Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

В. А. Зафатаев

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Электронный учебно-методический комплекс
для студентов специальностей
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»,
7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений»

Текстовое электронное издание

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой
2025

Об издании – 1, 2

1 – дополнительный титульный экран – сведения об издании

УДК 536.2(075.8)

Одобрено и рекомендовано к изданию методической комиссией
инженерно-строительного факультета (протокол № 8 от 25.10.2024)

Кафедра теплогазоснабжения и вентиляции

РЕЦЕНЗЕНТЫ:
кафедра «Теплогазоснабжение и вентиляция»
Белорусского национального технического университета
(зав. каф. канд. техн. наук А. Н. ПЕХОТА);
кафедра теплогазоснабжения и вентиляции
Брестского государственного технического университета
(канд. техн. наук, доц., зав. В. Г. НОВОСЕЛЬЦЕВ)

Зафатаев, В. А.

Тепломассообмен [Электронный ресурс]: электрон. учеб.-метод. комплекс / В. А. Зафатаев. – Новополоцк: Полоц. гос. ун-т им. Евфросинии Полоцкой, 2025. – URL: https://elib.psu.by/handle/123456789/48252.

ISBN 978-985-531-908-6.

Изложены основные положения стационарной и нестационарной теплопроводности, конвективного тепло- и массообмена, теплообмена при фазовых превращениях, теплообмена излучением и сложного теплообмена, а также процессов, происходящих в теплоообменных аппаратах в объеме, предусмотренном учебным планом дисциплины. Рассматриваются физическая сущность процессов тепло- и массообмена, их математическое представление и получение зависимостей для их расчета. Материал иллюстрируется примерами решения практических задач. В каждой главе приведены вопросы для самопроверки и тестовые задания. В приложениях дана справочная информация по теплофизическим свойствам материалов и сред.

Содержание ЭУМК соответствует государственному образовательному стандарту по специальности высшего образования и учебной программе дисциплины «Тепломассообмен».

Предназначен для студентов специальностей 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений».

№ госрегистрации 3552544179
ISBN 978-985-531-908-6

© Зафатаев В. А., 2025
© Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой, 2025

2 – дополнительный титульный экран – производственно-технические сведения

Для создания текстового электронного издания «Тепломассообмен» В. А. Зафатаева использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

Электронный учебно-методический комплекс включен в Государственный регистр информационного ресурса. Регистрационное свидетельство 3552544179 от 24.09.2025.

Учебное издание

ЗАФАТАЕВ Виталий Анатольевич

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Электронный учебно-методический комплекс
для студентов специальностей
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»,
7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений»

Редактор *Т. А. Дарьянова*
Компьютерный дизайн: *отдел по связям с общественностью*

Подписано к использованию 05.09.2025.
Объем издания 8,9 Мб. Заказ 315.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014., перерегистрация от 24.08.2022.

ЛП № 02330/278 от 27.05.2004.

211440, ул. Блохина, 29,
г. Новополоцк,
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44
http://www.psu.by

СОДЕРЖАНИЕ

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕПЛОМАССООБМЕН» (фрагмент) ... 7

ВВЕДЕНИЕ ... 45

Глава 1 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ... 48
1.1. Температурное поле ... 48
1.2. Температурный градиент ... 48
1.3. Тепловой поток. Закон Фурье ... 49
1.4. Коэффициент теплопроводности ... 51
1.5. Дифференциальное уравнение теплопроводности ... 51
1.6. Условия однозначности для процессов теплопроводности ... 55
1.7. Стационарная теплопроводность в телах простейшей формы ... 57
1.7.1. Плоская стенка ... 57
1.7.2. Цилиндрическая стенка ... 59

Лабораторная работа 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННОГО МАТЕРИАЛА (метод цилиндрического слоя) ... 64

1.7.3. Теплопередача (граничные условия III рода) ... 72
1.8. Критический диаметр цилиндрической стенки ... 79
1.9. Передача теплоты через шаровую стенку ... 82
1.10. Пути интенсификации теплопередачи ... 85
1.11. Теплопроводность в стержне (ребре) постоянного поперечного сечения ... 87
1.12. Теплопередача через ребристую плоскую стенку ... 92

Лабораторная работа 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОРЕБРЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ... 96

1.13. Стационарная теплопроводность в телах при наличии в них внутренних источников теплоты ... 100

Вопросы для самопроверки ... 115
Тесты для самопроверки ... 117

Глава 2 НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ... 128
2.1. Температурное поле в процессе охлаждения/нагревания пластины ... 128
2.2. Расчет количества теплоты, отдаваемой пластиной при охлаждении ... 140
2.3. Регулярный режим нагрева/охлаждения тел. Теоремы Кондратьева ... 143

Лабораторная работа 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПОРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ... 149

2.4. Охлаждение (нагревание) тел, имеющих форму параллелепипеда или цилиндра конечной длины ... 153
2.5. Нестационарное температурное поле в полуограниченном массиве ... 154

Вопросы для самопроверки ... 160
Тесты для самопроверки ... 162

Глава 3 КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН 166
3.1. Основные понятия конвективного теплообмена 166
3.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена 167
3.3. Гидродинамический пограничный слой 172
3.4. Тепловой пограничный слой 174
3.5. Приведение математической формулировки краевой задачи к записи в безразмерных переменных 175
3.6. Подобие процессов конвективного теплообмена. Критерии подобия и уравнения подобия 178
3.7. Условия подобия физических процессов 182
3.8. Средняя температура. Определяющая температура. Эквивалентный диаметр 183
3.9. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль пластины 185
3.10. Конвективный теплообмен при вынужденном обтекании тел сжимаемой жидкостью 194
3.11. Теплообмен при поперечном омывании одиночной трубы 197
3.12. Теплообмен при поперечном омывании пучков труб 208
3.13. Вынужденная конвекция при течении жидкостей в трубах 213
3.13.1. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах 213
3.13.2. Теплообмен при турбулентном течении жидкости в трубах 216
3.14. Теплообмен при свободном движении жидкости 221

Лабораторная работа 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ВОЗДУХА ОКОЛО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЫ 225
Лабораторная работа 5 ТЕПЛООТДАЧА ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ 230
Лабораторная работа 6 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА НА ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ТРУБОПРОВОДЕ 239

3.15. Теплообмен при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве 248
3.16. Основные представления о процессе конденсации 249
3.17. Теплоотдача при конденсации парогазовых смесей 260
3.18. Теплообмен при кипении 263
3.18.1. Общие представления о процессе кипения 263
3.18.2. Теплообмен при пузырьковом кипении 267
3.18.3. Теплообмен при пленочном кипении 271

Глава 4 ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ 284
4.1. Общие сведения о тепловом излучении 284
4.2. Основной закон поглощения 287
4.3. Основные законы теплового излучения 288
4.4. Теплообмен излучением между твердыми телами 294
4.4.1. Теплообмен между параллельными пластинами 294
4.4.2. Теплообмен излучением между телами, одно из которых находится внутри другого 297

Лабораторная работа 7 ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛУЧИСТОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ 301
4.4.3 Теплообмен между параллельными пластинами при наличии экранов 306
4.5. Перенос лучистой энергии в поглощающей среде 310
4.6. Уравнение переноса энергии в поглощающей и излучающей среде 312
4.7. Излучение газов 312
Тесты для самопроверки 319
4.8. Сложный теплообмен 323
Глава 5 ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ 325
5.1. Общие положения 325
5.2. Основные положения теплового расчета теплообменных аппаратов 325
5.3. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов 349
Глава 6 ОСНОВЫ МАССООБМЕНА 352
6.1. Общие положения 352
6.2. Уравнения массообмена 354
6.3. Аналогия между тепло- и массообменом 358
ПРИЛОЖЕНИЯ 360

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕПЛОМАССООБМЕН» (фрагмент)

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»
_____ Ю.П. Голубев
_____ 2022г.

Регистрационный № УД-184/22/уч.

Модуль "Общепрофессиональные дисциплины 1"

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»

2022 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы для высших учебных заведений по специальности 1-70 04 02 "Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна". Регистрационный № ТД-J.131/тип от 07.07.2014г. и учебных планов специальности 1-70 04 02 "Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна". Регистрационный № 23-21/уч.ИСФ от 26.07.2021 для дневной формы получения высшего образования и регистрационный № 08-22/уч.з.ИСФ от 30.05.2022 для заочной сокращённой формы получения высшего образования.

СОСТАВИТЕЛЬ:
Виталий Анатольевич Зафатаев, ст. преподаватель кафедры теплогазоводоснабжения и вентиляции учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теплогазоводоснабжения и вентиляции учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 5 от 23.05.2022);

Методической комиссией инженерно-строительного факультета учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 5 от 24.06.2022)

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет»

(протокол № 7 от 30.06.2022)

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет
имени Евфросинии Полоцкой»
_____ Ю.Я. Романовский
«27» 06 2025г.
Регистрационный № УД–48 / 25 /уч.

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений»
с профилизацией «Теплогазоснабжение, вентиляция
и охрана воздушного бассейна»

2025 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности высшего образования ОСВО 7-07-0732-02-2023 и учебных планов по специальности 7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений» с профилизацией «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна». Регистрационный № 31-23/уч. ИСФ от 04.04.2023 для дневной формы получения высшего образования. Регистрационный № 10-23/уч.з. ИСФ от 04.04.2023 для заочной формы получения высшего образования на основе среднего специального образования.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Виталий Анатольевич Зафатаев, старший преподаватель кафедры теплогазоводоснабжения и вентиляции учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой»

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теплогазоводоснабжения и вентиляции учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 8 от 12.06.2025);

Научно-методическим советом учреждения образования «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой» (протокол № 7 от 17.06.2025)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель изучения дисциплины «Тепломассообмен» – подготовка инженеров-строителей, способных успешно реализовывать свои знания в области теплообмена при проектировании, конструировании, исследовании, реконструкции, монтаже, наладке, эксплуатации оборудования в области отопительно-вентиляционной техники, газоснабжения, теплогенерирующих установок, зданий и сооружений различного назначения для максимальной экономии топлива и материалов, интенсификации и оптимизации энерготехнических процессов.

Учебная программа учебной дисциплины «Тепломассообмен» базируется на знаниях студентов, полученных в процессе изучения общепрофессиональных и естественнонаучных дисциплин учебного плана: математики, физики, химии, механики жидкости и газа, технической термодинамике, начертательной геометрии. Знания и умения, полученные студентами при изучении данной дисциплины, необходимы для освоения профильных дисциплин, таких как «Строительная теплофизика», «Теплогенерирующие установки», «Отопление», «Вентиляция», «Кондиционирование воздуха и холодоснабжение», «Теплоснабжение», «Газоснабжение».

Задачи изучения дисциплины – сформировать у студентов знания и умения по следующим вопросам:

– гипотезы и допущения, используемые в тепломассообмене;

– тепломассообмен в телах различных форм и конструкций;

– основные положения и методы расчета процессов теплопроводности, конвективного теплообмена и теплового излучения;

– закономерности теплообмена при фазовых превращениях;

– основы расчета теплообменных аппаратов.

В результате освоения дисциплины «Тепломассообмен» студент должен

знать:

– кондуктивный теплообмен при стационарном и нестационарном режимах (граничные условия I–III рода);

– конвективный теплообмен при свободной и вынужденной конвекции в неограниченном и ограниченном пространстве при обтекании пластины, труб, пучков труб, при наличии фазовых переходов;

– радиационный теплообмен;

– теплообменные аппараты;

уметь:

– рассчитывать температурные поля для различных тел при граничных условиях I–III рода;

– определять коэффициенты конвективной теплоотдачи и теплопередачи для различных систем;

– рассчитывать теплообмен излучением;

– определять коэффициенты теплопередачи и поверхности теплообмена в теплообменных аппаратах;

владеть:

– основными терминологическими характеристиками в области тепло-массообмена;

– расчетами тепло- и массообмена в классических телах при граничных условиях I–IV рода;

– методами анализа основных процессов в элементах теплоэнергетических и теплотехнических систем.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Тепломассообмен – одна из дисциплин, обеспечивающих экономию топливно-энергетических ресурсов; роль в строительной индустрии, проектировании и строительстве промышленных объектов.

Связь с общепрофессиональными и профилирующими дисциплинами. Развитие науки о тепломассообмене. Проблемы, решаемые в рамках науки. Основные понятия и определения. Способы переноса теплоты.

1. Стационарный теплоперенос

Законы переноса теплоты. Теплопроводность. Закон Фурье. Теплопередача. Коэффициенты теплопроводности, теплоотдачи. Коэффициент теплопроводности для газов, капельных жидкостей, металлов, диэлектриков, теплоизоляционных материалов.

Температурный градиент. Плотность теплового потока. Дифференциальные уравнения теплопроводности. Формула Ньютона-Рихмана.

Тепловой поток и температурное поле в плоской стенке. Граничные условия (ГУ) I и III рода. Тепловой поток и температурное поле в полой цилиндрической стенке, (ГУ) I и III рода. Критический диаметр цилиндрической стенки, теплоизоляции. Тепловой поток и температурное поле в сферической стенке (полый шар), (ГУ) I и III рода.

Теплопроводность тонкого стержня. Теплообмен через оребренные поверхности. Температурное поле в ребре переменного сечения. Тепловой поток ребра, коэффициент эффективности ребра.

Стационарная теплопроводность в телах при наличии в них внутренних источников теплоты.

2. Нестационарный теплообмен

Метод Фурье разделения переменных.

Температурное поле в телах с конечной теплопроводностью (неограниченная пластина, неограниченный цилиндр, тело конечных размеров).

Нагрев (охлаждение) термически тонких и термически массивных тел.

Регулярный режим. Влияние числа Фурье на температурное поле в начальной стадии и стадии регулярного режима; темп регулярного режима.

Поле температур в телах сложной геометрической формы.

Поля температур в несимметрично обогреваемых/охлаждаемых телах.

3. Конвективный теплообмен

Понятие о свободной и вынужденной конвекции. Влияние теплофизических свойств жидкости на процессы конвективного теплообмена. Гидродинами-

ческая структура потока и интенсивность конвективного теплообмена. Ламинарный и турбулентный режимы течения.

Дифференциальные уравнения энергии, движения, неразрывности. Тепловой и гидродинамический пограничный слой.

Решение задач конвективного теплообмена, связанных с использованием безразмерных переменных. Критериальные уравнения. Теоремы подобия. Числа теплового подобия. Представление экспериментальных результатов в виде уравнений подобия.

Расчет и механизм теплоотдачи при ламинарном движении жидкости у плоской поверхности. Локальные и средние коэффициенты теплоотдачи, влияние направления теплового потока на теплоотдачу капельной жидкости. Механизм турбулентного переноса.

Конвективный теплообмен при вынужденном обтекании тел сжимаемой жидкостью.

Теплообмен при поперечном обтекании одиночной трубы, трубных пучков. Зависимости при расчете теплоотдачи одиночных труб, коридорных и шахматных пучков труб.

Теплообмен при течении жидкости в трубах. Ламинарный режим течения – гидродинамическая и тепловая стабилизация, начальный и участок стабилизированного течения. Теплообмен при турбулентном течении жидкости в трубе. Изменение температуры жидкости вдоль канала.

Формулировка и решение задачи о теплообмене при свободном ламинарном и турбулентном движении жидкости вдоль вертикальных поверхностей. Изменение локальной теплоотдачи вдоль поверхности.

Теплообмен в ограниченном пространстве: методика расчета теплоотдачи, эквивалентный коэффициент теплопроводности.

4. Теплообмен при конденсации

Пленочная и капельная конденсация. Теплообмен при пленочной конденсации неподвижного пара на вертикальной поверхности; волновое течение пленки конденсата, основные уравнения теплообмена. Пленочная конденсация на наружной поверхности горизонтальной трубы. Расчет теплоотдачи для турбулентной пленки конденсата.

Влияние скорости течения пара на теплоотдачу при конденсации на вертикальной поверхности. Влияние перегрева пара. Влияние неконденсирующихся газов на теплообмен. Влияние состояния поверхности. Влияние компоновки поверхности.

5. Теплообмен при кипении

Механизм процесса теплообмена при пузырьковом кипении жидкости. Два основных режима кипения. Структура потока при пузырьковом кипении жидкости

в неограниченном объеме. Гидродинамическая природа кризисов в механизме кипения жидкости. Переход от пленочного режима кипения к пузырьковому режиму.

Влияние давления, теплового потока, температурного напора, теплофизических свойств жидкости, состояния, размера поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при кипении.

Теплоотдача при пленочном кипении. Интенсификация теплообмена при кипении.

6. Теплообмен излучением

Природа теплового излучения. Спектр электромагнитного излучения. Излучающие свойства абсолютно черного тела. Интенсивность излучения; интегральное и полусферическое излучение. Плотность потока полусферического излучения. Поглощательная, отражательная и пропускающая способность. Законы Планка, Вина, Стефана-Больцмана, Кирхгофа, Ламберта, Бугера. Термодинамическое равновесное излучение, понятие серого тела. Радиационные характеристики реальных поверхностей.

Теплообмен излучением в системе тел, разделенных диатермичной средой. Классификация видов полусферического излучения: собственное, падающее, эффективное и результирующее излучение.

Задачи теплообмена излучением в простейших геометрических системах – параллельные поверхности, системы с экранами.

Закономерности теплообмена излучением при наличии поглощающей (излучающей) и рассеивающей среды. Уравнения переноса лучистой энергии.

Коэффициент поглощения, степень черноты газообразных сред. Инженерный метод расчета излучения газа в замкнутых системах.

Совместное действие излучения, теплопроводности и конвекции.

7. Теплообменные аппараты

Типы теплообменных аппаратов. Типы поверхностей раздела между теплоносителями. Варианты схем движения теплоносителей, варианты изменения температур теплоносителей, коэффициент теплопередачи. Основы теплового расчета теплообменников, уравнение теплового баланса, уравнение теплопередачи, изменения температур теплоносителей, средний температурный напор. Конструктивный и поверочный расчеты теплообменников, определение конечных температур теплоносителей. Расчет теплообменников с учетом их тепловой эффективности.

Принципы гидравлического расчета теплообменных аппаратов. Связь гидравлического сопротивления и интенсивности теплообмена. Основы технико-экономической оптимизации теплообменных аппаратов.

8. Массообмен

Основные понятия и определения. Молекулярная диффузия, градиент концентрации, закон Фика. Стационарная одномерная молекулярная диффузия и расчет плотности потока массы. Стефанов поток.

Конвективный массообмен. Система дифференциальных уравнений энергии, уравнения движения и неразрывности. Аналогия процессов переноса теплоты и массы. Понятие о диффузионном пограничном слое. Использование аналогии тепло- и массообмена для расчета массообменных процессов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Брюханов, О. Н. Тепломассообмен [Электронный ресурс] : учеб/ / О.Н. Брюханов, С.Н. Шевченко. – М. : ИНФРА-М, 2022. – 464 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://znanium.ru/catalog/product/1794138

2. Теплопередача [Электронный ресурс] : учеб. пособие : в 2 ч. / В. С. Чередниченко, В. А. Синицын, А. И. Алиферов и др. ; под ред. В. С. Чередниченко. – М. : ИНФРА-М, 2024. – Ч. 1 : Основы теории теплопередачи. – 221 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://znanium.com/catalog/product/1929157

3. Теплопередача [Электронный ресурс] : учебное пособие : в 2 ч. / В. С. Чередниченко, В. А. Синицын, А. И. Алиферов и др. ; под общ. ред. В. С. Чередниченко, А. И. Алиферова. – М. : ИНФРА-М, 2020. – Ч. 2 : Упражнения и задачи. – 348 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://znanium.ru/catalog/product/1001096

4. Семенов, Ю. П. Основы тепломассообмена [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. П. Семенов. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 246 с. – Режим доступа: по подписке. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2126481

5. Шаров, Ю. И. Термодинамика и теплопередача [Электронный ресурс] : учеб. / Ю. И. Шаров. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2019. – 311 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://znanium.com/catalog/product/1868893

6. Теплообмен: теория и практика [Электронный ресурс] : учеб. / В. В. Карнаух, А. Б. Бирюков, С. И. Гинкул [и др.]. – М. ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2021. – 332 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://znanium.com/catalog/product/1836516

Дополнительная

1. Тепло- и массообмен : учеб. пособие : в 2 ч. / Б. М. Хрусталев, А. П. Несенчук, В. И. Тимошпольский [и др.] ; под общ. ред. А. П. Несенчука. – Минск : БНТУ, 2007. – Ч. 1. – 607 с. : ил.

2. Гончаров, Э. И. Тепломассообмен : учеб.-метод. комплекс для студентов специальности 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна» / Э. И. Гончаров, Е. С. Добросольцева. – Новополоцк : ПГУ, 2006. – 275 с.

3. Брюханов, О. Н. Тепломассообмен / О. Н. Брюханов, С. Н. Шевченко. – М. : АСВ, 2005. – 460 с.

4. Цветков, Ф. Ф. Тепломассообмен / Ф. Ф. Цветков, Б. А. Григорьев. – 2-е изд. – М. : Изд-во МЭИ, 2005. – 550 с.

5. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – 4-е изд. – М. : Энергия, 1981. – 416 с.

6. Лыков, А. В. Тепломассообмен / А. В. Лыков. – 2-е изд. – М. : Энергия, 1978. – 480 с.

7. Кушнырев, В. И. Техническая термодинамика и теплопередача : учеб. для вузов / В. И. Кушнырев. – М. : Стройиздат, 1986. – 464 с.

8. Нащокин, В. В. Техническая термодинамика и теплопередача : учеб. пособие для неэнергет. специальностей вузов / В. В. Нащокин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1980. – 469 с.

9. Юдаев, Б. Н. Техническая термодинамика. Теплопередача : учеб. для не-энергет. специальностей вузов / Б. Н. Юдаев. – М. : Высш. шк., 1988. – 479 с.

10. Телегин, А. С. Тепломассоперенос : учеб. для вузов / А. С. Телегин, В. С. Швыдкий, Ю. Г. Ярошенко. – М. : Металлургия, 1995. – 400 с.

11. Болгарский, А. В. Термодинамика и теплопередача : учеб. для вузов / А. В. Болгарский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1975. – 495 с.

12. Кузовлев, В. А. Техническая термодинамика и основы теплопередачи : учеб. для техникумов / В. А. Кузовлев ; под ред. Стоцкого Л. Р. – М. : Высш. шк., 1975. – 303 с.

13. Михеев, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М. : Энергия, 1977. – 344 с.

14. Техническая термодинамика и теплопередача [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. В. Делков, М. Г. Мелкозеров, Д. В. Черненко [и др.]. – Красноярск : СибГУ им. академика М. Ф. Решетнева, 2020. – 102 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://e.lanbook.com/book/165879

15. Зейнетдинов, Р. А. Тепломассообмен в элементах теплотехнического оборудования. Основы тепломассообмена [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Р. А. Зейнетдинов. – СПб. : СПбГАУ, 2020. – 214 с. : ил., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=621145

16. Лифенцева, Л. В. Теплотехника [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Л. В. Лифенцева. – Кемерово : Кемер. гос. ун-т, 2019. – 110 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600345

17. Дерюгин, В. В. Тепломассообмен [Электронный ресурс] : учебное пособие для СПО / В. В. Дерюгин, В. Ф. Васильев, В. М. Уляшева. – СПб. : Лань, 2020. – 240 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://e.lanbook.com/book/151202

18. Цветков, Ф. Ф. Задачник по тепломассообмену / Ф. Ф. Цветков, Р. В. Керимов, В. И. Величко. – М. : Изд-во МЭИ, 2008. – 195 с.

19. Авчухов, В. В. Задачник по процессам тепломассообмена : учеб. пособие для вузов / В. В. Авчухов. Б. Я. Паюсте. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.

20. Краснощеков, В. А. Задачник по теплопередаче / В. А. Краснощеков, А. С. Сукомел. – 4-е изд. – М. : Энергия, 1980. – 288 с.

21. Горбачев, М. В. Тепломассообмен [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М. В. Горбачев. – Новосибирск : НГТУ, 2015. – 443 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://e.lanbook.com/book/118074

22. Петров, А. И. Техническая термодинамика и теплопередача / А. И. Петров. – СПб. : Лань, 2022. – 428 с.

23. Дьяконов, В. Г. Основы теплопередачи и массообмена [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Г. Дьяконов, О. А. Лонщаков. – Казань : КНИТУ, 2015. – 244 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500682

24. Видин, Ю. В. Теоретические основы теплотехники: тепломассообмен [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. В. Видин, Р. В. Казаков, В. В. Колосов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т (СФУ), 2015. – 370 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497752

25. Тепломассообмен: практикум : учеб. пособие / С. З. Сапожников, В. Ю. Митяков, А. В. Митяков [и др.]. – СПб. : СПбГПУ, 2022. – 103 с.

Репозиторий университета

1. Зафатаев, В. А. Тепломассообмен. Курс лекций, указания к практическим и лабораторным занятиям, выполнению РГР, литература, контрольные вопросы / В. А. Зафатаев // Электронная библиотека (репозиторий) Полоцкого государственного университета [Электронный ресурс]. – 2013. – Режим доступа : https://elib.psu.by/handle/123456789/1894

2. Зафатаев, В. А. Тепломассообмен. Презентационные материалы / В. А. Зафатаев // Электронная библиотека (репозиторий) Полоцкого государственного университета [Электронный ресурс]. – 2013. – Режим доступа : https://elib.psu.by/handle/123456789/14254

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Стационарная теплопроводность плоской стенки.
2. Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки, критический диаметр тепловой изоляции.
3. Стационарная теплопроводность шаровой стенки.
4. Нестационарная теплопроводность в телах простой формы.
5. Нестационарная теплопроводность в телах простой формы конечных размеров.
6. Регулярный режим теплообмена.
7. Обработка опытных данных методом теории подобия.
8. Теплообмен при вынужденном течении жидкости вдоль плоской поверхности.
9. Теплоотдача при вынужденном поперечном обтекании трубы и пучков труб.
10. Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубе.
11. Теплоотдача при естественной конвекции.
12. Теплоотдача при конденсации пара.
13. Теплоотдача при кипении жидкости.
14. Законы теплового излучения.
15. Теплообмен излучением между телами, разделенными прозрачной средой.
16. Теплообмен излучением в поглощающей среде.
17. Тепловой расчет теплообменных аппаратов.

ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

1. Определение коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала.
2. Определение эффективности оребрения трубы.
3. Определение коэффициента температуропроводности материала методом регулярного режима.
4. Определение коэффициента теплоотдачи у поверхности горизонтального цилиндра при свободной конвекции.
5. Определение коэффициента теплоотдачи у поверхности вертикального цилиндра при свободной конвекции.
6. Исследование процессов теплообмена на горизонтальном трубопроводе.
7. Определение степени черноты поверхности цилиндра.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

Основной блок вопросов

1. Способы переноса теплоты. Примеры совместного протекания процессов тепло- и массопереноса.
2. Температурное поле. Температурный градиент. Тепловой поток. Закон Фурье.
3. Дифференциальное уравнение теплопроводности для изохорного процесса теплопереноса в плоской стенке. Частные формы записи д.у. теплопроводности.
4. Условия однозначности процессов теплопроводности.
5. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной плоской стенки при граничных условиях I рода. Расчет одномерного температурного поля плоской стенки. Определение количества передаваемой теплоты.
6. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной плоской стенки при граничных условиях III рода. Термическое сопротивление теплопередаче. Определение количества передаваемой теплоты.
7. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной цилиндрической стенки при граничных условиях I рода. Расчет одномерного температурного поля цилиндрической стенки. Определение количества передаваемой теплоты.
8. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной цилиндрической стенки при граничных условиях III рода. Термическое сопротивление теплопередаче. Определение количества передаваемой теплоты.
9. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной шаровой стенки при граничных условиях I рода. Расчет одномерного температурного поля шаровой стенки. Определение количества передаваемой теплоты.
10. Стационарная теплопроводность одно- и многослойной шаровой стенки при граничных условиях III рода. Термическое сопротивление теплопередаче. Определение количества передаваемой теплоты.
11. Критический диаметр цилиндрической и шаровой стенки. Правила выбора материала тепловой изоляции.
12. Пути интенсификации теплопередачи.
13. Теплопроводность в тонком стержне (ребре) неограниченной длины постоянного поперечного сечения. Определение температуры по его длине. Факторы, влияющие на распределение температуры в стержне.
14. Теплопроводность в тонком стержне (ребре) ограниченной длины постоянного поперечного сечения. Определение температуры по его длине при отсутствии теплоотдачи с торца. Факторы, влияющие на распределение температуры в стержне.
15. Теплопередача через плоскую оребренную стенку. Коэффициент эффективности ребра. Коэффициент оребрения.

16. Нестационарные процессы охлаждения/нагревания пластины. Способы расчета одномерного температурного поля неограниченной пластины.

17. Нестационарные процессы охлаждения/нагревания пластины. Расчет одномерного температурного поля неограниченной пластины при малых числах Био (Bi < 0,1).

18. Нестационарные процессы охлаждения/нагревания цилиндра. Способы расчета одномерного температурного поля неограниченного цилиндра.

19. Определение количества теплоты, отдаваемой ограниченной пластиной при ее охлаждении и нагреве, считая от начала протекания процесса.

20. Регулярный режим охлаждения/нагревания тел. Понятие темпа охлаждения. Расчет темпа охлаждения по экспериментальным данным.

21. Регулярный режим охлаждения/нагревания тел. Первая и вторая теоремы Кондратьева.

22. Конвективный перенос теплоты. Свободная и вынужденная конвекция. Режимы течения. Условия прилипания.

23. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена.

24. Гидродинамический и тепловой пограничные слои. Запись уравнений конвективного теплообмена в приближении гидродинамического и теплового пограничных слоев.

25. Приведение краевой задачи конвективного теплообмена к безразмерному виду. Масштабы приведения.

26. Подобие процессов конвективного теплообмена. Определяемые и определяющие критерии подобия. Критериальные уравнения.

27. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль пластины. Гидродинамический и тепловой пограничные слои. Влияние направления теплового потока на интенсивность теплообмена.

28. Теплообмен при поперечном омывании одиночной трубы. Изменение интенсивности теплоотдачи при омывании.

29. Теплообмен при поперечном омывании пучков труб. Изменение интенсивности теплоотдачи по поперечным рядам труб для различных случаев компоновки пучка.

30. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах. Участки гидродинамической и тепловой стабилизации. Изменение профилей скорости и температуры в поперечном сечении трубы.

31. Теплообмен при ламинарном и турбулентном течении жидкости в трубах. Режимы неизотермического течения. Влияние естественной конвекции на теплоотдачу в трубах.

32. Теплообмен при свободном движении жидкости в большом объеме. Изменение интенсивности теплоотдачи при свободной конвекции жидкости у вертикальной стенки.

33. Теплообмен при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве. Эквивалентный коэффициент теплопроводности. Коэффициент конвекции.

34. Теплообмен при пленочной конденсации. Ламинарный режим течения пленки. Определение интенсивности теплоотдачи.

35. Дополнительные факторы и поправки к задаче Нуссельта о теплоотдаче при пленочной конденсации.

36. Общие представления о процессе кипения. Режимы кипения. Критический тепловой поток.

37. Теплообмен при пузырьковом кипении. Условия термодинамического и механического равновесия паровых пузырьков и окружающей жидкости.

38. Общие сведения о тепловом излучении. Основной закон поглощения в твердом теле.

39. Основные законы теплового излучения: Планка, Вина, Стефана – Больцмана.

40. Основные законы теплового излучения: Кирхгофа (со следствиями), Ламберта.

41. Теплообмен излучением между параллельными пластинами.

42. Теплообмен излучением между телами, одно из которых находится внутри другого.

43. Теплообмен излучением между параллельными пластинами при наличии экранов. Случай равенства коэффициентов поглощения экранов и пластин.

44. Теплообмен излучением между параллельными пластинами при наличии экранов. Случай отличия коэффициентов поглощения экранов от коэффициентов поглощения пластин.

45. Перенос лучистой энергии в поглощающей среде. Закон Бугера. Уравнение переноса лучистой энергии в поглощающей и излучающей среде.

46. Излучение газов. Расчет теплообмена излучением по температуре газа и оболочки, давлению компонентов и толщине слоя газа.

47. Излучение газов. Расчет теплообмена излучением по закону четвертых степеней.

48. Сложный теплообмен.

49. Классификация теплообменных аппаратов. Основные положения теплового расчета рекуперативных теплообменников.

50. Теплообменные аппараты. Расчет среднего температурного напора при прямоточной, противоточной и перекрестноточной схемам. Предпочтения в выборе схемы движения теплоносителей в теплообменном аппарате.

51. Гидромеханический расчет теплообменников. Мощность, необходимая для перемещения жидкости через аппарат.

52. Основы массообмена. Дифференциальное уравнение массообмена. Аналогия между тепло- и массообменном.

Дополнительные и уточняющие вопросы (в рамках перечня тем, охватываемых основным блоком вопросов):

1. В чем принципиальное отличие способов переноса теплоты теплопроводностью и конвекцией? Может ли теплота передаваться одновременно двумя этими способами?

2. Дайте определение изотермической поверхности. Какие свойства можно выделить у этих поверхностей?

3. Дайте определение процесса конвективного переноса теплоты. Может ли теплота передаваться путем конвекции в твердых, жидких и газообразных телах, и если да, то каким образом?

4. Дайте определение процесса лучистого переноса теплоты (теплового излучения). Может ли теплота передаваться путем теплового излучения в твердых, жидких и газообразных телах и между ними, и если да, то каков механизм передачи?

5. Дайте определение процесса теплопроводности. Может ли теплота передаваться путем теплопроводности в твердых, жидких и газообразных телах, и если да, то каков механизм передачи?

6. Дайте определение сложного теплообмена. Существуют ли способы аналитического решения задач с процессами сложного теплообмена, и если да, то в чем их суть?

7. Дайте определение физических понятий «теплота» и «тепловой поток». В каких единицах они измеряются?

8. Для чего служит дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье? При каких условиях (допущениях) его применяют?

9. Докажите, что интенсифицировать процесс теплопередачи можно путем конструктивного развития поверхности теплообмена.

10. Докажите, что коэффициент теплопередачи по своей величине не может быть больше самого малого из коэффициентов теплоотдачи.

11. Изменится ли теплопроводность керамического кирпича, если его смочить водой? Если изменится, то каким образом и почему?

12. Изменится ли теплопроводность минераловатной плиты, если ее смочить водой? Если изменится, то каким образом и почему??

13. Как изменятся термические сопротивления теплопроводности, теплоотдаче и теплопередаче для однослойной цилиндрической стенки, если увеличить наружный диаметр трубы, а внутренний диаметр и граничные условия третьего рода оставить без изменений?

14. Как изменятся термические сопротивления теплопроводности, теплоотдаче и теплопередаче для однослойной шаровой стенки, если увеличить толщину стенки шара, а внутренний диаметр и граничные условия 3 рода оставить без изменений?

15. Какие свойства вещества характеризует коэффициент температуропроводности?

16. Каким образом можно интенсифицировать процесс теплопередачи от горячей воды к холодному воздуху через разделяющую их стенку?

17. Каким образом с теплотехнической точки зрения следует выбирать материал тепловой изоляции для труб и шарообразных поверхностей печей?

18. Каков физический смысл коэффициента теплоотдачи на границе контакта твердого тела и движущейся жидкости с различными температурами?

19. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности твердого тела?

20. Какую информацию включают граничные условия процесса переноса теплоты? Какова их роль в математическом описании температурных полей?

21. Какую информацию включают условия однозначности процесса переноса теплоты? Какова их роль в математическом описании температурных полей?

22. Какую форму записи принимает дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье для одномерного и трехмерного температурных полей в твердом теле? Рассмотреть случаи стационарного и нестационарного температурных полей в плоской стенке при отсутствии внутренних источников теплоты.

23. Назовите способы переноса теплоты в воздухе помещения, в котором вы сейчас находитесь. Какой(-ие) способ(-ы) переноса теплоты будет(-ут) определяющим(-и)?

24. Назовите способы переноса теплоты через стену, выполненную из бетона. Какой из способов теплопереноса является в данном случае определяющим?

25. Назовите способы переноса теплоты через стену, выполненную из кирпича. Какой из способов теплопереноса является в данном случае определяющим?

26. По какому закону изменяется температура в поперечном сечении однослойной плоской стенки?

27. По какому закону изменяется температура в радиальном направлении цилиндрической стенки?

28. При каких условиях допустимо считать, что теплота в воздухе передается только путем теплопроводности?

29. Приведите формулировку закона теплопроводности Фурье. Какую форму записи принимает закон Фурье для одномерного и трехмерного температурных полей в твердом теле?

30. Связана ли величина теплопроводности материала с продолжительностью стационарного режима температурного поля в нем? Если связана, то каким образом?

31. Существует ли взаимозависимость между плотностью материала и его теплопроводностью? Если да, то как они связаны?

32. Что называется критическим диаметром тепловой изоляции? Какие условия требуется соблюсти, чтобы тепловая изоляция способствовала уменьшению потерь теплоты?

33. Что называется общим термическим сопротивлением теплопередаче, и из каких величин оно складывается?

34. Что называется температурным градиентом в твердом теле? Как связаны между собой тепловой поток, проходящий через твердое тело, и температурный градиент?

35. Что называется температурным полем? Приведите классификацию температурных полей и общие функциональные формы их записи.

36. Что называется теплопередачей? Из каких элементарных процессов переноса теплоты складывается теплопередача?

37. Что называется термическим сопротивлением теплопередаче, и из каких величин оно складывается?

38. Что называют коэффициентом теплопередачи? Как он связан с сопротивлением теплопередаче?

39. Сколько независимых переменных содержится в функции температурного поля в теле при нестационарной теплопроводности. Перечислите эти переменные.

40. Какую форму записи принимает дифференциальное уравнение Фурье для одномерного и трехмерного нестационарных температурных полей в твердом теле при отсутствии внутренних источников теплоты? Как запишутся граничные условия третьего рода?

41. В чем заключается метод Фурье нахождения температурного поля при нестационарном процессе теплопроводности в твердом теле?

42. Как определить критерий Био? Какой физический смысл имеет критерий Био в задачах нестационарной теплопроводности?

43. Как определить критерий Фурье? Какой физический смысл имеет критерий Фурье в задачах нестационарной теплопроводности?

44. В каких случаях для определения температуры твердого тела возможно использование номограмм, построенных по функциональной зависимости $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$?

45. Какие тела называют термически тонкими, а какие термически массивными? Какие условия теплообмена с окружающей средой для них характерны?

46. По какому принципу определяется количество теплоты, отданное в окружающую среду телом простой формы конечных размеров за заданное время после начала охлаждения? Можно ли при решении использовать номограммы типа $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$?

47. Как определить количество теплоты, которое передаст твердое нагретое тело в окружающую среду при его полном охлаждении? От чего зависит количество переданной теплоты?

48. Что называется темпом охлаждения? Как его определить по экспериментальным замерам температуры?

49. Зависит ли темп охлаждения от физических параметров тела, и если да, то какова эта зависимость?

50. От чего зависит темп охлаждения твердого тела при малых числах Био (Bi ~ 0)?

51. От чего зависит темп охлаждения твердого тела при больших числах Био (Bi > 50)?

52. Как определить коэффициент неравномерности распределения температуры в твердом теле? Какую величину может принимать коэффициент неравномерности распределения для термически тонкого и термически массивного тел?

53. Зависит ли количество теплоты, переданной твердым телом в окружающую среду, от темпа его охлаждения, и если да, то какова эта зависимость?

54. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке охлаждающейся детали в виде параллелепипеда с размерами ребер A, B, C?

55. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке охлаждающейся детали в виде цилиндра с диаметром D и высотой H?

56. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке нагревающейся детали в виде параллелепипеда с размерами ребер A, B, C?

57. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке нагревающейся детали в виде цилиндра с диаметром D и высотой H?

58. Что понимается под неупорядоченной стадией процесса охлаждения или нагревания тела? Как может изменяться температура тела в течение этой стадии?

59. При каких значениях критерия Фурье начинается стадия регулярного режима охлаждения и нагревания тела в виде пластины и цилиндра?

60. Чему равно значение темпа охлаждения пластины и цилиндра при стационарных условиях?

61. Для чего используется уравнение вида $\mathrm{ctg}(\mu_n) = \mu_n/\mathrm{Bi}$ при решении задач нестационарной теплопроводности тела в виде пластины?

62. Для чего используется уравнение вида $J_0(\mu_n)/J_1(\mu_n) = \mu_n/\mathrm{Bi}$ при решении задач нестационарной теплопроводности тела в виде цилиндра?

63. Можно ли использовать уравнение вида $\Theta = \exp(-\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo})$ для нахождения температуры в заданной точке тела в виде пластины в нестационарных условиях ее охлаждения, и если да, то в каком случае?

64. Для каких тел и условий их охлаждения или нагревания справедлива первая теорема Кондратьева? а) обычных; б) термически тонких; в) термически массивных; г) для всех тел вне зависимости от их условий охлаждения или нагревания.

65. Для каких тел и условий их охлаждения или нагревания справедлива вторая теорема Кондратьева? а) обычных; б) термически тонких; в) термически массивных; г) для всех тел вне зависимости от их условий охлаждения или нагревания.

66. Что является свидетельством окончания стадии регулярного режима охлаждения или нагревания тела?

67. Каким значением безразмерной температуры Θ характеризуется начальный момент времени τ = 0 охлаждения или нагревания тела?

