

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ

*С.А. Вабищевич, канд. физ.-мат. наук, доц., А.В. Черняев*

*Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой,  
Новополоцк, Беларусь*

*Представлены результаты моделирования методом конечных объемов процессов обтекания в несжимаемой среде твёрдых тел, форма которых подобна форме крыла. Показано, что численное моделирование уравнения Навье-Стокса в сочетании с современными технологиями программирования позволяет визуализировать процессы динамики сплошных сред.*

**Ключевые слова:** *динамика сплошных сред, уравнения Навье-Стокса, метод конечных объемов, расчётной сетки.*

Механика сплошных сред является одним из фундаментальных разделов классической механики, не теряющим свою актуальность на протяжении многих десятилетий. В настоящее время помимо анализа теоретических физических основ описания сплошной среды [1, 2] важным является повышение эффективности использования методов численного и компьютерного моделирования в динамике сплошных сред [3, 4] для исследования возможностей создания современных устройств, обладающих стабильно высокими динамическими характеристиками.

Цель настоящей работы состояла в анализе способов решения основных уравнений динамики сплошных сред методами численного моделирования и создании собственной компьютерной модели, с помощью свободно распространяемого программного обеспечения [5–9].

Проведённый анализ теоретического материала по теме механики сплошных сред и численных методов, используемых в прикладных задачах, и программного обеспечения раскрывает актуальность данной темы как для развития теоретических основ динамики, так и для решения вопросов распространения звуковых волн в среде, задач теплообмена.

Решение задач динамики сплошной среды не всегда возможно аналитическими способами. Часто численное моделирование, постановка физической задачи, является решающим и единственным способом получения информации о механике сплошной среды. Так, например, отсутствует возможность аналитического решения одного из основных уравнений динамики сплошных сред – уравнения Навье-Стокса.

Для численного моделирования динамики сплошной среды в данной работе был выбран свободно распространяемый инструмент для вычислений гидродинамики и операций с полями, написанном на языке программирования C++, OpenFOAM [5, 6]. Решение дифференциальных уравнений реализовано посредством метода конечных объемов. Преимуществами указанного программного обеспечения являются широкий

инструментарий для формализации задачи, высокая эффективность реализации, а также хорошая масштабируемость под архитектуру вычислительной системы, что позволяет легко конструировать в пакете OpenFOAM численные модели разной сложности. Открытый исходный код, в свою очередь, дает возможность в деталях контролировать ход решения, начиная от построения сетки до выбора схем аппроксимации слагаемых управляющей системы. Это позволяет использовать OpenFOAM как для инженерных, так и для научных исследований.

С помощью данного инструмента в работе была смоделирована задача обтекания тела в несжимаемой среде воздухом (кинематическая вязкость  $\eta = 1,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$ ).

Действия массовых сил тяжести не учитывалось. При этом решалось уравнение Навье-Стокса, представленное в виде (где массовая сила  $f = 0$ ):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla(p)}{\rho} + \eta \Delta \vec{v},$$

где  $p$  – давление;

$\rho$  – плотность газа;

$v$  – скорость частиц газа.

Для моделирования геометрических свойств и построения расчётной сетки твёрдых тел была выбрана открытая интегрируемая платформа – SALOME [7]. SALOME – представляет собой набор пре- и постпроцессинга для численного моделирования, то есть определения геометрии, построения сеток, определение «траектории» вычислений, визуализацию результатов и т.д. В ней отсутствуют самые важные компоненты – утилиты для решения, но платформа SALOME может расширяться за счет сторонних свободных или коммерческих модулей.

Основное предназначение платформы SALOME – это создать некую унифицированную среду, после изучения которой пользователь сможет выполнять обработку исходных и полученных данных в привычной оболочке, вне зависимости от используемой утилиты для решения. Существует возможность подключить к данной оболочке ANSYS и других коммерческих пакетов с помощью написания специальных модулей или управляющих сценариев, которые можно писать на языках Python или C++.

Для моделирования выбрано твёрдое тела, форма которого подобна форме крыла. Геометрические параметры тела изображены на рисунке 1.

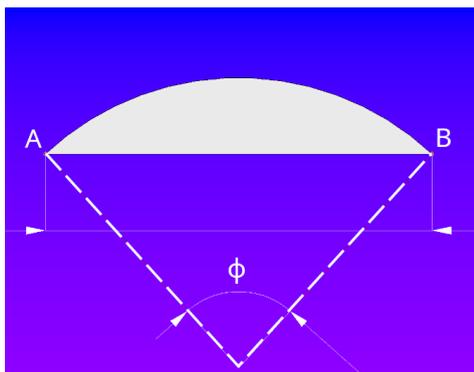


Рисунок 1. – Геометрические размеры тела, используемого в моделировании  $AB = 100,4$  см ширина (длина хорды), угол дуги  $\phi = 83,75^\circ$

Расчётная сетка для каждого объекта была построена с помощью алгоритма NETGEN 1D-2D-3D, алгоритм заполняет область треугольными ячейками, для качественного формирования сетки предусмотрена градация размеров треугольника от максимального до минимального размера. Для данных моделей был выбран максимальный размер ячейки 2 см, минимальный 1 мм.

