

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В КУРСЕ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ**

*Д.В. Клепацкий, М.О. Савицкий,
А.П. Мателенок, канд. пед. наук, доц.*

*Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой,
Новополоцк, Беларусь*

Дано определение понятия «физико-математическая культура инженера и физика» и рассмотрена его структурная модель, включающая аксиологический и когнитивный компоненты. Вместо воспитания математической культуры у будущих инженеров и физиков предлагается воспитывать культуру физико-математического толка. Одним из важнейших способов здесь является компьютерное моделирование физических процессов в курсе общей математики.

Ключевые слова: *компьютерное моделирование, математическая культура, компетентностная парадигма, мышление, математика, физика.*

Введение. Высшее техническое образование учреждений образования Республики Беларусь направлено на подготовку инженеров, способных к конкуренции не только на национальном, но и международном рынках труда. Такая высокая подготовка возможна при условии, что выпускники учреждений высшего образования отличаются готовностью и способностью использовать полученные в обучении высшей математике знания и опыт мыслительной деятельности при решении как профессиональных, так и междисциплинарных научно-прикладных проблем [1]. Вместе с тем успешное решение поставленной задачи требуют сегодня формирование не только устойчивых знаний по высшей математике и физике, но формирование физико-математической культуры будущих специалистов технологического профиля.

Основная часть. Термин «Физико-математическая культура студентов» сложный и многогранный. Так З.С. Акманов рассматривает математическую культуру студентов «как сложное, динамическое качество личности, характеризующее готовность и способность студента приобретать, использовать и совершенствовать математические знания, умения и навыки в профессиональной деятельности» [2]. Основным параметром выступает математическая деятельность, компонентами которой являются: математизация эмпирического материала, построение математической модели, применение математической теории. Согласно И.И. Кулешовой, «математическая культура – это аспект профессиональной культуры, который дает основу для полного раскрытия творческого потенциала будущих инженеров» [3]. Инженер, обладающий математической культурой, это специалист, умеющий применять математические знания и умения; способный видеть перспективные сферы применения своего математического багажа в своей профессии; готовый переносить общематематические знания с одного объекта на другой и тем самым овладевать научной картиной мира» [3].

Отметим, что при изучении специальных дисциплин будущие специалисты используют лишь одну из нескольких главных составляющих математической культуры инженера: математические методы. Даже в сложнейших математических выражениях, инженеры видят действия с абстрактными *физическими* понятиями, имеющими *физическую* размерность, и наполняют эти выражения *физическим* смыслом [4]. Следовательно, у будущих инженеров на занятиях по численным методам надо формировать способность применять математические знания по своей специальности (в частности, через моделирование), связанную с физико-математической культурой. Поэтому студенту технических специальностей требуются задания позволяющие развивать умение моделировать физические процессы и объекты. Это моделирование может выполняться как теоретически (математическое моделирование), так и с применением компьютера (компьютерное моделирование).

В «Полоцком государственном университете имени Евфросинии Полоцкой» на кафедре «Энергетики и электроники» осуществляется подготовка специалистов по специальности 6-05-0713-02 Электронные системы и технологии. Покажем на примере некоторых заданий лабораторных работ по дисциплине «Численные методы» способы формирования физико-математической культуры труда. Выполнение указанной лабораторной работы проходит в рамках темы «Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка и уравнений m -го порядка».

В лабораторной работе № 12 «Исследование математической модели динамического процесса» предложены следующие индивидуальные задания:

- Зарядка конденсатора, включенного последовательно с резистором.
- Подключение резистора и катушки индуктивности, соединенных последовательно, к источнику постоянного напряжения.
- Остывание тела малого объёма, погруженного в жидкость.
- Вытекание жидкости из резервуара цилиндрической формы.
- Качение колеса по наклонной плоскости без скольжения.
- Разрядка конденсатора, включенного параллельно двум ветвям, содержащим катушку индуктивности и резистор.
- Нагрев теплоизолированного резистора, подключенного к разряжающемуся конденсатору.
- Создание математической модели динамического процесса.
- И другие.

Приведем пример выполнения указанной работы.

Задача: провести исследование математической модели: «Остывание тела малого объема, погруженного в жидкость». В ходе работы рассматривается, как изменяется температура тела во времени под воздействием окружающей среды.

1. Математическая постановка задачи

Для описания процесса остывания используется дифференциальное уравнение теплопередачи Ньютона: $\frac{dT(t)}{dt} = -k(T(t) - T_{env})$, где: $T(t)$ – температура тела в момент времени t , T_{env} – температура окружающей среды, k – коэффициент теплообмена.

6. Аналитическое решение поставленной задачи

Решение дифференциального уравнения методом разделения переменных дает нам аналитическое выражение: $T(t) = T_{env} + (T_0 - T_{env})e^{-kt}$, где T_0 – начальная температура тела.