68. Каким значением безразмерной температуры Θ характеризуется наступление стадии теплового равновесия тела и окружающей среды?

69. Дополните предложение: вычислить температуру, установившуюся на поверхности тела за время τ после начала процесса его нагревания, можно при помощи номограмм вида $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$, если…

70. Дополните предложение: вычислить температуру, установившуюся на поверхности тела за время τ после начала процесса его нагревания, при помощи номограмм вида $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ невозможно, если…

71. По какой причине при выводе второй теоремы Кондратьева в уравнении температурного поля при нестационарной тепловодности использовался только один член из ряда μ_1, μ_2, μ_3… решений граничных условий?

72. Температура на оси цилиндра при его охлаждении на регулярной стадии: а) будет ниже температуры на поверхности; б) будет выше температуры на поверхности; в) будет равна температуре на поверхности.

73. Температура на оси цилиндра при его тепловом равновесии с окружающей средой: а) будет ниже температуры на поверхности; б) будет выше температуры на поверхности; в) будет равна температуре на поверхности.

74. При каком допущении можно использовать известные методы расчета температуры в заданной точке нестационарно охлаждаемого тела (общее уравнение и/или номограммы вида $\Theta = f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$), если охлаждение тела будет происходить только с одной стороны (например, охлаждение стены здания со стороны наружного воздуха)?

75. Какие из безразмерных критериев являются определяемыми, а какие – определяющими в задачах конвективного теплообмена?

76. Какой из безразмерных критериев характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости потока при конвективном теплообмене?

77. Для чего в уравнениях конвективного теплообмена служит поправочный комплекс $(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0,25}$?

78. Какой из безразмерных критериев характеризует влияние на интенсивность теплоотдачи свободной конвекции?

79. Можно ли получить решение системы уравнений конвективного теплообмена (уравнения энтальпии, энергии, движения, сохранения массы) в аналитической форме?

80. В каком случае безразмерный критерий Грасгофа отсутствует в уравнениях конвективного теплообмена?

81. Влияет ли исполнение передней кромки (плавнообтекаемая, труднообтекаемая) горизонтальной пластины на гидродинамический и тепловой режимы течения вдоль пластины, и если да, то каким образом?

82. Влияет ли направление теплового потока в системе «жидкость – поверхность горизонтальной пластины» на интенсивность теплоотдачи в сопоставимых условиях эксперимента, и если да, то каким образом?

83. Влияет ли величина сил вязкости в пределах гидродинамического пограничного слоя на интенсивность теплоотдачи?

84. По трубе внутренним диаметром d и средней температурой стенки t_c движется жидкость со средней температурой $t_ж$, причем $t_ж > t_c$. Длина трубы L. Изменится ли коэффициент теплоотдачи, если трубу укоротить на $0{,}2 \cdot L$? Если коэффициент теплоотдачи изменяется, то как и почему? Диаметр и физические свойства жидкости принять постоянными.

85. Какой вид имеет профиль эпюры скоростей на участке стабилизированного напорного ламинарного течения жидкости в горизонтальной трубе: 1) если жидкость нагревается; 2) если жидкость охлаждается?

86. Какие способы передачи теплоты по толщине пограничного слоя учитывают в системе «поток однофазной жидкости – плоская поверхность твердого тела»?

87. Является ли дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье частным случаем дифференциального уравнения энергии в теории конвективного теплообмена, и если да, то почему?

88. При лобовом обтекании одиночной горизонтальной трубы конвективным потоком жидкости изменяется ли коэффициент теплоотдачи по окружности ее сечения, считая от лобовой точки?

89. Различается ли интенсивность теплоотдачи по поперечным набегающему потоку рядам гладких труб, скомпонованных в пучок, при минимальной начальной турбулентности?

90. В каком пучке (коридорном или шахматном) интенсивность теплоотдачи второго ряда гладких труб выше при сохранении постоянными начальной турбулентности, размеров канала (обечайки), количества и диаметра труб, физических параметров набегающего потока?

91. На участке стабилизированного напорного течения жидкости в трубе коэффициент теплоотдачи: а) выше, чем на участке тепловой стабилизации; б) ниже, чем на участке тепловой стабилизации; в) равен среднему коэффициенту теплоотдачи на участке тепловой стабилизации. Объясните выбор ответа.

92. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух считать сухим и неподвижным?

93. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух считать сухим и подвижным?

94. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух считать влажным и подвижным?

95. Влияет ли степень поджатости пучка гладких труб (величина диаметров труб, продольного и поперечного шагов) на интенсивность теплоотдачи в межтрубном пространстве?

96. Как распределяется интенсивность теплового излучения твердого тела по длине спектра при постоянной температуре тела?

97. Чему равно эффективное излучение абсолютно черного тела?

98. От чего зависит поглощательная способность теплового излучения газами?

99. Согласно закону смещения Вина, определяют длину волны, соответствующую максимуму интенсивности излучения абсолютно черного тела. Справедлив ли этот закон для серых тел, и почему?

100. Закон Стефана–Больцмана устанавливает зависимость плотности потока излучения абсолютно черного тела и его температуры. Справедлив ли этот закон для серых тел, и почему?

101. К чему стремится величина приведенного коэффициента излучения трубопровода, проложенного в проходном туннеле?

102. Как изменится результирующий поток излучения при установке одного экрана между двумя плоскими излучающими поверхностями с равными коэффициентами излучения?

СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Содержание темы	Используемые источники
Введение	Осн. литература: [5]. Доп. литература: [1–6; 21; 22]
1. Стационарный теплоперенос	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–25].
2. Нестационарный теплообмен	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–6; 18–22; 24; 25]
3. Конвективный теплообмен	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–25]
4. Теплообмен при конденсации	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–7; 17–21; 24]
5. Теплообмен при кипении	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–7; 17–21; 24]
6. Теплообмен излучением	Осн. литература: [1–6]. Доп. литература: [1–7; 17–21; 24]
7. Теплообменные аппараты	Осн. литература: [1; 4–6]. Доп. литература: [1–7; 17–21; 24]
8. Массообмен	Осн. литература: [1; 4; 6]. Доп. литература: [1–4; 10; 15; 17–21; 24]

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Оценка знаний и компетенций студентов осуществляется на основании «Положения о рейтинговой системе оценки знаний и компетенций студентов», утвержденного приказом ректора учреждения образования «Полоцкий государственный университет» № 294 от 06.06.2014 г. (в редакции, утвержденной приказом № 605 от 17.11.2014 г. с изменениями от 06.02.2015 г. № 57).

Диагностика качества усвоения знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для оценки достижений студента используется следующий диагностический инструментарий:

– проведение коллоквиумов в течение семестра, включающих вопросы по изученным темам на лекционных занятиях;

– устный опрос;

– защита отчетов по лабораторным работам.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра по формуле:

$$T = 0{,}5 \cdot \left(Кл_1 + Кл_2 \right),$$

где $Кл_1$, $Кл_2$ – отметки по результатам коллоквиумов; 0,5 – весовой коэффициент.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

Итоговая отметка по дисциплине «Техническая термодинамика» для студентов *дневной* формы обучения учитывает отметку по результатам текущего контроля и отметку за ответ по билету. Итоговая отметка (*ИО*) определяется по формуле

$$ИО = 0{,}5 \cdot \left(T + ЭО \right),$$

где T – результат текущего контроля за семестр; *ЭО* – экзаменационная отметка за ответ по билету; 0,5 – весовой коэффициент.

Для студентов *заочной* формы обучения экзаменационная отметка соответствует отметке, полученной за ответ по билету.

ХАРАКТЕРИСТИКА ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ПРЕПОДАВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Тепломассообмен» базируется на усвоении теоретического курса, защите лабораторных работ и сдаче экзамена.

Основные методы и технологии обучения, отвечающие целям изучения дисциплины:

– элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод) на лекционных занятиях;

– элементы учебно-исследовательской деятельности, творческий подход при самостоятельной работе студента;

– программная виртуализация рабочей среды при выполнении лабораторных работ.

Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Тепломассообмен»
дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний	Литература
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	УСР		
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
0	**Введение**	**2**						Осн.: [5]. Доп.: [1–6; 21; 22]
0.1	Развитие науки о тепломассообмене. Проблемы, решаемые в рамках науки. Основные понятия и определения. Способы переноса теплоты	2						
1	**Стационарный теплоперенос**	**10**	**8**		**4**			Осн.: [1–6]. Доп.: [1–25]
1.1 1.2	Законы переноса теплоты. Теплопроводность. Закон Фурье. Теплопередача. Коэффициенты теплопроводности, теплоотдачи. Температурный градиент. Плотность теплового потока. Дифференциальные уравнения теплопроводности. Условия однозначности. Тепловой поток и температурное поле в плоской стенке. Граничные условия (ГУ) I и III рода. Формула Ньютона–Рихмана	2						
1.1.1	Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ I рода		2					
1.2.1	Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ III рода		2					
1.2.2	Определение коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала				2		Защита лабораторной работы	
1.3	Тепловой поток и температурное поле в полой цилиндрической стенке, (ГУ) I и III рода	2						
1.4	Критический диаметр цилиндрической стенки, теплоизоляции. Тепловой поток и температурное поле в сферической стенке (полый шар), (ГУ) I и III рода	2						

Продолжение таблицы

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
1.4.1	Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ 1 рода		2					
1.5	Теплопроводность тонкого стержня. Теплообмен через оребренные поверхности. Температурное поле в ребре переменного сечения. Тепловой поток ребра, коэффициент эффективности ребра	2						
1.5.1	Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ 3 рода. Критический диаметр тепловой изоляции. Коэффициент эффективности оребрения		2					
1.5.2	Определение эффективности оребрения трубы				2		Защита лабораторной работы	
1.6	Стационарная теплопроводность в телах при наличии в них внутренних источников теплоты	2						
2	**Нестационарный теплообмен**	**6**	**4**		**2**			Осн.: [1–6]. Доп.: [1–6; 8–22; 24; 25]
2.1	Метод Фурье разделения переменных. Температурное поле в телах с конечной теплопроводностью (неограниченная пластина, неограниченный цилиндр)	2						
2.2	Температурное поле в телах с конечной теплопроводностью (тело конечных размеров). Нагрев (охлаждение) термически тонких и термически массивных тел	2						
2.2.1	Нестационарная теплопроводность в телах простой формы		2					
2.3	Регулярный режим. Влияние числа Фурье на температурное поле в начальной стадии и стадии регулярного режима; темп регулярного режима. Поле температур в телах сложной геометрической формы. Поля температур в несимметрично обогреваемых/ охлаждаемых телах	2					Коллоквиум по темам 1, 2*	
2.3.1	Нестационарная теплопроводность в телах простой формы конечных размеров, регулярный режим теплообмена		2					

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.3.2	Определение коэффициента температуропроводности материала методом регулярного режима				2		Защита лабораторной работы	
3	**Конвективный теплообмен**	**14**	**10**		**8**			Осн.: [1–6]. Доп.: [1–25]
3.1	Понятие о свободной и вынужденной конвекции. Влияние теплофизических свойств жидкости на процессы конвективного теплообмена. Гидродинамическая структура потока и интенсивность конвективного теплообмена. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Дифференциальные уравнения энергии, движения, неразрывности. Тепловой и гидродинамический пограничный слой	2						
3.2	Решение задач конвективного теплообмена, связанных с использованием безразмерных переменных. Критериальные уравнения. Представление экспериментальных результатов в виде уравнений подобия	2						
3.2.1	Обработка опытных данных методом теории подобия		2					
3.3	Расчет и механизм теплоотдачи при ламинарном движении жидкости у плоской поверхности. Локальные и средние коэффициенты теплоотдачи, влияние направления теплового потока на теплоотдачу капельной жидкости. Механизм турбулентного переноса	2						
3.4	Конвективный теплообмен при вынужденном обтекании тел сжимаемой жидкостью	2						
3.4.1	Теплообмен при вынужденном течении жидкости вдоль плоской поверхности		2					
3.5	Теплообмен при поперечном обтекании одиночной трубы, трубных пучков. Зависимости при расчете теплоотдачи одиночных труб, коридорных и шахматных пучков труб	2						

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.6; 3.7	Теплообмен при течении жидкости в трубах. Ламинарный режим течения гидродинамическая и тепловая стабилизация, начальный и участок стабилизированного течения. Теплообмен при турбулентном течении жидкости в трубе. Изменение температуры жидкости вдоль канала	2						
3.6.1	Теплоотдача при вынужденном поперечном обтекании трубы и пучков труб		2					
3.7.1	Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубе		2					
3.8	Формулировка и решение задачи о теплообмене при свободном ламинарном и турбулентном движении жидкости вдоль вертикальных поверхностей. Изменение локальной теплоотдачи вдоль поверхности. Теплообмен в ограниченном пространстве: методика расчета теплоотдачи, эквивалентный коэффициент теплопроводности	2						
3.8.1	Теплоотдача при естественной конвекции		2					
3.8.2	Определение коэффициента теплоотдачи у поверхности горизонтального цилиндра при свободной конвекции				2		Защита лабораторной работы	
3.8.3	Определение коэффициента теплоотдачи у поверхности вертикального цилиндра при свободной конвекции				2		Защита лабораторной работы	
3.8.4.1	Исследование процессов теплообмена на горизонтальном трубопроводе				2			
3.8.4.2	Исследование процессов теплообмена на горизонтальном трубопроводе				2		Защита лабораторной работы	
4	**Теплообмен при конденсации**	**4**	**2**					Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
4.1	Пленочная и капельная конденсация. Теплообмен при пленочной конденсации неподвижного пара на вертикальной поверхности;	2						

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	волновое течение пленки конденсата, основные уравнения теплообмена. Пленочная конденсация на наружной поверхности горизонтальной трубы							
4.2	Расчет теплоотдачи для турбулентной пленки конденсата. Влияние скорости течения пара на теплоотдачу при конденсации на вертикальной поверхности. Влияние перегрева пара. Влияние неконденсирующихся газов на теплообмен. Влияние состояния поверхности. Влияние компоновки поверхности	2					Коллоквиум по темам 3–4*	
4.2.1	Теплоотдача при конденсации пара		2					
5	**Теплообмен при кипении**	**4**	**2**					Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
5.1	Механизм процесса теплообмена при пузырьковом кипении жидкости. Два основных режима кипения. Структура потока при пузырьковом кипении жидкости в неограниченном объеме. Гидродинамическая природа кризисов в механизме кипения жидкости. Переход от пленочного режима кипения к пузырьковому режиму	2						
5.2	Влияние давления, теплового потока, температурного напора, теплофизических свойств жидкости, состояния, размера поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при кипении. Теплоотдача при пленочном кипении. Интенсификация теплообмена при кипении	2						
5.2.1	Теплоотдача при кипении жидкости		2					
6	**Теплообмен излучением**	**6**	**6**		**2**			Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
6.1	Природа теплового излучения. Спектр электромагнитного излучения. Излучающие свойства абсолютно черного тела. Интенсивность излучения; интегральное и полусферическое излучение. Плотность потока полусферического излучения. Поглощательная, отражательная и пропускающая способность. Законы Планка, Вина, Стефана Больцмана, Кирхгофа, Ламберта, Бугера	2						

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Термодинамическое равновесное излучение, понятие серого тела. Радиационные характеристики реальных поверхностей							
6.1.1	Законы теплового излучения		2					
6.2	Теплообмен излучением в системе тел, разделенных диатермичной средой. Классификация видов полусферического излучения: собственное, падающее, эффективное и результирующее излучение. Задачи теплообмена излучением в простейших геометрических системах – параллельные поверхности, системы с экранами	2						
6.3	Закономерности теплообмена излучением при наличии поглощающей (излучающей) и рассеивающей среды. Уравнения переноса лучистой энергии. Коэффициент поглощения, степень черноты газообразных сред. Инженерный метод расчета излучения газа в замкнутых системах. Совместное действие излучения, теплопроводности и конвекции	2						
6.3.1	Теплообмен излучением между телами, разделенными прозрачной средой		2					
6.3.2	Теплообмен излучением в поглощающей среде		2					
6.3.3	Определение степени черноты поверхности цилиндра				2		Защита лабораторной работы	
7	Теплообменные аппараты	4	2					Осн.: [1; 4–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
7.1	Типы теплообменных аппаратов. Типы поверхностей раздела между теплоносителями. Варианты схем движения теплоносителей, варианты изменения температур теплоносителей, коэффициент теплопередачи. Основы теплового расчета теплообменников, уравнение теплового баланса, уравнение теплопередачи, изменения температур теплоносителей, средний температурный напор. Конструктивный и поверочный расчеты теплообменников, определение конечных температур теплоносителей	2						

Окончание таблицы

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
7.1.1	Тепловой расчет теплообменных аппаратов		2					
7.2	Расчет теплообменников с учетом их тепловой эффективности. Принципы гидравлического расчета теплообменных аппаратов. Связь гидравлического сопротивления и интенсивности теплообмена. Основы технико-экономической оптимизации теплообменных аппаратов	2						
8	**Массообмен**	**2**						Осн.: [1; 4; 6]. Доп.: [1–4; 10; 15; 17–21; 24]
8.1	Основные понятия и определения. Молекулярная диффузия, градиент концентрации, закон Фика. Стационарная одномерная молекулярная диффузия и расчет плотности потока массы. Стефанов поток. Конвективный массообмен. Система дифференциальных уравнений энергии, уравнения движения и неразрывности. Аналогия процессов переноса теплоты и массы. Понятие о диффузионном пограничном слое. Использование аналогии тепло- и массообмена для расчета массообменных процессов	2						
	Всего:	**52**	**34**		**16**			
	* – мероприятия промежуточного контроля знаний							

Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Тепломассообмен»
заочная сокращенная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний	Литература
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	УСР			
						лекции	практические		
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
1	**Стационарный теплоперенос**				**2**	**2**	**2**		Осн.: [1–6]. Доп.: [1–25]
1.1 1.2 1.3 1.4	Законы переноса теплоты. Теплопроводность. Закон Фурье. Теплопередача. Коэффициенты теплопроводности, теплоотдачи. Температурный градиент. Плотность теплового потока. Дифференциальные уравнения теплопроводности. Условия однозначности. Тепловой поток и температурное поле в плоской стенке. Граничные условия (ГУ) I и III рода. Формула Ньютона–Рихмана. Тепловой поток и температурное поле в полой цилиндрической стенке, ГУ I и III рода. Критический диаметр цилиндрической стенки, теплоизоляции. Тепловой поток и температурное поле в сферической стенке (полый шар), ГУ I и III рода					2		Электронный тест 1	
1.1.1 1.2.1 1.4.1 1.5.1	Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ I рода. Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ 3 рода. Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ 1 рода. Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ III рода. Критический диаметр тепловой изоляции. Коэффициент эффективности оребрения						2		

Продолжение таблицы

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
1.2.2	Определение коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала				2			Защита лабораторной работы	
3	**Конвективный теплообмен**		**2**		**2**				Осн.: [1–6]. Доп.: [1–25]
3.3.1 3.4.1	Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубе. Теплоотдача при естественной конвекции		2						
3.4.2	Исследование процессов теплообмена на горизонтальном трубопроводе				2			Защита лабораторной работы	
4	**Теплообмен при конденсации**	**2**							Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
4.1 4.2	Пленочная и капельная конденсация. Теплообмен при пленочной конденсации неподвижного пара на вертикальной поверхности; волновое течение пленки конденсата, основные уравнения теплообмена. Пленочная конденсация на наружной поверхности горизонтальной трубы. Расчет теплоотдачи для турбулентной пленки конденсата. Влияние скорости течения пара на теплоотдачу при конденсации на вертикальной поверхности. Влияние перегрева пара. Влияние неконденсирующихся газов на теплообмен. Влияние состояния поверхности. Влияние компоновки поверхности	2							
5	**Теплообмен при кипении**	**2**							Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
5.1	Механизм процесса теплообмена при пузырьковом кипении жидкости. Два основных режима кипения. Структура потока при пузырьковом кипении жидкости в неограниченном объеме.	2						Электронный тест 2	

Продолжение таблицы

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
	Гидродинамическая природа кризисов в механизме кипения жидкости. Переход от пленочного режима кипения к пузырьковому режиму								
5.2	Влияние давления, теплового потока, температурного напора, теплофизических свойств жидкости, состояния, размера поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при кипении. Теплоотдача при пленочном кипении. Интенсификация теплообмена при кипении								
6	**Теплообмен излучением**					**2**	**2**		Осн.: [1–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]
6.1 6.2	Природа теплового излучения. Спектр электромагнитного излучения. Излучающие свойства абсолютно черного тела. Интенсивность излучения; интегральное и полусферическое излучение. Плотность потока полусферического излучения. Поглощательная, отражательная и пропускающая способность. Законы Планка, Вина, Стефана Больцмана, Кирхгофа, Ламберта, Бугера. Термодинамическое равновесное излучение, понятие серого тела. Радиационные характеристики реальных поверхностей. Теплообмен излучением в системе тел, разделенных прозрачной средой. Классификация видов полусферического излучения: собственное, падающее, эффективное и результирующее излучение. Задачи теплообмена излучением в простейших геометрических системах – параллельные поверхности, системы с экранами					2			
6.1.1 6.3.1	Законы теплового излучения. Теплообмен излучением между телами, разделенными прозрачной средой						2		
7	**Теплообменные аппараты**	**2**	**2**						Осн.: [1; 4–6]. Доп.: [1–7; 17–21; 24]

Окончание таблицы

7.1	Типы теплообменных аппаратов. Типы поверхностей раздела между теплоносителями. Варианты схем движения теплоносителей, варианты изменения температур теплоносителей, коэффициент теплопередачи. Основы теплового расчета теплообменников, уравнение теплового баланса, уравнение теплопередачи, изменения температур теплоносителей, средний температурный напор. Конструктивный и поверочный расчеты теплообменников, определение конечных температур теплоносителей	2						Электронный тест 3	
7.1.1	Тепловой расчет теплообменных аппаратов		2						
	Всего:	6	4		4	4	4		

ВВЕДЕНИЕ

Курс «Тепломассообмен» является теоретической основой и научным фундаментом для усвоения профилирующих дисциплин («Строительная теплофизика», «Теплогенерирующие установки», «Отопление», «Теплоснабжение», «Газоснабжение», «Вентиляция», «Кондиционирование воздуха и холодоснабжение») при подготовке инженера-строителя специальности «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна».

Целью преподавания дисциплины «Тепломассообмен» является подготовка инженеров-строителей, владеющих навыками грамотной эксплуатации современного теплового оборудования, применяемого в строительстве и строительной индустрии, а также при эксплуатации зданий и сооружений с целью максимальной экономии энергетических ресурсов и материалов, интенсификации и оптимизации современных энергетических процессов.

После изучения дисциплины «Тепломассообмен» инженер-строитель должен знать: основные положения и методы расчета теплообмена и теплового излучения; закономерности теплообмена при фазовых превращениях; основы расчета теплообменных аппаратов; основные закономерности тепломассообмена. Инженер-строитель должен уметь: рассчитывать количество теплоты передаваемой через разнообразные поверхности при различных условиях нагрева; определить характер процесса конвективного теплообмена, подобрать необходимое критериальное уравнение и рассчитать количество передаваемой теплоты; уметь рассчитывать процессы теплообмена при кипении и конденсации, а также процессы теплового излучения, сложного и связанного массообменном теплообмена; выполнить тепловой расчет основных видов теплообменных аппаратов.

Дисциплина «Тепломассообмен» базируется на знаниях студентов, полученных ими в процессе изучения общенаучных и общеинженерных дисциплин учебного плана: высшей математики, физики, технической термодинамики, механики жидкостей и газов.

Тепломассообмен – это наука о самопроизвольных необратимых процессах совместного переноса теплоты и массы компонента в пространстве с неоднородными полями температур и концентраций компонента.

При теоретическом исследовании теплообмена приходиться вводить некоторые модельные представления о среде, в которой происходят изучаемые процессы. Рассматриваемые газы, жидкости и твердые тела в подавляющем большинстве случаев считаются сплошной средой, т.е. средой, при рассмотрении которой допустимо пренебречь ее дискретным строением.

Сплошная среда может быть однофазной и многофазной. В однофазной среде, состоящей из чистого вещества или смеси веществ, свойства изменяются в пространстве непрерывно. В многофазной среде, состоящей из ряда однофазных

частей, на границах раздела свойства изменяются скачками; теплообмен в однофазных и многофазных системах протекает по-разному.

Изучение как простых, так и более сложных процессов переноса теплоты и массы в различных средах и является задачей изучаемого курса.

Теория тепломассообмена дополняет первый и второй законы термодинамики, предлагая методы, позволяющие найти скорость и интенсивность переноса тепловой энергии, распределение температур для каждого момента времени в заданной плоскости тела.

Способы переноса теплоты. Под процессом распространения теплоты понимается обмен внутренней энергией между отдельными элементами, областями рассматриваемой среды.

Перенос теплоты осуществляется тремя основными способами:

– теплопроводностью,
– конвекцией,
– тепловым излучением.

Теплопроводность представляет собой молекулярный перенос теплоты в телах (или между их элементами), обусловленный переменностью температуры в рассматриваемом пространстве.

Теплопроводность – процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении отдельных частиц тела, имеющих различные температуры.

Процесс теплопроводности в газах осуществляется путем диффузии молекул и атомов, а в жидкостях и твердых телах-диэлектриках – путем упругих волн и колебаний кристаллической решетки. В металлах перенос энергии осуществляется путем диффузии свободных электронов, а роль упругих колебаний кристаллической решетки здесь второстепенна.

В жидкостях и газах чистая теплопроводность может быть реализована при выполнении условий, исключающих перенос теплоты конвекцией, т.е. в неподвижной среде и статических условиях.

Теплопроводность в чистом виде большей частью имеет место лишь в твердых телах.

Конвекция возможна только в текучей среде. Под конвекцией теплоты понимают процесс ее переноса при перемещении объемов жидкости или газа (текучей среды) в пространстве из области с одной температурой в область с другой. При этом перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды.

Конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью. Совместный процесс переноса теплоты конвекцией и теплопроводностью называется *конвективным теплообменом*.

В инженерных расчетах часто определяют конвективный теплообмен между потоками жидкости или газа и поверхностью твердого тела; этот процесс кон-

вективного теплообмена называют *конвективной теплоотдачей или теплоотдачей*.

В технике и в быту часто происходят процессы теплообмена между различными жидкостями, разделенными твердой стенкой. Процесс передачи теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку называется *теплопередачей.*

Теплопередача осуществляется различными элементарными процессами теплопереноса.

Парогенерирующие трубы котельного агрегата, например, получают теплоту от продуктов сгорания топлива в результате конвективного теплообмена. Через слой наружного загрязнения, металлическую стенку и слой накипи теплота передается теплопроводностью. От внутренней поверхности трубы к омывающей ее жидкости теплота переносится конвективным теплообменом (теплоотдачей).

Тепловое излучение – процесс распространения теплоты с помощью электромагнитных волн, обусловленный только температурой и оптическими свойствами излучающего тела; при этом внутренняя энергия тела (среды) переходит в энергию излучения.

Процесс превращения внутренней энергии вещества в энергию излучения, переноса излучения и его поглощения веществом называется теплообменом излучением.

В природе и технике элементарные процессы распространения теплоты – теплопроводность, конвекция и тепловое излучение – часто происходят совместно.

В теории ТМО расчет теплопередачи производят при помощи методов, которые обобщают результаты отдельного исследования каждого из трех способов переноса теплоты. Т.е. сложный теплообмен разделяется на составляющие и каждая из них изучается методами математической физики и эксперимента.

В ряде задач невозможно обойтись моделями с частными процессами. В таком случае задача должна описывать как механизм переноса в отдельных областях, так и взаимодействие на границе раздела тел и фаз.

Многие процессы переноса теплоты сопровождаются переносом вещества.

Например, при испарении воды в воздух, помимо теплообмена, имеет место и перенос образовавшегося пара в паровоздушной смеси. В общем случае перенос пара осуществляется как молекулярным, так и конвективным путем.

Совместный молекулярный и конвективный перенос массы называют *конвективным массообменом.*

Глава 1
ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

1.1. Температурное поле

Аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры, т.е. к нахождению уравнения

$$t = f(x,y,z,\tau). \tag{1.1}$$

Уравнение (1.1) представляет математическое выражение температурного поля. Таким образом, температурное поле есть совокупность значений температуры во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени.

Различают *стационарное* и *нестационарное* температурные поля. Уравнение (1.1) является записью общего вида, когда температура изменяется с течением времени от одной точки к другой (*нестационарное температурное поле)*.

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и *температурное поле* называется *стационарным*:

$$t = f_1(x,y,z);\ \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \tag{1.2}$$

Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля

$$t = f(x);\ \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0;\ \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \tag{1.3}$$

1.2. Температурный градиент

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, получим поверхность равных температур, называемую *изотермической* (рисунок 1.2.1).

Изотермические поверхности не пересекаются, не обрываются внутри тела, оканчиваются на поверхности либо целиком располагаются внутри самого тела.

Наибольший перепад температуры на единицу длины происходит в направлении нормали к изотермической поверхности $\frac{\Delta t}{\Delta n} > \frac{\Delta t}{\Delta x}$.

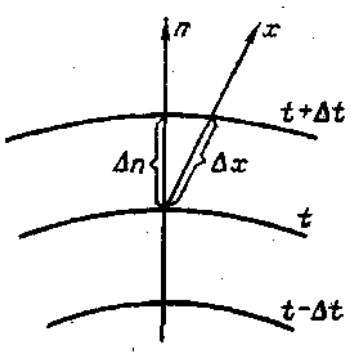


Рисунок 1.2.1. – Изотермические поверхности в теле

Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется *градиентом температуры.*

Градиент температуры – вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению:

$$\text{grad}t = \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n}, \tag{1.4}$$

где $\vec{n}_0$ – вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температуры;

$\partial t / \partial n$ – производная температуры по нормали *n.*

Величина $\partial t / \partial n$ в направлении убывания температуры отрицательна.

Проекции вектора $\text{grad}t$ на координатные оси *Ox*, *Oy*, *Oz* будут равны:

$$(\text{grad}t)_x = \frac{\partial t}{\partial n}\cos(\hat{n},\hat{x}) = \frac{\partial t}{\partial x};$$
$$(\text{grad}t)_y = \frac{\partial t}{\partial n}\cos(\hat{n},\hat{y}) = \frac{\partial t}{\partial y};$$
$$(\text{grad}t)_z = \frac{\partial t}{\partial n}\cos(n,z) = \frac{\partial t}{\partial z}.$$

1.3. Тепловой поток. Закон Фурье

Согласно гипотезе Фурье количество теплоты dQ_τ, Дж, проходящее через элемент изотермической поверхности *dF* за промежуток времени $d\tau$, пропорционально температурному градиенту $\partial t / \partial n$:

$$dQ_\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau. \tag{1.5}$$

Коэффициент пропорциональности λ есть физический параметр вещества. Он характеризует способность вещества проводить теплоту и называется *коэффициентом теплопроводности.*

Количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности q , Вт/м^2, называется *плотностью теплового потока*:

$$\vec{q} = -\vec{n}_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} \quad . \tag{1.6}$$

Вектор плотности теплового потока $\vec{q}$ направлен по нормали к изотермической поверхности. Его положительное направление совпадает с направлением убывания температуры, т.к. теплота всегда передается от более горячих частей тела к холодным.

Т.о., векторы $\vec{q}$ и grad$t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны.

Линии теплового потока ортогональны к изотермическим поверхностям (рисунок 1.3.1).

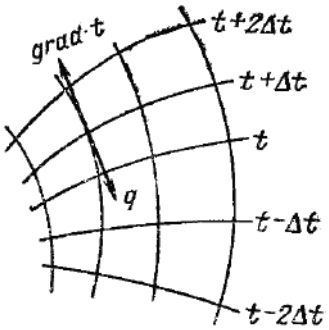


Рисунок 1.3.1. – Взаимное направление векторов температурного градиента и теплового потока

Скалярная величина вектора плотности теплового потока q, Вт/м^2, будет равна

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \tag{1.7}$$

Основной закон теплопроводности:

плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры.

Если такой поток спроектировать на координатные оси *Ox*, *Oy*, *Oz*, то получим

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \;\; q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \;\; q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Количество теплоты, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность *F*, называется *тепловым потоком Q*:

$$Q = \int_F q dF = -\int_F \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF \qquad (1.8)$$

1.4. Коэффициент теплопроводности

Как было сказано, коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества.

В общем случае коэффициент теплопроводности зависит от температуры, давления и рода вещества.

Коэффициент теплопроводности определяется экспериментальными методами – измерением теплового потока и градиента температур в заданном веществе.

Коэффициент теплопроводности λ, Вт/(м·°К):

$$\lambda = \frac{|\vec{q}|}{|gradt|} \qquad (1.9)$$

Из уравнения следует, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице.

λ *газов*: с изменением давления почти не меняется (длина свободного пробега молекул остается практически неизменной), с увеличением температуры λ увеличивается.

λ *жидкостей*: с увеличением давления увеличивается, с увеличением температуры растет и, достигая максимума, уменьшается.

λ *твердых тел*: у чистых металлов с увеличением температуры уменьшается, у сплавов – увеличивается.

1.5. Дифференциальное уравнение теплопроводности

При решении задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо иметь дифференциальное уравнение теплопроводности.

Температурное поле – совокупность значений температур во всех точках рассматриваемого пространства для каждого момента времени $t = f(x, y, z, \tau)$.

Для упрощения вывода этого дифференциального уравнения сделаны следующие допущения:

- тело изотропно;
- физические параметры постоянны;

– деформация рассматриваемого объема, связанная с изменением температуры, является очень малой величиной по сравнению с самим объемом;

– внутренние источники теплоты в теле $q_{\upsilon} = f(x,y,z,\tau)$ распределены равномерно.

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии в формулировке:

количество теплоты dQ, введенное в элементарный объем извне за время dτ теплопроводностью, а также от внутренних источников, равно изменению внутренней энергии или энтальпии вещества (в зависимости от рассмотрения изохорного или изобарного процесса), содержащегося в элементарном объеме:

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ, \qquad (1.10)$$

где dQ_1 – количество теплоты, Дж, введенное в элементарный объем теплопроводностью за время $d\tau$;

dQ_2 – количество теплоты, Дж, которое за время $d\tau$ выделилось в элементарном объем $d\upsilon$ за счет внутренних источников;

dQ – изменение внутренней энергии или энтальпии вещества, содержащегося в элементарном объеме $d\upsilon$, за время $d\tau$.

Для нахождения составляющих выделим в теле элементарный параллелепипед со сторонами *dx*, *dy*, *dz* (рисунок 1.5.1). Параллелепипед расположен так, чтобы его грани были параллельны соответствующим координатным плоскостям.

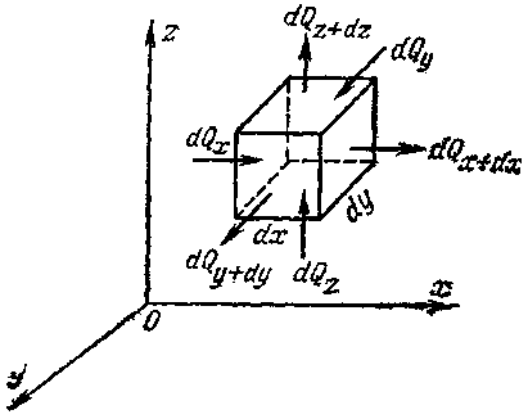


Рисунок 1.5.1. – Элементарный параллелепипед в теле

Количество теплоты, которое подводится к граням элементарного объема за время $d\tau$ в направлении осей *Ox*, *Oy*, *Oz* обозначим соответственно dQ_x, dQ_y, dQ_z.

Количество теплоты, которое будет отводиться через противоположные грани в тех же направлениях, обозначим соответственно dQ_{x+dx}, dQ_{y+dy}, dQ_{z+dz}.

Количество теплоты, подведенное к грани $dy \cdot dz = dF$ в направлении оси Ox за время $d\tau$, составляет

$$dQ_x = q_x dydzd\tau ,$$

где q_x – проекция плотности теплового потока на направление нормали к указанной грани.

Количество теплоты, отведенное через противоположную грань элементарного параллелепипеда в направлении оси Ox,

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} dydzd\tau .$$

Разница количеств теплоты, подведенного к элементарному параллелепипеду и отведенного от него за время $d\tau$ в направлении оси Ox,

$$dQ_{x1} = \left(q_x - q_{x+dx}\right) dydzd\tau .$$

Функция q_{x+dx} является непрерывной в рассматриваемом интервале dx и может быть разложена в ряд Тейлора:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \cdot \frac{dx^2}{2!} + \ldots .$$

Если ограничиться *двумя первыми* членами ряда:

$$dQ_{x1} = \left(q_x - q_{x+dx}\right) dydzd\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dxdydzd\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} d\upsilon d\tau .$$

Аналогично можно найти количество теплоты, подводимое к элементарному объему в направлениях двух других координатных осей Oy и Oz.

Количество теплоты dQ, подводимое теплопроводностью к рассматриваемому объему, будет равно

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) d\upsilon d\tau .$$

Обозначим через q_υ, Вт/м^3, количество теплоты, выделяемое внутренними источниками в единице объема в единицу времени.

Тогда

$$dQ_2 = q_\upsilon d\upsilon d\tau .$$

Третья составляющая уравнения (*) найдется в зависимости от характера термодинамического процесса изменения системы.

В случае рассмотрения *изохорного процесса* вся теплота, подведенная к элементарному объему, уйдет на изменения внутренней энергии вещества, заключенного в этом объеме, т.е.

$$dQ = dU = \left(\rho d\upsilon\right) c_\upsilon dt , \qquad (1.11)$$

где c_υ – изохорная теплоемкость единицы массы, Дж/(кг·°К);

ρ – плотность вещества, кг/м^3.

Подставляя полученные выражения в уравнение (*), получим

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_\upsilon \rho}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + \frac{q_\upsilon}{c_\upsilon \rho}. \qquad (1.12)$$

Проекции вектора плотности теплового потока на координатные оси *Ox*, *Oy*, *Oz* определяются законом Фурье:

$$q_x = -\lambda\frac{\partial t}{\partial x};\ \ q_y = -\lambda\frac{\partial t}{\partial y};\ \ q_z = -\lambda\frac{\partial t}{\partial z},$$

где λ – коэффициент теплопроводности (физический параметр вещества, характеризующий способность проводить теплоту), Вт/(м·°С).

Подставляя полученные выражения проекций вектора плотности теплового потока в уравнение (1.10), опуская индекс при *c*, и принимая теплофизические характеристики постоянными, получим

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho}. \qquad (1.13)$$

Выражение (1.13) называется *дифференциальным уравнением теплопроводности*. Оно устанавливает связь между временнЫм и пространственным изменением температуры в любой точке тела.

Можно обозначить

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \nabla^2 t.$$

Тогда выражение (1.13) имеет вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_\upsilon}{c\rho}. \qquad (1.14)$$

Выражение (***) в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho}, \qquad (1.15)$$

где *r* – радиус-вектор;

ф – полярный угол;

z – аппликата.

Коэффициент пропорциональности *a,* м^2/с, называется *коэффициентом температуропроводности* и является физическим параметром вещества.

Он характеризует скорость изменения температуры, т.е. является мерой теплоинерционных свойств тела. Поэтому при прочих равных условиях выравнивание температур во всех точках пространства будет происходить быстрее в том теле, которое обладает бóльшим коэффициентом температуропроводности.

Коэффициент температуропроводности зависит от природы вещества.

Например, жидкости и газы обладают большой тепловой инерционностью и, следовательно, малым коэффициентом температуропроводности.

Металлы обладают малой тепловой инерционностью, т.к. они имеют большой коэффициент температуропроводности.

Если система тел не содержит внутренних источников теплоты ($q_\upsilon = 0$), то

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t \,. \tag{1.16}$$

Если имеются внутренние источники теплоты, но температурное поле соответствует стационарному состоянию, т.е. $t = f(x,y,z)$, то

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$$

При рассмотрении *изобарного процесса* вся теплота, подведенная к объему, уйдет на изменение энтальпии вещества, заключенного в этом объеме:

$$dQ_1 + dQ_2 = dI \,. \tag{1.17}$$

Если рассматривать энтальпию единицы объема как $i = i(t,p)$, то

$$dI = \left(\rho d\upsilon\right) c_p dt = \left(\rho d\upsilon\right) di \,. \tag{1.18}$$

где c_p – изобарная теплоемкость единицы массы, Дж/(кг·К).

В итоге (1.17) примет вид:

$$\rho \frac{\partial i}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_\upsilon \,. \tag{1.19}$$

1.6. Условия однозначности для процессов теплопроводности

Дифференциальное уравнение Фурье описывает явление теплопроводности в самом общем виде.

Чтобы выделить конкретно рассматриваемый процесс и дать ему математическое описание к дифференциальному уравнению необходимо присоединить математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого процесса.

Эти частные особенности называются *условиями однозначности или краевыми условиями*.

Условия однозначности включают в себя:

– геометрические условия (форма и размеры тела);

– физические условия (физические свойства среды и тела λ, c, ρ, q_v);

– временнЫе (начальные) условия (распределение температур в теле в начальный момент времени);

– граничные условия (взаимодействие рассматриваемого тела с окружающей средой):

а) *граничные условия первого рода*. Задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени:

$$t_c = f(x,y,z,\tau),$$

где t_c – температура на поверхности тела; x, y, z – координаты поверхности тела.

