

## К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И УГЛОВОЙ ФОКУСИРОВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

*М.А. Сквородко<sup>1</sup>, Д.А. Антонович, канд. техн. наук, доц.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой,  
Новополоцк, Беларусь*

<sup>2</sup>*ГНУ «ФТИ НАН Беларуси», Минск, Беларусь*

*Описаны алгоритмы расчетов пространственной и угловой фокусировки потоков заряженных частиц (электронов) в электронно-оптической системе. Приведено решение задачи о разбухании ленточного электронного пучка.*

**Ключевые слова:** *электронно-оптические системы, фокусировка, пучки заряженных частиц, электронно-лучевые технологии.*

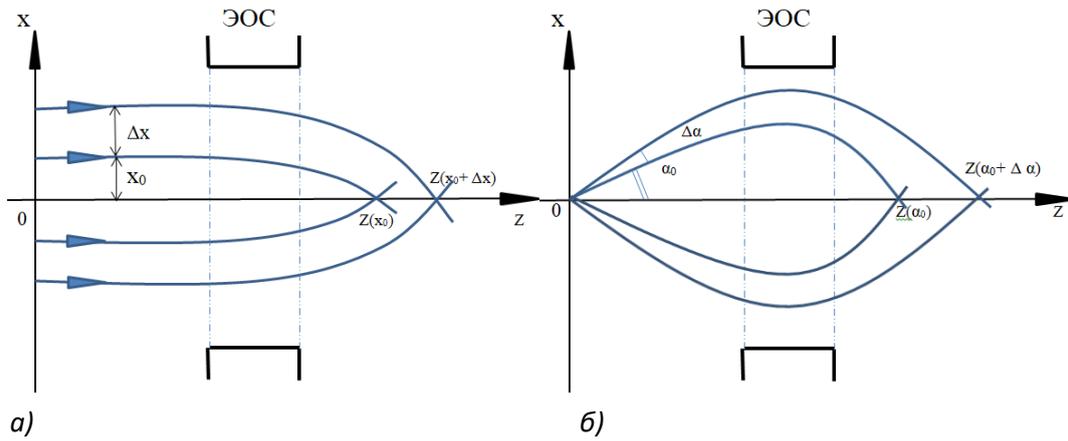
**Основная часть.** Технологии воздействия на поверхности материалов с применением сфокусированных с помощью электрических и магнитных полей электронных пучков, находят достаточно широкое применение в современном производстве. Изучение движения электронов в электромагнитных полях по своей идее схоже с распространением световых лучей в оптических средах. Однако существует ряд различий между электронной и световой оптикой:

- электроны, образующие пучок всегда взаимодействуют друг с другом (световые лучи всегда независимы);
- показатель преломления изменяется непрерывно, так как средой преломления являются электромагнитные поля (в световой оптике показатель преломления среды изменяется скачкообразно на границе раздела сред);
- энергия электронов изменяется при прохождении через электронно-оптические линзы (в световой оптике энергия кванта после прохождения линзы не меняется).

Главной основной частью оборудования, формирующего пучки заряженных частиц, является электронно-оптическая система, проектирование которой может происходить как аналитическими методами, так и численными. Аналитические методы основываются на подходах классической электронной оптики (или параксиальной), в которой рассматриваются области, бесконечно приближенные к оптической оси.

На практике используются аксиально-симметричные системы, при изучении которых используется цилиндрическая система координат. В таких аксиально-симметричных системах поля описываются с помощью функций, зависящих только от расстояния до оси  $f = f(r)$ .

Рассмотрим алгоритмы расчетов пространственной и угловой фокусировки широких потоков частиц на примере потока электронов. На рисунке 1 представлена электронно-оптическая система для а) параллельно летящего потока электронов и б) для потока электронов, вылетающего под углом относительно оси Z в цилиндрической системе координат [1].



**а) – параллельно летящий поток электронов;  
б) – поток электронов, вылетающий под углом к оси Z**

**Рисунок 1. – ЭОС пространственной и угловой фокусировки потока заряженных частиц**

Для получения условия фокусировки в обоих случаях используется формула Тейлора, применяющаяся при аппроксимации функции многочлена.

