

УДК 624.012.45

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ В РАСЧЕТЕ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ТРУБОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Д.Н. Лазовский, А.М. Хаткевич*

Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой,  
г. Новополоцк, Республика Беларусь  
e-mail: [d.lazovski@psu.by](mailto:d.lazovski@psu.by), [a.khatkevich@psu.by](mailto:a.khatkevich@psu.by)

*Рассмотрена применимость нелинейной деформационной модели для определения параметров напряженного-деформированного состояния внецентренно сжатых трубобетонных элементов по недеформированной схеме. Для учета сложного напряженного состояния материалов бетона внутреннего сердечника и стали трубы введены корректировки их диаграмм деформирования. На выборке экспериментальных данных выполнена верификация методики сопоставлением результатов расчетного и экспериментально полученного предельного усилия.*

**Ключевые слова:** *трубобетонный элемент, нелинейная деформационная модель, корректировка диаграмм деформирования, критерий разрушения.*

## NONLINEAR DEFORMATION MODEL IN THE CALCULATION OF NON-CENTRALLY COMPRESSED TUBULAR CONCRETE ELEMENTS

*D. Lazowski, A. Khatkevich*

Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk, Novopolotsk, Republic of Belarus  
e-mail: [d.lazovski@psu.by](mailto:d.lazovski@psu.by), [a.khatkevich@psu.by](mailto:a.khatkevich@psu.by)

*The applicability of a nonlinear deformation model for determining the parameters of the stress-strain state of non-centrally compressed tubular concrete elements according to an undeformed scheme is considered. Adjustments to their deformation diagrams have been introduced to account for the complex stress state of the concrete materials of the inner core and the steel of the pipe. Based on a sample of experimental data, the verification of the methodology was performed by comparing the results of the calculated and experimentally obtained maximum effort.*

**Keywords:** *pipe concrete element, nonlinear deformation model, correction of deformation diagrams, fracture criterion.*

**Введение.** Трубобетонные конструкции, как один из видов сталежелезобетонных конструкций, широко применяются в строительстве благодаря своей эффективной работе при сжатии. Эффективность сжатых трубобетонных элементов определяется «эффектом обоймы», который испытывает бетон внутри трубы при его поперечном расширении под нагрузкой. Деформирование при сжатии бетона, испытывающего боковое давление, существенно отличается сопротивлением трещинообразованию и повышенной предельной прочностью и деформативностью. В то же время сопротивление стальной трубы сжатию в продольном направлении снижается из-за растягивающих напряжений в поперечном направлении от бокового давления бетона.

Учитывая разность коэффициентов поперечных деформаций между бетоном сердечника (0,2) и сталью оболочки в виде трубы (0,3), многие исследователи в предположении неизменности коэффициента поперечных деформаций бетона ставят под сомнение совмест-

ную работу бетона сердечника и стальной трубы при традиционном способе передачи сжимающего усилия на бетонный сердечник и стальную оболочку. В то же время новые исследования сжатых трубобетонных элементов показали изменчивость коэффициента поперечных деформаций сжатого бетона при его нелинейном деформировании за границей начала трещинообразования до значения 0,5.

На основе многочисленных базовых исследований сжатых и изгибаемых трубобетонных элементов, подтверждающих вышеприведенное взаимодействие бетона и трубы, издан нормативный документ СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования». В ряде исследований, включая нормативный документ, предлагаются методики нелинейного расчета сжатых трубобетонных элементов без представления в печати практической реализации и сопоставления с экспериментальными данными.

Цель настоящей работы исследовать применимость нелинейной деформационной модели к расчету внецентренно сжатых трубобетонных элементов на примерах результатов экспериментальных исследований.

**Основная часть.** Согласно деформационной модели поперечное сечение изгибаемого либо внецентренно сжатого трубобетонного элемента, состоящего из стальной трубы с наружным диаметром трубы  $D_p$  и толщиной стенки  $t_p$  с бетонным наполнением представляется как совокупность элементарных площадок (рисунок 1), в пределах которых напряжения считаются равномерно распределенными. Распределение относительных деформаций по высоте поперечного сечения трубобетонного элемента подчиняется гипотезе плоских сечений продольных относительных деформаций бетона и трубы растянутой и сжатой зон.

