43. Формулы для нахождения кривизн.
44. Классификация точек на поверхности.
45. Линии кривизны.
46. Соприкасающийся параболоид к поверхности.
47. Индикатриса кривизны. Геодезические линии на поверхности.
48. Экстремальное свойство геодезических.
49. Теорема Гаусса-Бонне.
50. Эйлера характеристика поверхности.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы студентов — содействие усвоению в полном объеме содержания учебной дисциплины и формирование самостоятельности как личностной черты и важного профессионального качества, сущность которых состоит в умении систематизации, планирования и контроля собственной деятельности.

Задача самостоятельной работы студентов - усвоение определенных стандартов знаний, умений и навыков по учебной дисциплине, закрепление и систематизация полученных знаний, их применение при выполнении практических заданий и творческих работ, а также выявление пробелов в системе знаний по дисциплине.

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

-самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения ИДЗ с консультациями преподавателя.

Методы планирования и организации самостоятельной работы студентов:

-анализ учебной программы по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» с целью выделения тематических блоков для самостоятельной работы студентов;

-проработка баланса времени, необходимого для самостоятельной работы студентов с выделенными тематическими блоками;

-структурирование тематических заданий, ориентированных на формирование и развитие компетенций студентов в контексте самостоятельной работы.

**Содержание самостоятельной работы студентов
дневной формы обучения**

Вид работы	Тематическое содержание	Используемые источники	К-во часов
			IV сем.
Углубленное изучение теоретической части учебной дисциплины	<p>Раздел 1. Теория кривых. - Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу. Выполнить задания теста. При изучении кривых использовать системы компьютерной алгебры</p>	[1], [2], [5], [6], [7]	10
	<p>Раздел 2. Теория поверхностей. Изучить информационную таблицу раздела, графическую схему раздела, глоссарий. Проработать задания, вынесенные на самостоятельную работу. Выполнить задания теста. При изучении поверхностей использовать системы компьютерной алгебры</p>	[1], [2], [5], [6], [7]	10
	Подготовка к экзамену	Конспект лекционных и лабораторных занятий	10
	<p>Рейтинговая контрольная работа №1 Раздел 1. Основы теории кривых - Обзор лекционных и лабораторных занятий. - Обзор графических схем, информационных таблиц, глоссария по теме. - Задачи для самоконтроля.</p>	Конспект лекционных и лабораторных занятий	10
Всего часов			40

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Средства диагностики результатов учебной деятельности:

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий:

- > индивидуальное домашнее задание
- > мини-самостоятельная работа
- > проверка домашнего задания;
- > тесты по отдельным разделам дисциплины;
- > письменная контрольная работа;
- > устный опрос во время занятий.

По окончании семестра проводятся итоговый тест и экзамен.:

Диагностика качества усвоения знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Отметка текущего контроля (Т) за 4 семестр определяется по результатам рейтинговой контрольной работы.

Форма промежуточной аттестации - экзамен.

Итоговая экзаменационная отметка (ИЭ) учитывает отметку по результатам текущего контроля (Т) и экзаменационную отметку (Э).

Таблица 1. Составляющие итоговой отметки по дисциплине и их весовые коэффициенты

Составляющие итоговой оценки (ИЭ)	k	Т	(1-k)	Э
		0,5	<i>Рейтинговая контрольная работа</i>	0,5

*Отметка, полученная студентом на экзамене за письменный/устный ответ по билету.

Итоговая отметка по дисциплине определяется по формуле:

$$ИЭ = 0,5Т + 0,5Э.$$

Положительной является итоговая экзаменационная отметка не ниже 4 баллов.

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

MATHCAD 2000 PROFESSIONAL и выше, MATLAB 5 и выше.

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Основной методической системой для организации учебного процесса по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» являются учебники, УМК и задачки, спроектированные с точки зрения полипарадигмального подхода (комплексного взаимодействия *системно-деятельностного, дифференцированного, модульного, когнитивно-визуального, компетентностного* подходов) с целью максимального использования его потенциальных возможностей в конкретном дидактическом процессе обучения данной дисциплине студентов геодезической специальности. Указанная методическая система базируется на общедидактических принципах обучения (*научности, структуризации; информационной системности и целостности; доступности; пролонгации, профессиональной направленности, развивающей деятельности, реализации обратной связи в обучении дифференциальной геометрии, пролонгации, профессиональной направленности, развивающего обучения и других*).

Используемые методы обучения:

- методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы);
- лично ориентированные (развивающие) технологии, основанные на активных (рефлексивно-деятельностных) формах и методах обучения («мозговой штурм», дискуссия, пресс-конференция);
- информационно-коммуникационные технологии, обеспечивающие проблемно-исследовательский характер процесса обучения и активизацию самостоятельной работы студентов (структурированные электронные презентации для лекционных занятий, использование аудио-, видеоподдержки учебных занятий, видео-лекции, применение специализированных компьютерных программ MATHCAD PROFESSIONAL и MATLAB).

Примерный вариант контрольной работы

«Основы теории кривых»

1. Доказать, что все нормали к кривой $\alpha(t) = (a(\cos t + t \sin t), a(\sin t - t \cos t))$ одинаково удалены от начала координат.
2. Найти огибающую семейства прямых, образующих с координатными осями треугольники постоянной площади S .
3. Задать кривую $\alpha(t) = (a(\cos t + t \sin t), a(\sin t - t \cos t))$ с помощью натурального параметра.
4. Составить уравнения эволюты кривой, заданной в полярных координатах уравнением $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ С
ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

<p align="center">Название дисциплины, с которой требуется согласование</p>	<p align="center">Название кафедры</p>	<p align="center">Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</p>	<p align="center">Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</p>
<p>Инженерная геодезия</p>	<p>геодезии и геоинформационных систем</p>	<p><i>Предлагается и замечаний нет Зав. кафедрой ТИИ С К.И. Маркович</i></p>	
<p>Высшая геодезия. Теоретические основы формирования государственных координатных систем</p>	<p>геодезии и геоинформационных систем</p>	<p><i>Предлагается и замечаний нет Зав. кафедрой ТИИ С К.И. Маркович</i></p>	