В частном случае, когда температура на поверхности является постоянной на протяжении всего времени протекания процессов теплообмена, уравнение упрощается: $t_c = \text{const}$.

Граничные условия первого рода используют в оценочных расчетах;

б) *граничные условия второго рода*. Задаются значения теплового потока для каждой точки поверхности тела и любого момента времени:

$$q_n = f(x,y,z,\tau),$$

где q_n – плотность теплового потока на поверхности тела.

В простейшем случае $q_n = q_o = \text{const}$. Такой случай теплообмена имеет место, например, при нагревании металлических изделий в высокотемпературных печах;

в) *граничные условия третьего рода*. При этом задаются температура окружающей среды $t_ж$ и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Для описания процесса теплообмена между поверхностью тела и средой используется *закон Ньютона – Рихмана*:

количество теплоты, отдаваемое единицей поверхности тела в единицу времени, пропорционально разности температур поверхности тела t_c и окружающей среды $t_ж$ ($t_c > t_ж$):

$$q = \alpha\left(t_c - t_ж\right), \qquad (1.20)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К), характеризующий интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, которое отводится с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи, долж-

но равняться теплоте, подводимой к единице поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела, т.е.

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_c = \alpha\left(t_c - t_ж\right), \qquad (1.21)$$

где n – нормаль к поверхности тела; индекс «с» указывает на то, что температура и градиент относятся к поверхности тела.

1.7. Стационарная теплопроводность в телах простейшей формы

1.7.1. Плоская стенка

При установившемся или стационарном тепловом режиме температура тела во времени остается постоянной, т.е. $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$. Если внутренние источники теплоты отсутствуют ($q_υ = 0$), то уравнение Фурье имеет вид:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \qquad (1.22)$$

Рассмотрим изотропную стенку (рисунок 1.7.1) толщиной δ, высота и ширина которой являются величинами бесконечно большими относительно толщины δ, с постоянным коэффициентом теплопроводности λ. На наружных поверхностях стенки поддерживаются постоянными температуры t_{c1} и t_{c2}.

При заданных условиях температура будет изменяться только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки. Если ось *Ox* направить, как показано на рисунке, то температура в направлении осей *Oy* и *Oz* будет оставаться постоянной,

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

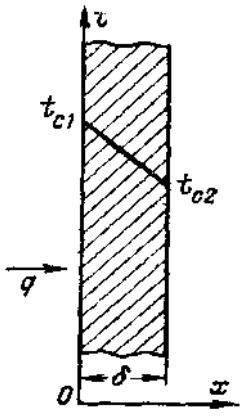


Рисунок 1.7.1. – Плоская однослойная стенка

Температура будет функцией только одной координаты *x*. Тогда уравнение теплопроводности для рассматриваемого случая запишется как

$$\frac{d^2t}{dx^2}=0\,. \qquad (1.23)$$

Зададим граничные условия в рассматриваемой задаче:

при $x = 0$ $t = t_{c1}$;

при $x = \delta$ $t = t_{c2}$.

В результате решения поставленной задачи должно быть найдено распределение температуры в плоской стенке, т.е. $t = f(x)$, и получена формула для определения количества теплоты, проходящего в единицу времени через стенку.

Закон распределения температур по толщине стенки найдется в результате двойного интегрирования уравнения Фурье $\int\frac{d^2t}{dx^2}$.

Первое интегрирование $\frac{dt}{dx}=C_1$ => $\int dt = C_1\int dx$.

Второе интегрирование $t = C_1x + C_2$.

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий:

при $x = 0$ и $t = t_{c1}$ $C_2 = t_{c1}$,

при $x = \delta$ и $t = t_{c2}$ $C_1 = -\frac{t_{c1}-t_{c2}}{\delta}$.

В итоге закон распределения температуры в рассматриваемой плоской стенке

$$t = t_{c1} - \left(t_{c1} - t_{c2}\right)\cdot\frac{x}{\delta}. \qquad (1.24)$$

Для определения количества теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени в направлении оси *Ox,* воспользуемся законом Фурье:

$$q = -\lambda\frac{dt}{dx},\ \text{а}\ \ \frac{dt}{dx}=C_1=-\frac{t_{c1}-t_{c2}}{\delta}.$$

Следовательно,

$$q=\frac{\lambda}{\delta}(t_{c1}-t_{c2})\,. \qquad (1.25)$$

Из уравнения следует, что количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ, разности температур на наружных поверхностях стенки ($t_{c1} - t_{c2}$) и обратно пропорционально толщине стенки δ.

Отношение δ/λ, (м^2·К)/Вт, называется тепловым, или термическим, сопротивлением стенки.

Зная плотность теплового потока, легко вычислить общее количество теплоты Q_τ, Дж, которая передается через поверхность стенки величиной F за промежуток времени τ:

$$Q_\tau = q \cdot F \cdot \tau = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{c1} - t_{c2}) \cdot F \cdot \tau . \qquad (1.26)$$

Рассмотрим теплопроводность *многослойной плоской стенки*, состоящей из n однородных слоев.

Считаем контакт между слоями совершенным, следовательно, температура на соприкасающихся поверхностях двух слоев одинакова.

При стационарном режиме тепловой поток, проходящий через любую изотермическую поверхность неоднородной стенки, один и тот же.

При заданных температурах на внешних поверхностях такой стенки, размерах слоев и соответствующих коэффициентах теплопроводности можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} q = \dfrac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot \left(t_{c1} - t_{c2} \right); \\ q = \dfrac{\lambda_2}{\delta_2} \cdot \left(t_{c2} - t_{c3} \right); \\ \ldots\ldots\ldots \\ q = \dfrac{\lambda_n}{\delta_n} \cdot \left(t_{cn} - t_{c(n+1)} \right). \end{cases}$$

Выразив температурные напоры в каждом слое и сложив правые и левые части полученных уравнений, будем иметь

$$t_{c1} - t_{c(n+1)} = q \cdot \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right).$$

Отсюда

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \dfrac{\delta_n}{\lambda_n}} = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}} . \qquad (1.27)$$

Величина $\sum\limits_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}$, равная сумме термических сопротивлений всех n слоев, называется полным термическим сопротивлением теплопроводности многослойной стенки.

1.7.2. Цилиндрическая стенка

Рассмотрим стационарный процесс теплопроводности в цилиндрической стенке (трубе) (рисунок 1.7.2) с внутренним диаметром $d_1=2r_1$ и наружным диаметром $d_2=2r_2$.

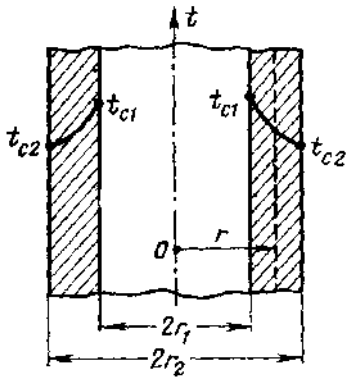


Рисунок 1.7.2. – Цилиндрическая однослойная стенка

На поверхностях стенки заданы постоянные температуры t_{c1} и t_{c2}. В заданном интервале температур коэффициент теплопроводности материала стенки λ является постоянной величиной.

Необходимо найти распределение температур в цилиндрической стенке и тепловой поток через нее.

Дифференциальное уравнение Фурье удобно записать в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0. \qquad (1.28)$$

Ось *Oz* совмещена с осью трубы.

При заданных условиях температура изменяется только в радиальном направлении, и температурное поле будет одномерным. Поэтому:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}=0 \text{ и } \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0.$$

Уравнение Фурье примет вид

$$\frac{d^2 t}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{dt}{dr}=0. \qquad (1.29)$$

Граничные условия:

при $r = r_1$ $t = t_{c1}$;

при $r = r_2$ $t = t_{c2}$.

Введем новую переменную $u=\frac{dt}{dr}$, тогда $\frac{du}{dr}=\frac{d^2 t}{dr^2}$.

Подставляя в уравнение Фурье, получим:

$$\frac{du}{dr}+\frac{1}{r}\cdot u=0.$$

Разделяя переменные, получим:

$$\frac{du}{u} = -\frac{dr}{r}.$$

Интегрируя, получаем:

$$\ln u + \ln r = \ln C_1 \;\rightarrow\; u \cdot r = C_1 \;\rightarrow\; \frac{dt}{dr} \cdot r = C_1 \;\rightarrow\; dt = C_1 \frac{dr}{r}.$$

После интегрирования:

$$t = C_1 \cdot \ln r + C_2. \tag{1.30}$$

Подставляя граничные условия получим:

$$\begin{cases} t_{c1} = C_1 \cdot \ln r_1 + C_2 \\ t_{c2} = C_1 \cdot \ln r_2 + C_2 \end{cases}$$

Решение уравнений дает:

$$C_1 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}};\; C_2 = t_{c1} - \left(t_{c1} - t_{c2}\right) \cdot \frac{\ln r_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}}.$$

Подставив значения C_1 и C_2 в уравнение (*), получим

$$t = t_{c1} - \left(t_{c1} - t_{c2}\right) \cdot \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \tag{1.31}$$

или

$$t = t_{c1} - \left(t_{c1} - t_{c2}\right) \cdot \frac{\ln \frac{d}{d_1}}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \tag{1.32}$$

Для нахождения количества теплоты, Вт, проходящего через цилиндрическую поверхность величиной F в единицу времени, можно воспользоваться законом Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} \cdot F. \tag{1.33}$$

Учитывая, что $F = \pi \cdot d \cdot l$ и $\frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r} = -\frac{1}{r}\left(t_{c1} - t_{c2}\right) \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$,

получаем

$$Q = \frac{\pi\left(t_{c1} - t_{c2}\right)}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} l, \text{ Вт.} \tag{1.34}$$

Следовательно, количество теплоты, проходящей через цилиндрическую стенку в единицу времени, определяется заданными граничными условиями и не зависит от радиуса.

Тепловой поток Q может быть отнесен либо к единице длины трубы, либо к единице внутренней или внешней поверхности. При этом расчетные формулы для плотности теплового потока принимают вид:

– тепловой поток через единицу внутренней поверхности, Вт/м^2:

$$\frac{Q}{\pi \cdot d_1 \cdot l} = q_1 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{d_1}{2\lambda} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1}}; \qquad (1.35)$$

– тепловой поток через единицу наружной поверхности, Вт/м^2:

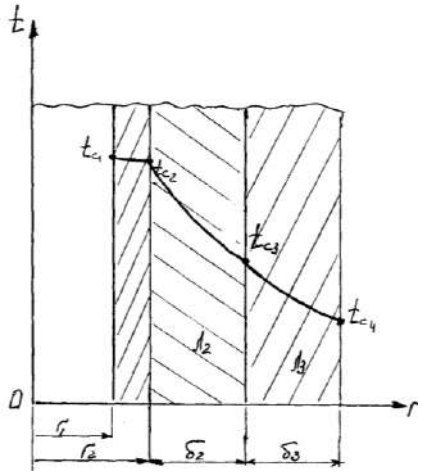
$$\frac{Q}{\pi \cdot d_2 \cdot l} = q_2 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{d_2}{2\lambda} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1}}; \qquad (1.36)$$

– тепловой поток, проходящий через единицу длины трубы, Вт/м:

$$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{\pi\left(t_{c1} - t_{c2}\right)}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1}}. \qquad (1.37)$$

Пример 1.7.2.1

Стальная труба диаметром d_1/d_2 = 100/110 мм с коэффициентом теплопроводности λ_1 = 50 Вт/(м·°С) покрыта изоляцией в два слоя одинаковой толщины $\delta_2 = \delta_3$ = 50 мм. Температуры внутренней поверхности трубы t_{c1} = 250 °С и наружной поверхности изоляции t_{c4} = 50 °С.



Определить потери теплоты через изоляцию с 1 п.м трубы и температуру на границе соприкосновения слоев изоляции t_{c3}, если первый слой изоляции, накладываемый на поверхность трубы, выполнен из материала с коэффициентом

теплопроводности $\lambda_2 = 0{,}06$ Вт/(м·°С), а второй слой – из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_3 = 0{,}12$ Вт/(м·°С).

Решение:

Линейная плотность теплового потока через 1 п.м изолированной трубы

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{c1} - t_{c4}\right)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}.$$

Здесь $d_3 = d_2 + 2\delta_2 = 110 + 2\cdot 50 = 210$ мм,

$d_4 = d_3 + 2\delta_3 = 210 + 2\cdot 50 = 310$ мм.

$$q_l = \frac{3{,}14\cdot(250-50)}{\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{210}{110} + \frac{1}{2\cdot 0{,}12}\ln\frac{310}{210}} = 89{,}5 \text{ Вт/м}.$$

Температура на границе соприкосновения слоев изоляции

$$t_{c3} = t_{c1} - \frac{q_l}{\pi}\left(\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}\right) =$$

$$= 250 - \frac{89{,}5}{3{,}14}\left(\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{210}{110}\right) = 97°\text{C}.$$

Пример 1.7.2.2

Как изменится величина тепловых потерь с 1 п.м трубопровода, рассмотренного в предыдущем примере, если слой изоляции поменять местами, т.е. слой с большим коэффициентом теплопроводности наложить непосредственно на поверхность трубы, все другие условия оставив без изменения.

Решение:

Линейная плотность теплового потока с 1 п.м трубопровода

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{c1} - t_{c4}\right)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_3}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_4}{d_3}} =$$

$$= \frac{\pi(250-50)}{\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}12}\ln\frac{210}{110} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{310}{210}} = 105{,}5 \text{ Вт/м}.$$

Следовательно, в этом случае тепловые потери увеличились на

$$\frac{105{,}5 - 89{,}5}{89{,}5}\cdot 100 = 18\%.$$

Лабораторная работа 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННОГО МАТЕРИАЛА (метод цилиндрического слоя)

Цель работы: освоение одного из методов определения коэффициента теплопроводности теплоизоляционных материалов (метод цилиндрического слоя) и закрепление знаний по теории теплопроводности.

Основные положения

Теплота является наиболее универсальной формой передачи энергии, возникающей в результате молекулярно-кинетического (теплового) движения микрочастиц – молекул, атомов, электронов. Универсальность тепловой энергии состоит в том, что любая форма энергии (механическая, химическая, электрическая, ядерная и т.п.) трансформируется, в конечном счете, либо частично, либо полностью в тепловое движение молекул (теплоту). Различные тела могут обмениваться внутренней энергией в форме теплоты, что количественно выражается первым законом термодинамики.

Теплообмен – это самопроизвольный необратимый процесс переноса теплоты в пространстве с неоднородным температурным полем.

Температурным полем называют совокупность мгновенных значений температуры во всех точках рассматриваемого пространства. Поскольку температура – скалярная величина, то температурное поле – скалярное поле.

В общем случае перенос теплоты может вызываться неоднородностью полей других физических величин (например, диффузионный перенос теплоты за счет разности концентраций и др.). В зависимости от характера теплового движения различают следующие виды теплообмена.

Теплопроводность - молекулярный перенос теплоты в среде с неоднородным распределением температуры посредством теплового движения микрочастиц.

Конвекция – перенос теплоты в среде с неоднородным распределением температуры при движении среды.

Теплообмен излучением – теплообмен, включающий переход внутренней энергии тела (вещества) в энергию излучения, перенос излучения, преобразование энергии излучения во внутреннюю энергию другого тела (вещества).

В зависимости от времени теплообмен может быть:

– *стационарным*, если температурное поле не зависит от времени;

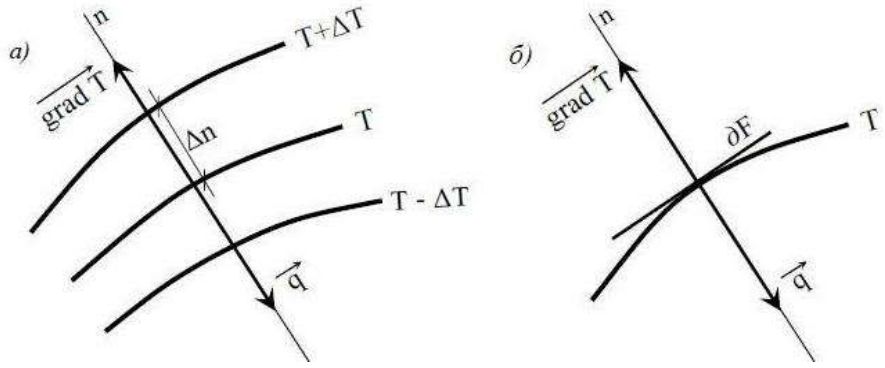
– *нестационарным*, если температурное поле меняется во времени.

Для количественного описания процесса теплообмена используют следующие величины:

– температура T в данной точке тела, осредненная: по поверхности, по объему, по массе тела. Если соединить точки температурного поля с одинаковой температурой, то получим *изотермическую поверхность*. При пересечении изотермической поверхности плоскостью получим на этой плоскости *семейство изотерм* – линий постоянной температуры;

– перепад температур ΔT – разность температур между двумя точками одного тела, двумя изотермическими поверхностями, поверхностью и окружающей средой, двумя телами. Перепад температуры вдоль изотермы равен нулю. Наибольший перепад температуры происходит по направлению нормали к изотермической поверхности. Возрастание температуры по нормали к изотермической поверхности характеризуется градиентом температуры.

Средний градиент температуры $\frac{\Delta T}{\Delta n}$ – отношение перепада температур между двумя изотермическими поверхностями ΔT к расстоянию между ними Δn, измеренному по нормали n к этим поверхностям (рисунок 1).



а – положение нормали и направление градиента температуры и теплового потока;
б – *n*-нормаль к изотермической поверхности *dF*;
q – плотность теплового потока

Рисунок 1. – Изотермы температурного поля, градиент температуры, тепловой поток

Истинный градиент температуры $\frac{\partial T}{\partial n}$ – средний градиент температуры при $\Delta n \to 0$ или это есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры, численно равный первой производной температуры по этой нормали:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} = \text{grad} T = \nabla T$$

Количество теплоты – ∂Q, Дж; *мощность теплового потока* $\frac{\partial Q}{\partial \tau}$, Вт – количество теплоты, проходящее в единицу времени; *плотность теплового потока* $q = \frac{\partial Q}{\partial \tau \cdot \partial F}$, Вт/м^2 – количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности.

Перенос теплоты теплопроводностью выражается эмпирическим законом Фурье, согласно которому вектор плотности теплового потока прямо пропорционален градиенту температуры:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \mathrm{grad}\vec{T}. \quad (1)$$

Знак «минус» в уравнении показывает, что направление теплового потока противоположно направлению градиента температуры.

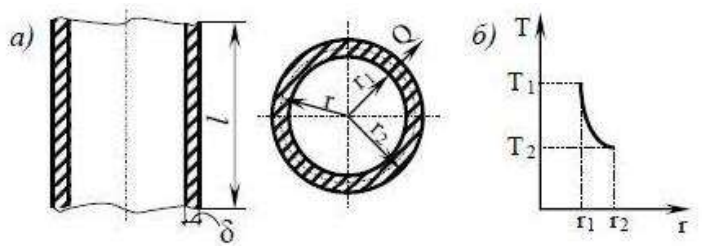
Коэффициент пропорциональности λ в уравнении характеризует способность тел проводить теплоту и называется *коэффициентом теплопроводности*. Количественно коэффициент теплопроводности λ – тепловой поток (Вт), проходящий через единицу поверхности (м^2) при единичном градиенте температур (°К/м), и имеет размерность Вт/(м·°К).

Коэффициент теплопроводности – физическая характеристика, зависящая от химического состава и физического строения вещества, его температуры, влажности и ряда других факторов. Коэффициент теплопроводности имеет максимальные значения для чистых металлов и минимальные для газов.

Теплоизоляционные материалы. К числу теплоизоляционных материалов могут быть отнесены все материалы, обладающие низким коэффициентом теплопроводности (менее 0,25 Вт/(м·°К) при t = 0°С). Теплоизоляционные материалы могут быть неорганического происхождения (асбест, шлаки, глины, пески, минералы и т.д.), органического (шерсть, хлопок, дерево, кожа, резина, текстолит и т.д.) и смешанными, т.е. состоящими одновременно из органических и неорганических веществ. Материалы органического происхождения используют в области температур, не превышающих +150 °С. Для более высоких температур применяются материалы неорганического происхождения.

Теплопроводность твердых теплоизоляционных материалов, как правило, определяется их пористостью (т.е. общим объемом газовых включений, отнесенным к единице объема изоляционного материала), размером пор и влажностью. С ростом влажности теплопроводность увеличивается. Теплопроводность пористых тел сильно возрастает с температурой; при температурах более 1300 °С тепловые изоляторы становятся проводниками тепла. Сплошные диэлектрические материалы, например, стекло, имеют более высокую теплопроводность по сравнению с пористыми материалами. Установлено также, что чем выше плотность материала, тем больше его теплопроводность.

Однослойная стенка (трубка) при λ = const. Рассмотрим цилиндрическую стенку (трубку) длиной *l* с внутренним r_1 и внешним r_2 радиусами (рисунок 2).



а – цилиндрическая стенка; *б* – температурное поле

Рисунок 2. – Темературное поле и тепловой поток в цилиндрической стенке

Заданы температуры T_1 внутренней и T_2 наружной поверхностей стенки. Условием одномерности теплового потока будет условие $l >>> r_2$, откуда следует $\partial q/\partial l = 0$. Дифференциальное уравнение теплопроводности в полярных координатах при λ = const и отсутствии внутреннего источника теплоты ($Q_v = 0$) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial T}{\partial r}=0\,. \tag{2}$$

При заданных граничных условиях

$r = r_1$; $T = T_1$;

$r = r_2$; $T = T_2$

получим

$$\bar{\theta}=\frac{T-T_2}{T_1-T_2}=\frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \tag{3}$$

Температура цилиндрической стенки меняется по логарифмической зависимости (см. рисунок 2).

Плотность теплового потока *q* через единицу площади цилиндрической поверхности будет величиной переменной:

$$q=\frac{\lambda}{r}\cdot\frac{T_1-T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \tag{4}$$

Мощность теплового потока $Q = q\cdot F$ через цилиндрическую поверхность площадью $F = 2\pi\cdot r\cdot l$ (*l* – длина цилиндрической стенки) есть постоянная величина, равная

$$Q = 2\pi \cdot \lambda \cdot l \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (5)$$

Полученную формулу можно записать, используя понятие *термического сопротивления*:

$$Q = 2\pi \cdot l \cdot \frac{T_1 - T_2}{R_l}, \quad (6)$$

где $R_l = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ – термическое сопротивление теплопроводности цилиндрической стенки.

Линейная плотность теплового потока (удельный тепловой поток на единицу длины стенки) $q_l = Q/l$:

$$q_l = \frac{Q}{l} = 2\pi \cdot \lambda \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (7)$$

Таким образом, предлагаемый экспериментальный метод определения коэффициента теплопроводности основан на измерении:

– мощности теплового потока, проходящего через цилиндрический слой;

– перепада температур между внутренней и наружной поверхностями слоя тепловой изоляции;

– геометрических характеристик слоя тепловой изоляции.

Схема и описание установки

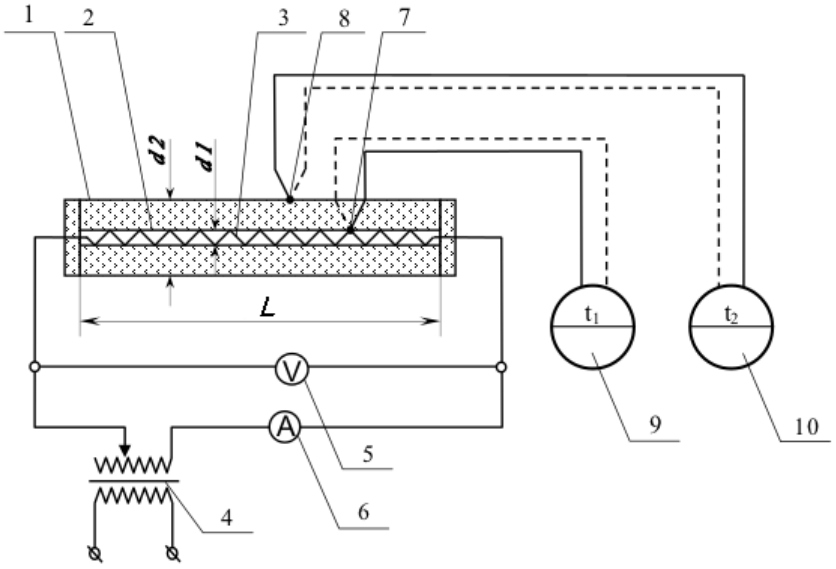


Рисунок 3. – Схема лабораторной установки

Исследуемый материал *1* (см. рисунок 3) нанесен в виде цилиндрического слоя (d_1 = 0,02 м; d_2 = 0,05 м) на наружную поверхность металлической трубы *2*. Длина цилиндра тепловой изоляции составляет l = 1 м, что значительно больше наружного диаметра.

Источником теплового потока служит электронагреватель *3*, который включен в электрическую цепь через автотрансформатор *4*. Для определения мощности теплового потока служат вольтметр *5* и амперметр *6*. Для измерения температур на внутренней и наружной поверхностях тепловой изоляции применяются хромель-копелевые термопары *7* и *8* в комплекте с вторичными приборами *9* и *10.*

Выполнение работы

Выбрать из списка необходимый теплоизоляционный материал (по порядковому номеру 1–5). Затем включить установку нажатием на красную кнопку. Установить заданные преподавателем параметры 1-го режима по напряжению в диапазоне 50–150 В. Подождать установления стационарного режима (стационарность режима оценивается по неизменности температур t_1 и t_2 во времени), после чего зафиксировать показания всех приборов. Результаты измерений заносятся в таблицу 1. Далее установить параметры следующего режима и продолжить измерения.

Расчетные формулы и расчеты

1. Все расчеты сводятся к вычислениям коэффициента теплопроводности по формуле

$$\lambda = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}{2\pi \cdot l \cdot \left(t_1 - t_2\right)}, \text{ Вт/(м·°К).}$$

2. Мощность теплового потока по формуле

$$Q = I \cdot U, \text{ Вт.}$$

3. Средняя температура тепловой изоляции:

$$t_{ср} = \frac{t_1 + t_2}{2}, \text{ °С.}$$

4. Результаты расчетов должны быть оформлены в виде сводной таблицы 2.

5. По результатам расчетов построить в соответствующем масштабе на миллиметровой бумаге график зависимости коэффициента теплопроводности от средней температуры тепловой изоляции. Пользуясь графиком, определить коэффициент β, характеризующий влияние температуры на теплопроводность

материала. При обработке графического материала характер зависимости представить в виде уравнения прямой линии:

$$\lambda_t = \lambda_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot t_{ср}\right).$$

Исследуемый материал _____

Таблица 1

№	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номера опытов				
				1	2	3	4	5
1	Сила тока	I	А		0,63			
2	Напряжение	U	В		101			
3	Температура внутренней поверхности слоя изоляции	t_1	°С		162,5			
4	Температура наружной поверхности слоя изоляции	t_2	°С		51,8			

Исследуемый материал _____

Таблица 2

№	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номера опытов				
				1	2	3	4	5
1	Тепловой поток	Q	Вт		63,6			
2	Коэффициент теплопроводности исследуемого материала	λ	Вт/(м·°К)		0,084			
3	Средняя температура исследуемого материала	$t_{ср}$	°С		107,1			
4	Температурный коэффициент	β	1/°К					

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как достигается поставленная цель?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Какие величины следует измерять в данной работе, чтобы вычислить коэффициент теплопроводности?
4. Какова физическая сущность передачи тепла теплопроводностью?
5. Сформулируйте понятия: температурное поле, изотермическая поверхность, градиент температуры, мощность теплового потока, плотность теплового потока.

6. Покажите на схеме установки, как направлен вектор теплового потока и градиента температуры?

7. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности, и от каких факторов он зависит?

8. Каков характер изменения температуры по толщине плоской и цилиндрической стенок?

9. Какова взаимосвязь между коэффициентом теплопроводности и наклоном температурной кривой по толщине тепловой изоляции?

10. Дайте определение понятию термического сопротивления теплопроводности.

11. Как зависит коэффициент теплопроводности различных веществ (металлов, неметаллов, жидкостей и газов) от температуры? Ответ обосновать.

12. Сформулируйте основной закон теплопроводности. В чем его сущность?

13. Каковы основные трудности тепловых расчетов при переносе тепла теплопроводностью?

14. Как влияет форма стенки на величину ее термического сопротивления?

1.7.3. Теплопередача (граничные условия III рода)

Теплопередача включает в себя

– теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке;

– теплопроводность в стенке;

– теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

Рассмотрим теплопередачу через однородные однослойную и многослойную *плоские стенки.*

Заданы толщина δ плоской однородной стенки, коэффициенты теплопроводности стенки λ, температуры окружающей среды $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, а также коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2. Будем считать, что величины $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1 и α_2 постоянны и не меняются вдоль поверхности.

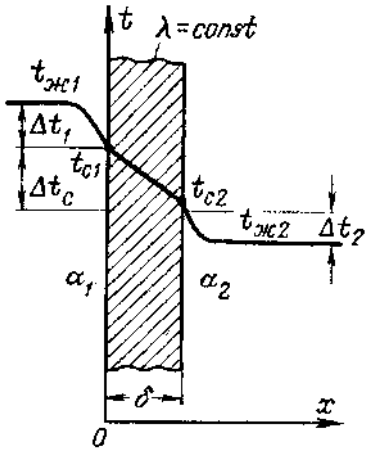


Рисунок 1.7.3. – Температурное поле
в однослойной плоской стенке

При заданных условиях необходимо найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной и температуры на поверхностях стенки.

Плотность теплового потока от горячей жидкости к стенке

$$q = \alpha_1 \left(t_{ж1} - t_{c1} \right). \tag{1.38}$$

При стационарном тепловом режиме тот же тепловой поток пройдет теплопроводностью через твердую стенку

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{c1} - t_{c2}). \tag{1.39}$$

Тот же тепловой поток передается от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи

$$q = \alpha_2 \left(t_{c2} - t_{ж2} \right). \tag{1.40}$$

Эти уравнения можно записать в виде системы

$$\begin{cases} q \cdot \dfrac{1}{\alpha_1} = t_{ж1} - t_{c1}, \\ q \cdot \dfrac{\delta}{\lambda} = t_{c1} - t_{c2}, \\ q \cdot \dfrac{1}{\alpha_2} = t_{c2} - t_{ж2}. \end{cases}$$

Плотность теплового потока, Вт/м^2,

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}. \qquad (1.41)$$

Обозначим

$$\frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = k. \qquad (1.42)$$

Величина k имеет ту же размерность, что и α, и называется *коэффициентом теплопередачи*.

Коэффициент теплопередачи k характеризует интенсивность передачи теплоты от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству теплоты, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между жидкостями в один градус.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется *полным термическим сопротивлением теплопередаче.*

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}, \qquad (1.43)$$

где $1/\alpha_1 = R_1$ – термическое сопротивление теплоотдаче от горячей жидкости к поверхности стенки; $\delta/\lambda = R_c$ – термическое сопротивление теплопроводности стенки; $1/\alpha_2 = R_2$ – термическое сопротивление теплоотдаче от поверхности стенки к холодной жидкости.

В случае многослойной стенки нужно учитывать термическое сопротивление каждого слоя:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\text{или} \quad R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \qquad (1.44)$$

Плотность теплового потока через многослойную стенку, состоящую из *n* слоев

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = k\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right). \qquad (1.45)$$

Тепловой поток *Q*, Вт, через поверхность *F* твердой стенки

$$Q = q \cdot F = k \cdot \Delta t \cdot F. \qquad (1.46)$$

Теперь рассмотрим однородную *цилиндрическую стенку* (трубу) (рисунок 1.7.4) с постоянным коэффициентом теплопроводности λ.

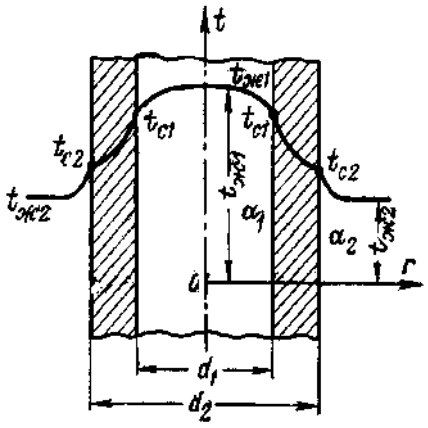


Рисунок 1.7.4. – Температурное поле
в однослойной плоской стенке

Заданы постоянные температуры подвижных сред $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ и постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях труб α_1 и α_2.

Необходимо найти q_l и t_c. Будем полагать, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями теплоты с торцов трубы можно пренебречь.

Для стационарного режима теплопередачи можно записать:

$$\begin{cases} q_l = q_1 \pi d_1 = \dfrac{\pi(t_{ж1} - t_{c1})}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1}}; \\ q_l = \dfrac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\dfrac{1}{2\lambda} \ln \dfrac{d_2}{d_1}}; \\ q_l = q_2 \pi d_2 = \dfrac{\pi(t_{c2} - t_{ж2})}{\dfrac{1}{\alpha_2 d_1}} \end{cases}$$

Представим эти уравнения следующим образом:

$$\begin{cases} t_{ж1} - t_{c1} = \dfrac{q_l}{\pi} \cdot \dfrac{1}{\alpha_1 d_1}, \\ t_{c1} - t_{c2} = \dfrac{q_l}{\pi} \cdot \dfrac{1}{2\lambda} \cdot \ln \dfrac{d_2}{d_1}, \\ t_{c2} - t_{ж2} = \dfrac{q_l}{\pi} \cdot \dfrac{1}{\alpha_2 d_2}. \end{cases}$$

Отсюда следует:

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda} \ln \dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}. \qquad (1.47)$$

Обозначим

$$k_l = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda} \ln \dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}. \qquad (1.48)$$

Величина k_l называется линейным коэффициентом теплопередачи; измеряется в Вт/(м·°К). Он характеризует интенсивность передачи теплоты от одной подвижной среды к другой через разделяющую их стенку.

Значение k_l численно равно количеству теплоты, которое проходит через стенку длиной 1 м в единицу времени от одной среды к другой при разности температур между ними 1 град.

Величина $R_l = 1/k_l$, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, называется *линейным термическим сопротивлением теплопередаче*, м·°К/Вт*:*

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \qquad (1.49)$$

где $\dfrac{1}{\alpha_1 d_1}$, $\dfrac{1}{\alpha_2 d_2}$ – термические сопротивления теплоотдаче на соответствующих поверхностях;

$\dfrac{1}{2\lambda} \ln \dfrac{d_2}{d_1}$ – термическое сопротивление теплопроводности стенки.

Пример 1.7.3.1

Теплота дымовых газов передается через стенку воде. Принимая температуру газов $t_{ж1}$ = 1300 °С, воды $t_{ж2}$ = 200 °С, коэффициент теплоотдачи от газов к стенке α_1 = 100 Вт/(м^2·°С), а от стенки к воде α_2 = 2000 Вт/(м^2·°С) и считая стенку плоской, требуется:

1. Подсчитать термические сопротивления, коэффициенты теплоотдачи и количество передаваемой теплоты от газов к воде через 1 м^2 стенки для следующих случаев:

а) стенка стальная, совершенно чистая, толщиной δ_2 = 20 мм (λ_2 = 45,4 Вт/(м·°С));

б) стенка со стороны воды покрыта слоем накипи толщиной δ_3 = 8 мм (λ_3=2Вт/(м·°С));

в) стенка со стороны газов покрыта слоем сажи толщиной δ_1 = 2 мм (λ_1 = 0,2 Вт/(м·°С));

г) стенка со стороны воды покрыта слоем накипи δ_3 = 8 мм, а со стороны газов – сажей δ_1 = 2 мм.

2. Определить температуры всех слоев стенки для случая «г».

Решение:

Термические сопротивления теплопередаче

$$R_а = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{1}{2000} = 0,011 \text{ м}^2\cdot°\text{С/Вт};$$

$$R_б = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{0,008}{2} + \frac{1}{2000} = 0,015 \text{ м}^2\cdot°\text{С/Вт};$$

$$R_в = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,002}{0,2} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{1}{2000} = 0,021 \text{ м}^2\cdot°\text{С/Вт};$$

$$R_г = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2} =$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{0,002}{0,2} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{0,008}{2} + \frac{1}{2000} = 0,025 \text{ м}^2\cdot°\text{С/Вт}.$$

Коэффициенты теплопередачи

$$k_а = \frac{1}{R_а} = \frac{1}{0,011} = 90,91 \text{ Вт/(м}^2\cdot°\text{С)};$$

$$k_б = \frac{1}{R_б} = \frac{1}{0,015} = 66,67 \text{ Вт/(м}^2\cdot°\text{С)};$$

$$k_в = \frac{1}{R_в} = \frac{1}{0,021} = 47,62 \text{ Вт/(м}^2\cdot°\text{С)};$$

$$k_г = \frac{1}{R_г} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ Вт/(м}^2\cdot°\text{С)}.$$

Количество передаваемой теплоты от газов к воде через 1 м^2 стенки определим из уравнения теплопередачи

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}),\ \text{Вт/м}^2,$$

$$q_а = k_а(t_{ж1} - t_{ж2}) = 90{,}91 \cdot (1300 - 200) = 100{,}001\ \text{Вт/м}^2;$$
$$q_б = k_б(t_{ж1} - t_{ж2}) = 66{,}67 \cdot (1300 - 200) = 73{,}337\ \text{Вт/м}^2;$$
$$q_в = k_в(t_{ж1} - t_{ж2}) = 47{,}62 \cdot (1300 - 200) = 53{,}382\ \text{Вт/м}^2;$$
$$q_г = k_г(t_{ж1} - t_{ж2}) = 40 \cdot (1300 - 200) = 44{,}000\ \text{Вт/м}^2.$$

Температуры всех слоев стенки для случая «г».

Плотность теплового потока от газов к стенке

$$q_г = \alpha_1(t_{ж1} - t_{с1}),$$

отсюда $t_{с1} = t_{ж1} - \dfrac{q_г}{\alpha_1} = 1300 - \dfrac{44000}{100} = 860$ °С.

Плотность теплового потока через слой сажи

$$q_г = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{с1} - t_{с2}),$$

отсюда $t_{с2} = t_{с1} - q_г \cdot \dfrac{\delta_1}{\lambda_1} = 860 - 44000 \cdot \dfrac{0{,}002}{0{,}2} = 420$ °С.

Плотность теплового потока через стальную стенку

$$q_г = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{с2} - t_{с3}),$$

отсюда $t_{с3} = t_{с2} - q_г \cdot \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} = 420 - 44000 \cdot \dfrac{0{,}02}{45{,}4} = 400{,}6$ °С.

Плотность теплового потока через слой накипи

$$q_г = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_{с3} - t_{с4}),$$

отсюда $t_{с4} = t_{с3} - q_г \cdot \dfrac{\delta_3}{\lambda_3} = 400{,}6 - 44000 \cdot \dfrac{0{,}008}{2} = 224{,}6$ °С.

Пример 1.7.3.2

Стальная труба внутренним диаметром d_1 = 20 мм (λ_1 = 38 Вт/(м·°С)) с толщиной стенки δ_1 = 2,5 мм покрыта слоем изоляции, коэффициент теплопроводности которой $\lambda_{из}$ = 0,14 Вт/(м·°С). По трубе протекает вода, температура которой $t_{ж1}$ = 200 °С. Коэффициент теплоотдачи от воды к стенке $\alpha_1 = 1{,}8 \cdot 10^3$ Вт/(м^2·°С).

Снаружи труба омывается свободным потоком воздуха, температура которого $t_{ж2}$ = 20°С, коэффициент теплоотдачи к воздуху от поверхности изоляции α_2 = 10 Вт/(м^2·°С).

Требуется:

1. Найти толщину изоляционного материала, обеспечивающую температуру наружной поверхности изоляции 60°С;

2. Сопоставить тепловые потоки через трубу с изоляцией и без нее при тех же $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1, α_2.

Решение:

Линейная плотность теплового потока через изолированную трубу

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}}\ln\frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{из}}}.$$

Линейная плотность теплового потока от изоляции к наружному воздуху

$$q_l = \pi \cdot d_{из} \cdot \alpha_2 (t_{из} - t_{ж2}).$$

Приравниваем правые части этих уравнений и представим решение в виде

$$y = \ln\frac{d_{из}}{d_2},$$

где $$y = 2\lambda_{из}\left\{\frac{1}{d_{из}}\left[\frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\alpha_2(t_{из} - t_{ж2})} - \frac{1}{\alpha_2}\right] - \frac{1}{\alpha_1 d_1} - \frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}\right\}.$$

Подставим значения соответствующих величин и получим:

$$y = 2 \cdot 0{,}14\left\{\frac{1}{d_{из}}\left[\frac{200 - 20}{10 \cdot (60 - 20)} - \frac{1}{10}\right] - \frac{1}{1800 \cdot 0{,}02} - \frac{1}{2 \cdot 38}\ln\frac{25}{20}\right\} =$$

$$= \frac{0{,}098}{d_{из}} - 0{,}0086.$$

Для графического решения полученного уравнения зададимся значениями $d_{из}$, определим y и $\ln\frac{d_{из}}{d_2}$, а полученные результаты представим в таблице.