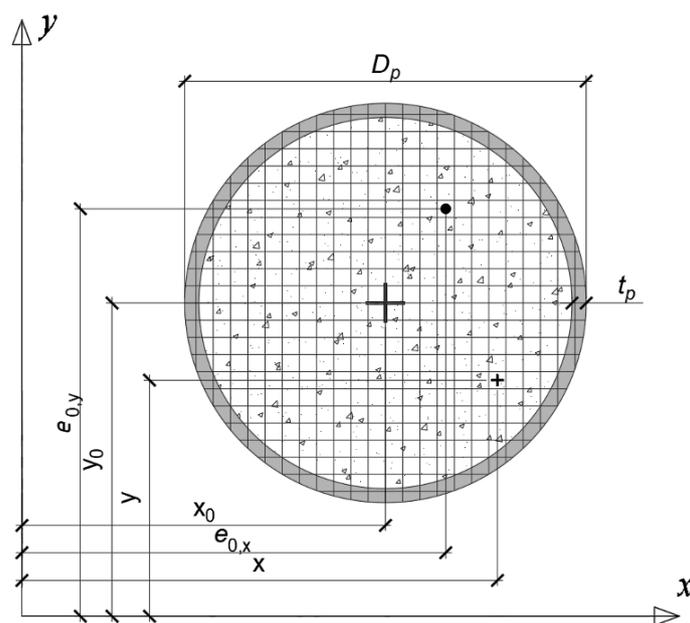


Рисунок 1. – Расчетное поперечное сечение внецентренно сжатого трубобетонного элемента

В качестве аппроксимации диаграммы деформирования бетона с призмной прочностью при сжатии  $R_b$  и начальным модулем упругости  $E_b$ , устанавливающей зависимость между напряжениями при одноосном сжатии (растяжении)  $\sigma_b$  ( $\sigma_{bt}$ ) и средними относительными деформациями  $\varepsilon_b$  ( $\varepsilon_{bt}$ ), принимается нелинейная диаграмма состояния бетона с горизонтальным участком [1-3] без введения ограничений ее длины по деформациям сжатия с целью получения полного перераспределения усилий между бетоном и стальной трубой трубобетонного элемента (рисунок 3 а):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\sigma_b}{R_b} &= \frac{k_b \eta_b - \eta_b^2}{1 + (k_b - 2) \eta_b}; k_c = \frac{1,1 E_b |\varepsilon_{b1}|}{f_b}; \eta_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b1}}; \varepsilon_{b1} = R_b \left( 0,12 + \frac{18,8}{R_b} \right) \cdot 10^{-4}; \\ \frac{\sigma_{bt}}{f_{bt}} &= \frac{k_{bt} \eta_{bt} - \eta_{bt}^2}{1 + (k_{bt} - 2) \eta_{bt}}; k_{bt} = \frac{E_{bt} \varepsilon_{bt1}}{R_{bt}}; \eta_{ct} = \frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{bt1}}; \varepsilon_{bt1} = \frac{2 \cdot f_{bt}}{E_{bt}}, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{b1} = 0,7 f_b^{0,31}$  – относительные деформации бетона в вершине диаграммы деформирования;  $f_{bt} = 0,232 f_c^{2/3}$  – прочность бетона при растяжении.

В (1) начальный модуль упругости бетона при растяжении  $E_{bt}$ , относительные деформации  $\varepsilon_{bt1}$  в вершине диаграммы деформирования и предельная растяжимость бетона  $\varepsilon_{btu}$  определяются по [4]:

$$E_{bt} = \frac{10^7 \cdot R_{bt}}{750 + 81,55 \cdot R_{bt}}; \varepsilon_{btu} = \frac{K \cdot \varepsilon_{bt1}}{2}; K = 6,4 + 0,1223 R_b. \quad (2)$$

Следует отметить, что в исследуемой постановке является непринципиальным аппроксимация восходящего участка диаграммы деформирования бетона при сжатии в виде принятого нелинейного описания или трехлинейного, поскольку рассматривается предельное по прочности состояние.