7. Численное решение поставленной задачи

Для численного решения используется метод Эйлера: $T_{n+1} = T_n - k(T_n - T_{env})\Delta t$; Δt – шаг по времени; T_n – температура тела на шаге n . Реализация решения на языке C++ показана на рисунках 1–3.

```
1  #include <iostream>
2  #include <cmath>
3
4  // Функция для вычисления новой температуры тела
5  double computeNewTemperature(double currentTemp, double envTemp, double k, double dt) {
6      return currentTemp - k * (currentTemp - envTemp) * dt;
7  }
8
9  int main() {
10     // Начальные условия
11     double initialTemp = 100.0; // Начальная температура тела (в градусах Цельсия)
12     double envTemp = 20.0; // Температура окружающей среды (в градусах Цельсия)
13     double k = 0.1; // Коэффициент теплообмена
14     double dt = 0.1; // Шаг по времени (в секундах)
15     double time = 0.0; // Время (в секундах)
16     double endTime = 100.0; // Конечное время моделирования (в секундах)
17
18     // Текущая температура тела
19     double currentTemp = initialTemp;
20
21     // Моделирование процесса остывания
22     while (time <= endTime) {
23         std::cout << "Time: " << time << "s, Temperature: " << currentTemp << "C" << std::endl;
24         currentTemp = computeNewTemperature(currentTemp, envTemp, k, dt);
25         time += dt;
26     }
27
28     return 0;
29 }
```

Рисунок 1. – Код, реализующий предложенное решение на C++

Рисунок 2. – Вывод температурных данных

```
Консоль отладки Microsoft V x + v
Time: 0s, Temperature: 100C
Time: 0.1s, Temperature: 99.2C
Time: 0.2s, Temperature: 98.408C
Time: 0.3s, Temperature: 97.6239C
Time: 0.4s, Temperature: 96.8477C
Time: 0.5s, Temperature: 96.0792C
Time: 0.6s, Temperature: 95.3184C
Time: 0.7s, Temperature: 94.5652C
Time: 0.8s, Temperature: 93.8196C
Time: 0.9s, Temperature: 93.0814C
Time: 1s, Temperature: 92.3506C
Time: 1.1s, Temperature: 91.6271C
Time: 1.2s, Temperature: 90.9108C
Time: 1.3s, Temperature: 90.2017C
Time: 1.4s, Temperature: 89.4997C
Time: 1.5s, Temperature: 88.8047C
Time: 1.6s, Temperature: 88.1166C
Time: 1.7s, Temperature: 87.4355C
Time: 1.8s, Temperature: 86.7611C
Time: 1.9s, Temperature: 86.0935C
Time: 2s, Temperature: 85.4326C
Time: 2.1s, Temperature: 84.7782C
Time: 2.2s, Temperature: 84.1304C
Time: 2.3s, Temperature: 83.4891C
Time: 2.4s, Temperature: 82.8543C
Time: 2.5s, Temperature: 82.2257C
Time: 2.6s, Temperature: 81.6035C
Time: 2.7s, Temperature: 80.9874C
Time: 2.8s, Temperature: 80.3775C
Time: 2.9s, Temperature: 79.7738C
Time: 3s, Temperature: 79.176C
Time: 3.1s, Temperature: 78.5843C
Time: 3.2s, Temperature: 77.9984C
Time: 3.3s, Temperature: 77.4184C
Time: 3.4s, Temperature: 76.8443C
Time: 3.5s, Temperature: 76.2758C
Time: 3.6s, Temperature: 75.7131C
Time: 3.7s, Temperature: 75.1559C
Time: 3.8s, Temperature: 74.6044C
Time: 3.9s, Temperature: 74.0583C
Time: 4s, Temperature: 73.5177C
```

```

1  #include <iostream>
2  #include <cmath>
3  #include <fstream>
4  #include <vector>
5  // Аналитическое решение
6  double analyticalSolution(double T0, double T_env, double k, double t) {
7      return T_env + (T0 - T_env) * std::exp(-k * t);
8  }
9  // Численное решение методом Эйлера
10 std::vector<std::pair<double, double>> numericalSolution(double T0, double
11 T_env, double k, double dt, double endTime) {
12     std::vector<std::pair<double, double>> results;
13     double T = T0;
14     for (double time = 0; time <= endTime; time += dt) {
15         results.push_back({ time, T });
16         T = T - k * (T - T_env) * dt;
17     }
18     return results;
19 }
20 int main() {
21     // Параметры задачи
22     double T0 = 100.0;
23     double T_env = 20.0;
24     double k = 0.1;
25     double dt = 0.1;
26     double endTime = 100.0;
27     // Открытие файлов для записи данных
28     std::ofstream analyticalFile("analytical_solution.csv");
29     std::ofstream numericalFile("numerical_solution.csv");
30     if (!analyticalFile || !numericalFile) {
31         std::cerr << "Ошибка открытия файла для записи!" << std::endl;
32         return 1;
33     }
34     // Запись заголовков
35     analyticalFile << "Time, Temperature" << std::endl;
36     numericalFile << "Time, Temperature" << std::endl;
37     // Аналитическое решение
38     for (double time = 0; time <= endTime; time += 0.1) {
39         double T = analyticalSolution(T0, T_env, k, time);
40         analyticalFile << time << "," << T << std::endl;
41     }
42     // Численное решение
43     auto numericalResults = numericalSolution(T0, T_env, k, dt, endTime);
44     for (const auto& result : numericalResults) {
45         numericalFile << result.first << "," << result.second << std::endl;
46     }
47     // Закрытие файлов
48     analyticalFile.close();
49     numericalFile.close();
50     std::cout << "Данные сохранены в файлы analytical_solution.csv и numerical_solution.csv" << std::endl;
51     return 0;
52 }