Структурная сетка окружающей тела среды строилась в однородном и изотропное замкнутое пространство, системой отсчёта выбрана декартова прямоугольная система координат, где  $x$  изменяется от  $-5$  до  $15$ ,  $y$  от  $-4$  до  $4$ ,  $z$  от  $0$  до  $5$ .

Для совмещения пространства и объекта, создавалась сетка пространства с помощью встроенной утилиты blockMesh [7, 9], качество сетки пространства достаточно для повторной генерации сетки, уже учитывающей геометрию объекта.

Вторая генерация сетки происходила с помощью утилиты SnappyHexMesh [6, 8], которая учитывает геометрию объекта, кроме того, она позволяет настроить слои качества сетки и создавать качественную и уникальную сетку под определенные объекты. В настоящей работе сетка была дополнительно сглажена под форму объекта с помощью *snappy*, количество итераций для добавления новых слоёв в сетку было выбрано 50.

Созданной сетки достаточно, чтобы установить граничные условия в пространстве: так физические свойства, на поверхности твёрдого тела и границах пространства описываются граничным условием  $grad(p) = 0$ , перед объектом находится вход газа в пространство, который до встречи с твёрдым телом имеет только компоненту  $v_x$ , равную 30 м/с, на твёрдом теле принято условие отсутствия скольжения, то есть в тонком прительном слое скорость течения газа обнуляется.

Заключительным этапом после создания геометрии и сетки расчётной области и перед началом моделирования является выбор и настройка утилиты для решения. Для расчёта несжимаемой жидкости была выбрана утилита SimpleFoam [7]. Изначально эта утилита, настроена для решения уравнений – несжимаемой жидкости и решает систему уравнений Навье-Стокса. В работе за настройки утилиты приняты: шаг времени 0,1 с, время окончания расчёта 5 с, модель турбулентности определялась методом осреднения Рейнольдса.

Метод осреднения Рейнольдса заключается в замене случайно изменяющихся характеристик потока (скорость, давление, плотность) суммами усреднённых и пульсационных составляющих.

Уравнениям для средней скорости и давления имеют вид:

$$\nabla \bar{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = \nabla \bar{\tau} - \nabla \cdot (\rho R),$$

где  $\bar{\tau}$  – усреднённый тензор напряжений ньютоновской жидкости;  
 $R$  – тензор напряжений Рейнольдса [6].

$$\bar{\tau} = - \left( p + \frac{2}{3} v \cdot \nabla \bar{v} \right) I + \nu (\nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T);$$

$$R = \frac{2}{3}kl - \frac{2}{3}kI + \overline{v'v'};$$

$$v' = \sqrt{\frac{1}{3}(v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2)} = \sqrt{\frac{2}{3}k},$$

где  $k$  – турбулентная кинетическая энергия  $k = \frac{1}{2} \cdot \overline{v'v'}$ ;

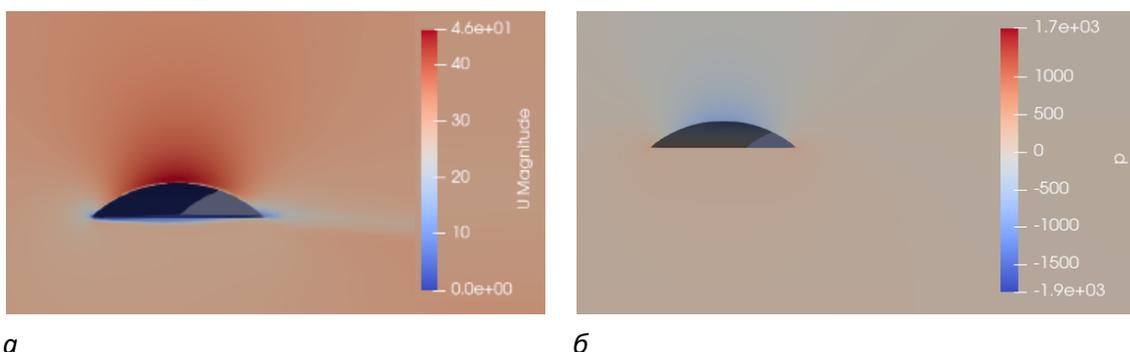
$l$  – интенсивность турбулентности  $l = v' \cdot \overline{v}^{-1}$ ;

$v'$  – среднеквадратичная турбулентная флуктуация скорости;

$\overline{v}$  – средняя скорость.