Идеализированная диаграмма деформирования стали трубы сопротивлением при одноосном сжатии и растяжении  $R_y$  с начальным модулем упругости  $E_p$ , устанавливающей зависимость между напряжениями  $\sigma_p$  и относительными деформациями  $\varepsilon_p$ , принимается билинейной с горизонтальным участком и ограничением относительных деформаций удлинения при растяжении и без ограничения при сжатии (рисунок 2 б). Предельное значение относительной деформации стали трубы при растяжении принимается  $\varepsilon_{pu} = 0,025$ . Многоосное напряженное состояние при сжатии бетона и стали трубы в составе трубобетонного элемента учитывается в соответствии с [4].

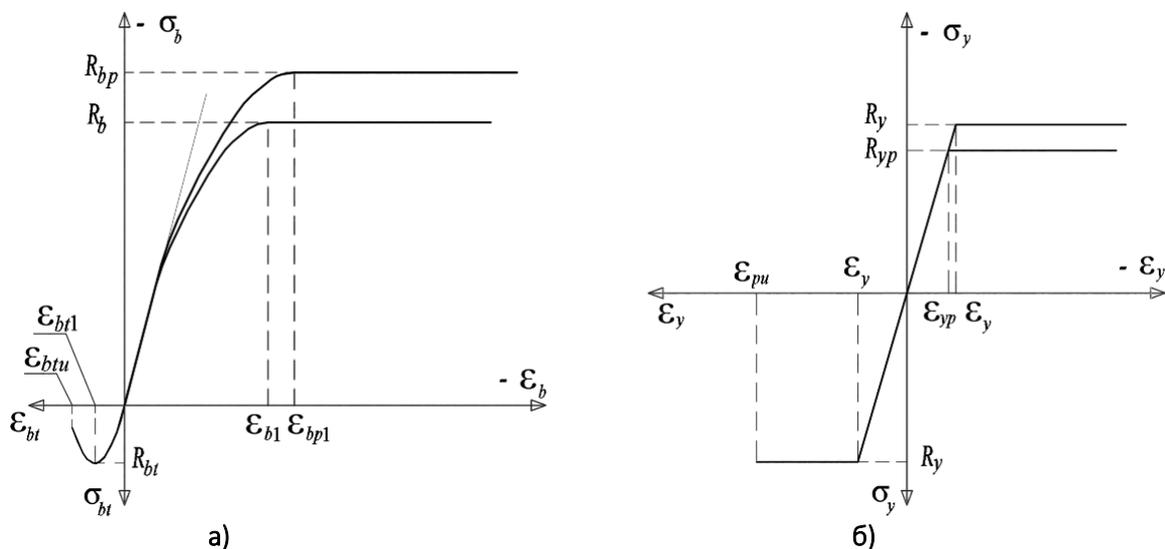


Рисунок 2. – Диаграммы деформирования бетона (а) и стали трубы (б)

В общем случае система уравнений для расчета параметров напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатого трубобетонного элемента, состоящая из уравнений равновесия и гипотезы плоских сечений, описывающей положение плоскости распределения относительных деформаций по его поперечному сечению имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \iint \sigma(\varepsilon(x, y))(x - x_0) dx dy = N \cdot e_{0,x}; \\ \iint \sigma(\varepsilon(x, y))(y - y_0) dx dy = N \cdot e_{0,y}; \\ \iint \sigma(\varepsilon(x, y)) dx dy = N; \\ \varepsilon(x, y) = \varepsilon_{z\varepsilon} + 1/r_x (x - x_0) + 1/r_y (y - y_0), \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $\sigma(x, y)$ ,  $\varepsilon(x, y)$  – нормальные напряжения, относительные деформации в элементарной площадке бетона или стали трубы с координатами  $(x, y)$ ;

$e_{0,x}$  и  $e_{0,y}$  – эксцентриситеты приложения продольного усилия в направлении соответственно оси  $x$  и  $y$ ;

$x_0$  и  $y_0$  – координаты центра тяжести поперечного сечения трубобетонного элемента;

$1/r_x$  и  $1/r_y$  – кривизна продольной оси трубобетонного элемента относительно соответственно оси  $x$  и  $y$ ;

$\varepsilon_{z\varepsilon}$  – относительная деформация от действия продольного усилия, соответствующая его центральному приложению.