$d_{из}$	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075	0,085	0,095
$d_{из}/d_2$	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8
$\ln\frac{d_{из}}{d_2}$	0,3365	0,5878	0,7885	0,9555	1,0986	1,2238	1,335
y	2,7914	2,1692	1,7732	1,4991	1,2981	1,1443	1,023

Полученные данные наносим на график и получаем значение корня $d_{из}$ = 0,082 м, которое удовлетворяет уравнению $y = \ln\frac{d_{из}}{d_2}$.

Линейная плотность теплового потока через изолированную трубу

$$q_l = \frac{\pi(200-20)}{\frac{1}{1{,}8\cdot10^3\cdot0{,}02}+\frac{1}{2\cdot38}\ln\frac{25}{20}+\frac{1}{2\cdot0{,}14}\ln\frac{82}{25}+\frac{1}{10\cdot0{,}082}} = 102{,}9 \text{ Вт/м}.$$

Линейная плотность теплового потока неизолированного трубопровода

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1}+\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{\pi\cdot(200-20)}{\frac{1}{1{,}8\cdot10^3\cdot0{,}02}+\frac{1}{2\cdot38}\ln\frac{25}{20}+\frac{1}{10\cdot0{,}025}} =$$

$$= 160{,}3 \text{ Вт/м}.$$

Следовательно, у неизолированного трубопровода потери теплоты с 1 п.м в 1,58 раза больше, чем у изолированного.

1.8. Критический диаметр цилиндрической стенки

Рассмотрим влияние изменения наружного диаметра на термическое сопротивление теплопередаче однородной цилиндрической стенки.

Термическое сопротивление теплопередаче однородной цилиндрической стенки:

$$R_{l.об} = \frac{1}{k_l} = R_{l1} + R_{lc} + R_{l2} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\cdot\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

При постоянных значениях α_1, d_1, λ и α_2 термическое сопротивление теплопередаче цилиндрической стенки будет зависеть от внешнего диаметра.

При этих условиях $R_{l1} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} = \text{const}$.

Термическое сопротивление теплопроводности $R_{lc} = \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}$ с увеличением d_2 (толщины стенки) будет возрастать, а термическое сопротивление теплоотдачи $R_{l2} = \frac{1}{\alpha_2 d_2}$ будет уменьшаться (рисунок 1.8.1).

Исследуем R_l как функцию d_2. Возьмем производную R_l от d_2, приравняем нулю и таким образом найдем экстремум функции $R_l(d_2)$.

$$\frac{d(R_l)}{d(d_2)} = \frac{1}{2\lambda d_2} - \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{d_2}\left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\alpha_2 d_2}\right) = 0.$$

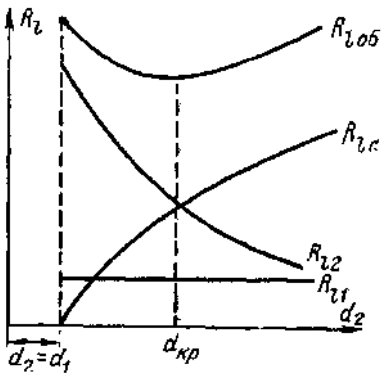


Рисунок 1.8.1. – Влияние наружного диаметра на термические сопротивления однородной цилиндрической стенки

Значение d_2 из последнего выражения соответствует экстремальной точке кривой $R_l = f(d_2)$. Т.к. $\frac{d^2(R_l)}{d(d_2)^2} > 0$, то в экстремальной точке имеет место минимум.

Таким образом, при значении диаметра $d_2 = \frac{2\lambda}{\alpha_2}$ термическое сопротивление теплопередаче будет минимальным.

Значение внешнего диаметра трубы, соответствующего минимальному термическому сопротивлению теплопередаче, называется *критическим диаметром* и обозначается $d_{кр}$:

$$d_{кр} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}. \qquad (1.50)$$

При $d_2 < d_{кр}$ с увеличением d_2 полное термическое сопротивление теплопередаче снижается.

При $d_2 > d_{кр}$ с увеличением d_2 термическое сопротивление теплопередачи возрастает.

Рассмотрим критический диаметр изоляции, наложенной на трубу (рисунок 1.8.2).

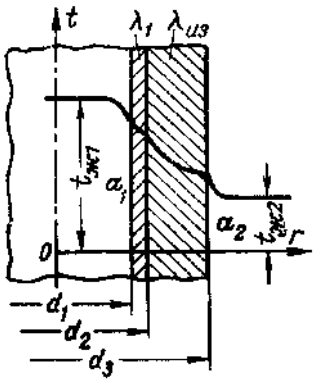


Рисунок 1.8.2. – Температурное поле в двухслойной цилиндрической стенке

Термическое сопротивление теплопередаче для такой трубы запишется как

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_c}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}.$$

Из формулы следует, что R_l при увеличении внешнего диаметра изоляции d_3 сначала будет уменьшаться и при $d_3 = d_{кр}$ будет иметь минимум. При дальнейшем увеличении внешнего диаметра изоляции R_l будет возрастать.

С точностью наоборот будет изменяться линейный тепловой поток (рисунок 1.8.3):

$$q_l = \frac{\Delta t}{R_l}.$$

Выбрав какой-либо теплоизоляционный материал для покрытия цилиндрической поверхности, прежде всего, нужно рассчитать критический диаметр:

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}. \qquad (1.51)$$

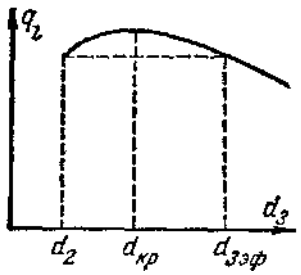


Рисунок 1.8.3. – Изменение линейного теплового потока через двухслойную цилиндрическую стенку в зависимости от наружного диаметра изоляции

Материал изоляции выбирают из условия $d_{из} \geq d_{кр.из}$

Пример 1.8.1

Трубопровод диаметром d_1/d_2= 44/51 мм, по которому течет масло, покрыт слоем бетона толщиной δ_2 = 80 мм. Коэффициент теплопроводности материала трубы λ_1 = 50 Вт/(м·°С), коэффициент теплопроводности бетона λ_2 = 1,28 Вт/(м·°С). Средняя температура масла в трубе $t_{ж1}$ = 120 °С, температура окружающего воздуха $t_{ж2}$ = 20 °С. Коэффициент теплоотдачи от масла к стенке α_1 = 100 Вт/(м^2·°С) и от поверхности бетона к воздуху α_2 = 10 Вт/(м^2·°С).

а) определить потери теплоты с 1 п.м оголенного трубопровода и трубопровода, покрытого бетоном;

б) каким должен быть коэффициент теплопроводности изоляции, чтобы при любой ее толщине тепловые потери с 1 п.м изолированной трубы были не больше, чем для оголенного трубопровода?

Решение:

Потери теплоты с 1 п.м оголенного трубопровода

$$q_l = \frac{\pi\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{\pi\cdot(120-20)}{\frac{1}{100\cdot 0{,}044} + \frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{51}{44} + \frac{1}{10\cdot 0{,}051}} =$$

$= 142{,}5$ Вт/м.

Потери теплоты с 1 пог. м. изолированного трубопровода

$$q_l^{из} = \frac{\pi\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}} =$$

$$= \frac{\pi\cdot(120-20)}{\frac{1}{100\cdot 0{,}044} + \frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{51}{44} + \frac{1}{2\cdot 1{,}28}\ln\frac{211}{51} + \frac{1}{10\cdot 0{,}0211}} = 249 \text{ Вт/м.}$$

Следовательно, потери теплоты с 1 п.м изолированного трубопровода в 249/142,5 = 1,75 раз больше, чем у оголенного.

Чтобы потери теплоты были для изолированного трубопровода меньше, чем для оголенного, при любом слое изоляции, необходимо, чтобы $\lambda_{из} = 0{,}5\cdot d_2\cdot\alpha_2 = 0{,}5\cdot 0{,}51\cdot 10 \le 0{,}26$ Вт/(м·°С).

1.9. Передача теплоты через шаровую стенку

Граничные условия I рода

Имеется полый шар с радиусами r_1 и r_2 постоянным коэффициентом теплопроводности λ и с заданными равномерно распределенными температурами поверхностей t_{c1} и t_{c2}.

Дифференциальное уравнение Фурье (далее – д.у. Фурье) в сферических координатах в общем случае:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2}\cdot\operatorname{ctg}\varphi\frac{\partial t}{\partial \varphi}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho}. \tag{1.51}$$

Поскольку в рассматриваемом случае температура измеряется только в направлении радиуса шара, то д.у. Фурье в сферических координатах будет иметь вид

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{2}{r}\cdot\frac{dt}{dr} = 0. \tag{1.52}$$

Вводим замену $u = \frac{dt}{dr}$,

тогда $\frac{du}{dr} + \frac{2}{r} \cdot u = 0$ или $\frac{du}{u} = -2\frac{dr}{r}$.

После интегрирования:

$$\ln u + 2\ln r = \ln C_1$$

или $u \cdot r^2 = C_1$,

или $\frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r^2}$,

или $\int dt = C_1 \int r^{-2} dr$.

Интегрирование дает:

$$t = -\frac{C_1}{r} + C_2 . \qquad (1.53)$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий:

при $r = r_1$ $t = t_{c1}$;

при $r = r_2$ $t = t_{c2}$.

При этом получим:

$$C_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}; \qquad C_2 = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \cdot \frac{1}{r_1} .$$

Подставляя значения C_1 и C_2 в уравнение (1.53), имеем выражение для температурного поля в шаровой стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right). \qquad (1.54)$$

Для нахождения количества теплоты, проходящей через шаровую поверхность величиной F в единицу времени, можно воспользоваться законом Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda \frac{dt}{dr} \pi d^2 .$$

Температурный градиент:

$$\frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r^2} = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) r^2} = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) \frac{d^2}{2}} .$$

Если в выражение подставить значение градиента температуры:

$$Q = \lambda \frac{\Delta t}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)\frac{1}{2}} \pi = \frac{\pi \Delta t}{\frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)}. \qquad (1.55)$$

Граничные условия III (теплопередача)

При заданных граничных условиях III рода кроме r_1 и r_2 будут известны $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, а также коэффициенты теплоотдачи на поверхности шаровой стенки α_1 и α_2.

Величины $t_{ж1}$,$t_{ж2}$, α_1 и α_2 предполагаются постоянными во времени, а α_1 и α_2 – и по поверхностям.

Поскольку процесс стационарный и полный тепловой поток Q, Вт, будет постоянным для всех изотермических поверхностей, то можно записать как

$$\begin{cases} Q = \alpha_1 \left(t_{ж1} - t_{c1}\right) \pi d_1^2, \\ Q = \dfrac{\pi \left(t_{c1} - t_{c2}\right)}{\dfrac{1}{2\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_2}\right)}, \\ Q = \alpha_2 \left(t_{c2} - t_{ж2}\right) \pi d_2^2. \end{cases}$$

Из этих уравнений следует:

$$Q = \frac{\pi \left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} = k_ш \cdot \pi \cdot \Delta t. \qquad (1.56)$$

Величина

$$k_ш = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} \qquad (1.57)$$

называется коэффициентом теплопередачи шаровой стенки и измеряется в Вт/К.

Обратная величина

$$\frac{1}{k_ш} = R_ш = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} \qquad (1.58)$$

называется термическим сопротивлением теплопередаче шаровой стенки и измеряется в °К/Вт.

Для шаровой стенки также как и для цилиндрической (впрочем, как для любой криволинейной поверхности) справедливо понятие *критического диаметра*,

при котором сопротивление теплопередаче такой стенки минимально, а потери теплоты через стенку максимальные.

Исследуем $R_ш$ как функцию d_2. Возьмем производную $R_ш$ от d_2 и приравняем нулю и таким образом найдем экстремум функции $R_ш(d_2)$.

$$\frac{d(R_ш)}{d(d_2)} = \frac{1}{2\lambda d_2^2} - \frac{2}{\alpha_2 d_2^3} = 0$$

$$\text{или } \frac{1}{d_2^2}\left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{2}{\alpha_2 d_2}\right) = 0$$

Значение d_2 из последнего выражения соответствует экстремальной точке кривой $R_ш = f(d_2)$. Поскольку $\frac{d^2(R_ш)}{d(d_2)^2} > 0$, то в экстремальной точке имеет место минимум.

Таким образом, при значении диаметра $d_2 = \frac{4\lambda}{\alpha_2}$ термическое сопротивление теплопередаче будет минимальным.

Значение внешнего диаметра шара, соответствующего минимальному термическому сопротивлению теплопередаче, называется *критическим диаметром* и обозначается $d_{кр}$:

$$d_{кр} = \frac{4\lambda}{\alpha_2}. \qquad (1.59)$$

1.10. Пути интенсификации теплопередачи

Интенсификация теплопередачи путем увеличения коэффициента теплоотдачи

Из уравнения теплопередачи $Q = k \cdot F \cdot \Delta t$ следует, что при заданных размерах стенки и температурах жидкостей величиной, определяющей теплоотдачу, является k.

Например, если мы имеем дело с плоской стенкой, для которой

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \qquad (1.60)$$

то при $\delta/\lambda \to 0$ (что можно принять для тонких стенок с большим коэффициентом λ)

$$k' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} + 1}. \qquad (1.61)$$

Из уравнения (1.61) следует, что коэффициент теплопередачи не может быть больше самого малого α.

При $\alpha_2 \to \infty$ k' стремится к своему предельному значению α_1. При $\alpha_1 \to \infty$ коэффициент теплопередачи стремится к α_2.

При $\alpha_1 << \alpha_2$ для увеличения k' следует увеличивать α_1, т.е. уменьшать большее из термических сопротивлений $1/\alpha_1$.

Если $\alpha_1 \approx \alpha_2$ увеличение коэффициента теплопередачи возможно за счет увеличения любого из α.

Интенсификация теплопередачи за счет оребрения стенок

При передаче теплоты через цилиндрическую стенку термические сопротивления $\frac{1}{\alpha_1 d_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2 d_2}$ определяются не только значениями коэффициентов теплоотдачи, но и размерами самих поверхностей.

Отсюда следует, что если α мало́, то термическое сопротивление теплоотдаче можно уменьшить путем увеличения соответствующей поверхности.

Такой же результат можно получить и для плоской стенки, если одну из поверхностей увеличить путем оребрения. Последнее обстоятельство и положено в основу интенсификации теплопередачи за счет оребрения. При этом термические сопротивления станут пропорциональны величинам $\frac{1}{\alpha_1 F_1}$ и $\frac{1}{\alpha_2 F_2}$.

Тепловой поток для односторонне-оребренной поверхности:

$$\begin{cases} Q = \alpha_1 F\left(t_{ж1} - t_{c1}\right), \\ Q = \dfrac{\lambda}{\delta} F\left(t_{c1} - t_{c2}\right), \\ Q = \alpha_2 \varepsilon\left(F + F_{оребр}\right)\left(t_{c2} - t_{ж2}\right). \end{cases}$$

где F – площадь поверхности без ребер;

$F_{оребр}$ – площадь ребер;

ε – коэффициент, учитывающий отличие средней температуры ребра от температуры основания.

Решая совместно три уравнения, получаем:

$$k_{оребр} = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{F}{\alpha_2 \varepsilon\left(F + F_{оребр}\right)}} > k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}} \qquad (1.62)$$

Следует указать, что при использовании метода оребрения нужно руководствоваться следующими соображениями: если $\alpha_1 << \alpha_2$, то оребрять поверхность

со стороны α_1 следует до тех пор, пока $\alpha_1 F_1$ не достигает значения $\alpha_2 F_2$. Дальнейшее увеличение поверхности F_1 малоэффективно.

Ребристые поверхности изготавливаются или в виде сплошных отливок или отдельных ребер, прикрепленных к поверхности.

1.11. Теплопроводность в стержне (ребре) постоянного поперечного сечения

Дифференциальное уравнение теплопроводности и его решение

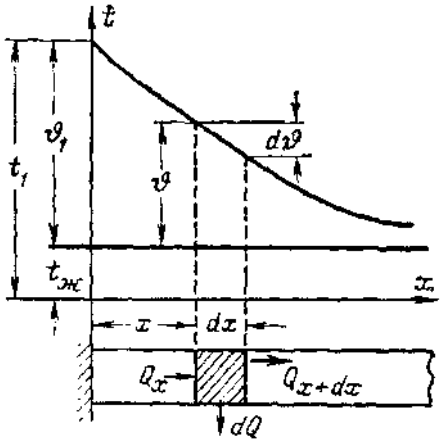


Рисунок 1.11.1. – Изменение температуры по длине тонкого стержня

Рассмотрим распространение теплоты в прямом стержне с постоянным поперечным сечением по длине.

Обозначим площадь поперечного сечения стержня через f и периметр поперечного сечения через u.

Стержень находится в среде с постоянной температурой $t_ж$, коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к окружающей среде α считаем постоянным для всей поверхности.

Коэффициент теплопроводности стержня λ достаточно велик, а поперечное сечение f очень мало по сравнению с его длиной.

Пренебрегаем изменением *температуры* в поперечном сечении и считаем, что она *изменяется только вдоль оси стержня.*

Отсчет температуры будем вести от $t_ж$ = const. Отсчитанную избыточную температуру стержня обозначим ϑ:

$$\vartheta = t - t_ж,$$

где t – текущая температура стержня;

$t_ж$ – температура среды, окружающей стержень.

Если задана температура основания стержня t_1, то избыточная температура стержня будет равна

$$\vartheta_1 = t_1 - t_ж .$$

На расстоянии *x* от основания стержня выделим элемент стержня длиной *dx.*

Уравнение теплового баланса для рассматриваемого элемента можно записать как

$$Q_x - dQ = Q_{x+dx} , \qquad (1.63)$$

где Q_x – теплота, входящая в левую грань за единицу времени;

Q_{x+dx} – теплота, выходящая из противоположной грани;

dQ – теплота, отдаваемая наружной поверхностью элемента окружающей среде.

Согласно закону Фурье

$$Q_x = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx} f$$

и

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{d}{dx}\left(\vartheta + d\vartheta\right) f = -\lambda \frac{d}{dx}\left(\vartheta + \frac{d\vartheta}{dx} dx\right) f ,$$

откуда $Q_{x+dx} = -\lambda f \frac{d\vartheta}{dx} - \lambda f \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx$.

Следовательно,

$$Q_x - Q_{x+dx} = \lambda f \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx \qquad (1.64)$$

С другой стороны, по закону Ньютона–Рихмана,

$$dQ = \alpha_р \left(t - t_ж\right) dF_n = \alpha_р \vartheta u dx , \qquad (1.65)$$

где $dF_n = udx$ – площадь боковой поверхности стержня длиной *dx*.

Приравнивая (1.64) и (1.65), получаем следующее дифференциальное уравнение, описывающее изменение температуры стержня:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha_р u}{\lambda f} \vartheta = m^2 \vartheta , \qquad (1.66)$$

где $m = \sqrt{\frac{\alpha_р u}{\lambda f}}$, 1/м.

Предполагают, что температура по длине ребра изменяется нелинейно. Эту зависимость удобно выражать через функцию экспоненты. Таким образом, решение уравнения (1.11.1) можно представить как

$$\vartheta = e^{kx} \quad \text{или} \quad \vartheta = C_1 \vartheta_1 + C_2 \vartheta_2 , \qquad (1.67)$$

где *k* – постоянная, которую необходимо найти.

Т.е. теоретически текущая избыточная температура складывается из части температурного напора у основания ребра и части на его торце.

Дифференцируя (1.67), имеем:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = ke^{kx} \quad \text{и} \quad \frac{d^2\vartheta}{dx^2} = k^2 e^{kx}. \tag{1.68}$$

Подставляя (1.68) в (1.66), имеем:

$$k^2 e^{kx} - m^2 e^{kx} = 0 \text{ или } k^2 - m^2 = 0 \tag{1.69}$$

Значит, у основания ребра и на торце k может принимать значения $\pm m$.

Тогда общее решение имеет вид:

$$\vartheta = C_1\vartheta_1 + C_2\vartheta_2 = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}. \tag{1.70}$$

Значения постоянных C_1 и C_2 определяются из граничных условий. Граничные условия могут быть заданы по-разному в зависимости от длины стержня и других факторов.

Стержень бесконечной длины

В начальном сечении стрежня температура поддерживается постоянной, т.е. при $x = 0$ величина $\vartheta = \vartheta_1$.

Если длина стержня $l \to \infty$, то вся теплота, подводимая к стержню, будет отдана им в окружающую среду и при $x \to \infty$ на торце стержня имеем $\vartheta = t_ж - t_ж = 0$.

Подстановка граничных условий в уравнение (1.70) дает:

при $x = 0$ $\quad \vartheta_1 = C_1 + C_2$;

при $x \to \infty$ $\quad \vartheta_2 = 0 = C_1 e^{\infty}$.

Последнее равенство возможно только при $C_1 = 0$.

Таким образом, $C_2 = \vartheta_1$.

Подставляя значения постоянных C_1 и C_2 в уравнение (1.70), получаем:

$$\vartheta = \vartheta_1 \cdot e^{-mx} \tag{1.71}$$

или

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_1} = e^{-mx}; \quad \vartheta = \frac{\vartheta_1}{e^{mx}}, \tag{1.72}$$

где Θ – безразмерная температура, выраженная в долях температуры ϑ_1 начального сечения стержня.

Из уравнения $m = \sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}}$ следует, что величина m пропорциональна теплоотдаче с боковой поверхности и обратно пропорциональна $\sqrt{\lambda f}$ – фактору, определяющему передачу теплоты теплопроводностью вдоль стержня.

Значит, что при оребрении нужно выбирать материал для ребер с бóльшим коэффициентом теплопроводности. Последнее приводит к уменьшению m и сохранению больших избыточных температур вдоль стержня.

При $\frac{\alpha_p}{\lambda} = \text{const}$ величина m возрастает с возрастанием u/f, что указывает на более эффективную работу ребер с профилями, имеющими меньшее отношение u/f при том же поперечном сечении. Таким образом, для увеличения эффективности теплоотдачи необходимо добиваться $m \to 0$ за счет $u \to 0$ и $\lambda \to \infty$ при одном и том же f.

Количество теплоты, передаваемое стержнем в окружающую среду, очевидно, будет равняться количеству теплоты, *подводимому* к его основанию (закон сохранения энергии):

$$Q = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} f \,. \tag{1.73}$$

Из уравнения (1.71) находим:

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = \left(-me^{-mx}\vartheta_1 \right)\Big|_{x=0} = -m\vartheta_1 \,. \tag{1.74}$$

Подставляя значение градиента температуры при x = 0 в предыдущее уравнение для теплового потока, получаем формулу, определяющую количество теплоты, отданной стержнем в окружающую среду:

$$Q = \lambda m \vartheta_1 f = \sqrt{\lambda^2} \sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}} \vartheta_1 \sqrt{f^2} = \vartheta_1 \sqrt{\alpha_p \lambda u f} \,. \tag{1.75}$$

Стержень конечной длины

Для стержня конечной длины дифференциальное уравнение (1.66) и его решение (1.67) сохраняет силу, но граничные условия будут другими:

при $x = 0$ $\quad \vartheta = \vartheta_1$;

при $x = \ell$

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=\ell} = \alpha_\ell \vartheta_\ell \,;$$

или $$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=\ell} = -\frac{\alpha_\ell}{\lambda} \vartheta_\ell \,, \tag{1.76}$$

где ϑ_ℓ – температура на конце стержня;

α_ℓ – коэффициент теплоотдачи с торца стержня.

При $x = \ell$ имеет место равенство количества теплоты, подведенного к торцу стержня за счет теплопроводности и количества теплоты, отдаваемого поверхностью торца в окружающую среду за счет теплоотдачи.

Для определения постоянных C_1 и C_2 в уравнении (1.67) используем граничные условия (1.76):

при $x = 0$ $\quad \vartheta_1 = C_1 + C_2$,

при $x = \ell$ $\quad \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=\ell} = C_1 m e^{m\ell} - C_2 m e^{-m\ell} = -\frac{\alpha_\ell}{\lambda}\vartheta_\ell$ (1.77)

и $\vartheta_\ell = C_1 e^{m\ell} + C_2 e^{-m\ell}$.

Из полученных уравнений (1.77) определяем постоянные C_1 и C_2.

Подставляя найденные значения C_1 и C_2 в уравнение (1.67) и произведя алгебраические преобразования, получим:

$$\vartheta = \vartheta_1 \left[\frac{m\left[e^{m(\ell-x)} + e^{-m(\ell-x)}\right] + \frac{\alpha_\ell}{\lambda}\left[e^{m(\ell-x)} - e^{-m(\ell-x)}\right]}{m\left[e^{m\ell} + e^{-m\ell}\right] + \frac{\alpha_\ell}{\lambda}\left[e^{m\ell} - e^{-m\ell}\right]} \right]. \qquad (1.78)$$

Напомним, что $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \mathrm{ch}(x)$ и $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = \mathrm{sh}(x)$.

С учетом сказанного уравнение (1.78) запишется:

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{\mathrm{ch}\left[m(\ell - x)\right] + \frac{\alpha_\ell}{m\lambda}\mathrm{sh}\left[m(\ell - x)\right]}{\mathrm{ch}(m\ell) + \frac{\alpha_\ell}{m\lambda}\mathrm{sh}(m\ell)} \qquad (1.79)$$

Если *теплоотдачей с конца стержня пренебречь*, то граничные условия (1.76) можно записать в виде:

при $x = 0$ $\quad \vartheta = \vartheta_1$;

при $x = \ell$ $\quad \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=\ell} = 0 = -\frac{\alpha_\ell}{\lambda}\vartheta_\ell$.

Последнее можно допустить для случая, когда α_ℓ на торце стержня мало, а коэффициент теплопроводности материала λ велик и отношение $\frac{\alpha_\ell}{\lambda} \to 0$.

Для этих условий в соотношении (1.79) вторые члены числителя и знаменателя правой части обращаются в нуль и уравнение принимает вид

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1}{\mathrm{ch}(m\ell)}\mathrm{ch}\left[m(\ell - x)\right]. \qquad (1.80)$$

Когда $x = \ell$, то формула принимает вид

$$\vartheta_{x=\ell} = \frac{\vartheta_1}{\mathrm{ch}(m\ell)}.$$

Количество теплоты $Q_р$, Вт, отдаваемое поверхностью ребра в окружающую среду, равно теплоте, подводимой к основанию ребра:

$$Q_р = -\lambda\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} f .$$

Дифференцируя уравнение (1.80), находим:

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = -\vartheta_1 m\frac{\mathrm{sh}(m\ell)}{\mathrm{ch}(m\ell)} = -\vartheta_1 m\cdot\mathrm{th}(m\ell) . \qquad (1.81)$$

Тогда

$$Q_р = \lambda\, m\vartheta_1\,\mathrm{th}(m\ell) f . \qquad (1.82)$$

Подставив $m = \sqrt{\frac{\alpha_р u}{\lambda f}}$ в (1.82), получим:

$$Q_p = \vartheta_1\sqrt{\alpha_р u\lambda f}\,\mathrm{th}(m\ell) . \qquad (1.83)$$

Если длина стержня очень велика, то $\mathrm{sh}(m\ell)\to\infty$ и $\mathrm{ch}(m\ell)\to\infty$, а $\mathrm{th}(m\ell)\approx 1$. Тогда $\vartheta_{x=\ell} = 0$ и формула (1.82) превращается в (1.75).

1.12. Теплопередача через ребристую плоскую стенку

Необходимо найти тепловой поток через плоскую ребристую стенку безграничных размеров (рисунок 1.12.1). Стенка оребрена со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи.

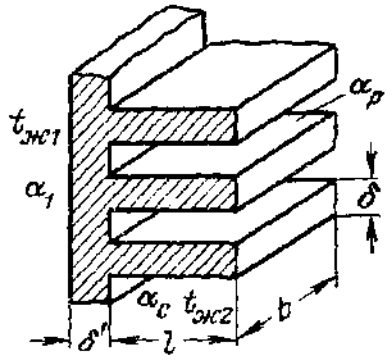


Рисунок 1.12.1. – Условия однозначности для плоской ребристой стенки

Заданы постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на неоребренной поверхности стенки α_1, гладкой части оребренной поверхности α_c и на поверхности ребер $\alpha_р$. Заданы геометрические размеры ребер и температуры теплоносителей $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$.

Поскольку для ребра $b>>\delta$, то полагаем, что периметр поперечного сечения ребер $u = 2b$. Площадь поперечного сечения ребра $f = b\delta$.

Следовательно, $m=\sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}}=\sqrt{\frac{2\alpha_p}{\lambda\delta}}$, 1/м.

Подставив полученное выражение для m в уравнение (1.11.8), умножив и разделив на 2ℓ, получим:

$$Q_p=\vartheta_1\sqrt{\alpha_p(2b)\lambda(b\delta)}\frac{2\ell}{2\ell}\,\mathrm{th}\left(\frac{\ell}{\delta}\sqrt{\frac{2\alpha_p\delta}{\lambda}}\right)=\alpha_p\vartheta_1F_p\frac{\mathrm{th}\left(\frac{\ell}{\delta}\sqrt{\frac{2\alpha_p\delta}{\lambda}}\right)}{\frac{\ell}{\delta}\sqrt{\frac{2\alpha_p\delta}{\lambda}}}. \qquad (1.84)$$

Здесь $\frac{\alpha_p\delta}{\lambda}=\mathrm{Bi}$ – безразмерный комплекс, называемый *числом Биó*; $F_p=2\cdot b\cdot\ell$ – площадь боковой поверхности ребра.

Число Bi является важной характеристикой процесса теплопроводности. Оно представляет собой отношение внутреннего термического сопротивления теплопроводности к внешнему термическому сопротивлению теплоотдаче

$$\mathrm{Bi}=\frac{\frac{\delta}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha_p}}. \qquad (1.85)$$

Окончательно уравнение для теплового потока с поверхности ребра можно записать в виде

$$Q_p=\alpha_p\vartheta_1F_p\frac{\mathrm{th}\left(\frac{\ell}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)}{\frac{\ell}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}}. \qquad (1.86)$$

Обозначим $\frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}}=\varepsilon$.

Величина ε называется *коэффициентом эффективности ребра*. Тогда уравнение (1.86) принимает вид:

$$Q_p=\alpha_p\vartheta_1F_p\varepsilon. \qquad (1.87)$$

Величина ε есть функция $\left(\frac{\ell}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)$, и она стремится к своему максимальному значению, равному единице, при $\frac{\ell}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\to 0$, при том, что $\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}}\right)\to 1$,

а $\frac{l}{\delta}\sqrt{2\mathrm{Bi}} \to \infty$. При заданных геометрических размерах ребра последнее возможно в случае, если $\lambda \to \infty$, т.е. $\mathrm{Bi} \to 0$.

Теплота Q_c, Вт, отдаваемая гладкой частью оребренной поверхности

$$Q_c = \alpha_c \vartheta_1 F_c . \tag{1.88}$$

Общее количество теплоты

$$Q = Q_р + Q_c = \alpha_р \vartheta_1 F_р \varepsilon + \alpha_c \vartheta_1 F_c \tag{1.89}$$

или $Q = \alpha_{пр} \vartheta_1 F_{р.с.}$, $F_{р.с.} = F_р + F_c$ (1.90)

Из сопоставления (1.89) и (1.90) следует, что

$$\alpha_{пр} = \alpha_р \varepsilon \frac{F_р}{F_{р.с}} + \alpha_c \frac{F_c}{F_{р.с}} . \tag{1.91}$$

Величина $\alpha_{пр}$, входящая в уравнение (1.91), называется *приведенным коэффициентом теплоотдачи.*

Это усредненный коэффициент теплоотдачи ребристой стенки, который учитывает теплоотдачу поверхности ребра, поверхности гладкой стенки и эффективность работы ребра.

Можно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} Q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}) F_1 , \\ Q = \dfrac{\lambda}{\delta^/} \left(t_{c1} - t_{c2} \right) F_1 , \\ Q = \alpha_{пр} (t_{c2} - t_{ж2}) F_{р.с.} . \end{cases}$$

Здесь $\delta^/$ – толщина плоской части стенки.

Из этих уравнений получаем:

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{\delta^/}{\lambda F_1} + \dfrac{1}{\alpha_{пр} F_{р.с.}}} . \tag{1.92}$$

Если тепловой поток отнести к единице оребренной поверхности стенки, то

$$\frac{Q}{F_{р.с.}} = q_{р.с.} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1}\dfrac{F_{р.с.}}{F_1} + \dfrac{\delta^/}{\lambda}\dfrac{F_{р.с.}}{F_1} + \dfrac{1}{\alpha_{пр}}} = k_{р.с.} (t_{ж1} - t_{ж2}) , \tag{1.93}$$

где $k_{р.с.} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1}\dfrac{F_{р.с.}}{F_1} + \dfrac{\delta^/}{\lambda}\dfrac{F_{р.с.}}{F_1} + \dfrac{1}{\alpha_{пр}}}$ – коэффициент теплопередачи через ребристую стенку при отнесении теплового потока к оребренной поверхности, Вт/(м^2·К).

Если тепловой поток отнести к неоребренной поверхности стенки, то получим:

$$\frac{Q}{F_1} = q_1 = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \cdot \frac{F_1}{F_{р.с.}}} = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2}), \qquad (1.94)$$

где $k_1 = \dfrac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F_{р.с.}}}$ – коэффициент теплопередачи при отнесении теплового потока к неоребренной поверхности стенки.

Отношение оребренной поверхности $F_{р.с}$ к гладкой F_1 называется *коэффициентом оребрения*.

Влияние оребрения на коэффициент теплопередачи можно показать на следующем примере.

Пусть α_1= 1000 и α_2 = 20 Вт/(м$^{2\cdot o}$К). Предположим, что δ' / λ мало и им можно пренебречь, тогда

$$k_1' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \frac{F_1}{F_{р.с.}}}.$$

Для плоской поверхности (коэффициент оребрения $F_{р.с}/F_1$ равен единице) получим

$$k_1' = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20}} \approx 20 \text{ Вт/(м}^{2\cdot o}\text{К)}.$$

Если стенка имеет ребра с одной стороны, причем коэффициент $F_{р.с.}/F_1$=2, то

$$k_1' = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2}} \approx 40 \text{ Вт/(м}^{2\cdot o}\text{К)}.$$

Следовательно, при заданных соотношениях коэффициентов теплоотдачи при оребрении плоской стенки со стороны малого α с коэффициентом оребрения $F_{р.с}/F_1$ = 2, передача теплоты увеличивается примерно в 2 раза.

Лабораторная работа 2
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОРЕБРЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Цель работы: определение коэффициента эффективности оребрения цилиндрической поверхности и закрепление знаний по теории теплоотдачи.

Основные положения

Количество теплоты, передаваемого при конвективном теплообмене через плоскую стенку толщиной δ, выполненную из материала с коэффициентом теплопроводности λ и гладкими поверхностями их площади F_1, находится из выражения

$$Q = \frac{t_c - t_{\text{возд}}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} F_1 = k(t_c - t_{\text{возд}})F_1 \text{, Вт.}$$

При очень резком различии коэффициентов теплоотдачи на боковых поверхностях, например, $\alpha_1 << \alpha_2$, коэффициент теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \alpha_2 \cdot \frac{\delta}{\lambda} + 1} \text{, Вт/(м}^2\text{·град),}$$

получается меньше самого малого коэффициента теплоотдачи $k<\alpha_2$, поскольку

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \alpha_2 \cdot \frac{\delta}{\lambda} + 1 > 1 .$$

Один из способов интенсификации теплопередачи (увеличения k) заключается в оребрении поверхности, конвективный теплообмен с которой характеризуется малым коэффициентом теплоотдачи. Причем оребрять поверхность необходимо до тех пор, пока значение $\alpha_2 \cdot F_2$ (F_2 – площадь оребренной поверхности) не достигнет величины $\alpha_1 \cdot F_1$.

Однако при оребрении коэффициент теплоотдачи α_2 изменяется и количество теплоты, отдаваемое оребренной поверхностью, обычно представляют в виде суммы

$$Q_{\text{ор}} = Q_p + Q_c .$$

Количество теплоты, отдаваемой с поверхности ребер

$$Q_p = \alpha_p \cdot \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot \varepsilon \cdot F_p \text{, Вт,}$$

здесь α_p – коэффициент теплоотдачи с поверхности ребер;

ε – эффективность ребра;

F_p – площадь поверхности ребер;

t_c – температура основания ребра, равная температуре гладкой части оребренной поверхности.

Количество теплоты, отдаваемое гладкой частью оребренной поверхности,

$$Q_c = \alpha_c \cdot \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot F_c, \text{ Вт},$$

где α_c – коэффициент теплоотдачи гладкой части оребренной поверхности.

Ввиду того, что практически невозможно определить по отдельности α_c и α_p , удобно количество теплоты, отдаваемой оребренной поверхности, отнести к неоребренной поверхности стенки

$$Q_{op} = \alpha_p \cdot \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot \varepsilon \cdot F_p + \alpha_c \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot F_c = \alpha_{\text{эф}} \cdot \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot F_c ,$$

где F_c – площадь поверхности на которую нанесено оребрение;

$\alpha_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент теплоотдачи оребренной поверхности.

Тогда отношение количества теплоты, рассеиваемой в окружающую среду оребренной поверхностью, к количеству теплоты, рассеиваемой такой же по форме и величине поверхностью без оребрения при равных температурах поверхностей и окружающего воздуха, называется *эффективностью оребрения*:

$$\varphi = \frac{Q_{\text{ор}}}{Q_c} = \frac{\alpha_{\text{эф}} \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot F_c}{\alpha_c \cdot \left(t_c - t_{\text{возд}}\right) \cdot F_c} = \frac{\alpha_{\text{эф}}}{\alpha_c} .$$

Описание экспериментальной установки

Основными частями экспериментальной установки для определения эффективности оребрения цилиндрической поверхности являются гладкая труба и оребренная труба, имеющие одинаковую длину *l*, и нагреваемые изнутри трубчатыми электронагревателями. Гладкая труба получена из оребренной снятием оребрения. Ее наружный диаметр d_1 равняется диаметру поверхности трубы, на которую нанесено оребрение.

Равномерное тепловыделение по длине нагревателей, точная их центровка внутри труб и высокий коэффициент теплопроводности материала труб (алюминий) в сочетании с большой толщиной стенки обеспечивают постоянство температуры на теплоотдающих поверхностях.

Количество теплоты, рассеиваемого электронагревателями через боковые поверхности труб, определяется по показаниям амперметров *5* и вольтметров *4* согласно закону $Q = I \cdot U$.

Возможность утечки теплоты через торцы труб устраняется тепловой изоляцией. Температура поверхности труб t_c находится по показаниям хромель-копелевых термопар *6*, подключаемых поочередно с помощью переключателя к милливольтметру.

Проведение эксперимента

Включить регуляторы напряжения в сеть и установить на гладкой трубе первое значение напряжения, указанное преподавателем.

На оребренной трубе установить напряжение примерно в 1,25 раза больше. После наступления стационарного температурного режима (примерно через 20 мин) записать показания амперметров, вольтметров для обеих труб.

Результаты измерений заносятся в таблицу 1.

Эксперимент повторяется не менее трех раз.

Обработка результатов

На основании полученных данных строятся графические зависимости $Q = f(t_c - t_{\text{возд}})$ для каждой трубы по трем экспериментальным точкам.

Эффективность оребрения $\varphi = \dfrac{Q_{\text{ор}}}{Q_c}$ определяется графически с помощью построенных зависимостей следующим образом. В пределах температурного диапазона, охваченного экспериментом, выбираются три значения (t_c – $t_{\text{возд}}$) и по ним определяются на построенных кривых соответствующие значения $Q_{\text{ор}}$ и Q_c (как «вспомогательные точки»).

Полученные три пары значений и определяют величину эффективности оребрения $\varphi = \dfrac{Q_{\text{ор}}}{Q_c}$ для соответствующих величин ($t_c - t_{\text{возд}}$).

По полученным данным строится графическая зависимость эффективности оребрения от температурного (по трем точкам) $\varphi = \varphi\left(t_c - t_{\text{возд}}\right)$.

Таблица 1

Режим	Гладкая труба				Оребренная труба			
	$t_{\text{гл}}$, ^{0}C	$I_{\text{гл}}$, А	$U_{\text{гл}}$, В	$Q_{\text{гл}}$, Вт	$t_{\text{ор}}$, ^{0}C	$I_{\text{ор}}$, А	$U_{\text{ор}}$, В	$Q_{\text{ор}}$, Вт
1								
2								
…								

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как достигается поставленная цель?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Какие величины следует измерять в данной работе, чтобы вычислить коэффициент эффективности оребрения цилиндрической поверхности?
4. Какова физическая сущность теплоотдачи?
5. Каков физический смысл коэффициента эффективности оребрения, и от каких факторов он зависит?
6. Каков характер изменения температуры по высоте ребра?
7. Дайте определение понятию приведённого коэффициента теплоотдачи оребрённой поверхности.
8. Сформулируйте закон теплоотдачи Ньютона - Рихмана. В чем его сущность?
9. Каковы основные трудности тепловых расчетов при теплоотдаче?
10. Как влияет форма стенки и кривизна её поверхности на величину термического сопротивления?

1.13. Стационарная теплопроводность в телах при наличии в них внутренних источников теплоты

Рассмотрим неограниченную пластину (рисунок 1.13.1) толщиной 2δ. Пусть источники теплоты q_v распределены по ее объему равномерно и не изменяются во времени.

