УДК 539.12:530.145

МАССИВНЫЕ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫЕ ПОЛЯ В ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

В.А. Плетюхов, д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры общей и теоретической физики,
А.М. Кузьмич, преподаватель кафедры общей и теоретической физики
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина,
Брест, Беларусь

Предлагаются калибровочно-инвариантные релятивистские квантово-механические уравнения, описывающие микрообъекты с ненулевой массой и спинами s = 0,1. Волновая функция этих уравнений содержит расширенное число компонент волновой функции (одиннадцать) по сравнению с известными уравнениями Даффина – Кеммера.

Ключевые слова: *релятивистские волновые уравнения, калибровочная инвариантность, волновая функция, группа Лоренца, спин, микрообъект.*

Как известно, релятивистски-инвариантное описание микрообъектов с произвольным спином может быть сведено к системе дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, представимой в матрично-дифференциальной форме [1]

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + \Gamma_0)\Psi(x) = 0 \quad (\mu = 1 \div 4). \tag{1}$$

За формой (1) в литературе закрепилось название обобщенного релятивистского волнового уравнения (РВУ) [2]. Здесь $\Psi(x)$ – многокомпонентная волновая функция, преобразующаяся по некоторому приводимому представлению T группы Лоренца; G_m и G_0 – квадратные матрицы.

РВУ (1) может описывать как массивный, так и безмассовый микрообъект. В случае, когда матрица Γ_0 – неособенная ($\|\Gamma_0\| \neq 0$), оно описывает микрообъект с ненулевой массой. Если же матрица Γ_0 – особенная, при использовании минимального необходимого набора неприводимых представлений в T уравнение (1) описывает безмассовый микрообъект [1; 2].

Существенным различием этих двух типов РВУ является то, что в случае безмассового микрообъекта часть компонентов волновой функции $\Psi(x)$ являются ненаблюдаемыми (потенциалы), а часть – наблюдаемыми (напряженности). На потенциалах можно задать так называемые калибровочные преобразования II рода и ввести дополнительные условия, исключающие "лишние" компоненты функции Ψ. При описании же микрообъектов с ненулевой массой указанное разграничение компонентов волновой функции не имеет места.

Однако с открытием всё большего числа новых частиц возникает потребность расширения подхода теории РВУ за счет включения в неё, если это возможно, массивных калибровочно-инвариантных уравнений [3].

Авторами проведено исследование данного вопроса, позволяющее сформулировать следующие общие положения:

– для построения калибровочно-инвариантных РВУ с особенной матрицей Γ_0, которые могли бы описывать микрообъекты с ненулевой массой, необходимо использовать расширенный (по сравнению с минимально необходимым при описании спина s) набор неприводимых зацепляющихся представлений группы Лоренца в пространстве представления волновой функции $\Psi(x)$;

– достаточным условием получения таких РВУ является наличие в произведении $\Gamma_0\Psi$ набора лоренцевских ковариантов, обеспечивающего возможность построения обычного (с неособенной Γ_0) массивного РВУ для микрообъекта с заданным спином s.

Приведем примеры, подтверждающие и разъясняющие сказанное.

Рассмотрим схему зацеплений неприводимых представлений группы Лоренца

$$(0,0)\oplus\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\oplus(0,1)\oplus(1,0), \tag{2}$$

где представление $(0,0)$ соответствует скаляру ψ_0; $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ – вектору ψ_μ $(\mu=1\div4)$; $(0,1)\oplus(1,0)$ – антисимметричному тензору второго ранга $\psi_{[\mu\nu]}$.

На основе (2) можно построить не распадающуюся по группе Лоренца 11-компонентную систему тензорных уравнений

$$\partial_\mu\psi_\mu=0, \tag{3}$$

$$\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\mu\psi_0+m\psi_\mu=0, \tag{4}$$

$$-\partial_\mu\psi_\nu+\partial_\nu\psi_\mu+m\psi_{\mu\nu}=0, \tag{5}$$

которая, будучи приведенной к матрично-дифференциальной форме (1), будет соответствовать особенной матрице Γ_0.