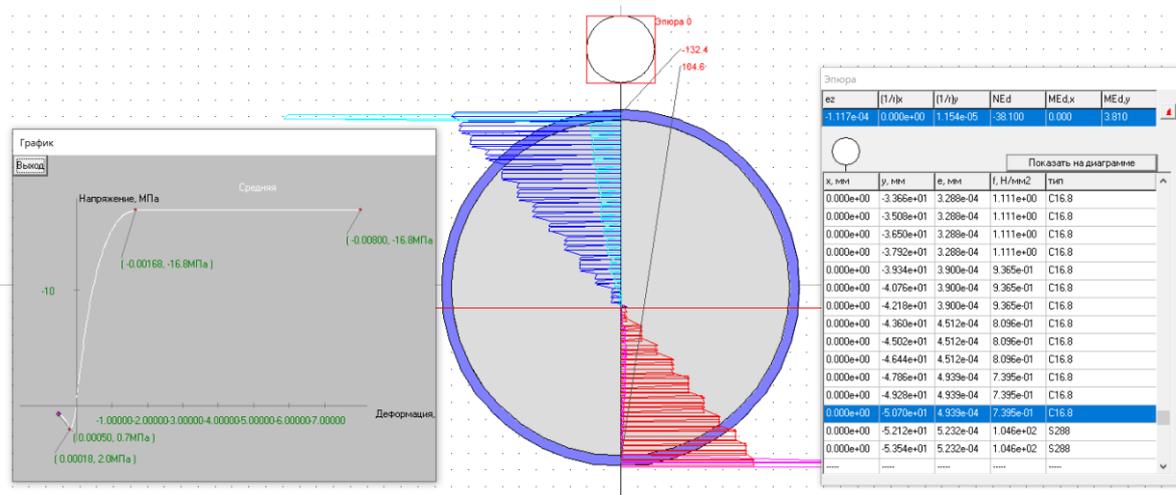
Достижение бетоном при растяжении предельных относительных деформаций  $\varepsilon_{btu}$  свидетельствует об образовании трещин нормального отрыва и исключении соответствующей элементарной площадки из расчета. Критерием разрушения короткого (без учета гибкости) внецентренно сжатого трубобетонного элемента принято максимальное продольное усилие от внешних воздействий, которое способен воспринять элемент. Максимальное значение продольного усилия  $N_u$ , при котором процесс последовательных приближений сходится (соблюдаются условия равновесия и условие совместности деформаций (3)), соответствует прочности трубобетонного элемента. Преимуществом такого критерия разрушения является отсутствие необходимости нормирования предельной сжимаемости бетона и возможность учета высокой степени перераспределения усилий в поперечном сечении трубобетонного элемента. Такой же критерий прочности принимался и при испытании коротких опытных образцов [5-9].