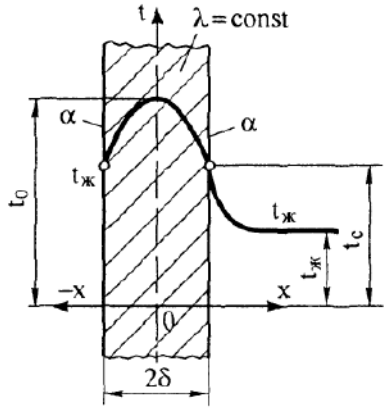


Рисунок 1.13.1. – Неограниченная пластина с внутренними источниками теплоты

Считаем заданными и постоянными коэффициент теплоотдачи α к среде с температурой $t_ж$, коэффициент теплопроводности пластины λ.

Пластина охлаждается равномерно с двух сторон, поэтому температуры обеих ее поверхностей t_c относительно середины пластины будем считать одинаковыми (симметричное температурное поле).

Ось *x* направим по нормали к поверхности тела. Обозначим температуру середины пластины t_0.

Требуется найти аналитическое выражение температурного поля пластины и количество теплоты, отдаваемое в среду с температурой $t_ж$.

Д.у. Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho}. \qquad (1.95)$$

В стационарном режиме при передаче теплоты только в одном направлении

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0,\ \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$$

Поэтому д.у. Фурье будет выглядеть:

$$-\lambda \cdot \frac{d^2 t}{dx^2} = q_\upsilon \quad \text{или} \quad \frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}. \qquad (1.96)$$

После первого интегрирования:

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda} \cdot x + C_1 .$$

Второе интегрирование:

$$\begin{aligned} \int dt &= -\frac{q_\upsilon}{\lambda} \cdot \int x dx + C_1 \int dx, \\ t &= -\frac{q_\upsilon x^2}{2\lambda} + C_1 x + C_2 . \end{aligned} \tag{1.97}$$

Граничные условия:

при $x = 0 \quad t = t_0$ и $\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = 0;$

при $x = \delta \quad t = t_c$ и $\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_c - t_ж\right).$

Значит,

$$\begin{aligned} t_0 &= C_2, \\ t_c &= -\frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda} + C_1 \delta + C_2, \\ C_1 &= \frac{t_c - t_0 + \frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda}}{\delta} . \end{aligned} \tag{1.98}$$

В итоге аналитическое выражение температурного поля в пластине:

$$t = t_c + \frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \tag{1.99}$$

Поскольку величина температуры t_c заранее не задана, ее необходимо представить в виде выражения, составленного из величин, входящих в условия однозначности.

Определим, каким образом связан тепловой поток, переносимый в пластине теплопроводностью, с выделением теплоты от внутренних источников.

Вид д.у. Фурье для заданных условий:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_\upsilon \rho}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + \frac{q_\upsilon}{c_\upsilon \rho} . \tag{1.100}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{dq_x}{dx} + q_\upsilon, \\ \int dq_x &= q_\upsilon \int dx, \\ q_x &= q_\upsilon x + C_1 . \end{aligned}$$

При $x = 0 \;\; q = 0 = q_x$. Значит, $C_1 = 0$.

При $x = \delta \;\; q = q_\delta = q_\upsilon \delta = \alpha\left(t_c - t_ж\right)$.

$$q_\upsilon = \frac{q_\delta}{\delta} = \frac{\alpha\left(t_c - t_ж\right)}{\delta}.$$

Отсюда

$$t_c = t_ж + \frac{q_\upsilon \delta}{\alpha}. \qquad (1.101)$$

Таким образом, выражение температурного поля в пластине можно представить в следующем виде:

$$t = t_ж + \frac{q_\upsilon \delta}{\alpha} + \frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \qquad (1.102)$$

По полученной зависимости можно определить и температуру в середине пластины t_0, подставляя соответствующие граничные условия:

при $x = 0 \quad t = t_0$.

Тогда

$$t_0 = t_ж + \frac{q_\upsilon \delta}{\alpha} + \frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda} = t_ж + q_\upsilon \delta\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{2\lambda}\right),$$

$$\text{или} \quad t_0 = t_c + \frac{q_\upsilon \delta^2}{2\lambda}. \qquad (1.103)$$

$$q_\upsilon = \frac{2\lambda\left(t_0 - t_c\right)}{\delta^2} \text{ или } q_\upsilon = \frac{t_0 - t_ж}{\delta\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{2\lambda}\right)}. \qquad (1.104)$$

Количество теплоты, отдаваемой пластиной в среду $t_ж$

$$Q = q_\delta \cdot 2 \cdot F_{бок} = q_\upsilon \cdot \delta \cdot 2 \cdot F_{бок}. \qquad (1.105)$$

Рассмотрим неограниченный цилиндрический стержень (рисунок 1.13.2) диаметром $2r_0$. Пусть источники теплоты q_v распределены по его объему равномерно и не изменяются во времени.

Считаем заданными и постоянными коэффициент теплоотдачи α к среде с температурой $t_ж$, коэффициент теплопроводности стержня λ. Стержень охлаждается равномерно с двух сторон, поэтому температуры его поверхностей t_c относительно оси будем считать одинаковыми (симметричное температурное поле).

Ось x направим по нормали к оси трубы. Обозначим температуру на оси стержня t_0.

Требуется найти аналитическое выражение температурного поля стержня и количество теплоты, отдаваемое в среду с температурой $t_ж$.

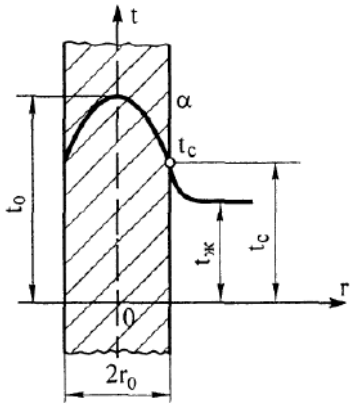


Рисунок 1.13.2. – Неограниченный цилиндрический стержень
с внутренними источниками теплоты

Д.у. Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_\upsilon}{c\rho}.$$

В стационарном режиме при передаче теплоты только в одном направлении:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0,\ \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0,$$

$$0 = \lambda\left(\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{dt}{dr}\right) + q_\upsilon.$$

Поэтому д.у. Фурье будет выглядеть:

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{dt}{dr} + \frac{q_\upsilon}{\lambda} = 0. \qquad (1.106)$$

Граничные условия:

при $r = 0$ $\quad t = t_0$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=0} = 0,$

при $r = r_0$ $\quad t = t_c$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r0} = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_c - t_ж\right).$

Введем новую переменную $u = \frac{dt}{dr}$. Тогда $\frac{du}{dr} = \frac{d^2 t}{dr^2}$.

Подставляя в уравнение Фурье, получим:

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \frac{q_\upsilon}{\lambda} = 0,$$

$$\frac{rdu + udr}{rdr} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda},$$

$$rdu + udr = -\frac{q_\upsilon}{\lambda} rdr.$$

Введем новую переменную $y = u \cdot r$.

Тогда $dy = rdu + udr$.

$$\int dy = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\int r dr,$$

$$y = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r^2}{2} + C_1 = u \cdot r,$$

$$u = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r},$$

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r},$$

$$\int dt = -\frac{q_\upsilon}{2\lambda}\int r dr + C_1\int\frac{dr}{r},$$

$$t = -\frac{q_\upsilon}{2\lambda}\cdot\frac{r^2}{2} + C_1\cdot\ln r + C_2. \qquad (1.107)$$

Выше было получено:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r}.$$

Тогда

$$\text{при}\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=0} = 0 \;\Rightarrow\; 0 = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r} \;\Rightarrow\; C_1 = 0,$$

$$\text{при}\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_c - t_ж\right) \;\Rightarrow\; -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_c - t_ж\right) = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r_0}{2}.$$

Значит,

$$t_c = \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha} + t_ж, \qquad (1.108)$$

$$q_\upsilon = \frac{2\alpha\left(t_c - t_ж\right)}{r_0}, \qquad (1.109)$$

$$C_2 = t_c + \frac{q_\upsilon r_0^2}{4\lambda} = t_ж + \frac{q_\upsilon r_0}{2}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{r_0}{2\lambda}\right).$$

В итоге аналитическое выражение температурного поля в стержне

$$t = -\frac{q_\upsilon r^2}{4\lambda} + t_ж + \frac{q_\upsilon r_0}{2}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{r_0}{2\lambda}\right)$$

можно преобразовать к виду:

$$t = \frac{q_\upsilon r_0^2}{4\lambda}\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right) + t_ж + \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha} \quad \text{или} \quad t = \frac{q_\upsilon r_0^2}{4\lambda}\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right) + t_c - \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha}\left(1 - \frac{r}{r_0}\right). \qquad (1.110)$$

По полученной зависимости можно определить и температуру на оси стержня t_0, подставляя соответствующие граничные условия:

$$\text{При } r = 0 \quad t = t_0$$

$$\text{и } t_0 = \frac{q_\upsilon r_0^2}{4\lambda} + t_ж + \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha} = t_ж + \frac{q_\upsilon r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right) \tag{1.111}$$

или

$$t_0 = \frac{q_\upsilon r_0^2}{4\lambda} + t_c - \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha} = t_c + \frac{q_\upsilon r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} - \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$q_\upsilon = \frac{t_0 - t_ж}{\frac{r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right)} \text{ или } q_\upsilon = \frac{t_0 - t_c}{\frac{r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} - \frac{1}{\alpha}\right)}. \tag{1.112}$$

Тепловой баланс стержня при расчетном диаметре $2r$:

$$q_r \cdot F_{бок} = q_\upsilon \cdot V,$$

$$q_r \cdot \pi \cdot d \cdot l = q_\upsilon \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l,$$

откуда

$$q_r = q_\upsilon \cdot \frac{d}{4} = q_\upsilon \cdot \frac{2 \cdot r}{4} = q_\upsilon \cdot \frac{r}{2}. \tag{1.113}$$

Тепловой поток на единицу длины стержня:

$$q_l = q_\upsilon \cdot \pi \cdot r_0^2. \tag{1.114}$$

Рассмотрим теплопроводность в неограниченном цилиндре (трубе) с внутренними источниками теплоты.

Очевидно, что для цилиндрического тела с внутренними источниками теплоты возможно три случая отвода теплоты:

1) отвод теплоты от наружной поверхности;
2) отвод теплоты от внутренней поверхности;
3) отвод теплоты с обеих поверхностей.

Ниже рассмотрим первый и второй случаи.

Первый случай. Неограниченный цилиндр (рисунок 1.13.3) внутренним диаметром $2r_1$ и наружным диаметром $2r_2$. Пусть источники теплоты q_v распределены по толщине его стенки равномерно и не изменяются во времени.

Считаем заданными и постоянными коэффициент теплоотдачи α_2 к среде с температурой $t_{ж2}$, коэффициент теплопроводности цилиндра λ.

Цилиндр охлаждается равномерно с двух сторон, поэтому температуры его поверхностей t_{c2} относительно оси будем считать одинаковыми (симметричное температурное поле).

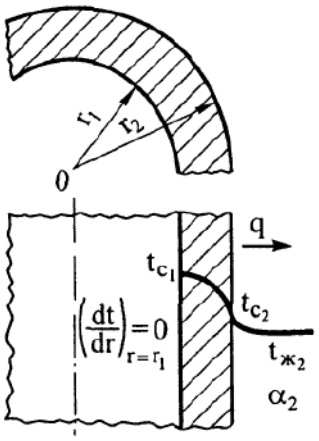


Рисунок 1.13.3. – Неограниченный цилиндр (труба)
с внутренними источниками теплоты

Ось *x* направим по нормали к оси трубы.

Требуется найти аналитическое выражение температурного поля цилиндра и количество теплоты, отдаваемое в среду с температурой $t_{ж2}$.

Очевидно, что в рассматриваемых условиях д.у. Фурье записывается в той же форме, что и для неограниченного стержня, но граничные условия будут другими:

при $r = r_1 \quad t = t_{c1}$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = 0$, поскольку у внутренней стенки $q = 0$,

при $r = r_2 \quad t = t_{c2}$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = -\frac{\alpha_2}{\lambda}\left(t_{c2} - t_{ж2}\right)$.

Выше было получено:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda} \cdot \frac{r}{2} + \frac{C_1}{r}.$$

Так, при $r = r_1$

$$0 = -\frac{q_\upsilon}{\lambda} \cdot \frac{r_1}{2} + \frac{C_1}{r_1} \text{ и } C_1 = \frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda}.$$

Выше было получено:

$$t = -\frac{q_\upsilon}{2\lambda} \cdot \frac{r^2}{2} + C_1 \cdot \ln r + C_2.$$

Тогда, при $r = r_2$

$$t_{c2} = -\frac{q_\upsilon r_2^2}{4\lambda} + \frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda} \cdot \ln r_2 + C_2,$$

$$C_2 = t_{c2} + \frac{q_\upsilon r_2^2}{4\lambda} - \frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda} \cdot \ln r_2.$$

Также при $r = r_2 \quad t = t_{c2}$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = -\frac{\alpha_2}{\lambda}\left(t_{c2} - t_{ж2}\right)$.

Тогда

$$-\frac{\alpha_2}{\lambda}\left(t_{c2}-t_{ж2}\right)=-\frac{q_\upsilon r_2}{2\lambda}+\frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda r_2},$$

$$t_{c2}=t_{ж2}+\frac{q_\upsilon r_2}{2\alpha_2}-\frac{q_\upsilon r_1^2}{2\alpha_2 r_2}=t_{ж2}+\frac{q_\upsilon r_2}{2\alpha_2}\cdot\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right) \quad (1.115)$$

$$C_2=t_{ж2}+\frac{q_\upsilon r_2}{2\alpha_2}\cdot\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right)+\frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}\left(\frac{1}{2}-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\cdot\ln r_2\right)$$

В итоге, аналитическое выражение температурного поля в трубе:

$$t=t_{ж2}+\frac{q_\upsilon r_2}{2\alpha_2}\cdot\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right)+\frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda}\left(\ln r-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)+\frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}\left(\frac{1}{2}-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\cdot\ln r_2\right). \quad (1.116)$$

По полученной зависимости можно определить и температуру на внутренней поверхности трубы t_{c1}, подставляя соответствующие граничные условия.

Температурный перепад на стенке:

$$t_{c1}-t_{c2}=\frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda}\left(\ln r_1-\frac{1}{2}\right)-\frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}\left(\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\cdot\ln r_2-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=\frac{q_\upsilon r_1^2}{2\lambda}\left(\ln r_1-\frac{1}{2}-\ln r_2+\frac{1}{2}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\right)=\frac{q_\upsilon r_1^2}{4\lambda}\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2-2\ln\frac{r_2}{r_1}-1\right). \quad (1.117)$$

Плотность теплового потока на поверхности трубы

$$q=\alpha_2\left(t_{c2}-t_{ж2}\right)=\alpha_2\left(t_{ж2}+\frac{q_\upsilon r_2}{2\alpha_2}\cdot\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right)-t_{ж2}\right)=\frac{q_\upsilon r_2}{2}\cdot\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right). \quad (1.118)$$

Рассмотрим *второй случай.*

Рассмотрим неограниченный цилиндр внутренним диаметром $2r_1$ и наружным диаметром $2r_2$. Пусть источники теплоты q_v распределены по толщине его стенки равномерно и не изменяются во времени.

Считаем заданными и постоянными коэффициент теплоотдачи α_1 к среде с температурой $t_{ж1}$, коэффициент теплопроводности цилиндра λ.

Цилиндр охлаждается равномерно с двух сторон, поэтому температуру его внутренней поверхности t_{c1} относительно оси будем считать одинаковой (симметричное температурное поле).

Ось *x* направим по нормали к оси трубы.

Требуется найти аналитическое выражение температурного поля цилиндра и количество теплоты, отдаваемое в среду с температурой $t_{ж1}$ с внутренней стенки.

Очевидно, что в рассматриваемых условиях ДУ Фурье записывается в той же форме, что и для неограниченного стержня, но граничные условия будут другими:

$$\text{при } r = r_1 \quad t = t_{c1} \text{ и } \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = -\frac{\alpha_1}{\lambda}\left(t_{ж1} - t_{c1}\right), \text{ при этом } t_{ж1} < t_{c1},$$

$$\text{при } r = r_2 \quad t = t_{c2} \text{ и } \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = 0, \text{ поскольку у наружной стенки } q = 0.$$

Выше было получено:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r}.$$

Так, при $r = r_2$

$$0 = -\frac{q_\upsilon}{\lambda}\cdot\frac{r_2}{2} + \frac{C_1}{r_2} \text{ и } C_1 = \frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}.$$

Выше было получено:

$$t = -\frac{q_\upsilon}{2\lambda}\cdot\frac{r^2}{2} + C_1\cdot\ln r + C_2.$$

Тогда, при $r = r_1$

$$t_{c1} = -\frac{q_\upsilon r_1^2}{4\lambda} + \frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}\cdot\ln r_1 + C_2,$$

$$C_2 = t_{c1} + \frac{q_\upsilon r_1^2}{4\lambda} - \frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda}\cdot\ln r_1.$$

Также при $r = r_1 \quad t = t_{c1}$ и $\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = \frac{\alpha_1}{\lambda}\left(t_{c1} - t_{ж1}\right).$

Тогда

$$\frac{\alpha_1}{\lambda}\left(t_{c1} - t_{ж1}\right) = -\frac{q_\upsilon r_1}{2\lambda} + \frac{q_\upsilon r_2^2}{2\lambda r_1},$$

$$t_{c1} = t_{ж1} - \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1} + \frac{q_\upsilon r_2^2}{2\alpha_1 r_1} = t_{ж1} + \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1}\cdot\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right). \tag{1.119}$$

В итоге, аналитическое выражение температурного поля в трубе:

$$t = t_{ж1} + \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1}\cdot\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right) + \frac{q_\upsilon r_2^2}{4\lambda}\left(2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right). \tag{1.120}$$

По полученной зависимости можно определить и температуру на наружной поверхности трубы t_{c2}, подставляя соответствующие граничные условия.

Температурный напор на внутренней стенке:

$$t_{c1} - t_{ж1} = \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1}\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right). \tag{1.121}$$

Температурный перепад на стенке:

$$t_{c2}-t_{c1}=\frac{q_\upsilon r_2^2}{4\lambda}\left(2\ln\frac{r_2}{r_1}+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1\right). \qquad (1.122)$$

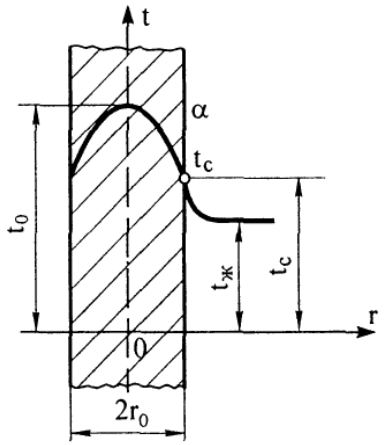
Плотность теплового потока на внутренней поверхности трубы

$$-q=\alpha_1\left(t_{ж1}-t_{c1}\right)=\alpha_1\left(t_{ж1}-\frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1}\cdot\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2-1\right)-t_{ж1}\right)=-\frac{q_\upsilon r_1}{2}\cdot\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2-1\right). \qquad (1.123)$$

Пример 1.13.1

Падение напряжения на нихромовом стержне d = 5 мм и l = 400 мм составляет ΔU = 10 В. Стержень находится в кипящей воде (p = 6,18·10^5 Па), а коэффициент теплоотдачи с его поверхности α = 38000 Вт/(м^2·°К). Вычислить мощность внутренних источников тепла, плотность теплового потока и линейную плотность теплового потока на поверхности стержня, температуры на его оси и поверхности. Принять для нихрома λ = 15 Вт/(м·°К), $\rho_{эл}$ = 1,2·10^{-6} Ом·м.

Решение:



$t_ж$=160 °C

Тепловой баланс стержня:

$$Q=U\cdot I=\frac{U^2}{R}=\frac{U^2\cdot f_{сеч}}{\rho_{эл}\cdot l}.$$

Здесь $R=\dfrac{\rho_{эл}\cdot l}{f_{сеч}}$.

Линейная плотность теплового потока на поверхности стержня:

$$\frac{Q}{l}=q_l=\frac{U^2\cdot f_{сеч}}{\rho_{эл}\cdot l^2}=q_\upsilon\cdot\pi\cdot r^2=5{,}2\cdot10^8\cdot\pi\cdot\left(\frac{0{,}005}{2}\right)^2=10210\ \text{Вт/м}.$$

Мощность внутренних источников теплоты в стержне:

$$q_{\upsilon} = \frac{U^2 \cdot f_{\text{сеч}}}{\rho_{\text{эл}} \cdot l^2 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{10^2}{1{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot (0{,}4)^2} = 5{,}2 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^3.$$

Плотность теплового потока на поверхности стержня:

$$q_r = q_{\upsilon} \cdot \frac{d}{4} = 5{,}2 \cdot 10^8 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{4} = 6{,}5 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2.$$

Температура на поверхности стержня:

$$t_c = \frac{q_{\upsilon} r_0}{2\alpha} + t_{\text{ж}} = \frac{5{,}2 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3{,}8 \cdot 10^4} + 160 = 177\,^{\circ}\text{C}.$$

Температура на оси стержня:

При $r = 0 \quad t = t_0$

и $t_0 = t_{\text{ж}} + \frac{q_{\upsilon} r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right) = 160 + \frac{5{,}2 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4} \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 15} + \frac{1}{38000}\right) =$

$= 231\,^{\circ}\text{C}.$

Пример 1.13.2

Вычислить допустимую силу тока и температуру на поверхности стальной электрической шины прямоугольного сечения 100×4 мм, установленной на ребро, если при температуре окружающего воздуха $t_{\text{ж}}$ = 30 °С максимальная температура не должна превышать 70 °С. Коэффициент теплопроводности стали λ = 40 Вт/(м·°К), а удельное электрическое сопротивление $\rho_{\text{эл}}$ = 0,176 Ом·мм^2/м. Теплоотдачу с боковых поверхностей шины принять α = 7 Вт/(м·°К). Как изменится допустимый ток для шины, если при неизменной площади поперечного сечения ей придать форму круглого стержня? Изменится ли температура поверхности такой шины? (Другие условия неизменны).

Решение:

Определим мощность внутренних источников теплоты в шине:

$$q_{\upsilon} = \frac{q_{\delta}}{\delta} = \frac{\alpha(t_c - t_{\text{ж}})}{\delta},$$

$$q_{\upsilon} = \frac{t_0 - t_{\text{ж}}}{\delta\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{2\lambda}\right)} = \frac{70 - 30}{0{,}002 \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{0{,}002}{2 \cdot 40}\right)} = 139951 \text{ Вт/м}^3.$$

Из теплового баланса шины определим допустимую силу тока в заданных условиях:

$$q = \frac{Q}{f_{сеч}} = \frac{R \cdot I^2}{f_{сеч}} = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}^2},$$

$$Q = R \cdot I^2 = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}} = q_{\upsilon} \cdot \delta \cdot 2 \cdot 0{,}1 \cdot l,$$

$$I = \sqrt{\frac{q_{\upsilon} \cdot \delta \cdot 2 \cdot 0{,}1 \cdot f_{сеч}}{\rho_{эл}}} = \sqrt{\frac{139951 \cdot 0{,}002 \cdot 2 \cdot 0{,}1 \cdot (100 \cdot 4)}{0{,}176}} = 356{,}7 \text{ А}.$$

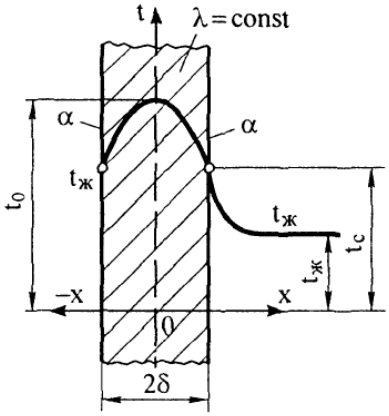
При этом температура на поверхности шины составит:

$$t_c = t_ж + \frac{q_{\upsilon}\delta}{\alpha} = 30 + \frac{139951 \cdot 0{,}002}{7} = 69{,}986 °\text{C}.$$

Если при неизменной площади сечения шине придать форму круглого стержня, ее диаметр составит:

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = 100 \cdot 4,$$

$$d = \sqrt{\frac{1600}{\pi}} = 22{,}6 \text{ мм}.$$



Мощность внутренних источников теплоты в стержне круглой формы составит:

$$q_{\upsilon} = \frac{t_0 - t_ж}{\frac{r_0}{2}\left(\frac{r_0}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right)} = \frac{70 - 30}{\frac{0{,}0226}{4} \cdot \left(\frac{0{,}0226}{4 \cdot 40} + \frac{1}{7}\right)} = 49509 \text{ Вт/м}^3.$$

Допустимая сила тока в стержне круглого сечения определится из теплового баланса:

$$Q = R \cdot I^2 = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}} = q_{\upsilon} \cdot \frac{d}{4} \cdot \pi \cdot d \cdot l,$$

$$I = \sqrt{\frac{q_{\upsilon} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot f_{сеч}}{\rho_{эл}}} = \sqrt{\frac{49509 \cdot \pi \cdot (0{,}0226)^2 \cdot \pi \cdot (22{,}6)^2}{0{,}176 \cdot 4 \cdot 4}} = 212{,}8 \text{ А}.$$

Температура на поверхности круглого стержня:

$$t_c = \frac{q_\upsilon r_0}{2\alpha} + t_ж = \frac{49509 \cdot 0{,}0226}{4 \cdot 7} + 30 = 69{,}961\,°\text{C}.$$

Пример 1.13.3

Стальная труба диаметром 6×0,2 мм включена в электрическую цепь. Удельное электросопротивление стали $0{,}82 \cdot 10^{-6}$ Ом·м. По трубе пропускается ток силой 250 А, выделяемая теплота отводится через внутреннюю поверхность трубы. Определить мощность внутренних источников теплоты и перепад температур в стенке трубы.

Решение:

Из теплового баланса определим мощность внутренних источников теплоты в стенке трубы:

$$Q = q_\upsilon \cdot \left(\pi \cdot r_2^2 \cdot l - \pi \cdot r_1^2 \cdot l\right) = q_\upsilon \cdot \pi \cdot l \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right), \text{Вт}.$$

$$q = \frac{Q}{f_{сеч}} = \frac{R \cdot I^2}{f_{сеч}} = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}^{\ 2}},$$

$$Q = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}} = q_\upsilon \cdot \pi \cdot l \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right),$$

$$\frac{I^2 \cdot \rho_{эл}}{f_{сеч}} = q_\upsilon \cdot \pi \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right),$$

$$q_\upsilon = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл}}{f_{сеч} \cdot \pi \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)} = \frac{250^2 \cdot 0{,}82 \cdot 10^{-6}}{\pi^2 \cdot \left(\left(\frac{0{,}006}{2}\right)^2 - \left(\frac{0{,}0056}{2}\right)^2\right)^2} = 3{,}859 \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^3.$$

Поскольку ни одна из температур стенки трубы не определена, а также не известна температура внутренней среды $t_{ж1}$, в которую отводится выделяющаяся в стенке трубы теплота, необходимо представить искомый перепад температур на стенке трубы через известные условия однозначности:

$$q = \alpha_1 \cdot \left(t_{c1} - t_{ж1}\right) = \alpha_1 \cdot \left(t_{c1} - t_{c1} + \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1} \cdot \left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right)\right) = \frac{q_\upsilon r_1}{2} \cdot \left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right) = \frac{I^2 \cdot \rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}^{\ 2}},$$

$$t_{c1} = t_{ж1} + \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1} \cdot \left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right),$$

$$t_{ж1} = t_{c1} - \frac{q_\upsilon r_1}{2\alpha_1} \cdot \left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right).$$

Тогда, искомый перепад температур при условии отвода теплоты от внутренней стенки трубы во внутреннюю среду:

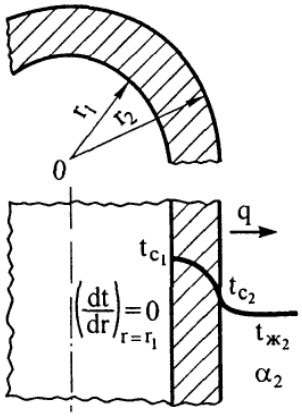
$$t_{c2}-t_{c1}=\frac{q_\upsilon r_2^2}{4\lambda}\left(2\ln\frac{r_2}{r_1}+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1\right)=$$

$$=\frac{3{,}859\cdot10^9\cdot\left(0{,}003\right)^2}{4\cdot45}\cdot\left(2\cdot\ln\frac{30}{28}+\left(\frac{28}{30}\right)^2-1\right)=1{,}755\ ^\circ\text{C}.$$

Пример 1.13.4

Из нержавеющей стали сделана труба длиной 0,4 м и диаметром 10×0,3 мм. Она включена в электрическую цепь. Вычислить силу тока, пропускаемого по трубе, если от внешней поверхности трубы отводится тепловой поток 0,9 кВт, а также перепад температур в стенке трубы. Удельное электрическое сопротивление материала трубы $0{,}85\cdot10^{-6}$ Ом·м.

Решение:



Сила тока в трубе:

$$Q=\frac{I^2\cdot\rho_{эл}\cdot l}{f_{сеч}},$$

$$I=\sqrt{\frac{Q\cdot f_{сеч}}{\rho_{эл}\cdot l}}=\sqrt{\frac{900\cdot\pi\cdot\left(\left(0{,}010\right)^2-\left(0{,}0094\right)^2\right)}{4\cdot0{,}85\cdot10^{-6}\cdot0{,}4}}=155{,}56\ \text{А}.$$

Мощность внутренних источников теплоты:

$$Q=q_\upsilon\cdot\pi\cdot l\cdot\left(r_2^2-r_1^2\right),$$

$$q_\upsilon=\frac{4\cdot Q}{\pi\cdot l\cdot\left(d_2^2-d_1^2\right)}=\frac{4\cdot900}{\pi\cdot0{,}4\cdot\left(\left(0{,}010\right)^2-\left(0{,}0094\right)^2\right)}=2{,}5\cdot10^8\ \text{Вт/м}^3.$$

Перепад температур по стенке трубы при условии отвода теплоты от внешней поверхности стенки во внешнюю среду:

$$t_{c1} - t_{c2} = \frac{q_\upsilon r_1^2}{4\lambda}\left(\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_1} - 1\right) =$$

$$= \frac{2{,}5\cdot 10^8 \cdot (0{,}0094)^2}{16\cdot 18}\cdot\left(\left(\frac{10}{9{,}4}\right)^2 - 2\cdot\ln\frac{10}{9{,}4} - 1\right) = 0{,}612\ ^\circ\text{C}.$$

Вопросы для самопроверки

1. В чем принципиальное отличие способов переноса теплоты теплопроводностью и конвекцией? Может ли теплота передаваться одновременно двумя этими способами?

2. Дайте определение изотермической поверхности. Какие свойства можно выделить у этих поверхностей?

3. Дайте определение процесса конвективного переноса теплоты. Может ли теплота передаваться путем конвекции в твердых, жидких и газообразных телах, и если да, то каким образом?

4. Дайте определение процесса лучистого переноса теплоты (теплового излучения). Может ли теплота передаваться путем теплового излучения в твердых, жидких и газообразных телах и между ними, и если да, то каков механизм передачи?

5. Дайте определение процесса теплопроводности. Может ли теплота передаваться путем теплопроводности в твердых, жидких и газообразных телах, и если да, то каков механизм передачи?

6. Дайте определение сложного теплообмена. Существуют ли способы аналитического решения задач с процессами сложного теплообмена, и если да, то в чем их суть?

7. Дайте определение физических понятий «теплота» и «тепловой поток». В каких единицах они измеряются?

8. Для чего служит дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье? При каких условиях (допущениях) его применяют?

9. Докажите, что интенсифицировать процесс теплопередачи можно путем конструктивного развития поверхности теплообмена.

10. Докажите, что коэффициент теплопередачи по своей величине не может быть больше самого малого из коэффициентов теплоотдачи.

11. Изменится ли теплопроводность керамического кирпича, если его смочить водой? Если изменится, то каким образом и почему?

12. Изменится ли теплопроводность минераловатной плиты, если ее смочить водой? Если изменится, то каким образом и почему??

13. Как изменятся термические сопротивления теплопроводности, теплоотдаче и теплопередаче для однослойной цилиндрической стенки, если увеличить наружный диаметр трубы, а внутренний диаметр и граничные условия третьего рода оставить без изменений?

14. Как изменятся термические сопротивления теплопроводности, теплоотдаче и теплопередаче для однослойной шаровой стенки, если увеличить толщину стенки шара, а внутренний диаметр и граничные условия 3 рода оставить без изменений?

15. Какие свойства вещества характеризует коэффициент температуропроводности?

16. Каким образом можно интенсифицировать процесс теплопередачи от горячей воды к холодному воздуху через разделяющую их стенку?

17. Каким образом с теплотехнической точки зрения следует выбирать материал тепловой изоляции для труб и шарообразных поверхностей печей?

18. Каков физический смысл коэффициента теплоотдачи на границе контакта твердого тела и движущейся жидкости с различными температурами?

19. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности твердого тела?

20. Какую информацию включают граничные условия процесса переноса теплоты? Какова их роль в математическом описании температурных полей?

21. Какую информацию включают условия однозначности процесса переноса теплоты? Какова их роль в математическом описании температурных полей?

22. Какую форму записи принимает дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье для одномерного и трехмерного температурных полей в твердом теле? Рассмотреть случаи стационарного и нестационарного температурных полей в плоской стенке при отсутствии внутренних источников теплоты.

23. Назовите способы переноса теплоты в воздухе помещения, в котором вы сейчас находитесь. Какой(-ие) способ(-ы) переноса теплоты будет(-ут) определяющим(-и)?

24. Назовите способы переноса теплоты через стену, выполненную из бетона. Какой из способов теплопереноса является в данном случае определяющим?

25. Назовите способы переноса теплоты через стену, выполненную из кирпича. Какой из способов теплопереноса является в данном случае определяющим?

26. По какому закону изменяется температура в поперечном сечении однослойной плоской стенки?

27. По какому закону изменяется температура в радиальном направлении цилиндрической стенки?

28. При каких условиях допустимо считать, что теплота в воздухе передается только путем теплопроводности?

29. Приведите формулировку закона теплопроводности Фурье. Какую форму записи принимает закон Фурье для одномерного и трехмерного температурных полей в твердом теле?

30. Связана ли величина теплопроводности материала с продолжительностью стационарного режима температурного поля в нем? Если связана, то каким образом?

31. Существует ли взаимозависимость между плотностью материала и его теплопроводностью? Если да, то как они связаны?

32. Что называется критическим диаметром тепловой изоляции? Какие условия требуется соблюсти, чтобы тепловая изоляция способствовала уменьшению потерь теплоты?

33. Что называется общим термическим сопротивлением теплопередаче, и из каких величин оно складывается?

34. Что называется температурным градиентом в твердом теле? Как связаны между собой тепловой поток, проходящий через твердое тело, и температурный градиент?

35. Что называется температурным полем? Приведите классификацию температурных полей и общие функциональные формы их записи.

36. Что называется теплопередачей? Из каких элементарных процессов переноса теплоты складывается теплопередача?

37. Что называется термическим сопротивлением теплопередаче, и из каких величин оно складывается?

38. Что называют коэффициентом теплопередачи? Как он связан с сопротивлением теплопередаче?

Тесты для самопроверки

1. По какому закону изменяется температура в поперечном сечении однослойной плоской стенки?

а) по линейному;
б) по гиперболическому;
в) по параболическому;
г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

2. По какому закону изменяется температура по радиусу цилиндрической стенки?

а) по линейному;
б) по гиперболическому;
в) по параболическому;
г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

3. Из каких элементарных процессов переноса теплоты складывается теплопередача?

а) теплоотдачи и теплопроводности;
б) теплопроводности и теплового излучения;
в) теплопроводности, конвекции и массопереноса;
г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

4. Назовите способы переноса теплоты через наружную стену, выполненную из кирпича. Какой из способов теплопереноса является в данном случае основным?

а) теплопроводность, конвекция, тепловое излучение, массоперенос. Основной – теплопроводность;

б) теплопроводность и тепловое излучение. Основной – тепловое излучение;

в) конвекция и тепловое излучение. Основной – конвекция;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

5. При каких условиях слой тепловой изоляции на поверхности трубы будет способствовать уменьшению тепловых потерь трубопроводом?

а) если толщина слоя изоляции больше толщины стенки трубы;

б) если фактический диаметр трубы больше расчетного критического диаметра изоляции;

в) если фактический диаметр трубы меньше расчетного критического диаметра изоляции;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

6. Какими способами можно интенсифицировать теплопередачу?

а) путем увеличения скорости набегающего потока;

б) путем создания профильных поверхностей теплообмена (канавки, наплавы и т.д.);

в) путем оребрения поверхности со стороны большего коэффициента теплоотдачи;

г) путем оребрения поверхности со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

7. Как изменятся термические сопротивления теплопроводности и теплоотдаче для цилиндрической стенки, если увеличить толщину стенки трубы, а внутренний диаметр и граничные условия третьего рода оставить без изменений?

а) внутреннее сопротивление теплоотдачи не изменится, внешнее сопротивление теплоотдачи уменьшится, сопротивление теплопроводности увеличится;

б) внутреннее сопротивление теплоотдачи увеличится, внешнее сопротивление теплоотдачи увеличится, сопротивление теплопроводности увеличится;

в) внутреннее сопротивление теплоотдачи уменьшится, внешнее сопротивление теплоотдачи увеличится, сопротивление теплопроводности уменьшится;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

8. Может ли теплота передаваться путем теплопроводности в твердых, жидких и газообразных телах?

а) да, может

б) да, только в твердых телах

в) да, только в твердых телах и газообразных средах

г) да, только в жидких и газообразных средах

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

9. Может ли теплота передаваться путем конвекции в твердых, жидких и газообразных телах?

а) да, может;

б) да, только в твердых телах;

в) да, только в твердых телах и газообразных средах;

г) да, только в жидких и газообразных средах;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

10. Может ли теплота передаваться путем теплового излучения в твердых, жидких и газообразных телах и между ними?

а) да, может;

б) да, только в твердых телах;

в) да, только в твердых телах и газообразных средах;

г) да, только в жидких и газообразных средах;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

11. В чем принципиальное отличие способов переноса теплоты теплопроводностью и конвекцией?

а) отличий в физическом проявлении этих процессов нет, поскольку это разные литературные названия одного и того же процесса;

б) теплопроводность – основной способ переноса теплоты в жидких и газообразных средах, конвекция – в твердых телах;

в) теплопроводность – основной способ переноса теплоты в твердых телах, конвекция – в жидких и газообразных;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

12. Теплопроводность – это …

а) процесс распространения тепловой энергии от более нагретых тел менее нагретым через разделяющую их стенку;

б) процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении отдельных частиц тела – более нагретых и менее нагретых;

в) процесс распространения тепловой энергии при перемещении объемов жидкости или газа из области с одной температурой в область с другой;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

13. Термическое сопротивление теплопередаче однослойной плоской стенки:

а) $\frac{\lambda}{\delta}$;

б) $\frac{\delta}{\lambda}$;

в) $\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}$;

г) $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

14. Термическое сопротивление теплопроводности однослойной плоской стенки …

а) $\frac{\lambda}{\delta}$;

б) $\frac{\delta}{\lambda}$;

в) $\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}$;

г) $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

15. Теплоотдача – это …

а) процесс передачи теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую стенку;

б) совместный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью;

в) конвективный теплообмен между потоком жидкости или газа с поверхностью твердого тела;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

16. Количество теплоты, отдаваемое поверхностью пластины, …

а) $\alpha\left(t_{c1}-t_{c2}\right)F$;

б) $\alpha\left(t_{\text{пов}}-t_{\text{ж}}\right)F$;

в) $k\left(t_{\text{ж}1}-t_{\text{ж}2}\right)F$;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа

17. Что дает оребрение поверхности теплообмена?