$$\Gamma_0=\begin{pmatrix}0 & & \\ & mI_4 & \\ & & mI_6\end{pmatrix} \text{в базисе } \Psi=\begin{pmatrix}\psi_0\\ \psi_\mu\\ \psi_{[\mu\nu]}\end{pmatrix}. \tag{6}$$

Из системы (3) – (5) нетрудно получить уравнения второго порядка:

$$\Box\psi_0=0, \tag{7}$$

$$\psi_\mu-m\partial_\mu\psi_0-m^2\psi_\mu=0. \tag{8}$$

С другой стороны, система (3) – (5) инвариантна относительно калибровочных преобразований

$$\psi_0\to\psi_0-\Lambda(x),\ \psi_\mu\to\psi_\mu+\frac{1}{m}\partial_\mu\Lambda(x), \tag{9}$$

где калибровочная функция $\Lambda(x)$ ограничена условием

$$\Box\Lambda(x)=0. \tag{10}$$

Сравнивая (10) с (17), заключаем, что скалярный компонент ψ_0 волновой функции $\Psi(6)$ выступает в роли калибровочной функции, т.е. физического поля не описывает.

Нетрудно видеть, что лоренцевские ковarианты ψ_μ, $\psi_{[\mu\nu]}$, на основе которых строится система первого порядка (12), (13), содержатся в произведении $\Gamma_0\Psi$. Действительно, матрица $\Gamma_0(6)$, действуя на расширенную волновую функцию $\Psi(6)$, вырезает скаляр ψ_0, оставляя в РВУ (1), (6), соответствующем тензорной системе (3)–(5), массовые члены $m\psi_\mu$. На основе этих ковариантов можно построить, как известно, обычное (с неособенной матрицей Γ_0) десятикомпонентное РВУ для микрообъекта с ненулевой массой и спином 1 [4].

Иной вариант массивной калибровочно-инвариантной теории представляет собой базирующаяся на наборе представлений (2) тензорная система

$$\partial_\mu\psi_\mu+m\psi_0=0, \tag{11}$$

$$\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\mu\psi_0+m\psi_\mu=0, \tag{12}$$

$$-\partial_\mu\psi_\nu+\partial_\nu\psi_\mu=0. \tag{13}$$

Свертывая уравнение (12) с ∂_μ и сравнивая полученный результат с (11), придем к уравнению второго порядка

$$\Box\psi_0-m^2\psi_0=0, \tag{14}$$

которое означает, что система (11) – (13) описывает массивный микрообъект со спином 0.

Состояния, формально относящиеся к спину 1, в силу инвариантности системы (11) – (13) относительно калибровочных преобразований

$$\psi_{[\mu\nu]}\to\psi_{[\mu\nu]}-\Lambda_{[\mu\nu]},\ \psi_\mu\to\psi_\mu+\frac{1}{m}\partial_\nu\Lambda_{[\mu\nu]}, \tag{15}$$

где произвол в выборе калибровочной функции $\Lambda_{[\mu\nu]}(x)$ ограничен условием

$$\partial_\alpha\partial_\nu\Lambda_{[\mu\nu]}-\partial_\mu\partial_\nu\Lambda_{[\alpha\nu]}=0, \tag{16}$$

носят нефизический характер.

В матрично-дифференциальной форме система (11) –(13) соответствует матрице Γ_0, имеющей в базисе (6) блочную структуру

$$\Gamma_0=\begin{pmatrix} m & & \\ & mI_4 & \\ & & O_6 \end{pmatrix}, \tag{17}$$

вырезающую в произведении $\Gamma_0\Psi$ “лишние” компоненты волновой функции, каковыми в данном случае являются компоненты тензора $\psi_{[\mu\nu]}$.

Приведенные примеры подтверждают справедливость сформулированных выше общих положений, которые могут быть положены в основу отдельного направления в теории обобщенных РВУ – теории массивных калибровочно-инвариантных микрообъектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Федоров // ДАН СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.
2. Богуш, А. А. Введение в теорию классических полей / А. А. Богуш, Л. Г. Мороз. // Мн.: Наука и техника, 1952.
3. Harikumar, E. Duality and massive gauge invariant theories / E. Harikumar, M. Savikumar // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 57. – P. 3794–3804.
4. Kemmer, N. The particle aspect of meson theory / N. Kemmer // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 91–116.