#### Результаты теоретического исследования и их анализ

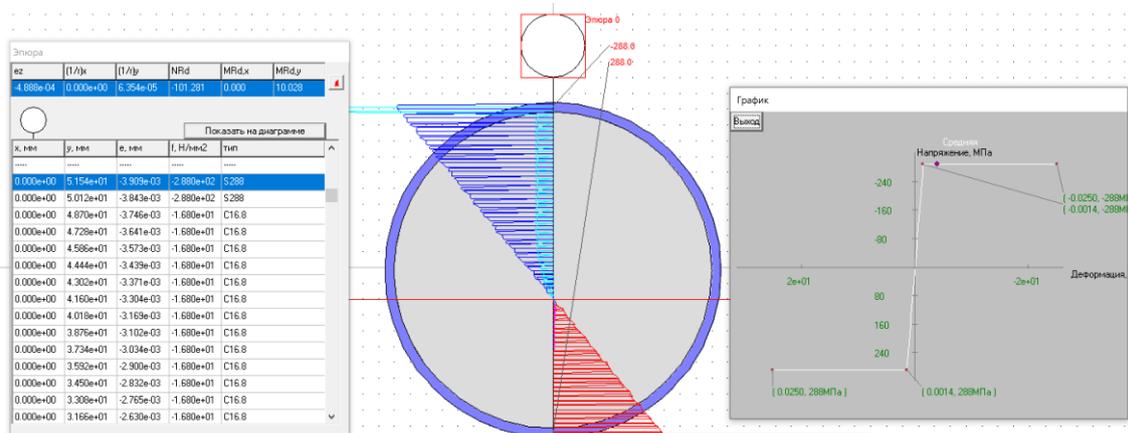
Нелинейный деформационный расчет по недеформированной схеме на основе принятых предпосылок позволяет получать параметры напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатого трубобетонного элемента на любой стадии его работы. В качестве примера рассмотрен трубобетонный элемент диаметром  $D_p = 106$  мм с толщиной стенки трубы  $t_p = 3$  мм, нагруженный продольным сжимающим усилием с эксцентриситетом  $e = 100$  мм (рисунок 3). Сопротивление стали трубы трубобетонного элемента равно  $R_y = 288$  МПа, бетона сердечника –  $R_b = 16,8$  МПа. Экспериментально полученное значение предельного усилия  $N_u^{exp} = 115$  кН.

В результате расчета по нелинейной деформационной модели получено усилие образования трещин нормального отрыва  $N_{cr} = 38,1$  кН, предельное усилие  $N_u^{th} = 101$  кН. Максимальное значение относительных деформаций бетона сердечника и стали трубы при сжатии составляет  $\varepsilon_u = 391 \cdot 10^{-5}$ , что превышает значения, соответствующие началу текучести стали трубы  $\varepsilon_y = 144 \cdot 10^{-5}$  и вершины диаграммы деформирования бетона при сжатии  $\varepsilon_{b1} = 168 \cdot 10^{-5}$ . Согласно расчета предельное состояние рассматриваемого внецентренно сжатого трубобетонного элемента наступило в результате достижения максимального усилия в сжатой зоне (трубе и бетоне) при  $\varepsilon_u = 391 \cdot 10^{-5}$ , когда, согласно принятому критерию разрушения, выполняются условия равновесия (3).

Аналогичные нелинейные расчеты с корректировкой сопротивлений стали трубы и бетона при многоосном напряженном состоянии произведены для других экспериментальных данных из источников [5-9]. Нелинейная деформационная модель для расчета внецентренно сжатых трубобетонных элементов имеет удовлетворительную сходимость с результатами экспериментальных исследований.



а)



б)

а) – на стадии образования трещин нормального отрыва  $N_{cr}$ ,  
 б) – в предельном по прочности состоянии при  $N_u$   
 (цифры справа от сечения – нормальные напряжения в МПа)

Рисунок 3. – Распределение относительных деформаций и нормальных напряжений по поперечному сечению внецентренно сжатого трубобетонного элемента

Сопоставление результатов нелинейного расчета предельного усилия  $N_u$  с экспериментальными данными приведены в таблице 1.

Расчеты в соответствии с нелинейной деформационной моделью показывают, что корректировка сопротивления бетона и стали трубы с учетом их многоосного напряженного состояния в соответствии с [4] до значений  $R_{br}$  и  $R_{yp}$  положительно влияет на сближение результатов нелинейного расчета с экспериментальными данными. Относительные деформации бетона и стали трубы при сжатии при условии их совместной работы превышают предельную сжимаемость бетона при одноосном сжатии и изменяются в широких пределах  $(391-2513) \cdot 10^{-5}$ . Ограничение деформаций бетона при сжатии ухудшит сходимость результатов расчета с экспериментальными данными. Следует отметить правомерность нормативного документа СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования» для учета влияния многоосного напряженного состояния на сопротивление бетона сердечника и стали трубы-оболочки.