После окончания расчёта утилиты SimpleFoam и компиляции решения было получено визуализированное решение с помощью ParaView [9]. ParaView – открытый графический кроссплатформенный пакет для интерактивной визуализации в исследовательских целях. Пакет ParaView предоставляет пользователю возможности интерактивной визуализации и исследования больших массивов данных для качественного и количественного анализа. Работа с пакетом может осуществляться как в интерактивном, так и пакетном режиме.

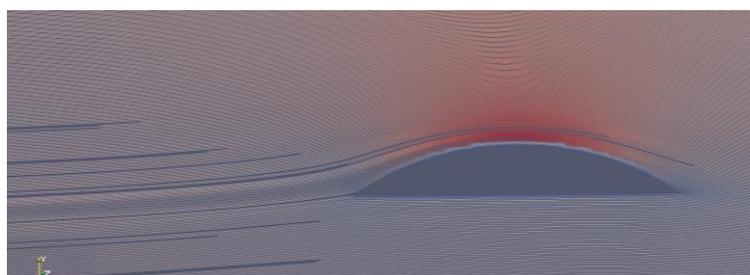
На рисунке 2 представлено распределение скорости и давления относительно плоскостей OXY соответственно.



**Рисунок 2. – Распределение скорости (а); давления (б) в плоскости OXY**

Как видно из распределения скорости по координатам, скорость над дугой объекта выше, чем под ней, вследствие этого давление в нижней области выше, чем в верхней. На рисунке 2 изображены скорость и давление в плоскости OXY. В связи с разностью давлений над и под телом возникает подъёмная сила, направленная вверх. Разность давлений возникает из-за разности скоростей. Линии тока изображены на рисунке 3 (градиент скоростей соответствует шкале рис.2 а).

**Рисунок 3. – Линии тока и цветовая схема поля скоростей**



Особыми точками являются, точки над дугой и под ней, поэтому на рисунках 4 и 5 представлены графики зависимости давления и скорости над телом и под ним в зависимости от координаты.

Зависимость компонент скорости  $v_x$  и  $v_y$  над крылом имеет существенные различия. Так величина компоненты скорости  $v_x$  возрастает до середины крыла (точка максимума), после чего убывает до первоначальных значений. Для проекции скорости  $v_y$  (рис. 5а) на первой половине крыла наблюдается рост скорости, а затем симметричное изменение направления.

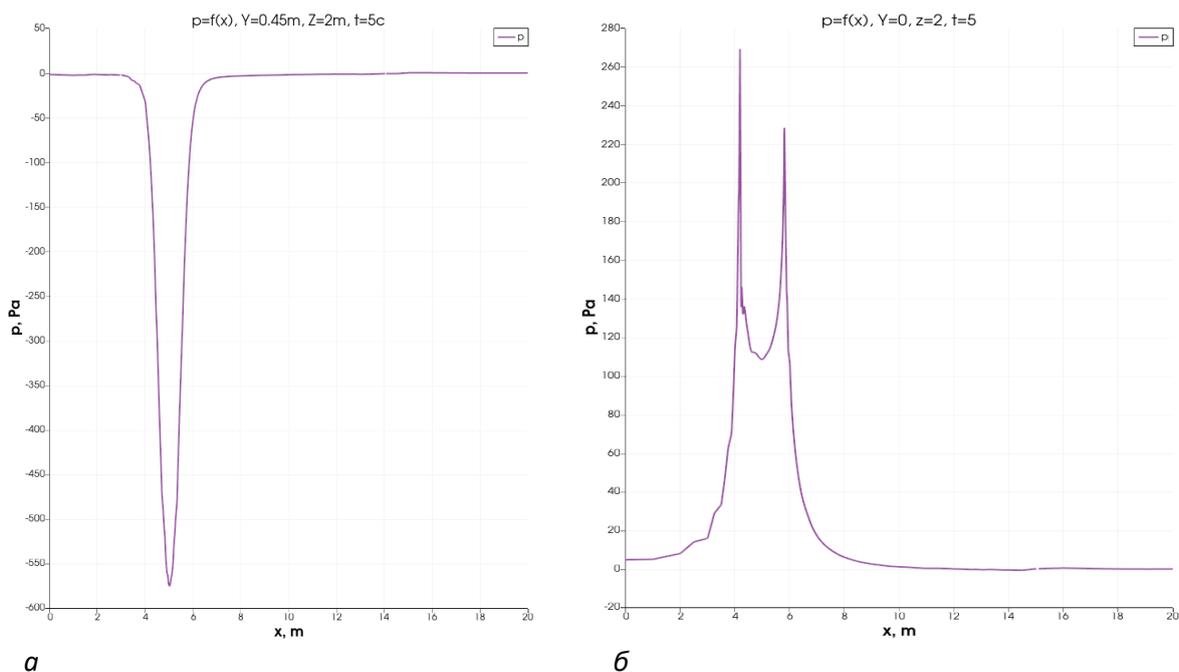


Рисунок 4. – График зависимости давления от координаты  $x$  над телом (а); под телом (б)