а) увеличивается интенсивность теплоотдачи;

б) уменьшается термическое сопротивление теплопроводности;

в) увеличивается конструктивная прочность стенки$

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

18. Общая форма записи стационарного одномерного температурного поля:

а) $t = f(x,y,z,\tau)$;

б) $t = f_1(x,y,z)$;

в) $t = f(x)$;

г) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

19. Общая форма записи стационарного трехмерного температурного поля …

а) $t = f(x,y,z,\tau)$;

б) $t = f_1(x,y,z)$;

в) $t = f(x)$;

г) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

20. Изотермическим поверхностям присущи следующие свойства:

а) они многократно пересекаются внутри твердого тела;

б) они однократно пересекаются внутри твердого тела;

в) они многократно пересекаются на поверхности твердого тела;

г) они однократно пересекаются на поверхности твердого тела;

д) располагаются только на поверхности твердого тела;

е) располагаются только внутри твердого тела;

ж) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

21. Выберите справедливое утверждение: градиент температуры – это …

а) вектор, направленный в сторону увеличения температуры (от одной изотермической поверхности к другой) внутри твердого тела;

б) вектор, направленный в сторону уменьшения температуры (от одной изотермической поверхности к другой) внутри твердого тела;

в) вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры внутри твердого тела;

г) вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону уменьшения температуры внутри твердого тела;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

22. Направление векторов градиента температуры и теплового потока …

а) совпадает и имеет одну точку приложения;

б) противоположно и не имеют общей точки приложения;

в) противоположно и имеют общую точку приложения;

г) противоположно и имеют общую точку приложения только на поверхности твердого тела;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа

23. Закон теплопроводности Фурье гласит …

а) плотность теплового потока пропорциональна градиенту температур;

б) теплопроводность тела пропорциональна его осредненной площади поверхности;

в) теплопроводность тела пропорциональна его объемной теплоемкости;

г) плотность теплового потока пропорциональна плотности материала в сухом состоянии;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

24. Плотность теплового потока при одномерном температурном поле рассчитывается как …

а) $q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$;

б) $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$;

в) $\vec{q} = -\vec{n}_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n}$;

г) $dQ_\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

25. Физический смысл коэффициента теплопроводности – …

а) это количество теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу площади цилиндрической изотермической поверхности при температурном градиенте в 1 градус;

б) это количество теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу площади плоской неизотермической поверхности при температурном напоре между движущейся жидкостью и стенкой в 1 градус;

в) это объемный расход жидкости, который проходит в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при температурном градиенте в 1 градус;

г) это объемный расход жидкости, который проходит в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при температурном напоре между движущейся жидкостью и стенкой в 1 градус;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

26. Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье справедливо, если …

а) твердые тела считают изотропными;

б) физические свойства твердого тела не меняются в зависимости от колебания температуры;

в) в объеме твердого тела происходят химические реакции;

г) в объеме твердого тела происходит массоперенос влаги;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

27. Формы записи дифференциального уравнения теплопроводности …

а) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_\upsilon}{c\rho}$;

б) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)$;

в) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_\upsilon \rho}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right)$;

г) $q_x = -\lambda\frac{\partial t}{\partial x}$;

д) $dQ = dU = (\rho d\upsilon)c_\upsilon dt$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

28. Дифференциальное уравнение теплопроводности является …

а) аналитическим выражением связи временного и пространственного распределения температуры в неподвижном теле;

б) аналитическим выражением связи теплового потока и градиента температуры в неподвижном теле;

в) аналитическим выражением связи температуры и физических свойств твердого тела;

г) аналитическим выражением связи объемной теплоемкости и времени охлаждения твердого тела;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

29. Коэффициент температуропроводности вещества характеризует …

а) скорость изменения температурного поля в теле под влиянием внешних возмущающих факторов;

б) интенсивность теплового взаимодействия твердого тела и движущейся среды;

в) интенсивность массопереноса влаги в твердом теле;

г) скорость и тепловой эффект эндотермических реакций;

д) величину изменения внешней потенциальной составляющей энергии;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

30. Формы записи дифференциального уравнения теплопроводности в твердом теле без внутренних источников теплоты …

а) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t$;

б) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)$;

в) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_\upsilon \rho}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right)$;

г) $\rho\frac{\partial i}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + q_\upsilon$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

31. Условия однозначности процессов теплопроводности включают …

а) геометрические условия;

б) алгебраические условия;

в) химические условия;

г) физические условия;

д) временнЫе условия;

е) энтропийные условия;

ж) пограничные условия;

з) заграничные условия.

32. Закон Ньютона – Рихмана можно представить выражением …

а) $q = \alpha\left(t_c - t_ж\right)$;

б) $q = \alpha\left(t_ж - t_c\right)$;

в) $q = \alpha\left(t_{c1} - t_{c2}\right)$;

г) $Q = \alpha\left(t_c - t_ж\right)F$;

д) $dQ = -\lambda\frac{dt}{dx}\cdot dF$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

33. Физический смысл выражения $\alpha\left(t_c - t_ж\right) = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_c$ можно сформулировать как …

а) количество теплоты, отводимое с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи, равняется теплоте, подводимой к единице поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела;

б) количество теплоты, отводимое с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплопередачи, равняется теплоте, подводимой к единице поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи внутренних объемов тела;

в) оличество теплоты, подводимое к единице поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности, равняется теплоте, отводимой с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи внутренних объемов тела;

г) количество теплоты, подводимое к единице поверхности в единицу времени вследствие теплового излучения, равняется теплоте, отводимой с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности внутренних объемов тела;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

34. Для плоской изотропной стенки уравнение одномерного температурного поля в стационарных условиях описывается выражением …

а) $\frac{d^2t}{dx^2}=0$;

б) $\frac{\partial^2t}{\partial x^2}=0$;

в) $\frac{\partial^2t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2t}{\partial z^2}=0$;

г) $t=C_1x+C_2$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

35. Уравнение теплового потока, передаваемого теплопроводностью через многослойную плоскую стенку с замкнутой воздушной прослойкой, имеет вид …

а) $q=\frac{t_{c1}-t_{c(n+1)}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+...+\frac{\delta_n}{\lambda_n}}$;

б) $q=\frac{\lambda}{\delta}\cdot\left(t_{c1}-t_{c2}\right)$;

в) $q=-\lambda\frac{dt}{dx}$;

г) $Q=\frac{\pi\left(t_{c1}-t_{c2}\right)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}l$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

36. Коэффициент теплопередачи может рассчитываться по формуле …

а) $k = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}$;

б) $R = \dfrac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i} + \dfrac{1}{\alpha_2}$;

в) $k_l = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda} \ln \dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}$;

г) $k_{\text{р.с.}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} \dfrac{F_{\text{р.с.}}}{F_1} + \dfrac{\delta'}{\lambda} \dfrac{F_{\text{р.с.}}}{F_1} + \dfrac{1}{\alpha_{\text{пр}}}}$;

д) $\alpha_{\text{пр}} = \alpha_{\text{р}} \varepsilon \dfrac{F_{\text{р}}}{F_{\text{р.с}}} + \alpha_c \dfrac{F_c}{F_{\text{р.с}}}$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

37. Физический смысл коэффициента теплопередачи – …

а) это количество теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу площади цилиндрической изотермической поверхности при температурном градиенте в 1 градус;

б) это количество теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу площади неизотермической поверхности при температурном напоре между движущимися жидкостями в 1 градус;

в) это объемный расход жидкости, который проходит в единицу времени через единицу площади неизотермической поверхности при температурном градиенте в 1 градус;

г) это объемный расход жидкости, который проходит в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при температурном напоре между движущейся жидкостью и стенкой в 1 градус;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа

38. Величиной, обратной коэффициенту теплопередачи, является …

а) термическое сопротивление теплопроводности;

б) термическое сопротивление теплоотдаче;

в) термическое сопротивление теплопередаче;

г) приведенный коэффициент теплоотдачи;

д) коэффициент теплопроводности;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

39. Уравнением теплопередачи является …

а) $Q = k \cdot F \cdot \Delta t_{ср}$;

б) $Q = M \cdot c \cdot \Delta t$;

в) $Q = W \cdot (t'' - t')$;

г) $Q = \Delta U + L$;

д) $Q = T \cdot \Delta s$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

40. Термическим сопротивлением теплоотдаче цилиндрической поверхности является …

а) $\frac{1}{\alpha_2 d_2}$;

б) $\frac{1}{\alpha_2 d_2^2}$;

в) $\frac{1}{\alpha_2}$;

г) $\frac{\delta}{\lambda}$;

д) $\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А	Б	А	А	Б	А, Б, Г	А	А	Г	Д
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
В	Б	В	Б	В	Б	А	В	Б	Ж
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
В	В	А	Д	А	А, Б	А, Б, В	А	А	А, Б, В
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
А, Г, Д	А, Б, Г	А	А, Г	А	А, В, Г	Д	В	А	А

Глава 2
НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Нестационарная теплопроводность — это процесс переноса теплоты в теле, при котором температура изменяется с течением времени.

Примеры:

– термообработка изделий;

– переходные режимы работы тепломассообменных устройств (в частности, их пуск и останов);

– периодическое изменение температуры в каждой точке тела из-за колебания температуры окружающей среды.

2.1. Температурное поле в процессе охлаждения/нагревания пластины

Пусть имеется тонкая пластина толщиной 2δ (ее толщина значительно меньше двух других ее измерений) (рисунок 2.1.1). Во всех точках пластины температура одна и та же и равна t_0.

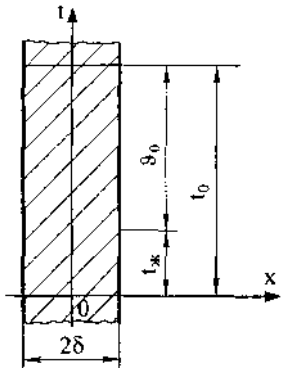


Рисунок 2.1.1. – Неограниченная пластина

В момент времени τ_0 пластина помещается в жидкость с температурой $t_ж$, отличной от t_0.

Примем, что физические свойства пластины (λ, *a*), коэффициент теплоотдачи α и $t_ж$ постоянны.

Требуется найти температуру как функцию координаты *x* и времени τ.

Температурное поле считаем симметричным относительно середины (оси) пластины. Симметрия температурного поля имеет следствием равенство нулю производной температуры по *x* на оси (*x* = 0). При *x* = δ задается граничное условие третьего рода.

Введем избыточную температуру $\vartheta = t - t_ж$. Тогда, с учетом того, что $\vartheta_0 = t_0 - t_ж$, д.у. Фурье, начальные и граничные условия запишутся:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\dfrac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \text{д.у. Фурье;} \\ \vartheta\big|_{\tau=0} = \vartheta_0 - \text{начальные условия;} \\ \left.\dfrac{\partial \vartheta}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 - \text{условие симметрии температурного поля;} \\ -\lambda\left.\dfrac{\partial \vartheta}{\partial x}\right|_{x=\delta} = \alpha\,\vartheta\big|_{x=\delta} - \text{граничные условия III рода.} \end{cases}$$

Метод Фурье

Этот метод называется также методом разделения переменных.

Сущность метода: *частные решения отыскиваются в виде произведений двух функций, каждая из которых зависит от одного аргумента*.

Общее решение находится в виде суммы этих решений.

Произвольные постоянные, появляющиеся в ходе решения, определяются из начального и граничных условий.

Пусть $\psi = \psi(x)$ – функция только координаты, а $\varphi = \varphi(\tau)$ – функция только времени. В соответствии с методом Фурье

$$\vartheta = \psi(x)\,\varphi(\tau). \tag{2.1}$$

В результате подстановки в д.у. Фурье получим тождество

$$\varphi'\psi = a\varphi\psi''. \tag{2.2}$$

Разделим переменные в этом тождестве:

$$\frac{1}{a}\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\psi''}{\psi}.$$

Левая часть этого уравнения зависит только от τ, а правая – от x. Вместе с тем тождество должно выполняться при любых x и τ, поэтому обе его части должны быть равны одной и той же постоянной величине. Пусть эта величина равна ε:

$$\frac{1}{a}\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\psi''}{\psi} = \varepsilon.$$

При охлаждении пластины ненулевое решение для функции $\psi(x)$ получается только при $\varepsilon < 0$. Представим $\varepsilon = -k^2$.

Тогда

$$\begin{cases} \varphi' + ak^2\varphi = 0, \\ \psi'' + k^2\psi = 0. \end{cases} \tag{2.3}$$

Постоянную k определяем из граничных условий.

Очевидно, что для тепловых процессов, которые стремятся к равновесному состоянию (рассеивание теплоты охлаждаемого тела), производная функции будет отрицательна. Поэтому перед k стоит знак «–».

Решение первого уравнения:

$$\varphi(\tau) = C_1 e^{-ak^2\tau}. \tag{2.4}$$

Решение второго уравнения:

$$\psi(x) = C_2 \cos(kx). \tag{2.5}$$

Общее решение температурного поля:

$$\vartheta = \psi(x)\,\varphi(\tau) = C_1 C_2 e^{-ak^2\tau}\cos(kx). \tag{2.6}$$

Обозначим $A = C_1 C_2$.

Рассмотрим граничное условие $-\lambda \left.\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right|_{x=\delta} = \alpha\,\vartheta|_{x=\delta}$.

Продифференцируем общее решение (2.6):

$$\left.\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right|_{x=\delta} = -kAe^{-ak^2\tau}\sin(k\delta).$$

Но при $x = \delta$ общее решение $\vartheta|_{x=\delta} = Ae^{-ak^2\tau}\cos(k\delta)$.

Значит,

$$-kAe^{-ak^2\tau}\sin(k\delta) = -\frac{\alpha}{\lambda}Ae^{-ak^2\tau}\cos(k\delta) \text{ или } \operatorname{ctg}(k\delta) = \frac{k\delta}{\frac{\alpha\delta}{\lambda}}.$$

Если обозначить $\frac{\alpha\delta}{\lambda} = \mathrm{Bi}$ и $k\delta = \mu$, то

$$\operatorname{ctg}\mu = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}. \tag{2.7}$$

Легко видеть, что при каждом значении Bi существует бесконечное множество решений. Наглядность решения уравнения (2.7) можно получить графически (см. рисунок 2.1.2).

Пусть $y_1 = \operatorname{ctg}\mu$, а $y_2 = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}$. Пересечение этих графиков дает значение корней μ характеристического уравнения.

Из рисунка следует, что существует бесконечное множество решений (μ_n), причем каждое последующее больше предыдущего, и каждому значению Bi соответствует свой набор значений μ. Значения $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$ приводятся в таблице П3.1 приложения 3.

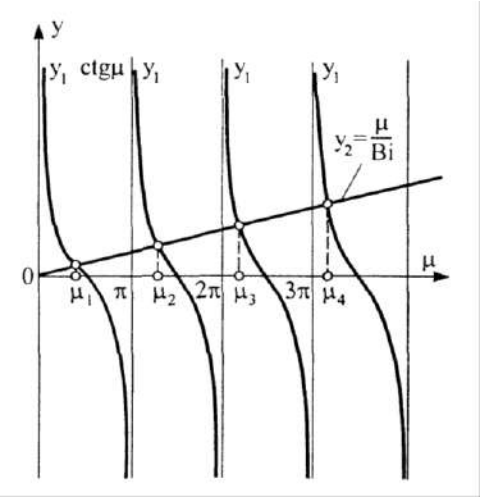


Рисунок 2.1.2. – Графическое решение уравнения граничных условий $\mathrm{ctg}\mu = \dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}}$ для неограниченной пластины

Таким образом, каждому найденному значению корня μ будет соответствовать свое частное распределение температуры:

$$\begin{cases} \vartheta_1 = A_1 \cos\left(\mu_1 \dfrac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_1^2 \dfrac{a\tau}{\delta^2}\right) \\ \ldots \\ \vartheta_n = A_n \cos\left(\mu_n \dfrac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \dfrac{a\tau}{\delta^2}\right). \end{cases}$$

Т.е. решение представляется в виде бесконечного ряда

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right). \qquad (2.8)$$

Постоянная A_n имеет решение в следующем виде:

$$A_n = \vartheta_0 \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \qquad (2.9)$$

Часто распределение температуры представляют в безразмерном виде:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \cos\left(\mu_n X\right) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right). \qquad (2.10)$$

где $\Theta = \dfrac{\vartheta}{\vartheta_0} = \dfrac{t - t_ж}{t_0 - t_ж}$ – безразмерная избыточная температура; $X = \dfrac{x}{\delta}$ – безразмерная координата; $\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{\delta^2}$ – число Фурье (безразмерное время).

Чем больше μ, тем меньше роль последующего члена ряда по сравнению с предыдущим. Кроме того, чем больше Fo, тем быстрее будут убывать члены ряда. Так, при Fo ≥ 0,3 ряд становится настолько быстросходящимся, что распределение температуры можно с достаточной точностью описать только первым членом ряда:

$$\Theta = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}\cos(\mu_1 X)\exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}). \qquad (2.11)$$

Обозначим $D_1 = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1\cos\mu_1}$.

Поскольку $\mathrm{ctg}\mu = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}$, то D_1 есть функция только Bi и может быть рассчитана для различных значений Bi.

Если рассматривать температуру на поверхности или в центре пластины, то в этом случае величина $\cos(\mu_1 X)$ тоже является функцией Bi: т.к. для оси пластины $X = x/\delta = 0$ и $\cos(\mu_1 0) = 1$, а для поверхности $X = x/\delta = 1$ и $\cos(\mu_1 1) = \cos\mu_1$.

Обозначив для оси пластины произведение $D_1\cos(0) = N(\mathrm{Bi})$, имеем:

$$\Theta_{X=0} = N(\mathrm{Bi})\exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}), \qquad (2.12)$$

а для поверхности $D_1\cos\mu_1 = P(\mathrm{Bi})$

$$\text{и } \Theta_{X=1} = P(\mathrm{Bi})\exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}). \qquad (2.13)$$

Получается, что значения этих температур зависят только от критериев Bi и Fo, и это обстоятельство используют для построения номограмм расчета температуры поверхности и центра пластин. Такие номограммы представлены в приложении 2.

Рассмотрим *характер изменения температуры при заданных значениях Bi*.

Если Bi → ∞ (фактически Bi > 100), такие тела называют термически массивными.

Преобразуем граничные условия $-\lambda\left.\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right|_{x=\delta} = \alpha\,\vartheta|_{x=\delta}$.

Умножим левую и правую части на δ/ϑ_0:

$$-\lambda\left.\frac{\partial\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0}\right)}{\partial\left(\frac{x}{\delta}\right)}\right|_{x=\delta} = \frac{\alpha\delta}{\lambda}\left.\frac{\vartheta}{\vartheta_0}\right|_{x=\delta} \quad \text{или} \quad -\left.\frac{\partial\Theta}{\partial X}\right|_{x=\delta} = \mathrm{Bi}\,\Theta_{x=\delta},$$

или $-\frac{1}{\mathrm{Bi}}\left.\frac{\partial\Theta}{\partial X}\right|_{x=\delta} = \Theta_{x=\delta}$.

Если Bi$\to\infty$, то $\Theta_{x=\delta}=0=\dfrac{t_{x=\delta}-t_{ж}}{t_0-t_{ж}}$. т.е. температура поверхности пластины сразу становится равной температуре окружающей среды, а это возможно при очень большой интенсивности отвода теплоты от поверхности.

В этом случае корни характеристического уравнения имеют вид (см. рисунок 2.1.2):

$$\mu_n=\left(2n-1\right)\frac{\pi}{2}. \tag{2.14}$$

Тогда общее решение для заданного случая имеет вид:

$$\Theta=\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^{n+1}}{\left(2n-1\right)}\cos\left(\frac{\left(2n-1\right)}{2}\pi X\right)\exp\left(-\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2\pi^2\mathrm{Fo}\right). \tag{2.15}$$

При $\mathrm{Fo}\geq 0{,}3$ ряд в уравнении быстро сходится и можно ограничиться первым слагаемым:

$$\Theta_{X=0}=\frac{4}{\pi}\exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\mathrm{Fo}\right). \tag{2.16}$$

Выражая отсюда τ:

$$\tau=\left(\frac{2\delta}{\pi}\right)^2\frac{1}{a}\ln\left(\frac{4}{\pi}\frac{1}{\Theta_{X=0}}\right). \tag{2.17}$$

По формуле (2.17) можно рассчитать время, необходимое для охлаждения середины пластины до заданной температуры.

Если рассматривать очень малые числа Bi (Bi < 0,1), то все слагаемые ряда, начиная со второго, равны нулю. А первый корень $\mu_1\to 0$ (см. рисунок 2.1.2). Тогда

$$D_1=\left[\frac{2\sin\mu_1}{\mu_1+\sin\mu_1\cos\mu_1}\right]_{\mu_1\to 0}=\left[\frac{2\mu_1}{\mu_1+\mu_1\cdot 1}\right]=1.$$

Малые значения числа Bi могут иметь место при малых размерах толщины пластины, при больших λ и малых α.

При $\mu_1\to 0$ характеристическое уравнение (2.7) запишется:

$$\frac{\cos\mu_1}{\sin\mu_1}=\frac{\mu_1}{\mathrm{Bi}},\ \text{или}\ \frac{1}{\mu_1}=\frac{\mu_1}{\mathrm{Bi}},\ \text{т.е.}\ \mu_1=\sqrt{\mathrm{Bi}}. \tag{2.18}$$

Общее решение запишется как

$$\Theta=\cos\left(\sqrt{\mathrm{Bi}}\,X\right)\exp\left(-\mathrm{BiFo}\right). \tag{2.19}$$

Найдем при этих условиях температуры на оси и на поверхности пластины.

На оси X=0 и $\Theta_{X=0} = \exp(-\mathrm{BiFo})$,

а на поверхности X=1 и $\Theta_{X=1} = \cos\left(\sqrt{\mathrm{Bi}}\right)\exp(-\mathrm{BiFo})$.

Тогда отношение температур на оси и на поверхности пластины

$$\frac{\Theta_{X=0}}{\Theta_{X=1}} = \frac{\exp(-\mathrm{BiFo})}{\cos\left(\sqrt{\mathrm{Bi}}\right)\exp(-\mathrm{BiFo})} \approx 1$$

Таким образом, при Bi < 0,1 температура пластины незначительно отличается от температуры на оси.

Аналогично рассмотрим *процесс охлаждения (нагрева)* бесконечно длинного цилиндра.

Условия задачи следующие: цилиндр имеет радиус r_0, теплоотдача осуществляется через боковую поверхность с постоянным значением α. Температура среды $t_ж$ в процессе охлаждения не изменяется. В начальный момент времени (τ = 0) температура есть функция $t(r, 0) = f(r)$. Аналогично, как и для плоской пластины, введем относительную температуру, т.е. $\vartheta = t - t_ж$.

Д.у. Фурье в указанных условиях имеет вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right). \qquad (2.20)$$

Граничные условия:

$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)_{r=0} = 0$ при r=0,

$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)_{r=r0} = -\frac{\alpha}{\lambda}\vartheta_{r=r0}$ или $\left(\frac{\partial \Theta}{\partial R}\right)_{R=1} = -\mathrm{Bi}\Theta_{R=1}$ при $r=r_0$.

Для этих условий уравнение температурного поля имеет вид:

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} J_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)\exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{r_0^2}\right), \qquad (2.21)$$

где $R = r/r_0$ – безразмерная координата;

$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{r_0^2}$ – число Фурье для цилиндра.

Числа μ_n являются корнями характеристического уравнения

$$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}} \qquad (2.22)$$

где J_0, J_1 – функции Бесселя нулевого и первого порядков при аргументе μ.

Значения $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$ для неограниченного цилиндра приводятся в таблице П3.2, а значения функций Бесселя – в таблице П3.3 приложения 3.

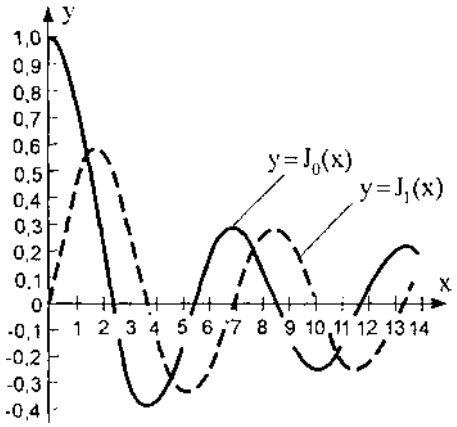


Рисунок 2.1.3. – Функции Бесселя нулевого и первого порядков

Для температуры на оси цилиндра $R = 0$:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right), \tag{2.23}$$

а на поверхности цилиндра $R = 1$:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} J_0(\mu_n) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.24}$$

При Bi→∞ из характеристического уравнения следует $J_0(\mu) = 0$.

Тогда

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)} J_0(\mu_n R) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.25}$$

При Bi → 0 (Bi < 0,1)

$$\Theta = \exp\left(-2\mathrm{BiFo}\right). \tag{2.26}$$

Если рассматривать процесс при Bi → ∞, то при разложении функций Бесселя в степенные ряды они становятся быстросходящимися. При этом можно ограничиться только первыми членами ряда.

Тогда общее решение:

$$\Theta = J_0(\mu_1 R) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.27}$$

При $R = 0$, на оси цилиндра

$$\Theta_{R=0} = \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.28}$$

При $R = 1$, на поверхности цилиндра

$$\Theta_{R=1} = J_0(\mu_1) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.29}$$

В том случае, когда Fo>0,25, при расчете можно ограничиться первым членом ряда, т.е.

$$\Theta_{R=0} = N_0(\mathrm{Bi})\exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right), \tag{2.30}$$

$$\Theta_{R=1} = P_0(\mathrm{Bi})\exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right). \tag{2.31}$$

Так же как и для пластины, значения этих температур зависят только от критериев Bi и Fo, и это обстоятельство используют для построения номограмм расчета температуры поверхности и оси цилиндра. Эти номограммы представлены в приложении 2.

Для *шара* уравнение температурного поля имеет вид:

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\left(\sin\mu_n - \mu_n \cos\mu_n\right)}{\mu_n - \sin\mu_n \cdot \cos\mu_n} \frac{\sin\left(\mu_n R\right)}{\mu_n R} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right), \tag{2.32}$$

где $R = r/r_0$ – безразмерная координата;

$\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{r_0^2}$ – число Фурье для шара.

Числа μ_n являются корнями характеристического уравнения:

$$\mathrm{tg}\mu_n = -\frac{\mu_n}{\mathrm{Bi}-1}. \tag{2.33}$$

При Bi → 0 (Bi < 0,1) для шара

$$\Theta = \exp\left(-3\mathrm{BiFo}\right). \tag{2.34}$$

Пример 2.1.1

Определить число Био для безграничной пластины, если известно, что ее внутреннее термическое сопротивление меньше внешнего в 10 раз. Какой толщины эта пластина, если коэффициент температуропроводности, теплоемкость и плотность материала составляют $7\cdot10^{-6}$ м^2/с; 0,45 кДж/(кг·°К) и 7940 кг/м^3 соответственно. Коэффициент теплоотдачи α = 50 Вт/(м^2·°К).

Решение:

Поскольку внутреннее термическое сопротивление пластины меньше ее внешнего сопротивления теплоотдачи в 10 раз, то

$$\frac{\delta/\lambda}{1/\alpha} = 0{,}1 = \frac{\alpha\cdot\delta}{\lambda} = \mathrm{Bi}.$$

Толщина этой пластины составит:

$$2\delta = \frac{0{,}1\cdot2\cdot\lambda}{\alpha} = \frac{0{,}1\cdot2\cdot a\cdot c\cdot\rho}{\alpha} = \frac{0{,}1\cdot2\cdot7\cdot10^{-6}\cdot0{,}45\cdot10^{3}\cdot7940}{50} = 0{,}1\ \text{м}.$$

Здесь $a = \dfrac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коэффициент температуропроводности материала пластины.

Пример 2.1.2

Длинный стальной вал диаметром D = 700 мм с начальной температурой t_0 = 20 °С помещен в печь, температура в которой $t_ж$ = 1200 °С. Суммарный коэффициент теплоотдачи к поверхности вала α = 145 Вт/(м^2·°С).

Определить:

1. Время τ_1, необходимое для нагрева вала, если нагрев считается законченным, когда температура на оси вала $t_{r=0} = t_ж - 20$ °С.
2. Значение температуры на поверхности вала $t_{r=R}$ в конце нагрева.
3. Значение температур на поверхности и на оси вала через τ_2 = (0,2; 0,4; 0,6; 0,8)·τ_1 после начала нагрева.
4. Построить в масштабе изменение температур на поверхности и на оси вала в процессе нагрева.

Решение:

Для решения задачи необходимо использовать номограммы $\Theta_{r=0} = f_1(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$ и $\Theta_{r=R} = f_2(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$,

где $\Theta_{r=0} = \dfrac{t_ж - t_{r=0}}{t_ж - t_0}$ – безразмерная температура на оси цилиндра;

$\Theta_{r=R} = \dfrac{t_ж - t_{r=R}}{t_ж - t_0}$ – безразмерная температура на поверхности цилиндра;

$\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha \cdot R}{\lambda}$, $\mathrm{Fo} = \dfrac{a \cdot \tau}{R^2}$ – критерии Био и Фурье.

1. Определяем безразмерные критерии:

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha \cdot R}{\lambda} = \frac{145 \cdot \frac{0,7}{2}}{45} = 1,127;$$

$$\Theta_{r=0} = \frac{t_ж - t_{r=0}}{t_ж - t_0} = \frac{20}{1200 - 20} = 0,017.$$

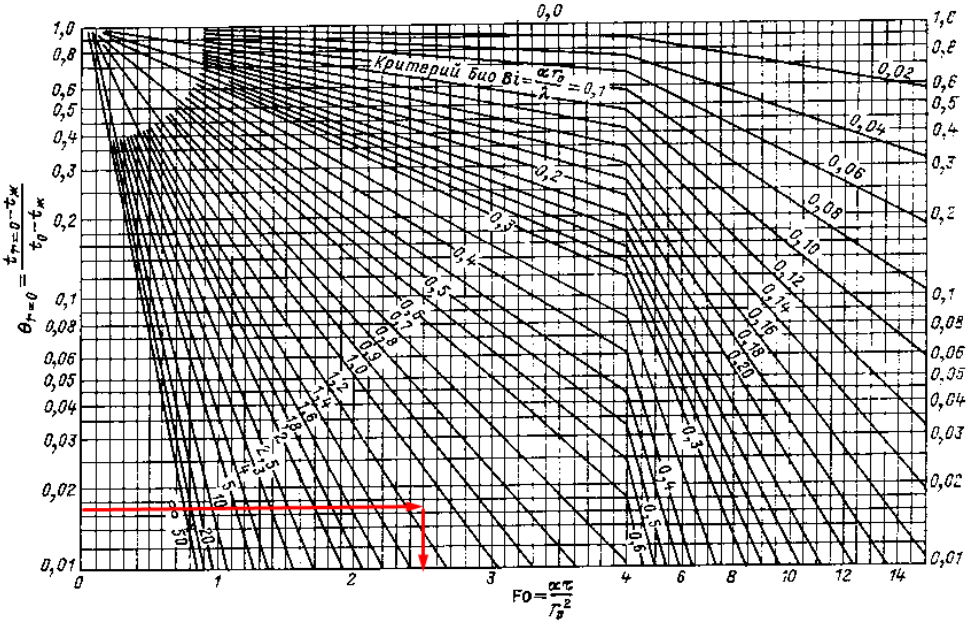
Далее по номограмме определяем критерий Fo:

Время τ_1, необходимое для нагрева вала:

$$\mathrm{Fo} = \frac{a \cdot \tau}{R^2} = 2,5;$$

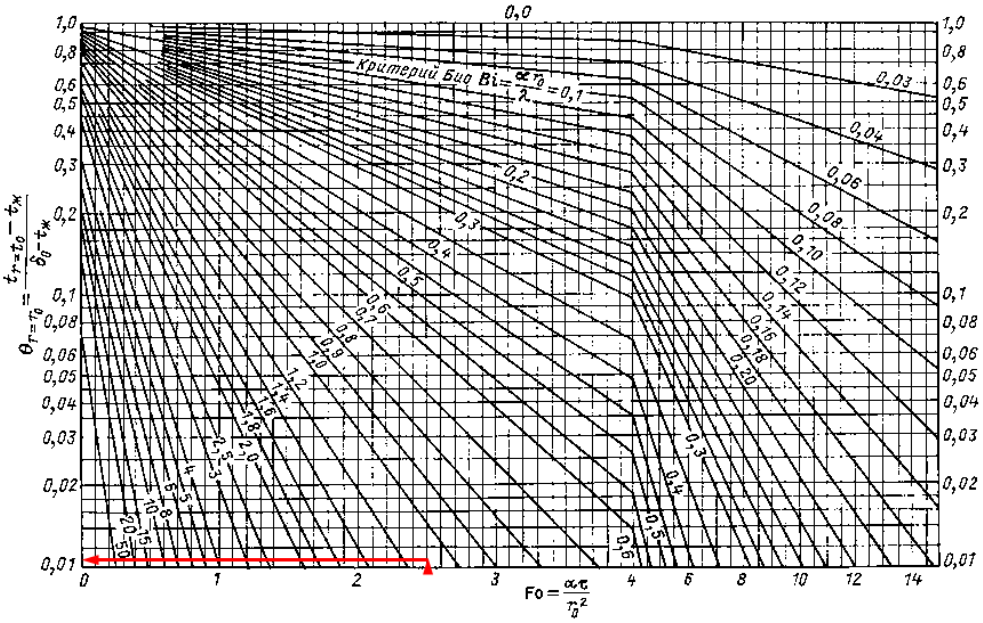
$$\tau_1 = \frac{2,5 \cdot R^2}{a} = \frac{2,5 \cdot \left(\frac{0,7}{2}\right)^2}{12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 60} = 408 \text{ мин.}$$

Зависимость $\theta_{r=0} = f_1(Bi, Fo)$ для оси цилиндра



2. По найденному выше Fo по номограмме определяем безразмерную температуру на поверхности вала в конце нагрева:

Зависимость $\theta_{r=R} = f_2(Bi, Fo)$ для поверхности цилиндра



$$\Theta_{r=R} = \frac{t_ж - t_{r=R}}{t_ж - t_0} = 0{,}011\,.$$

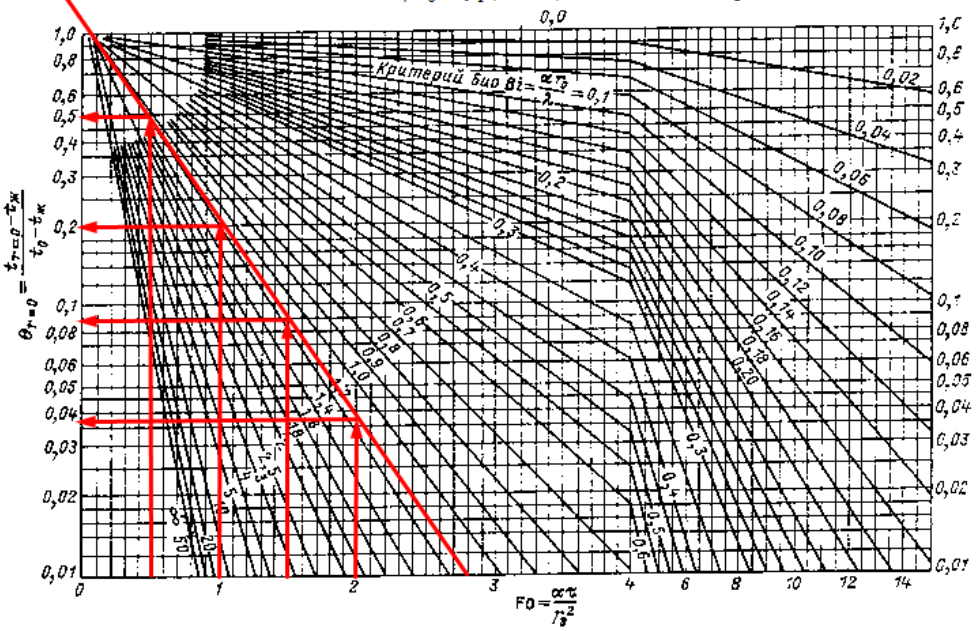
Тогда температура на поверхности вала в конце нагрева составит:

$$t_{r=R} = t_ж - 0{,}011 \cdot \left(t_ж - t_0\right) = 1200 - 0{,}011 \cdot \left(1200 - 20\right) = 1187\ °C\,.$$

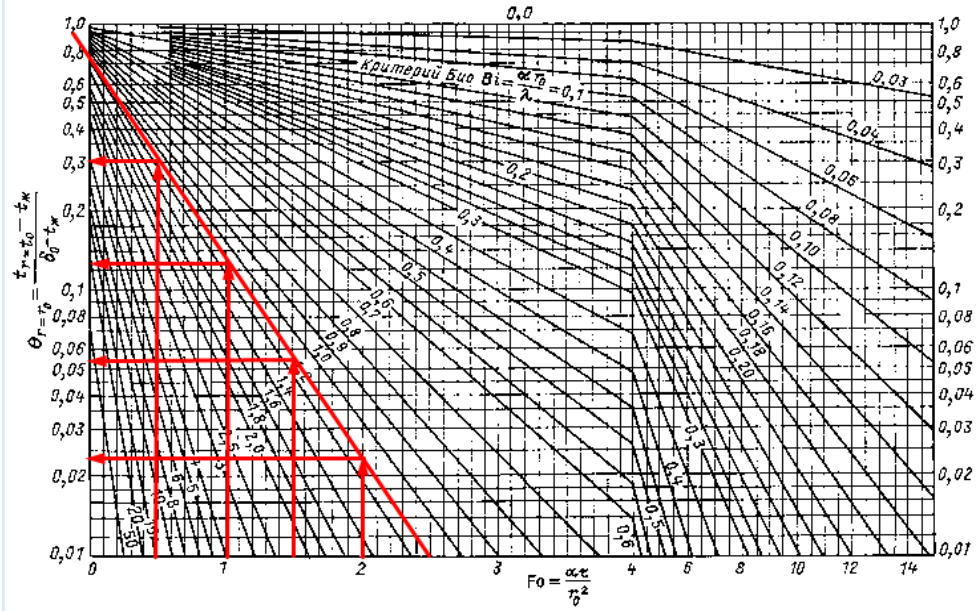
3. Определяем значения температур на поверхности и на оси вала через $\tau_2 = (0{,}2;\ 0{,}4;\ 0{,}6;\ 0{,}8)\cdot\tau_1$ после начала нагрева. Для этого вычисляем $Fo_2 = (0{,}2;\ 0{,}4;$

0,6; 0,8)·Fo и далее при известном Bi по номограммам определяем безразмерные температуры на оси и на поверхности вала в заданные периоды времени τ_2.

Зависимость $\theta_{r=0} = f_1(Bi, Fo)$ для оси цилиндра



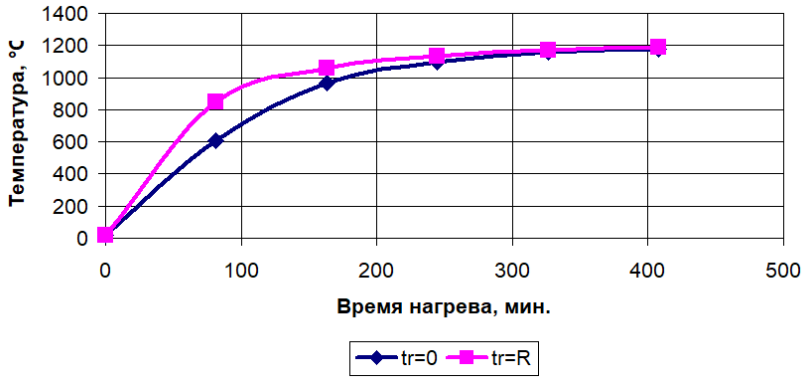
Зависимость $\theta_{r=R} = f_2(Bi, Fo)$ для поверхности цилиндра



Результаты сводим в таблицу:

τ	τ_0	$0,2\tau_1$	$0,4\tau_1$	$0,6\tau_1$	$0,8\tau_1$	τ_1
τ, мин	0	81,6	163,2	244,8	326,4	408
Fo	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$\Theta_{r=0}$	1	0,5	0,2	0,09	0,037	0,017
$\Theta_{r=R}$	1	0,3	0,12	0,055	0,024	0,011
$t_{r=0}$	20	610	964	1094	1156	1180
$t_{r=R}$	20	846	1058	1135	1172	1187

4. По данным таблицы строим графики изменения температур на поверхности и на оси вала в процессе нагрева:



2.2. Расчет количества теплоты, отдаваемой пластиной при охлаждении

Количество теплоты, которое отдает пластина с обеих сторон за время от τ_0 до $\tau = \infty$ (т.е. до полного охлаждения), должно равняться изменению внутренней энергии или энтальпии пластины

$$Q_n = \rho V c \left(t_0 - t_ж\right), \tag{2.35}$$

где c – удельная теплоемкость материала пластины.

За промежуток времени от τ_0 до τ_1 пластина отдает теплоту, равную разности исходного ее количества и количества теплоты, которое осталось в пластине к моменту времени τ_1:

$$\begin{aligned} Q = Q_n - Q_1 &= \rho V c \left(t_0 - t_ж\right) - \rho V c \left(t_1' - t_ж\right) = \\ &= \rho V c \left(t_0 - t_ж\right)\left(1 - \frac{t_1' - t_ж}{t_0 - t_ж}\right) = Q_n \left(1 - \overline{\Theta}_1\right), \end{aligned} \tag{2.36}$$

где $\overline{\Theta}_1$ – средняя безразмерная температура по толщине пластины в момент времени τ_1;

t_1' – средняя по толщине температура в момент времени τ_1.

Таким образом, расчет количества теплоты, отданного пластиной, сводится к нахождению средней безразмерной температуры для слоя пластины от оси симметрии до плоскости X в момент времени τ_1.

$$\begin{aligned} \overline{\Theta} &= \frac{1}{X}\int_{X=0}^{X=1} \Theta dX = \frac{1}{X}\int_{X=0}^{X=1} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n X\right) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}_1\right) dX = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n}{\mu_n} \sin\left(\mu_n\right) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}_1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin^2 \mu_n}{\mu_n^2 + \mu_n \sin\mu_n \cos\mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}_1\right). \end{aligned} \tag{2.37}$$

При Bi → ∞ уравнение имеет вид:

$$\overline{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4} \pi^2 \mathrm{Fo} \right]. \qquad (2.38)$$

При Bi → 0:

$$\overline{\Theta} = \exp(-\mathrm{BiFo}). \qquad (2.39)$$

При Fo ≥ 0,3 можно ограничиться первым членом ряда:

$$\overline{\Theta} = \frac{2\sin^2 \mu_1}{\mu_1^2 + \mu_1 \sin\mu_1 \cos\mu_1} \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}_1\right) \text{ или } \overline{\Theta} = M(\mathrm{Bi}) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}_1\right). \qquad (2.40)$$

Так же, как и для пластины, *для цилиндра* Q_n должно равняться изменению внутренней энергии цилиндра за период его охлаждения.