Таблица 1 – Сопоставление результатов нелинейного расчета предельного усилия с экспериментальными данными [5–9]

№ п/п	[5-9]	$\frac{e_0}{D_p}$	$D_p$ , мм	$t_p$ , мм	$R_y$ , МПа	$R_{yp}$ , МПа	$R_b$ , МПа	$R_{bp}$ , МПа	$\varepsilon_u \cdot 10^5$	$N_u^{exp}$ , кН	$N_u^{th}$ , кН	$\frac{N_u^{exp}}{N_u^{th}}$
1	А.И. Сагадатов	0,06	159	6	295	257	22	51.4	2217	1406	1447	0,97
2		0,13	159	6	295	295	22,5	22.5	2405	1210	977	1,24
3		0,26	159	6	295	295	24.2	24.2	2150	932	791	1,18
4		0,06	159	6	295	257	32,1	59.2	2430	1559	1561	1,0
5		0,13	159	6	295	295	32,8	32.8	2194	1412	1126	1,25
6		0,26	159	6	295	295	35,1	35,1	1680	1066	895	1,19
7		0,06	219	8	290	256	32,5	54,3	2440	2921	2624	1,11
8		0,13	219	8	290	290	30,5	30,5	1990	2698	1820	1,48
9		0,26	219	8	290	290	32,1	32,1	1790	1962	1459	1,34
10		0,06	219	8	290	253	46,1	71	2513	3308	3094	1,07
11		0,13	219	8	290	290	43,4	43,4	2130	3041	2138	1,42
12		0,26	219	8	290	290	45,6	45,6	1823	2289	1692	1,35
13	К.С. Кузнецов	0,125	159	6	440	440	38,9	38.9	2422	1774	1527	1,16
14		0,25	159	6	440	440	41,6	41,6	1938	1346	1252	1,08
15		0,375	159	6	440	440	38	38	1750	1059	987	1,07
16		0,125	159	6	440	440	55,8	55,8	2354	1842	1750	1,05
17		0,25	159	6	440	440	57,5	57,5	1779	1515	1406	1,08
18		0,375	159	6	440	440	59	59	1717	1238	1134	1,09
19		0,125	106	4	435	435	40,5	40,5	2333	849	758	1,12
20		0,25	106	4	435	435	41,2	41,2	2315	633	544	1,18
21		0,375	106	4	435	435	37,4	37,4	1706	468	429	1,09
22		0,125	106	4	435	435	54,6	54,6	2410	839	752	1,11
23		0,25	106	4	435	435	58,2	58,2	1727	691	616	1,12
24		0,375	106	4	435	435	57,8	57,8	1547	572	491	1,16
25	Л.И. Стороженко	0,09	106	3	288	267	16,8	27,8	2455	400	400	1,0
26		0,189	106	3	288	288	16,8	16,8	2314	300	290	1,03
27		0,283	106	3	288	288	16,8	16,8	1746	270	247	1,09
28		0,377	106	3	288	288	16,8	16,8	1403	230	212	1,02
29		0,472	106	3	288	288	16,8	16,8	754	200	182	1,1
30		0,943	106	3	288	288	16,8	16,8	391	115	101	1,14
31		0,376	133	4	288	288	16,8	16,8	1563	480	410	1,17
32		0,752	133	4	288	288	16,8	16,8	560	250	246	1,02
33	В.Л. Шабров	0,062	530	7,8	349,2	303	34,5	44,4	2151	12500	11566	1,08
34		0,125	530	7,8	349,2	346	34,5	35,1	1860	10700	8704	1,22
35		0,062	530	11,95	322,6	281	34,5	48,1	976	14500	13228	1,1
36		0,125	530	11,95	322,6	321	34,5	35	2138	12500	11698	1,07
37		0,064	630	6,6	303	264	25,6	31,5	2450	12000	11788	1,02
38		0,127	630	6,6	303	301	25,6	25,9	2272	10500	10855	0,97
39		0,064	630	9,8	311	271	34,9	43,3	2235	17000	15700	1,08
40		0,127	630	9,8	311	310	34,9	35,2	2016	15000	12590	1,19
41		0,063	720	7,7	395,4	344	28,3	35,6	2333	18500	17544	1,05
42		0,125	720	7,7	395,4	391	28,3	28,9	2346	16000	16021	1,0
43		0,063	720	9,6	315,6	274	28,3	35,6	2330	18500	17396	1,06
44		0,125	720	9,6	315,6	313	28,3	28,8	2150	16000	14020	1,14
45		0,063	720	11,74	274	239	28,3	36	2328	19000	17617	1,08
46		0,125	720	11,74	274	271	28,3	28,7	1996	16650	14081	1,18