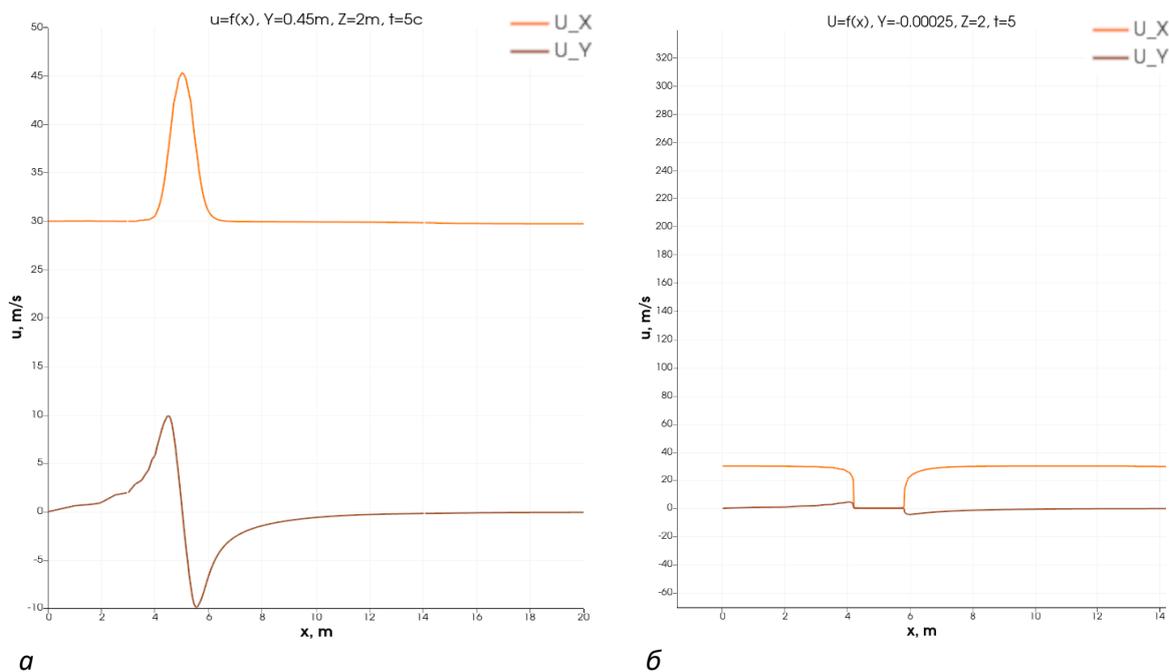


Рисунок 5. – Графики зависимости скорости газа от координаты  $x$  над телом (а); под телом (б).  
Верхняя кривая  $v_x$ , нижняя кривая  $v_y$  на обоих рисунках

**Заключение.** Таким образом, методом конечных объемов решена задача о движении тела в газообразной среде. Визуализация полей скоростей и давлений произведена с использованием открытого графического кроссплатформенного пакета для интерактивной визуализации ParaView на языке программирования C++ и Python.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учебное пособие: Для вузов. В 10 т. Том VI. Гидродинамика/ Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. – 5-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. –736 с
2. Седов, Л.И. Механика сплошной среды, учебник/ Л.И. Седов – Том 1. Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова . 6-е изд., стереотип. Спб.: Лань, 2004. – 528 с.
3. Смирнов, Е.М. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии. / Е.М. Смирнов, Д.К. Зайцев. Научно технические ведомости, 2004. – 22 с.
4. Ковеня, В.М. Методы конечных разностей и конечных объемов для решения задач математической физики: учебное пособие/ В. М. Ковеня, Д. В. Чирков. – Министерство образования и науки Российской Федерации Новосибирск: НГТУ 2013. – 87 с.
5. OpenFOAM [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/OpenFOAM>(дата обращения: 21.05.2024).
6. Введение в компьютерное моделирование в программном комплексе OpenFOAM. Учебное пособие / А.Н. Нуриев, О.Н. Зайцева, А.М. Камалутдинов. – Казань: Казан. ун-т, 2021. – 65 с.
7. SALOME [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/SALOME>(дата обращения: 20.05.2024).
8. OpenFOAM документация [Электронный ресурс]: OpenFOAM. – Режим доступа: <https://www.openfoam.com/documentation/overview> (дата обращения: 20.05.2024).
9. ParaView документация [Электронный ресурс]: ParaView. – Режим доступа: <https://www.paraview.org/> (дата обращения: 20.05.2024).