Пусть функция  $Z(x)$  определена в некоторой окрестности точки  $x_0$  и имеет в этой точке производные всех порядков. Тогда ряд Тейлора в точке  $x_0$  для пространственной фокусировки

$$Z(x) = \sum_{k=0}^n \frac{Z^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k.$$

Если функция  $Z(x)$  дифференцируема  $n$  раз в окрестности точки  $x_0$ , то для  $\Delta x$  разложение в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} Z(x_0 + \Delta x) &= Z(x_0) + Z'(x_0)\Delta x + Z''(x_0)\frac{\Delta x^2}{2!} + Z'''(x_0)\frac{\Delta x^3}{3!} + \\ &\dots + Z^{(n-1)}(x_0)\frac{\Delta x^{n-1}}{(n-1)!} + Z^{(n)}(x_0)\frac{\Delta x^n}{n!}. \end{aligned}$$

Так как  $x_0$  и  $\Delta x$  – малы, то членами  $\Delta x^2$ ,  $\Delta x^3$ , ...,  $\Delta x^n$  можно пренебречь. Отбрасывая члены выше первого порядка, разложение примет вид

$$Z(x_0 + \Delta x) = Z(x_0) + Z'(x_0)\Delta x,$$

где  $Z'(x_0) = 0$ .

Таким образом, условие пространственной фокусировки:

$$Z(x_0 + \Delta x) = Z(x_0).$$

Произведем аналогичные действия с разложением в ряд Тейлора для угловой фокусировки

$$Z(\alpha) = \sum_{k=0}^n \frac{Z^{(k)}(\alpha_0)}{k!} (\alpha - \alpha_0)^k.$$

$$Z(\alpha_0 + \Delta\alpha) =$$

$$Z(\alpha_0) + Z'(\alpha_0)\Delta\alpha + Z''(\alpha_0)\frac{\Delta\alpha^2}{2!} + Z'''(\alpha_0)\frac{\Delta\alpha^3}{3!} + \dots + Z^{(n-1)}(\alpha_0)\frac{\Delta\alpha^{n-1}}{(n-1)!} + Z^{(n)}(\alpha_0)\frac{\Delta\alpha^n}{n!}.$$

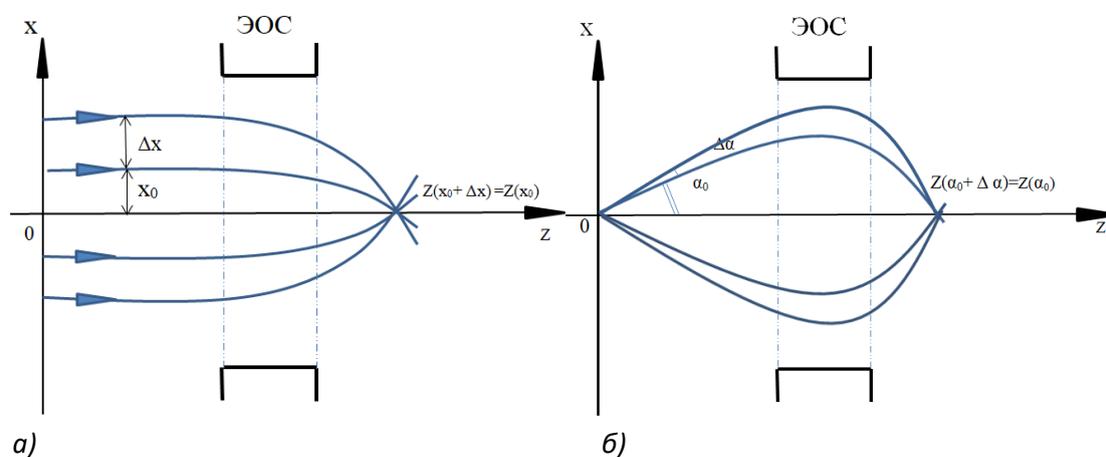
Пренебрегаем членами  $\Delta\alpha^2, \Delta\alpha^3, \dots, \Delta\alpha^n$

$$Z(\alpha_0 + \Delta\alpha) = Z(\alpha_0) + Z'(\alpha_0)\Delta\alpha.$$

Учитывая, что  $Z'(\alpha_0) = 0$ , получаем условие для угловой фокусировки потока электронов