Средняя безразмерная температура цилиндра определяется из уравнения:

$$\overline{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 J_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 \left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n) \right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}_1\right). \qquad (2.41)$$

С учетом того, что $\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}$, имеем:

$$\overline{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\mathrm{Bi}^2}{\mu_n^2 \left[\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2 \right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}_1\right). \qquad (2.42)$$

Пример 2.2.1

Древесно-стружечная плита (ДСП) помещена в сушильную камеру с температурой воздуха 120 °С, ее размеры 2×4×0,02 м, расположение в камере вертикальное. При τ = 0 t_0 = 20 °С. Физические свойства ДСП: λ = 0,085 Вт/(м·°К); ρ = 800 кг/м^3; c_p = 2,5 кДж/(кг·°К). Коэффициент теплоотдачи к плите в процессе нагревания равен 9 Вт/(м^2·°К). Найти время, по истечении которого температура в средней плоскости плиты достигнет 50 °С. Определить также количество теплоты, которое подводится к плите за рассматриваемый промежуток времени.

Решение:

Поскольку ширина и высота плиты намного превышают ее толщину, то плиту можно рассматривать как неограниченную пластину толщиной 2δ = 0,02 м.

По заданным условиям находим безразмерные критерии:

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda} = \frac{9 \cdot 0{,}01}{0{,}085} = 1{,}06 > 0{,}02.$$

$$\Theta_{x=0} = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{t_ж - t_{x=0}}{t_ж - t_0} = \frac{120-50}{120-20} = 0{,}7.$$

Тело не является термически тонким или термически массивным, поскольку 0,02 < Bi < 50. Значит, для нахождения критерия Fo можно воспользоваться номограммой для середины пластины (заранее предположив, что Fo > 0,3) – см. приложение 2:

$$\text{Fo} = 0{,}58 = \frac{a \cdot \tau}{\delta^2} > 0{,}3\,.$$

Время нагрева плиты составит:

$$\tau = \frac{0{,}58 \cdot \delta^2}{a} = \frac{0{,}58 \cdot 0{,}01^2 \cdot 800 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3}{0{,}085 \cdot 60} = 22{,}745 \text{ мин}\,.$$

Критерий Fo также можно найти по уравнению температурного поля в неограниченной пластине (заранее предположив, что начальная стадия неупорядоченного распределения температур в результате нестационарных условий нагрева пройдена, т.е. Fo > 0,3). В таком случае решение температурного поля можно получить с достаточной степенью точности, введя в расчет только первый член (μ_1) из бесконечного ряда решений уравнения теплового баланса при граничных условиях третьего рода:

$$\Theta_{x=0} = 0{,}7 = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1 \cos\mu_1} \cdot \exp\left(-\mu_1^2 \text{Fo}\right).$$

Значение μ_1 находим интерполяцией по таблице П3.1 приложения 3 при известном значении критерия Bi:

Bi	μ_1
1,0	0,8603
1,06	
1,5	0,9882

$$\mu_1 = 0{,}8603 + \frac{0{,}9882 - 0{,}8603}{1{,}5 - 1} \cdot (1{,}06 - 1) = 0{,}8756\,.$$

$$\Theta_{x=0} = 0{,}7 = \frac{2 \cdot \sin 0{,}8756}{0{,}8756 + \sin 0{,}8756 \cdot \cos 0{,}8756} \cdot \exp\left(-0{,}8756^2 \cdot \text{Fo}\right);$$

$$\ln\frac{0{,}7}{1{,}123} = -0{,}8756^2 \cdot \text{Fo}.$$

Отсюда более точное, чем определенное графическим способом по номограмме, значение критерия Fo составит:

$$\text{Fo} = \frac{\ln\frac{0{,}7}{1{,}123}}{-0{,}8756^2} = 0{,}62 > 0{,}3\,,$$

т.е. установление требуемой температуры в средней плоскости плиты будет происходить вне начальной стадии неупорядоченного распределения температур.

Уточненное время нагрева плиты:

$$\mathrm{Fo} = 0{,}62 = \frac{a \cdot \tau}{\delta^2};$$

$$\tau = \frac{0{,}62 \cdot \delta^2}{a} = \frac{0{,}62 \cdot 0{,}01^2 \cdot 800 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3}{0{,}085 \cdot 60} = 24{,}3 \text{ мин.}$$

Количество теплоты, которое получит плита за время нагрева, определится по формуле

$$Q = \rho V c \left(t_0 - t_ж\right)\left(1 - \frac{t_1' - t_ж}{t_0 - t_ж}\right) = Q_n\left(1 - \overline{\Theta}_1\right),$$

где $$\overline{\Theta} = \frac{2\sin^2 \mu_1}{\mu_1^2 + \mu_1 \sin\mu_1 \cos\mu_1} \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}_1\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot \sin^2 0{,}8756}{0{,}8756^2 + 0{,}8756 \cdot \sin 0{,}8756 \cdot \cos 0{,}8756} \cdot \exp\left(-0{,}8756^2 \cdot 0{,}62\right) =$$

$$= 0{,}985 \cdot 0{,}6217 = 0{,}61.$$

Таким образом,

$$Q = \rho V c \left(t_ж - t_0\right) \cdot \left(1 - \overline{\Theta}_1\right) =$$

$$= 800 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0{,}02 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot \left(120 - 20\right) \cdot \left(1 - 0{,}61\right) = 12{,}48 \text{ МДж.}$$

2.3. Регулярный режим нагрева/охлаждения тел. Теоремы Кондратьева

Если рассматривать решение уравнения теплопроводности для тел различной геометрической формы, то легко видеть, что они по структуре одинаковы и представляют собой сумму бесконечного ряда.

Рассмотрим решение для бесконечной пластины

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right).$$

Здесь $A_n = \vartheta_0 \dfrac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n}$ для пластины и $A_n = \vartheta_0 \dfrac{2J_1\left(\mu_n\right)}{\mu_n\left[J_0^2\left(\mu_n\right) + J_1^2\left(\mu_n\right)\right]}$ для цилиндра – функции, зависящие от Bi.

Величина $\cos\left(\mu_n \dfrac{x}{\delta}\right)$ есть функция только координаты.

Обозначим $U_n = \cos\left(\mu_n \dfrac{x}{\delta}\right)$, $m_n = \mu_n^2 \dfrac{a}{\delta^2}$.

Тогда

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n \exp\left(-m_n \tau\right). \qquad (2.43)$$

Очевидно, что и для других геометрических форм температурное поле будет описываться подобным уравнением.

При малых значениях τ в диапазоне от τ_0 до некоторого значения τ распределение температуры внутри тела и скорость изменения температуры в различных точках тела зависят от начального распределения температур. В этом случае температурное поле определяется как первым, так и последующими членами ряда.

Начальный этап охлаждения, во время которого скорость изменения температуры тела зависит от начального распределения температуры, называется *неупорядоченной стадией охлаждения*.

С увеличением времени τ последующие члены ряда быстро уменьшаются. Начиная с некоторого значения τ_1 при $\tau > \tau_1$ начальное условие, т.е. начальное распределение температуры, практически не оказывает влияния, и процесс почти полностью определяется свойствами тела, его формой и размерами, условиями охлаждения на границе. В этом случае температурное поле описывается только первым членом ряда

$$\vartheta = A_1 U_1 \exp\left(-m_1 \tau\right). \qquad (2.44)$$

Т.е. изменение избыточной температуры в пространстве и во времени не зависит от начального распределения температуры.

Логарифмируя, получаем:

$$\ln\frac{\vartheta}{AU} = -m\tau \quad \text{или} \quad \ln\vartheta - \ln AU = -m\tau. \qquad (2.45)$$

Таким образом, $\ln\vartheta = -m\tau + C\left(x\right)$ или в интегральной форме $\int\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -m\int d\tau$.

Значит, $\ln\vartheta$ изменяется во времени по линейному закону, и графически уравнение будет иметь вид прямой (рисунок 2.3.1). Эта стадия охлаждения называется *регулярным режимом*.

Величина *m* измеряется в 1/с и называется *темпом охлаждения*. Темп охлаждения при регулярном режиме *не зависит от координат и времени и есть величина постоянная для всех точек тела*.

При длительном охлаждении $\tau \to \infty$ все точки тела приобретают одинаковую температуру $t_ж$ – наступает стационарное состояние.

Таким образом, процесс охлаждения делится на три этапа.

Первый этап характеризуется большим влиянием начального распределения температуры, и температурное поле определяется общим уравнением температурного поля. *Второй этап* – регулярный режим. *Третий этап* соответствует стационарному режиму.

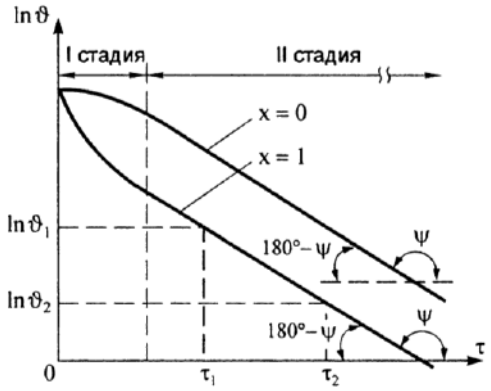


Рисунок 2.3.1. – Зависимость $\ln\vartheta$
от τ на поверхности и в середине пластины

Темп охлаждения на этапе регулярного режима:

$$-\begin{cases}\ln\vartheta_1 = -m\tau_1 + C;\\ \ln\vartheta_2 = -m\tau_2 + C.\end{cases}$$

$$m = \frac{\ln\vartheta_1 - \ln\vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1} = -\frac{d\vartheta}{\vartheta}\frac{1}{d\tau}. \qquad (2.46)$$

Найдем зависимость *m* от физических свойств тела, формы и условий теплообмена.

Внутренняя энергия или энтальпия тела: $Q = \rho V c\,\overline{\vartheta}_V$,

где $\overline{\vartheta}_V = \frac{1}{V}\int_V \vartheta dV$ – средняя по объему избыточная температура.

Изменение внутренней энергии тела при охлаждении определится как

$$dQ = -\rho V c\frac{\partial\overline{\vartheta}_V}{\partial\tau}d\tau. \qquad (2.47)$$

В то же время тепловой поток, отводимый от поверхности тела за счет теплообмена, равен

$$dQ = \overline{\alpha}F\,\overline{\vartheta}_F d\tau, \qquad (2.48)$$

где $\overline{\alpha}$ – средний коэффициент теплоотдачи;

$\overline{\vartheta}_F = \frac{1}{F}\int_F \vartheta dF$ – средняя интегральная избыточная температура поверхности тела.

Тогда

$$-\rho V c\frac{\partial\overline{\vartheta}_V}{\partial\tau}d\tau = \overline{\alpha}F\,\overline{\vartheta}_F d\tau \quad \text{или} \quad -\frac{\partial\overline{\vartheta}_V}{\partial\tau} = \frac{\overline{\alpha}F}{\rho V c}\,\overline{\vartheta}_F. \qquad (2.49)$$

Разделим на $\overline{\vartheta}_V$.

С учетом $\rho Vc = C$ – теплоемкость тела, Дж/°К, имеем:

$$-\frac{1}{\overline{\vartheta}_V}\frac{\partial \overline{\vartheta}_V}{\partial \tau} = \frac{\overline{\alpha} F}{C}\frac{\overline{\vartheta}_F}{\overline{\vartheta}_V}. \qquad (2.50)$$

Но величина $m = -\frac{1}{\overline{\vartheta}_V}\frac{\partial \overline{\vartheta}_V}{\partial \tau}$ – темп охлаждения.

Тогда

$$m = \psi\frac{\overline{\alpha} F}{C}, \qquad (2.51)$$

где $\psi = \overline{\vartheta}_F / \overline{\vartheta}_V = 1/\sqrt{1+1{,}44\frac{\alpha}{\lambda}\frac{KF}{V}+\left(\frac{\alpha}{\lambda}\frac{KF}{V}\right)^2}$ – коэффициент неравномерности распределения температуры, зависящий от условий охлаждения; *К* – коэффициент, зависящий от геометрической формы и размеров тела.

Последнее выражение определяет *первую теорему Кондратьева*: относительная скорость охлаждения (*m*) однородного и изотропного тела при конечном значении коэффициента теплоотдачи пропорциональна коэффициенту теплоотдачи, поверхности тела и обратно пропорциональна его теплоемкости.

Рассмотрим вопрос о зависимости ψ от числа Bi.

Пусть Bi → 0. В этом случае распределение температуры в теле не зависит от его размеров и физических свойств и, следовательно, $\overline{\vartheta}_F$ и $\overline{\vartheta}_V$ будут равны.

Пусть Bi → ∞. Процесс охлаждения определяется только размерами тела и его физическими свойствами. Из-за большой интенсивности теплообмена на поверхности температура тела на поверхности принимает постоянное значение, равное температуре окружающей среды. Тогда $\overline{\vartheta}_F / \overline{\vartheta}_V = 0$.

Таким образом, ψ изменяется в интервале от 0 до 1.

При Bi → ∞ ($a \to \infty$) темп охлаждения *m* становится прямо пропорциональным коэффициенту температуропроводности тела *a*, м^2/с. Это заключение и соответствует *второй теореме Кондратьева:*

$$a = Km_\infty, \qquad (2.52)$$

где *К* – коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрической формы и размеров тела.

Для пластины

$$a = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)^2} m_\infty. \qquad (2.53)$$

Для цилиндра конечной длины

$$a = \frac{1}{\left(\frac{2{,}405}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2} m_\infty . \qquad (2.54)$$

Для шара

$$a = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2r_0}\right)^2} m_\infty . \qquad (2.55)$$

Для параллелепипеда

$$a = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{\ell_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\ell_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\ell_3}\right)^2} m_\infty . \qquad (2.56)$$

Пример 2.3.1

Для закалки длинный стальной вал диаметром d = 200 мм с начальной температурой t_0 = 20 °С поместили в воздушную печь с температурой $t_ж$ = 700 °С. Определить темп нагревания вала на регулярной стадии, если коэффициент теплоотдачи к его поверхности 100 Вт/(м^2·°К), а коэффициенты теплопроводности и температуропроводности составляют 20 Вт/(м·°К) и $1\cdot10^{-5}$ м/с соответственно. Определить температуру на оси вала через 10 мин после того, как она составляла 300 °С.

Решение:

Критерий Bi для длинного вала:

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha \cdot r}{\lambda} = \frac{100 \cdot 0{,}1}{20} = 0{,}5 .$$

Значит, вал не является термически массивным телом, и темп его нагревания на регулярной стадии определится как

$$m = \mu_1^2 \frac{a}{r^2} = 0{,}9408^2 \cdot \frac{10^{-5}}{0{,}1^2} = 0{,}000885 \text{ с}^{-1} .$$

На регулярной стадии величина темпа нагревания (или охлаждения) – величина постоянная. Значит, искомая температура на оси вала на регулярной стадии нагрева будет найдена как

$$m = \frac{\ln\vartheta_1 - \ln\vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1} = 0{,}000885 = \frac{\ln(700-300) - \ln(700 - t_{x=0})}{10 \cdot 60}$$

$$\ln(700 - t_{x=0}) = \ln(700-300) - 0{,}000885 \cdot 10 \cdot 60 = 5{,}46.$$

$$t_{x=0} = 700 - \exp(5{,}46) = 465 \text{ °С}.$$

Пример 2.3.2

Исследуемый материал [λ = 0,75 Вт/(м·°К)] в форме цилиндра диаметром d = 50 мм и высотой h = 80 мм после предварительного нагрева охлаждается в водяном термостате ($t_ж$ = 20 °С) при значении коэффициента теплоотдачи α = 3100 Вт/(м^2·°К). Определить коэффициент температуропроводности материала, если на регулярной стадии охлаждения температура, измеренная в центре торца цилиндра, за 5 мин уменьшилась от 45 °С до 25 °С. За какое время температура в той же точке изменится от 25 до 21 °С?

Решение:

Исследуемый цилиндр является ограниченным телом, образованным за счет пересечения в пространстве неограниченного вала и неограниченной пластины. Выясним какие условия нестационарного охлаждения для него характерны.

Определим безразмерные критерии Bi:

$$\mathrm{Bi}_{пл} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda} = \frac{3100 \cdot 0{,}04}{0{,}75} = 165 > 100,$$

$$\mathrm{Bi}_{цил} = \frac{\alpha \cdot r}{\lambda} = \frac{3100 \cdot 0{,}025}{0{,}75} = 103 > 100.$$

Цилиндр является термически массивным телом в обоих его измерениях. Для такого тела справедлива вторая теорема Кондратьева.

Находим темп охлаждения цилиндра:

$$m = \frac{\ln\vartheta_1 - \ln\vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{\ln(45-20) - \ln(25-20)}{5 \cdot 60} = \frac{\ln(5)}{5 \cdot 60} = 0{,}0054\ \text{с}^{-1}.$$

Тогда коэффициент температуропроводности материала цилиндра согласно второй теореме Кондратьева составит:

$$a = \frac{1}{\left(\frac{2{,}405}{0{,}025}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{0{,}08}\right)^2} \cdot 0{,}0054 = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Находим время, в течение которого на регулярной стадии охлаждения температура в центре торца цилиндра изменится с 25 до 21 °С:

$$\frac{\ln(25-20) - \ln(21-20)}{\tau \cdot 60} = 0{,}0054.$$

$$\tau = \frac{\ln 5}{0{,}0054 \cdot 60} = 4{,}97\ \text{мин}.$$

Из расчета видно, что при приближении температуры тела к температуре окружающей среды количество времени, требуемого для снижения температуры на некоторое постоянное количество градусов, начинает увеличиваться, что свидетельствует о постепенном переходе регулярного режима нестационарного теплообмена в квазистационарный.

Лабораторная работа 3
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПОРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА

Цель работы: определение коэффициента температуропроводности материала, нагреваемого в нестационарных условиях теплообмена.

Основные положения

Процесс охлаждения или нагревания тела, при котором поле температуры в теле изменяется не только в пространстве (по координатам *x*, *y*, *z*), но и во времени τ, называется *нестационарным*.

Первый период охлаждения (нагревания) характерен тем, что скорость изменения температур внутри тела существенно зависит от вида начального распределения температуры. Поэтому первый период называют упорядоченной стадией охлаждения (нагревания).

Выражение для температурного поля в этой стадии записывается в виде бесконечного ряда

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot U_n \cdot e^{-m_n \tau}, \qquad (1)$$

где $\vartheta = t - t_ж$ – избыточная температура в точках тела по отношению к температуре окружающей среды $t_ж$;

A_n – постоянный коэффициент, свой для каждого слагаемого ряда, находится из начальных условий;

U_n – функция, зависящая от координат тела;

m_n – постоянное число, которое, как и A_n, зависти от номера слагаемого ряда. $m_1 < m_2 < m_3 \ldots m_n$.

Начиная с некоторого момента времени все слагаемые бесконечного ряда (1) становятся малыми по сравнению с первыми и изменение температуры для всех точек при охлаждении (нагревании) не зависит от начальных условий. Эту вторую стадию называют регулярным режимом. Для него зависимость между ϑ и τ выражается первым членом ряда:

$$\vartheta = A_1 \cdot U_1 \cdot e^{-m_1 \tau}. \qquad (2)$$

Третья стадия охлаждения соответствует стационарному режиму.

Существуют различные экспериментальные методики определения теплофизических характеристик материалов, основанные на методе регулярного режима, общая теория которого разработана профессором Г.М. Кондратьевым.

При интенсивном внешнем теплообмене $\alpha \to \infty$ коэффициент температуропроводности *a*, согласно второй теореме Кондратьева становится пропорциональным темпу охлаждения:

$$a = K \cdot m \text{, м}^2/\text{с} \qquad (3)$$

где *K* – коэффициент пропорциональности, зависит от формы и размеров тела, м^2;

m – темп охлаждения (с$^{-1}$) при интенсивном внешнем теплообмене ($\alpha \to \infty$) определяется в результате эксперимента.

Для оценки теплоизоляционных свойств материалов, работающих в нестационарном тепловом режиме, недостаточно знания только коэффициента теплопроводности, как при стационарном режиме, ибо лучше свойства теплоизоляционного материала характеризуются минимальным значением коэффициента температуропроводности и максимальной теплоемкостью.

Дадим более подробные описания коэффициенту температуропроводности *a* и темпу охлаждения *m*.

Коэффициент температуропроводности является физическим параметром вещества

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \text{, м}^2/\text{с} \qquad (4)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·град);

c – теплоемкость, Дж/(кг·град);

ρ – плотность вещества кг/м^3.

Он характеризует скорость изменения температуры в любой точке тела, т.е. является мерой теплоинерционных свойств тела. Темп охлаждения *m* выражает относительную скорость изменения избыточной температуры любой точки тела в зависимости от формы и размеров тела, теплофизических свойств материала и условий внешнего теплообмена.

При регулярном режиме темп охлаждения остается постоянной величиной, не зависящей ни от координат, ни от времени. Действительно, логарифмируя выражение (2) и опуская индексы, получим

$$\ln\vartheta = -m \cdot \tau + c(x, y, z). \qquad (5)$$

После дифференцирования обеих частей уравнения (5) имеем:

$$\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} = -m = \text{const}. \qquad (6)$$

При экспериментальном определении темпа охлаждения строится график функции $\ln\vartheta = f(\tau)$, так что темп охлаждения найдется по величине тангенса угла наклона прямой к оси абсцисс. Взяв на прямой какие-нибудь две точки 1 и 2 с координатами τ_1, $\ln\vartheta_1$ и τ_2, $\ln\vartheta_2$ запишем

$$m = \frac{\ln\vartheta_1 - \ln\vartheta_2}{(\tau_2 - \tau_1)\cdot 60},\ \text{с}^{-1} \qquad (7)$$

Описание экспериментальной установки

В термостате с помощью подогревателя нагревают воду, постоянная температура которой поддерживается с помощью системы автоматического контроля.

Чувствительным элементом в системе является контактный термометр. Интенсивный теплообмен между охлаждаемым телом и водой обеспечивается перемешиванием воды. Испытуемое тело (акалориметр) представляет собой цилиндрической формы тонкостенный сосуд из бронзы диаметром $2\cdot r_0 = 60$ мм и высотой $h = 83$ мм, наполненный исследуемым материалом (сухим песком). В центре акалориметра находится спай t_1 дифференциальной термопары, другой спай помещен в медную гильзу и имеет температуру жидкости $t_ж$. для измерения малой величины э.д.с. термопары используется переносной потенциометр ПП-63.

Порядок проведения работы

Включив электронагреватель и мешалку термостата, ожидают пока температура воды в термостате не достигнет заданной для опыта постоянной величины ($t_ж \approx 60$ °С). За счет регулировки контактный термометр позволяет поддерживать при необходимости другие значения температуры воды. Опыт ведут путем нагрева акалориметра в термостате. Поэтому перед опытом акалориметр должен иметь температуру окружающей среды, т.е. находиться в стационарном тепловом состоянии. В связи с этим в некоторых случаях может возникнуть потребность в специальном предварительном охлаждении акалориметра, для чего следует использовать сосуд с холодной водой. Поместив акалориметр в термостат, записывают в таблицу 1 через каждую минуту показания термопары, которые дают возможность судить об изменении разности температур в центре акалориметра и воды. Измерения прекращают через 12–15 мин.

Обработка результатов

По полученным экспериментальным данным строят график $\ln\vartheta = f(\tau)$ и на нем выделяют область регулярного режима. После этого на основании формулы (7) определяется темп охлаждения тела. Для вычисления коэффициента температуропроводности по формуле (3) необходимо использовать коэффициент K, который для цилиндра конечной длины равен

$$K = \frac{1}{\left(\frac{2{,}405}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2}.$$

Таблица 1. – Результаты измерений

№ отсчетов	Время τ, мин	Разность температур ϑ, °С	ln ϑ
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как достигается поставленная цель?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Какие величины следует измерять в данной работе, чтобы вычислить коэффициент температуропроводности материала?
4. Какова физическая сущность нестационарной теплопроводности?
5. Каков физический смысл коэффициента температуропроводности, и от каких факторов он зависит?
6. Каков характер изменения температуры в каждой точке тела, если оно нагревается в регулярном режиме?
7. Сформулируйте вторую теорему Кондратьева. При каких условиях лабораторного эксперимента она справедлива?
8. Что понимают под квазистационарным режимом теплопередачи?
9. Что понимают под неупорядоченной стадией нестационарной теплопроводности?
10. Из какого материала выполнены стенки акалориметра, и как физические свойства этого материала влияют на точность определения коэффициента температуропроводности испытуемого материала, помещенного внутрь акалориметра?

2.4. Охлаждение (нагревание) тел, имеющих форму параллелепипеда или цилиндра конечной длины

Необходимо найти температуру в произвольной точке *M* (ее координаты *x, y, z*) параллелепипеда (рисунок 2.4.1) в произвольный момент времени.

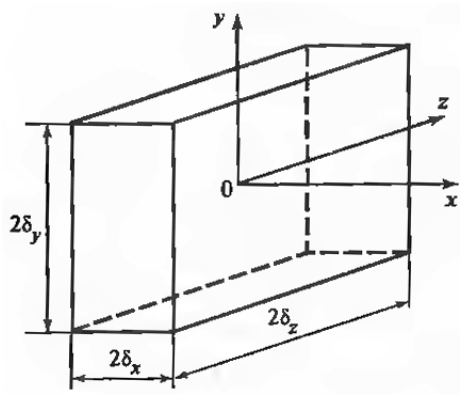


Рисунок 2.4.1. – Параллелепипед

Сначала рассматривают безграничную пластину толщиной $2\delta_x$. Вычисляют $\mathrm{Bi}_x = \frac{\alpha\delta_x}{\lambda}$ и $\mathrm{Fo}_x = \frac{a\tau}{\delta_x^2}$. Принимают $X = \frac{x}{\delta_x}$, где *x* – координата заданной точки M, и при полученных значениях Bi_x и Fo_x находят безразмерную температуру Θ_x в этой точке по формулам, приведенным ранее.

Затем рассматривают безграничную пластину толщиной $2\delta_y$. Вычисляют $\mathrm{Bi}_y = \frac{\alpha\delta_y}{\lambda}$ и $\mathrm{Fo}_y = \frac{a\tau}{\delta_y^2}$. Принимают $Y = \frac{y}{\delta_x}$. Аналогично предыдущему случаю находят Θ_y.

Наконец, рассматривают безграничную пластину толщиной $2\delta_z$. Вычисляют $\mathrm{Bi}_z = \frac{\alpha\delta_z}{\lambda}$ и $\mathrm{Fo}_z = \frac{a\tau}{\delta_z^2}$. Принимают $Z = \frac{z}{\delta_z}$. Затем вычисляют Θ_z.

Искомую безразмерную температуру Θ в точке *M* находят как произведение $\Theta = \Theta_x\Theta_y\Theta_z$. Температура, имеющая размерность, определяется по формуле

$$t(x,y,z,\tau) = t_ж + \Theta(t_0 - t_ж),$$

где t_0 – температура параллелепипеда в начальный момент времени; $t_ж$ – температура жидкости, в которой происходит процесс охлаждения или нагревания.

Если тело имеет форму *цилиндра конечной длины* (рисунок 2.4.2), то сначала рассматривают безграничную пластину толщиной $2\delta_z$ ($2\delta_z = l$ — длина цилиндра),

вычисляют $\mathrm{Bi}_z = \dfrac{\alpha\delta_z}{\lambda}$ и $\mathrm{Fo}_z = \dfrac{a\tau}{\delta_z^2}$. Полагают $Z = \dfrac{z}{\delta_z}$, где z — координата заданной точки, и вычисляют Θ_z по формулам, приведенным ранее.

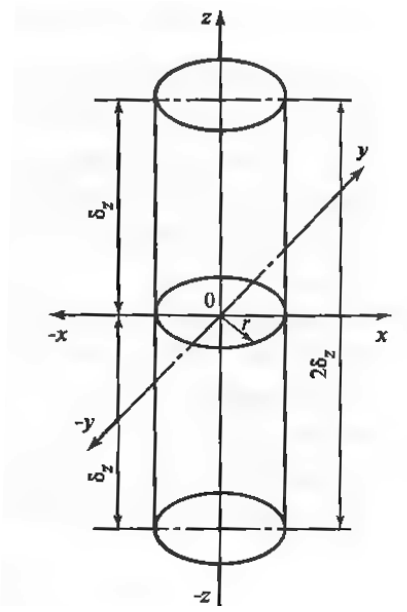


Рисунок 2.4.2. – Цилиндр

Затем рассматривают бесконечно длинный цилиндр радиусом r_0, вычисляют $\mathrm{Bi}_r = \dfrac{\alpha r_0}{\lambda}$ и $\mathrm{Fo}_r = \dfrac{a\tau}{r_0^2}$. Полагают $R = \dfrac{r}{r_0}$ и вычисляют Θ_r. Искомую безразмерную температуру Θ в данной точке в данный момент времени находят как произведение $\Theta = \Theta_z\Theta_r$.

Размерную температуру $t(r,z,\tau)$ определяют так же, как и в случае параллелепипеда.

2.5. Нестационарное температурное поле в полуограниченном массиве

Рассмотрим особенности процесса нестационарной теплопроводности пластины на начальном этапе ее охлаждения или нагревания. Решение этой задачи методом Фурье, как известно, представляется в виде бесконечного ряда частных решений. При очень малых числах Fo и больших числах Bi ряд сходится настолько медленно, что нахождение температурного поля становится практически не реализуемой задачей. Физически это объясняется тем, что толщина пластины (или ее половины), которая используется во всех частных решениях, в самом начале охлаждения не влияет на изменение температуры в поверхностном слое. Можно было бы рассмотреть частный случай решения для поверхност-

ного (пограничного) слоя малой толщины, однако методом Фурье этого сделать нельзя. Получить физически обоснованное решение можно, если вместо пластины рассматривать полуограниченный массив. Рассмотрим решение задачи об охлаждении такого массива.

Пусть имеется полуограниченный массив, температура T_0 которого во всех точках постоянна. В начальный момент времени за счет интенсивного охлаждения температура его поверхности скачкообразно уменьшается до T_c, которая в дальнейшем сохраняется постоянной. Дифференциальное уравнение теплопроводности, начальное и граничные условия в нашем случае, когда физические свойства материала массива (λ, ρ, c_p) постоянны, будут иметь вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial\tau} = a\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}; \\ \theta\big|_{\tau=0} = \theta_0,\ 0 \le x \le \infty; \\ \theta\big|_{x=0} = 0,\ \tau > 0; \\ \theta\big|_{x\to\infty} = \theta_0,\ \tau > 0. \end{cases} \tag{2.57}$$

Здесь $\theta = T - T_c$, $\theta_0 = T_0 - T_c$. Математическая формулировка нашей задачи не содержит ни одного характерного размера. Если в качестве него взять произвольно некоторый отрезок длины l_0 и ввести безразмерные температуру $\Theta = \theta/\theta_0$, координату $X = x/l_0$ и время $\mathrm{Fo} = \alpha\tau/l_0^2$, то решение задачи сведется к функциональной зависимости

$$\Theta = f(X; \mathrm{Fo}). \tag{2.58}$$

Однако физически температурное поле не должно зависеть от произвольно выбираемых величин. Следовательно, в решение (2.57) X и Fo должны входить в виде такой комбинации, чтобы размер l_0 сократился. Такой комбинацией будет безразмерная переменная η:

$$\eta = \frac{1}{2}\frac{X}{\sqrt{\mathrm{Fo}}} = \frac{1}{2}\frac{x}{\sqrt{a\tau}}, \tag{2.59}$$

где двойка введена ради удобства при дальнейших преобразованиях.

Граничные условия для функции θ(η) будут следующими:

$$\theta\big|_{\eta=0} = 0,$$
$$\theta\big|_{\eta\to\infty} = \theta_0.$$

Решением д.у. Фурье в указанных условиях является:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta = \mathrm{erf}(\eta). \tag{2.60}$$

где erf(η) — табличная функция, называющаяся интегралом вероятности (таблица П3.5 приложения 3).

Пусть δ(τ) – область поверхностного (пограничного) слоя, в пределах которой температура θ изменяется от 0 до $0{,}99\cdot\theta_o$.Поскольку erf η = 0,99 при η ≈ 1,83, то с учетом (2.60) получаем:

$$\delta = 3{,}7\sqrt{a\tau}\,. \qquad (2.61)$$

Распределение температуры в пограничном слое для различных моментов времени показано на рисунке 2.5.1.

Важным является тот факт, что рассмотренный анализ начального этапа охлаждения (нагревания) пластины можно распространить на тело любой формы при условии, что толщина теплового пограничного слоя много меньше радиуса кривизны поверхности этого тела.

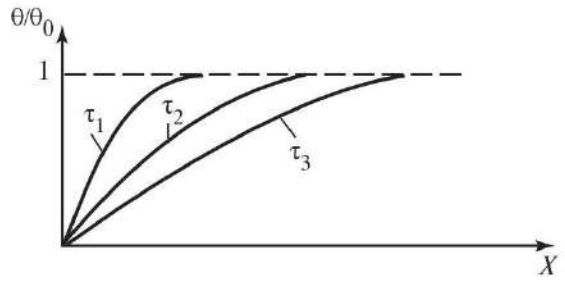


Рисунок 2.5.1. – Температурное поле в полуограниченном массиве
в различные моменты времени
при скачкообразном изменении температуры на его поверхности

Если при τ = 0 скачком изменяется плотность теплового потока на поверхности тела, а при τ > 0 q = const, то $\delta \approx 3{,}2\sqrt{a\tau}$. При этом распределение температуры будет иметь вид, показанный на рисунке 2.5.2.

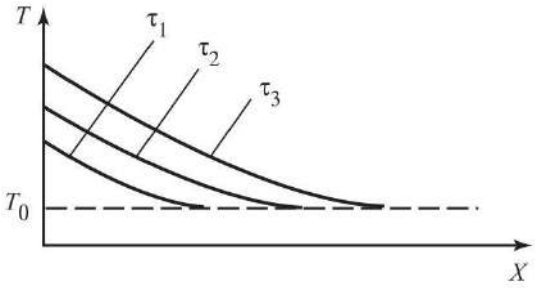


Рисунок 2.5.2. – Температурное поле в полуограниченном массиве
при постоянной плотности теплового потока

Плотность теплового потока, Вт/м^2, на поверхности полуограниченного твердого тела определяется уравнением:

$$q_c = -\lambda \left.\frac{\partial \theta}{\partial x}\right|_{x=0} = \lambda \frac{t_c - t_0}{\sqrt{a\tau}} \left.\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right|_{\eta=0} =$$

$$= \lambda \frac{t_c - t_0}{\sqrt{a\tau}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\eta^2/4} \right)_{\eta=0} = \lambda \frac{t_c - t_0}{\sqrt{\pi a \tau}} = \qquad (2.62)$$

$$= b \frac{t_c - t_0}{\sqrt{\pi\tau}},$$

где $b = \sqrt{\lambda c_p \rho}$ – коэффициент теплоусвоения [Дж/(м^2·°К·с$^{1/2}$)].

Расход тепла через единицу поверхности тела, Дж/м^2, за время τ составляет:

$$Q_\tau = b\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\left(t_c - t_0\right). \qquad (2.63)$$

При скачкообразном изменении температуры жидкости температура поверхности T_c будет подчиняться закону

$$t_c - t_ж = \left(t_0 - t_ж\right)\left(1 - \operatorname{erf} \mathrm{Fo}'\right) e^{\mathrm{Fo}'}, \qquad (2.64)$$

где $\mathrm{Fo}' = \frac{a\tau}{l_0^2}$; здесь $l_0 = \lambda/\alpha$.

Пример 2.5.1

Поверхность стального слитка, равномерно нагретого до температуры t_o = 700 °С, внезапно охлаждена до t_n = 20 °С. Рассматривая температурное поле в слитке как одномерное, определить температуру на глубине x = 200 мм от поверхности через τ = 1 ч после начала охлаждения. Коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность стали равны соответственно: λ = 48,5 Вт/(м·°К); c_p = 511 Дж/(кг·°К); ρ = 7860 кг/м^3.

Решение:

Находим аргумент функции интеграла вероятности erf(η):

$$\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}} = \frac{0{,}2}{2\cdot\sqrt{\frac{48{,}5}{511\cdot 7860}\cdot 3600}} = 0{,}479\,.$$

Находим по таблице значение функции интеграла вероятности:

$$\overline{\Theta} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}}\right) = 0{,}50275 = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t_x - t_c}{t_0 - t_c}\,.$$

Тогда искомая температура составит:

$$t_x = t_c + 0{,}50275\cdot\left(t_0 - t_c\right) = 20 + 0{,}50275\cdot\left(700 - 20\right) = 361{,}9\ °\mathrm{C}\,.$$

Пример 2.5.2

При условиях охлаждения стального слитка, рассмотренных в предыдущем примере, определить количество тепла Q_h, отданное 1 м^2 поверхности слитка за время охлаждения.

Решение:

$$Q_\tau = \sqrt{\frac{\lambda \cdot c \cdot \rho \cdot \tau}{\pi}} \cdot \left(t_0 - t_c\right) = \sqrt{\frac{48{,}5 \cdot 511 \cdot 7860 \cdot 3600}{\pi}} \cdot \left(700 - 20\right) = 3{,}2 \cdot 10^8 \ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

Пример 2.5.3

По условиям примера 2.5.1 определить время, в течение которого температура на глубине x = 200 мм от поверхности слитка понизится до 50 °С.

Решение:

Значение функции интеграла вероятности в указанных условиях охлаждения составит:

$$\overline{\Theta} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \tau}}\right) = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t_x - t_c}{t_0 - t_c} = \frac{50 - 20}{700 - 20} = 0{,}044.$$

Тогда аргумент функции интеграла вероятности согласно таблице ее значений:

$$0{,}039 = \frac{0{,}2}{2 \cdot \sqrt{\frac{48{,}5}{511 \cdot 7860} \cdot \tau}}.$$

Искомое время охлаждения:

$$\tau = \left(\frac{0{,}1}{0{,}039}\right)^2 \cdot \frac{7860 \cdot 511}{48{,}5} \cdot \frac{1}{3600} = 151{,}2 \text{ ч}.$$

Пример 2.5.4

Одна из сторон толстой асбестовой пластины, имеющей начальную температуру t_0 = 20 °С, внезапно нагрета до t_n = 800 °С. Определить температуру на расстоянии x = 10 мм от поверхности через 1 ч после начала нагрева. Коэффициент температуропроводности асбеста $a = 2{,}54 \cdot 10^{-7}$ м^2/с.

Решение:

Находим аргумент функции интеграла вероятности erf(η):

$$\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \tau}} = \frac{0{,}01}{2 \cdot \sqrt{2{,}54 \cdot 10^{-7} \cdot 3600}} = 1{,}65.$$

Находим по таблице значение функции интеграла вероятности:

$$\overline{\Theta} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}}\right) = 0{,}980376 = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t_c - t_x}{t_c - t_0} = \frac{800 - t_x}{800 - 20}.$$

Тогда искомая температура составит:

$$t_x = 800 - 0{,}980376\cdot\left(800 - 20\right) = 35{,}3\ ^\circ\text{C}.$$

Пример 2.5.5

Используя условия примера 2.5.4, определить расстояние *x* от поверхности асбестовой пластины, на котором через τ = 10 мин после начала нагрева температура повысится не более чем на 1% от ее начального значения.

Решение:

Значение функции интеграла вероятности в заданных условиях нагрева:

$$\overline{\Theta} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}}\right) = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{t_c - t_x}{t_c - t_0} = \frac{800 - 20{,}2}{800 - 20} = 0{,}99974358.$$

Тогда аргумент функции интеграла вероятности erf(η) составит:

$$2{,}51 = \frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}} = \frac{x}{2\cdot\sqrt{2{,}54\cdot10^{-7}\cdot3600}}.$$

Искомое расстояние от поверхности плиты:

$$x = 2\cdot\sqrt{a\cdot\tau}\cdot2{,}51 = 2\cdot\sqrt{2{,}54\cdot10^{-7}\cdot10\cdot60}\cdot2{,}51 = 0{,}062\ \text{м}.$$

Вопросы для самопроверки

1. Сколько независимых переменных содержится в функции температурного поля в теле при нестационарной теплопроводности. Перечислите эти переменные.
2. Какую форму записи принимает дифференциальное уравнение Фурье для одномерного и трехмерного нестационарных температурных полей в твердом теле при отсутствии внутренних источников теплоты? Как запишутся граничные условия третьего рода?
3. В чем заключается метод Фурье нахождения температурного поля при нестационарном процессе теплопроводности в твердом теле?
4. Как определить критерий Био? Какой физический смысл имеет критерий Био в задачах нестационарной теплопроводности?
5. Как определить критерий Фурье? Какой физический смысл имеет критерий Фурье в задачах нестационарной теплопроводности?
6. В каких случаях для определения температуры твердого тела возможно использование номограмм, построенных по функциональной зависимости $\Theta=f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$?
7. Какие тела называют термически тонкими, а какие – термически массивными? Какие условия теплообмена с окружающей средой для них характерны?
8. По какому принципу определяется количество теплоты, отданное в окружающую среду телом простой формы конечных размеров за заданное время после начала охлаждения? Можно ли при решении использовать номограммы типа $\Theta=f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$?
9. Как определить количество теплоты, которое передаст твердое нагретое тело в окружающую среду при его полном охлаждении? От чего зависит количество переданной теплоты?
10. Что называется темпом охлаждения? Как его определить по экспериментальным замерам температуры?
11. Зависит ли темп охлаждения от физических параметров тела, и если да, то какова эта зависимость?
12. От чего зависит темп охлаждения твердого тела при малых числах Био ($\mathrm{Bi}\sim 0$)?
13. От чего зависит темп охлаждения твердого тела при больших числах Био ($\mathrm{Bi} > 50$)?
14. Как определить коэффициент неравномерности распределения температуры в твердом теле? Какую величину может принимать коэффициент неравномерности распределения для термически тонкого и термически массивного тел?