```

Рисунок 3. – Продолжение текста программы

8. Сравнение аналитического и численного решения при различных значениях шага интегрирования (рисунок 4)

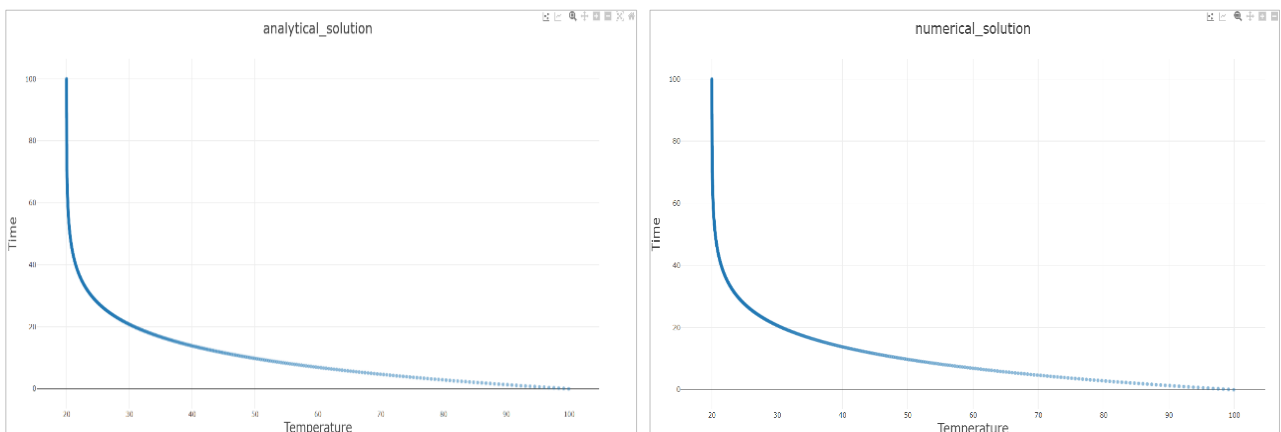


Рисунок 4. – Сравнение аналитического и численного решения при различных значениях шага интегрирования

9. Оценка адекватности полученной модели

Адекватность модели можно оценить путем сравнения аналитического и численного решений. Если численное решение при малых шагах интегрирования близко к аналитическому, модель можно считать адекватной. В нашем случае значения близки, следовательно, модель адекватная. Также можно провести анализ чувствительности к изменению параметров модели (например, коэффициента теплообмена k).

Заключение. Нам представляется, что предлагаемая методика включения в учебно-познавательный процесс дисциплины «Численные методы» лабораторных работ с моделированием динамических процессов служит одним из примеров реализации формирования физико-математической культуры студентов технических специальностей. При этом у студентов формируются компетенции как математического моделирования, так и компьютерного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Реализация междисциплинарной интеграции математики и специальных дисциплин в обучении студентов химико-технологического профиля / А. П. Мателенок, И. В. Бурая, Е. В. Молоток [и др.] // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия Е. Педагогические науки. – 2023. – № 2. – С. 12–18.
2. Акманова, З.С. Развитие математической культуры студентов университета в процессе непрерывной профессиональной подготовки на основе компетентного подхода // Вестник ЮУрГГПУ. 2009. – № 10-2. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-matematicheskoy-kultury-studentov-universiteta-v-protsesse-nepreryvnoy-professionalnoy-podgotovki-na-osnove> (дата обращения: 13.11.2024).
3. Кулешова, И.И. Формирование математической культуры студентов технических вузов на основе технологии модульного обучения: дисс. ...канд. пед. наук. – Барнаул, 2003.
4. Кирюшин И. В. Психологические типы социально-познающей личности: многомерная модель // Вестник БДПУ. Сер. 1. – 2010. – № 3. – С. 23–28.