$$Z(\alpha_0 + \Delta\alpha) = Z(\alpha_0).$$

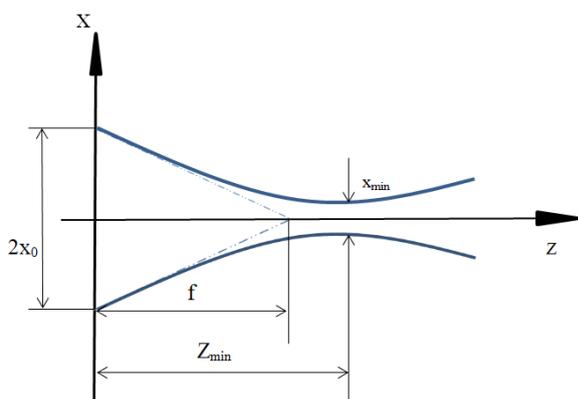
Графически выполнение условий фокусировки представлено на рисунке 2.



**а) – пространственная фокусировка; б) – угловая фокусировка**

**Рисунок 2. – выполнение условий фокусировки**

Рассмотрим задачу о ленточном электронном пучке. Пусть имеется щелевая электростатическая линза с фокусным расстоянием  $f$ , начальная толщина образующегося пучка  $2x_0$ . Параметры пучка:  $i$  (ток). Найдем: 1) расстояние от линзы, на котором толщина пучка будет минимальной (учитывая кулоновское отталкивание электронов в пучке); 2) фокусное расстояние линзы, при котором пучок имеет минимальную толщину на расстоянии  $z'$  от линзы; минимальную толщину пучка (рисунок 3) [2].



**Рисунок 3. – Щелевая электростатическая линза**

Опишем конфигурацию электронного пучка с помощью траекторий электронов на краю пучка. Под действием отталкивающей силы со стороны остальных частиц пучка, электронный ленточный пучок на некотором расстоянии от электростатической линзы, превращается из сходящегося в расходящийся. Предположим, что траектории электронов не пересекают ось Z. Тогда силу, действующую на крайние электроны пучка, найдем по формуле

$$F = eE = \frac{ei}{2\varepsilon_0 v},$$

где  $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$  – поле, определяемое формулой Гаусса-Остроградского ( $\sigma$  – заряд, приходящийся на единицу площади системы);  
 $v$  – скорость электрона вдоль оси Z.

Далее находим траекторию движения электрона, проинтегрировав уравнение движения по оси X, заменив в уравнении движения время координатой  $z = tv$

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{ei}{2\varepsilon_0 m v^3}.$$

Учитывая начальные условия:  $z = 0, x = x_0, \frac{dx}{dz} = -\frac{x_0}{f}$ , запишем

$$\frac{dx}{dz} = \frac{eiz}{2\varepsilon_0 v^3 m} - \frac{x_0}{f};$$

$$x = \frac{eiz^2}{4\varepsilon_0 v^3 m} - \frac{x_0}{f}z + x_0.$$

1) Чтобы найти координату минимального расстояния  $z_{\min}$ , где толщина пучка  $x = x_{\min}$ , приравняем  $\frac{dx}{dz}$  к 0 и выразим

$$z_{\min} = \frac{2\varepsilon_0 x_0 v^3 m}{fie}.$$

2) Найдем фокусное расстояние, при котором толщина пучка минимальна на  $z'$

$$f' = \frac{2\varepsilon_0 x_0 v^3 m}{z'ie}.$$

Толщина ленточного пучка на расстоянии  $z'$  будет

$$d = 2x_{\min} = 2 \left( \frac{eiz'^2}{4\varepsilon_0 v^3 m} - \frac{x_0}{f'}z' + x_0 \right).$$

Случай с расчетом цилиндрического пучка заряженных частиц становится сложнее, так как сила взаимодействия будет зависеть от диаметра пучка, и задача станет нелинейной.

Описанный подход будет использован при проектировании плазменных источников электронов, для определения параметров фокусирующей системы, а также может применяться при поиске оптимального расположения обрабатываемой детали в существующих конструкциях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Моделирование систем параксиальной электронной оптики: учеб. пособие / А.А. Трубицын, Э.Г. Кочергин; Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В.Ф. Уткина. – Рязань, 2022. – 80 с.
2. Левитский, С.М. Сборник задач и расчетов по физической электронике / С.М. Левитский. – Киев : Киевс. ун-т, 1964. – 209 с.