## Выводы

1. Результаты описанного исследования позволяют использовать нелинейную деформационную модель к расчету внецентренно сжатых трубобетонных элементов. Деформационный подход, в частности, позволяет учитывать физическую нелинейность деформирования материалов в виде стали трубы и бетона сердечника, корректировать их сопротивления с учетом

многоосного напряженного состояния, получать параметры напряженно-деформированного состояния элементов произвольных размеров и формы поперечного сечения с различными эксцентриситетами приложения продольных усилий на всех уровнях нагружения.

2. Предложенный критерий расчета сопротивления внецентренному сжатию в предельной стадии по прочности по недеформированной схеме в виде максимального усилия, воспринимаемого трубобетонным элементом из условия совместности деформаций бетона сердечника и стальной трубы-оболочки, позволяет учесть перераспределение усилий в поперечном сечении трубобетонных элементов и расчетным путем определять предельные деформации сжатия бетона и стали трубы при их совместной работе, как правило, превышающие нормируемые значения его предельной сжимаемости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. СП 5.03.01-2020 «Бетонные и железобетонные конструкции»//РУП «Стройтехнорм» Министерства архитектуры и строительства Республики Беларусь, Минск, 2020 -236с.
2. ТКП 45-5.03-16-2005 (02250) Конструкции сталежелезобетонные покрытий и перекрытий. Правила проектирования / Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь // Минск, 2006. – 71 с.
3. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Свод правил : издание официальное : утвержден Приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 19 декабря 2018 г. № 832/пр : дата введения 20 июня 2019 г. – URL: <http://www.consultant.ru> (дата обращения: 11.11.2024).
4. СП 266.1325800.2016 Конструкции сталежелезобетонные : Правила проектирования : свод правил : издание официальное : утвержден Приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 30 декабря 2016 г. № 1030/пр : дата введения 01 июля 2017 г. – URL: <http://www.consultant.ru>.
5. Кришан А. Л., Наркевич М. Ю. Анализ существующих методик расчета внецентренно сжатых трубобетонных колонн городских сооружений и зданий // Предотвращение аварий зданий и сооружений. – 2012. – № 1. – С. 1-5.
6. Сагадатов А.И. Напряженно-деформированное состояние сжатых трубобетонных элементов с внутренним стальным сердечником. Дисс. ... канд. техн. наук. – Магнитогорск, 2006 – 180 с.
7. Кузнецов К.С. Прочность и деформативность колонн из стальных труб, заполненных высокопрочным предварительно обжатым бетоном. Дисс. ...канд. техн. наук. – Магнитогорск, 2007 – 154 с.
8. Стороженко Л.И. Объемное напряженно-деформированное состояние железобетона с косвенным армированием: Дисс. ... докт. техн. наук. – Кривой Рог, 1984 – 587 с.
9. Шабров В.Л. Прочность трубобетонных элементов диаметром 500 мм и более при внецентренном сжатии: Дисс. канд. ... техн. наук. – М.: НИИЖБ, 1988 – 253 с.