15. Зависит ли количество теплоты, переданной твердым телом в окружающую среду, от темпа его охлаждения, и если да, то какова эта зависимость?

16. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке охлаждающейся детали в виде параллелепипеда с размерами ребер *A*, *B*, *C*?

17. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке охлаждающейся детали в виде цилиндра с диаметром *D* и высотой *H*?

18. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке нагревающейся детали в виде параллелепипеда с размерами ребер *A*, *B*, *C*?

19. Каков принцип нахождения температуры в заданной точке нагревающейся детали в виде цилиндра с диаметром *D* и высотой *H*?

20. Что понимается под неупорядоченной стадией процесса охлаждения или нагревания тела? Как может изменяться температура тела в течение этой стадии?

21. При каких значениях критерия Фурье начинается стадия регулярного режима охлаждения и нагревания тела в виде пластины и цилиндра?

22. Чему равно значение темпа охлаждения пластины и цилиндра при стационарных условиях?

23. Для чего используется уравнение вида $\mathrm{ctg}(\mu_n) = \mu_n/\mathrm{Bi}$ при решении задач нестационарной теплопроводности тела в виде пластины?

24. Для чего используется уравнение вида $J_0(\mu_n)/J_1(\mu_n) = \mu_n/\mathrm{Bi}$ при решении задач нестационарной теплопроводности тела в виде цилиндра?

25. Можно ли использовать уравнение вида $\Theta = \exp(-\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo})$ для нахождения температуры в заданной точке тела в виде пластины в нестационарных условиях ее охлаждения, и если да, то в каком случае?

26. Для каких тел и условий их охлаждения или нагревания справедлива первая теорема Кондратьева? а) обычных; б) термически тонких; в) термически массивных; г) для всех тел вне зависимости от их условий охлаждения или нагревания.

27. Для каких тел и условий их охлаждения или нагревания справедлива вторая теорема Кондратьева? а) обычных; б) термически тонких; в) термически массивных; г) для всех тел вне зависимости от их условий охлаждения или нагревания.

28. Что является свидетельством окончания стадии регулярного режима охлаждения или нагревания тела?

29. Каким значением безразмерной температуры Θ характеризуется начальный момент времени $\tau=0$ охлаждения или нагревания тела?

30. Каким значением безразмерной температуры Θ характеризуется наступление стадии теплового равновесия тела и окружающей среды?

31. Дополните предложение: вычислить температуру, установившуюся на поверхности тела за время τ после начала процесса его нагревания, можно при помощи номограмм вида $\Theta=f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$, если…

32. Дополните предложение: вычислить температуру, установившуюся на поверхности тела за время τ после начала процесса его нагревания, при помощи номограмм вида $\Theta=f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$ *невозможно*, если…

33. По какой причине при выводе второй теоремы Кондратьева в уравнении температурного поля при нестационарной тепловодности использовался только один член из ряда μ_1, μ_2, μ_3… решений граничных условий?

34. Температура на оси цилиндра при его охлаждении на регулярной стадии: а) будет ниже температуры на поверхности; б) будет выше температуры на поверхности; в) будет равна температуре на поверхности.

35. Температура на оси цилиндра при его тепловом равновесии с окружающей средой: а) будет ниже температуры на поверхности; б) будет выше температуры на поверхности; в) будет равна температуре на поверхности.

36. При каком допущении можно использовать известные методы расчета температуры в заданной точке нестационарно охлаждаемого тела (общее уравнение и/или номограммы вида $\Theta=f(\mathrm{Bi},\mathrm{Fo})$), если охлаждение тела будет происходить только с одной стороны (например, охлаждение стены здания со стороны наружного воздуха)?

Тесты для самопроверки

1. Общая форма записи нестационарного трехмерного температурного поля …

а) $t = f(x,y,z,\tau)$;

б) $t = f_1(x,y,z)$;

в) $t = f(x)$;

г) $\dfrac{\partial t}{\partial \tau} = 0$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

2. Температурное поле неограниченной пластины в нестационарных условиях при Fo > 0,3 описывается уравнением …

а) $\mathrm{ctg}\mu = \dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}}$;

б) $\Theta = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \cos(\mu_n X) \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right)$;

в) $\Theta = \dfrac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1 \cos\mu_1} \cos(\mu_1 X) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right)$;

г) $\Theta_{X=0} = \exp(-\mathrm{BiFo})$;

д) $\Theta = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right)$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

3. Температурное поле неограниченного цилиндрического тела в нестационарных условиях при Fo < 0,25 описывается уравнением …

а) $\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{\mathrm{Bi}}$;

б) $\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} J_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{r_0^2}\right)$;

в) $\Theta = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1 \cos\mu_1} \cos(\mu_1 X) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right)$;

г) $\Theta_{X=0} = \exp(-\mathrm{BiFo})$;

д) $\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right)$;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

4. Для термически тонкой неограниченной пластины температура поверхности в нестационарных условиях ее нагрева определяется из уравнения …

а) $\Theta_{X=1} = \cos\left(\sqrt{\mathrm{Bi}}\right) \exp(-\mathrm{BiFo})$;

б) $\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)\right]} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right)$;

в) определяется только по специальным номограммам вида $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

5. Для расчета температуры плоской неограниченной пластины при ее нестационарном охлаждении допустимо применение номограмм вида $\Theta = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ …

а) если Bi>0,1, Fo>0,3 и расчету подлежит температура на поверхности пластины;

б) если Bi<0,1, Fo>0,3 и расчету подлежит температура в середине пластины;

в) если Bi<0,1, Fo<0,3 и расчету подлежит температура в середине пластины;

г) если Bi>0,1, Fo<0,3 и расчету подлежит температура на поверхности пластины;

д) применение номограмм допустимо в любом случае;

е) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

6. Темп охлаждения тонкой неограниченной пластины есть величина …

а) зависящая от положения контрольной точки в объеме пластины и времени охлаждения в стадии регулярного режима;

б) не зависящая от положения контрольной точки в объеме пластины и времени охлаждения в стадии регулярного режима;

в) зависящая от положения контрольной точки в объеме пластины и полного времени охлаждения (до момента наступления теплового равновесия с окружающей средой);

г) не зависящая от положения контрольной точки в объеме пластины и полного времени охлаждения (до момента наступления теплового равновесия с окружающей средой);

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

7. Регулярным режимом охлаждения или нагревания называется стадия нестационарного процесса теплообмена, для которой …

а) логарифм избыточной температуры тела прямо пропорционален времени охлаждения;

б) логарифм избыточной температуры тела изменяется во времени по экспоненциальному закону;

в) температура тела в любой его точке изменяется прямо пропорционально времени охлаждения;

г) температура тела в любой его точке изменяется во времени по экспоненциальному закону;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

8. Согласно формулировке первой теоремы Кондратьева, …

а) темп охлаждения прямо пропорционален коэффициенту теплоотдачи с поверхности тела;

б) темп охлаждения обратно пропорционален полной теплоемкости охлаждаемого тела;

в) темп охлаждения обратно пропорционален коэффициенту теплоотдачи с поверхности тела;

г) темп охлаждения прямо пропорционален полной теплоемкости охлаждаемого тела.

9. Коэффициент неравномерности распределения температуры ψ в охлаждаемом термически тонком теле по своей величине …

а) близок к 1;

б) близок к 0;

в) может принимать значение в пределах от 0 до 1;

г) может принимать произвольное значение;

д) всегда < 0;

е) всегда < 1.

10. Коэффициент температуропроводности становится пропорциональным темпу охлаждения в случае …

а) если Bi>0,1, Fo>0,3;

б) если Bi<50, Fo>0,3;

в) если Bi<0,1, Fo<0,3;

г) если Bi>50, Fo<0,3;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А	В	Б	А	А	Б	А	А, Б	А	Д

Глава 3
КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

3.1. Основные понятия конвективного теплообмена

Понятие конвективного теплообмена охватывает процесс теплообмена при движении жидкости или газа. При этом перенос теплоты осуществляется одновременно конвекцией и теплопроводностью.

Если в единицу времени через единицу контрольной поверхности нормально к ней проходит масса жидкости $\rho \cdot \vec{\omega}$, кг/(м^2·с), ($\vec{\omega}$ – скорость, ρ – плотность жидкости), то вместе с ней переносится теплота, Вт/м^2:

$$\vec{q}_{\text{конв}} = \rho \cdot \vec{\omega} \cdot i, \tag{3.1}$$

где i – удельная энтальпия, Дж/кг.

Конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью, т.к. при движении жидкости или газа происходит соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры. В результате конвективный теплообмен описывают уравнением

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{тпр}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -\lambda \frac{\partial \vec{t}}{\partial n} + \rho \cdot \vec{\omega} \cdot i. \tag{3.2}$$

При расчетах конвективного теплообмена между текущей жидкостью и твердой стенкой используют закон Ньютона–Рихмана $dQ_c = \alpha\left(t_c - t_{\text{ж}}\right)dF$.

Коэффициент теплоотдачи α зависит от большого количества факторов. В общем случае α является функцией

- формы и размеров тела;
- режима движения;
- скорости и температуры жидкости;
- физических параметров жидкости;
- других величин.

Интенсивность теплоотдачи зависит от того, какие силы приводят жидкость в движение. Силы, действующие на какой-либо элемент жидкости, можно разделить на массовые (или объемные) и поверхностные.

Массовые – силы, приложенные ко всем частицам жидкости и обусловленные внешними силовыми полями (например, гравитационным или электрическим).

Поверхностные силы – возникают вследствие действия окружающей жидкости или твердых тел; они приложены к поверхности объема жидкости (например, силы внешнего давления, силы трения).

Различают *свободную и вынужденную конвекцию*.

В первом случае жидкость с неоднородным распределением температуры, и, как следствие, с неоднородным распределением плотности, находится в поле земного тяготения. Поэтому в ней может возникнуть свободное гравитационное движение.

Вынужденное движение объема жидкости происходит под действием внешних поверхностных сил, приложенных на его границах, за счет предварительно сообщенной кинетической энергии (например, за счет работы насоса, вентилятора, ветра).

Вынужденное движение может сопровождаться свободным движением. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разница температур отдельных частиц среды и чем меньше скорость вынужденного движения.

При движении жидкости встречаются два вида потока.

В первом случае все частицы движутся только по параллельным траекториям, и их движение совпадает с направлением всего потока. Жидкость движется без пульсаций, образуя струи, следующие очертаниям канала. Такой режим движения называется *ламинарным*. При отсутствии естественной конвекции и если $\overline{t_ж} \neq t_c$, в этом режиме теплота передается в перпендикулярном к стенке направлении путем теплопроводности.

В *турбулентном* потоке происходит перемешивание всех слоев жидкости. Поток представляет собой беспорядочную массу хаотически движущихся частиц. При этом у холодной стенки образуется тонкий слой заторможенной жидкости (вязкий подслой), и если $\overline{t_ж} \neq t_c$, теплота в нем передается путем теплопроводности.

Условие «прилипания». Существование слоя заторможенной жидкости основано на предположении, что частицы жидкости, непосредственно прилегающие к твердому телу, адсорбируются последним, и как бы прилипают к его поверхности. Таким образом, скорость движения пристенного слоя жидкости равна нулю.

Равенство нулю скорости жидкости на стенке выполняется до тех пор, пока газ можно считать сплошной средой.

Степень разрежения потока характеризуется параметром Кнудсена (Kn), представляющим собой отношение средней длины свободного пробега молекул газа $\overline{l}$ к характерному размеру твердого тела l_0. Существование «прилипшего» слоя жидкости возможно, когда Kn < 0,001.

3.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Из уравнения $\vec{q} = -\lambda \frac{\partial \vec{t}}{\partial n} + \rho \cdot \vec{\omega} \cdot i$ следует, что плотность теплового потока в любой точке жидкости для каждого момента времени однозначно определяется, если известны поля температур, удельной энтальпии и скорости.

Связь между температурой и энтальпией может быть установлена следующим образом. Для реальной жидкости $i = f(t,p)$ и согласно понятию о полном дифференциале:

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_p dt + \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_t dp. \qquad (3.3)$$

Отсюда

$$i = \int_t c_p dt + \int_p \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_t dp. \qquad (3.4)$$

Для многих задач в предположении о несжимаемости жидкости (ρ = const) с достаточной степенью точности можно принять $\left(\partial i / \partial p\right)_t = 0$, т.е. пользоваться соотношением, справедливым для термодинамически идеального газа $di = c_p dt$ и $i = \int_t c_p dt$.

Уравнение энергии

Выведем дифференциальное уравнение, описывающее температурное поле в движущейся жидкости.

При выводе будем полагать, что

– жидкость изотропна;

– ее физические параметры постоянны;

– теплота, перенесенная в объеме жидкости в единицу времени, равна изменению энтальпии жидкости.

Выделим в потоке жидкости неподвижный относительно координатной системы элементарный параллелепипед с ребрами *dx, dy* и *dz* (рисунок 3.2.1).

Через грани параллелепипеда теплота переносится теплопроводностью и конвекцией; в общем случае в рассматриваемом объеме может выделяться теплота внутренними источниками.

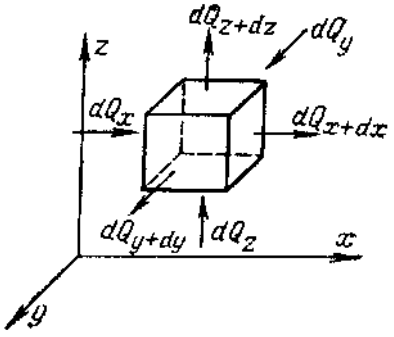


Рисунок 3.2.1

Вывод уравнения энергии, соответствующего принятым здесь условиям, был получен ранее:

$$\rho\frac{\partial i}{\partial \tau}=-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)+q_\vartheta, \qquad (3.5)$$

Проекции плотности теплового потока $\vec{q}$ на координатные оси *Ox, Oy* и *Oz* равны

$$q_x=-\lambda\frac{\partial t}{\partial x}+\rho\cdot\omega_x\cdot i;$$

$$q_y=-\lambda\frac{\partial t}{\partial y}+\rho\cdot\omega_y\cdot i;$$

$$q_z=-\lambda\frac{\partial t}{\partial z}+\rho\cdot\omega_z\cdot i.$$

Подставляя значения q_x, q_y и q_z в уравнение Фурье, можно получить:

$$\rho\frac{\partial i}{\partial \tau}=\lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)-\rho\left(\omega_x\frac{\partial i}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial i}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial i}{\partial z}\right)-$$

$$-\rho\cdot i\left(\frac{\partial \omega_x}{\partial x}+\frac{\partial \omega_y}{\partial y}+\frac{\partial \omega_z}{\partial z}\right)+q_\vartheta.$$

Для несжимаемых жидкостей (ρ=const) из закона сохранения массы следует:

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial x}+\frac{\partial \omega_y}{\partial y}+\frac{\partial \omega_z}{\partial z}=0$$

Тогда

$$\frac{\partial i}{\partial \tau}+\omega_x\frac{\partial i}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial i}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial i}{\partial z}=\frac{\lambda}{\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{q_\vartheta}{\rho}$$

или, если $i=\int_T c_p dT$,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}+\omega_x\frac{\partial t}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial t}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial t}{\partial z}=a\cdot\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{q_\vartheta}{c_p\cdot\rho}. \qquad (3.6)$$

Последнее уравнение является *уравнением энергии*, описывающим распределение температур внутри движущейся жидкости.

В левой части стоит полная (субстанциональная) производная температуры, складывающаяся из локального изменения температуры во времени и изменения температуры при переносе частицы жидкости от точки к точке.

Если $\omega_x=\omega_y=\omega_z=0$, уравнение энергии переходит в уравнение теплопроводности.

Как следует из уравнения энергии, температурное поле в движущейся жидкости зависит от составляющих скорости $\omega_x,\omega_y,\omega_z$.

Чтобы сделать систему уравнений замкнутой, необходимо добавить уравнения, которые бы описывали изменение скорости во времени и пространстве. Такими уравнениями являются дифференциальные уравнения движения.

Уравнения движения

Уравнение движения вдоль оси *Ox*

$$\rho\frac{d\omega_x}{d\tau}=\rho\cdot g_x-\frac{dp}{dx}+\mu\frac{d^2\omega_x}{dy^2}. \qquad (3.7)$$

Описание движения жидкости усложняется, если скорость изменяется по трем направлениям:

для оси Ox $\rho\frac{D\omega_x}{d\tau}=\rho\cdot g_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2\omega_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_x}{\partial z^2}\right);$

для оси Oy $\rho\frac{D\omega_y}{d\tau}=\rho\cdot g_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2\omega_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_y}{\partial z^2}\right);$

для оси Oz $\rho\frac{D\omega_z}{d\tau}=\rho\cdot g_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2\omega_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\omega_z}{\partial z^2}\right).$

В общем случае составляющие скорости $\omega_x,\omega_y,\omega_z$ изменяются во времени и в пространстве.

Член, стоящий в левой части уравнений, представляет собой полную (субстанциональную) производную скорости, складывающуюся из локального изменения температуры во времени и изменения температуры при переносе частицы жидкости от точки к точке.

На основании понятия о полной производной для оси *Ox* имеем:

$$\frac{D\omega_x}{d\tau}=\frac{\partial\omega_x}{\partial\tau}+\omega_x\frac{\partial\omega_x}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial\omega_x}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial\omega_x}{\partial z}. \qquad (3.8)$$

Аналогичные уравнения можно записать и для осей *Oy*, *Oz*.

Используя векторную форму записи:

$$\rho\frac{D\vec{\omega}}{d\tau}=\rho\cdot\vec{g}-\nabla\vec{p}+\mu\nabla^2\vec{\omega}. \qquad (3.9)$$

Уравнение движения получено без учета зависимости физических параметров жидкости от температуры. В частности, не учтена зависимость плотности от температуры.

В то же время свободное движение жидкости определяется разностью плотностей холодных и нагретых частиц жидкости.

Приближенный учет переменности плотности возможен с введением температурного коэффициента объемного расширения β.

$$\frac{D\vec{\omega}}{d\tau} = -\vec{g}\cdot\beta\vartheta - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{\omega}. \qquad (3.10)$$

Т.к. в уравнение движения, помимо $\omega_x, \omega_y, \omega_z, \vartheta$ входит еще неизвестная величина *p,* то система уравнений не является замкнутой. Необходимо добавить еще одно уравнение – уравнение сплошности (неразрывности).

Уравнение сплошности

Выделим в потоке движущейся жидкости неподвижный элементарный параллелепипед со сторонами *dx, dy* и *dz* (рисунок 3.2.2) и подсчитаем массу жидкости, протекающей через него в направлении осей *Ox, Oy* и *Oz* за время *dτ*.

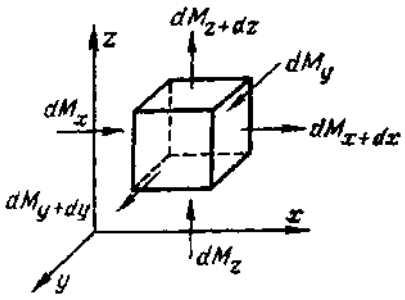


Рисунок 3.2.2

В направлении оси *Ox* в параллелепипед втекает масса жидкости

$$dM_x = \rho\cdot\omega_x dydzd\tau .$$

Величина $\rho\omega_x$ представляет собой количество массы, протекающей в единицу времени через единицу поперечного сечения. Из противоположной грани вытекает масса

$$dM_x = \rho\cdot\omega_x dydzd\tau .$$

Ограничиваясь первыми двумя членами разложения в ряд, получаем, что масса dM_{x+dx}, вытекающая из элементарного параллелепипеда в направлении оси *Ox,*

$$dM_{x+dx} = \left[\rho\cdot\omega_x + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x}dx\right]dydzd\tau .$$

Излишек массы жидкости, вытекающий из элементарного объема в направлении оси *Ox,*

$$dM_{x+dx} - dM_X = \frac{\partial(\rho\omega_X)}{\partial x}d\upsilon d\tau .$$

Аналогичным образом можно получить уравнения для направлений по осям *Oy* и *Oz*.

Полный избыток массы жидкости, вытекающей из элементарного объема в направлении всех трех осей, обуславливается изменением плотности жидкости в объеме *du* и равен изменению массы данного объема во времени $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\upsilon d\tau$.

Произведя сокращение на *du* и *d*τ и перенеся все члены в левую часть равенства, окончательно получим дифференциальное *уравнение сплошности* для сжимаемых жидкостей

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho \omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \omega_z)}{\partial z} = 0. \qquad (3.11)$$

Для несжимаемых жидкостей, полагая ρ=const, получаем

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} = 0. \qquad (3.12)$$

Уравнение сплошности является уравнением сохранения массы.

3.3. Гидродинамический пограничный слой

Рассмотрим продольное обтекание плоской поверхности тела потоком жидкости. Скорость и температура набегающего потока постоянны и равны ω_0 и t_0.

При соприкосновении частиц жидкости с поверхностью тела они «прилипают» к ней. В результате в области около пластины вследствие действия сил вязкости образуется тонкий слой заторможенной жидкости, в пределах которого скорость изменяется от нуля на поверхности тела до скорости невозмущенного потока (вдали от тела).

Этот слой заторможенной жидкости получил название *гидродинамического пограничного слоя* (рисунок 3.3.1).

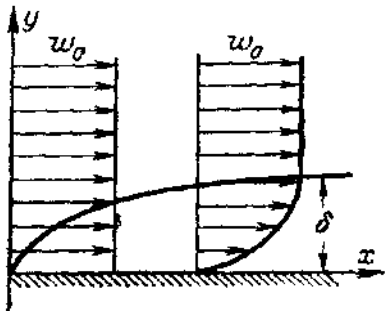


Рисунок 3.3.1. – Гидродинамический пограничный слой
в продольном потоке жидкости у горизонтальной плоской поверхности

Чем больше расстояние *x* от передней кромки пластины, тем толще пограничный слой, т.к. влияние вязкости по мере движения жидкости вдоль тела все дальше проникает в невозмущенный поток.

Для течения жидкости внутри пограничного слоя справедливо условие $\partial\omega_x / \partial y \neq 0$, вне пограничного слоя и на его внешней границе $\partial\omega_x / \partial y = 0$ и $\omega_x = \omega_0 = \text{const}$.

Понятия «толщина пограничного слоя» и «внешняя граница пограничного слоя» довольно условны, т.к. резкого перехода от пограничного слоя к течению вне слоя нет.

Под толщиной пограничного слоя δ подразумевается такое расстояние от стенки, на котором скорость будет отличаться от скорости потока вдали от тела на определенную заранее заданную величину $\varepsilon << 1$, т.е. при $y = \delta \quad \omega_x = (1-\varepsilon)\omega_0$.

Во внешнем потоке преобладают силы инерции, вязкостные силы здесь не проявляются. Напротив, в пограничном слое силы вязкости и инерционные силы соизмеримы.

Система дифференциальных уравнений, описывающих стационарное поле скоростей при омывании плоской пластины, бесконечной по оси *Oz:*

– уравнения движения

$$\begin{cases} \omega_x \dfrac{\partial\omega_x}{\partial x} + \omega_y \dfrac{\partial\omega_x}{\partial y} = \nu\left(\dfrac{\partial^2\omega_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2} \right) - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}, \\ \omega_x \dfrac{\partial\omega_y}{\partial x} + \omega_y \dfrac{\partial\omega_y}{\partial y} = \nu\left(\dfrac{\partial^2\omega_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\omega_y}{\partial y^2} \right) - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y}. \end{cases} \tag{3.13}$$

Уравнение сплошности

$$\frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \frac{\partial\omega_y}{\partial y} = 0. \tag{3.14}$$

Рассмотрим возможности упрощения для пограничного слоя записанной системы дифференциальных уравнений.

Ввиду малости толщины пограничного слоя ($\delta << l$) поперек него давление не изменяется, т.е. $\partial p / \partial y = 0$.

При омывании плоской поверхности потоком, когда во внешнем течении скорость $\omega_0 = \text{const}$, из уравнения Бернулли $p + \dfrac{\rho\omega_0^2}{2} = \text{const}$ следует, что во внешнем потоке не изменяется и давление. Тогда $\partial p / \partial x = 0$.

Условия $\partial p / \partial y = 0$ для пограничного слоя и $\partial p / \partial x = 0$ для внешнего течения приводят к выводу, что производная $\partial p / \partial x$ равна нулю и в области пограничного слоя (в рассматриваемом случае).

Для пограничного слоя $\delta << l$, отсюда $\dfrac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2} >> \dfrac{\partial^2\omega_x}{\partial x^2}$ (скорость «прилипшей» жидкости равна нулю), последней производной можно пренебречь.

Тогда уравнение движения в проекции на ось *Ox* может быть записано в следующем виде:

$$\omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} . \qquad (3.15)$$

Все члены уравнения движения в проекции на ось *Oy* малы по сравнению с членами уравнения в проекциях на ось *Ox*.

Тогда для стационарного течения вязкой жидкости в пограничном слое у плоской поверхности можно записать

$$\begin{cases} \omega_x \dfrac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \dfrac{\partial \omega_x}{\partial y} = \nu \dfrac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2}, \\ \dfrac{\partial \omega_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \omega_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \qquad (3.16)$$

Здесь две зависимые переменные: ω_x и ω_y.

3.4. Тепловой пограничный слой

Тепловой пограничный слой – это слой жидкости у стенки, в пределах которого температура изменяется от значения, равного температуре стенки, до значения, равного температуре жидкости вдали от тела. Для области внутри теплового пограничного слоя справедливо условие $\partial t / \partial y \neq 0$, а на внешней границе и вне его $\partial t / \partial y = 0$ и $t=t_0$.

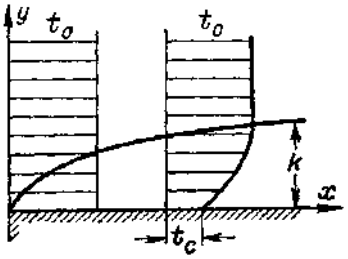


Рисунок 3.4.1. – Тепловой пограничный слой в продольном потоке жидкости у горизонтальной плоской поверхности

Таким образом, все изменение температуры жидкости сосредотачивается в тонком слое, непосредственно прилегающем к поверхности тела.

ТолщИны гидродинамического и теплового пограничных слоев δ и *k* в общем случае не совпадают, но они одного порядка малости, т.е. *k<<l.* Ввиду малости толщины теплового граничного слоя можно пренебречь теплопроводностью вдоль слоя по сравнению с поперечным переносом теплоты:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right), \text{ т.к. } k^2 << l^2 . \qquad (3.17)$$

Тогда для рассматриваемого случая уравнение энергии:

$$\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \qquad (3.18)$$

Чтобы замкнуть систему, необходимо добавить уравнение движения и уравнение сплошности, полученные для гидродинамического пограничного слоя.

Своеобразно строится пограничный слой в случае свободного течения, вызванного разностью плотностей в жидкости (рисунок 3.4.2).

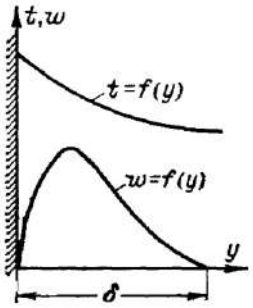


Рисунок 3.4.2. – Изменение скорости и температуры
свободно движущейся жидкости у вертикальной поверхности

Во многих случаях скорость вдали от тела, у которого возникло свободное движение, равна нулю. Также толщины теплового и гидродинамического слоев могут не совпадать.

Скорость в пограничном слое меняется от нуля на стенке до нуля в невозмущенном потоке, и ее максимум находится на расстоянии (1/3)δ от стенки.

При свободном тепловом движении (ω_0=0) в дифференциальном уравнении движения должен быть учтен член $\bar{g}\beta\vartheta$.

3.5. Приведение математической формулировки краевой задачи к записи в безразмерных переменных

Рассмотрим пример вынужденного обтекания вертикальной плоской поверхности потоком жидкости (рисунок 3.5.1).

Исходные данные и условия однозначности:

1. Поверхность твердого тела омывается несжимаемой жидкостью, температура и скорость которой вдали от тела постоянны и равны соответственно t_0 и ω_0.

2. Размер тела l_0.

3. Температура поверхности тела равна t_c. Для определенности примем, что $t_c > t_0$.

4. Физические параметры жидкости постоянны (учтем только подъемную силу, возникающую в результате зависимости плотности от температуры).

5. Теплота трения не учитывается.

6. Рассматриваемый процесс является стационарным.

7. Ось *Oy* нормальна к поверхности тела, а ось *Ox* направлена вдоль тела и вертикальна. При этом $g_x = g$, а проекции вектора сил тяжести (или подъемной силы) на оси *Oy* и *Oz* будут равны нулю ($g_y = g_z = 0$).

8. Размер тела вдоль оси *Oz* намного больше l_0.

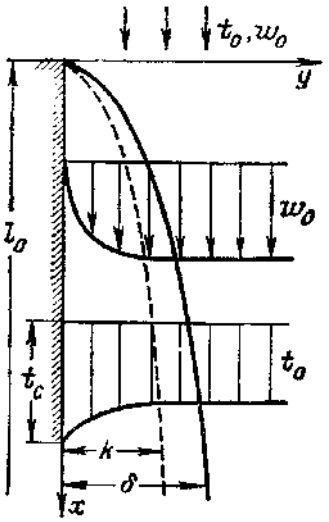


Рисунок 3.5.1. – Вынужденное обтекание вертикальной плоской поверхности потоком жидкости

При принятых условиях поля температур и скоростей можно описать дифференциальными уравнениями в приближении пограничного слоя.

Введем также избыточную температуру $\vartheta = t - t_0$, где t – температура жидкости.

Уравнение энергии: $\omega_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}$;

уравнение движения: $\omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + g\beta\vartheta$;

уравнение сплошности: $\frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} = 0$.

Напишем граничные условия:

1) вдали от тела $y = \infty$

$\vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t_0 = 0;\ \ \omega_x = \omega_0;\ \ \omega_y = 0;$

2) на поверхности тела $y = 0;\ \ 0 \le x \le l_0;\ \ -\infty \le z \le +\infty$

$\vartheta = t_c - t_0 = \vartheta_c = \text{const};\ \ \omega_x = \omega_y = 0.$

В уравнениях и условиях однозначности можно различить три вида величин:

– *независимые переменные* – это координаты *x* и *y*;

– *зависимые переменные* – это $\vartheta,\omega_x,\omega_y$ (однозначно определяются значениями независимых переменных, если заданы величины, входящие в условия однозначности);

– *постоянные величины* – это $\omega_0,t_0,l_0,\vartheta_c,\nu,a,g\beta$ и др. (задаются условиями однозначности и для определенной задачи являются постоянными, не зависящими от других переменных; постоянными эти величины называют потому, что они не являются функцией независимых переменных).

Таким образом, искомые зависимые переменные $\vartheta,\omega_x,\omega_y$ зависят от большого числа величин: они являются функцией независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности.

Величины, содержащиеся в уравнениях и условиях однозначности, можно сгруппировать в комплексы.

Число безразмерных комплексов будет меньше числа размерных величин.

Для приведения к безразмерному виду выбираются масштабы приведения – удобно принять постоянные величины, входящие в условия однозначности.

Обозначим безразмерные величины

$$X=\frac{x}{l_0},\ Y=\frac{y}{l_0},\ W_x=\frac{\omega_x}{\omega_0},\ W_y=\frac{\omega_y}{\omega_0},\ \Theta=\frac{t-t_0}{t_c-t_0}=\frac{\vartheta}{\vartheta_c}.$$

Тогда $x=l_0X,\ y=l_0Y,\ \omega_x=\omega_0W_x,\ \omega_y=\omega_0W_y,\ \vartheta=\vartheta_c\Theta.$

Преобразуем уравнение сплошности:

$$\frac{\omega_0}{l_0}\left(\frac{\partial W_x}{\partial X}+\frac{\partial W_x}{\partial Y}\right)=0, \qquad (3.19)$$

т.к. $\frac{\omega_0}{l_0}\neq 0$, то $\frac{\partial W_x}{\partial X}+\frac{\partial W_y}{\partial Y}=0$.

Преобразуем уравнение энергии:

$$\frac{\omega_0 l_0}{a}\left(W_x\frac{\partial\Theta}{\partial X}+W_y\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\right)=\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}. \qquad (3.20)$$

Преобразуем уравнение движения:

$$\frac{\omega_0 l_0}{\nu}\left(W_x\frac{\partial W_x}{\partial X}+W_y\frac{\partial W_x}{\partial Y}\right)=\frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2}+\frac{g\cdot\beta\cdot\vartheta_c\cdot l_0^3}{\nu^2}\frac{\nu}{\omega_0 l_0}\Theta. \qquad (3.21)$$

Приводя к безразмерному виду граничные условия, получаем:

1) вдали от тела $Y = \infty$

$\Theta = \Theta_0 = 0,\ W_x = 1,\ W_y = 0;$

2) на поверхности тела $Y = 0;\ 0 \le X \le 1$

$\Theta = \Theta_c = 1,\ W_x = W_y = 0.$

При известном температурном поле коэффициент теплоотдачи может быть определен по уравнению

$$-\lambda\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{y=0} = \alpha \vartheta_c$$
$$\alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_c}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{y=0}. \qquad (3.22)$$

Приводя к записи в безразмерных переменных, получаем:

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda} = -\left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right)_{y=0}. \qquad (3.23)$$

3.6. Подобие процессов конвективного теплообмена. Критерии подобия и уравнения подобия

Конвективный теплообмен описывается системой дифференциальных уравнений и условиями однозначности с большим количеством переменных. Аналитическое решение полной системы уравнений наталкивается на серьезные трудности.

Поэтому большое значение приобретает экспериментальный путь исследования. С помощью эксперимента для определенных значений аргументов можно получить числовые значения искомых переменных и затем подобрать уравнения, описывающие результаты опытов.

Однако для исследования влияния на процесс какой-либо одной величины остальные нужно сохранять неизменными, что не всегда возможно из-за большого количества переменных.

Кроме того, при этом нужно быть уверенным, что результаты, получаемые с помощью какой-либо конкретной установки (модели), можно перенести и на другие аналогичные процессы (образец).

Эти трудности помогает разрешить теория подобия.

С помощью теории подобия размерные физические величины можно объединить в *безразмерные комплексы*, причем так, что число комплексов будет меньше числа величин, из которых составлены эти комплексы. Полученные безразмерные комплексы можно рассматривать как новые переменные.

При введении в уравнения *безразмерных комплексов* число величин под знаком искомой функции формально сокращается, что упрощает исследование физических процессов.

Кроме того, новые безразмерные переменные отражают влияние *не только отдельных факторов*, но и их совокупности, что позволяет легче определить физические связи в исследуемом процессе.

Для практического использования выводов теории подобия необходимо уметь приводить к безразмерному виду математические описания изучаемых процессов.

Помимо безразмерных величин $\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_c} = \frac{t - t_0}{t_c - t_0}$, $W_x = \frac{\omega_x}{\omega_0}$, $W_y = \frac{\omega_y}{\omega_0}$ и безразмерных координат $X = \frac{x}{l_0}$, $Y = \frac{y}{l_0}$, $Z = \frac{z}{l_0}$, в уравнения конвективного теплообмена входят также безразмерные комплексы, состоящие из разнородных физических величин

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda}, \frac{\omega_0 l_0}{\nu}, \frac{\omega_0 l_0}{a}, \frac{g\beta\vartheta_c l_0^3}{\nu^2}.$$

Этим комплексам, называемым числами подобия, присвоены имена ученых, внесших значительный вклад в развитие теплотехники и механики.

Первый из этих безразмерных комплексов обозначают

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l_0}{\lambda_ж} \tag{3.24}$$

и называют *числом Нуссельта,* или безразмерным коэффициентом теплоотдачи.

Число Нуссельта характеризует теплообмен на границе стенка/жидкость. В задачах конвективного теплообмена число Nu обычно является искомой величиной, поскольку в него входит определяемая величина α.

Безразмерный комплекс

$$\mathrm{Re} = \frac{\omega_0 l_0}{\nu_ж} \tag{3.25}$$

называют числом *Рейнольдса*. Оно характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости.

Третий безразмерный комплекс обозначают

$$\mathrm{Pe} = \frac{\omega_0 l_0}{a_ж} \tag{3.26}$$

и называют числом *Пекле*.

Его можно преобразовать следующим образом

$$\frac{\omega_0 l_0}{a_ж} = \frac{\rho_ж \omega_0 c_p \vartheta}{\frac{\lambda_ж}{l_0}\vartheta}$$

Здесь числитель характеризует теплоту, переносимую конвекцией, а знаменатель – теплоту, переносимую теплопроводностью.

Безразмерный комплекс

$$\mathrm{Gr}=\frac{g\beta_{ж}\vartheta_c l_0^3}{\nu_{ж}^2} \tag{3.27}$$

называют *числом Грасгофа*. Оно характеризует подъемную силу, возникающую в жидкости вследствие разности плотностей.

При выводе уравнения движения было принято

$$\rho=\rho_0\left(1-\beta_{ж}\vartheta_c\right) \text{ -> } \beta_{ж}=\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0\vartheta_c},$$

поэтому вместо Gr можно написать его общую модификацию – *число Архимеда:*

$$\mathrm{Ar}=\frac{gl_0^3}{\nu_{ж}^2}\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}. \tag{3.28}$$

В случае однородной среды при условии β=const число Архимеда идентично числу Gr.

Безразмерные величины Θ, W_x, W_y, X, Y, Nu, Re, Pe, Gr можно рассматривать как новые переменные. Их можно разделить на три группы:

– независимые переменные – это безразмерные координаты X, Y;

– зависимые переменные – это Nu, Θ, W_x, W_y;

– постоянные величины – это Pe, Re, Gr; они заданы условиями однозначности и для конкретной задачи являются постоянными.

В результате можно написать

$$\mathrm{Nu}=f_1\left(X_c,Y_c,\mathrm{Pe},\mathrm{Re},\mathrm{Gr}\right);$$
$$\Theta=f_2\left(X,Y,\mathrm{Pe},\mathrm{Re},\mathrm{Gr}\right);$$
$$W_x=f_3\left(X,Y,\mathrm{Pe},\mathrm{Re},\mathrm{Gr}\right);$$
$$W_y=f_4\left(X,Y,\mathrm{Pe},\mathrm{Re},\mathrm{Gr}\right).$$

Здесь X_c, Y_c соответствуют поверхности теплоотдачи (стенки).

Безразмерный комплекс $\mathrm{Eu}=\frac{p}{\rho_{ж}\omega_0^2}$ называют числом *Эйлера.* Это число характеризует соотношение сил давления и сил инерции.

В уравнения конвективного теплообмена зависимая переменная Eu входит только под знаком производной. Следовательно, для несжимаемой жидкости с постоянными физическими параметрами существенно не абсолютное значение давления, а его изменение. Поэтому число Эйлера обычно представляют в виде

$$\mathrm{Eu}=\frac{p-p_0}{\rho_{ж}\omega_0^2}, \tag{3.29}$$

где p_0 – какое-либо фиксированное значение давления, например, давление на входе в канал.

Очевидно, при неизменной математической формулировке задачи новые безразмерные величины могут быть получены комбинированием старых безразмерных величин.

Число Pe можно представить как произведение двух безразмерных переменных:

$$\mathrm{Pe} = \mathrm{RePr} = \frac{\omega_0 l_0}{\nu_ж} \frac{\nu_ж}{a_ж}.$$

Безразмерная величина $\mathrm{Pr} = \frac{\nu_ж}{a_ж}$ представляет собой новую переменную, называемую числом *Прандтля*. Число Прандтля целиком составлено из физических параметров, и поэтому само является физическим параметром. Его можно записать и в виде

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu_ж}{a_ж} = \frac{\mu_ж c_p}{\lambda_ж}. \qquad (3.30)$$

Числу Прандтля можно придать определенный физический смысл.

Уравнение энергии

$$\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

и уравнение движения

$$\omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2}$$

по записи аналогичны.

При $a = \nu$ расчетные поля температур и скоростей будут подобны, если только аналогичны и условия однозначности. Таким образом, при определенных условиях числу Прандтля может быть придан смысл меры подобия полей температур и скоростей.

При Pr < 1 $\delta < k$ (в основном для газов, например, когда профиль температур по сечению напоминает правильную параболу).

При Pr > 1 $\delta > k$ (в основном для жидкостей, например, в случае большого турбулентного ядра и малого ламинарного подслоя, когда профиль температур жидкости по сечению напоминает усеченную или вытянутую в направлении потока параболу).

Безразмерные переменные можно разделить на два вида:

– *определяемые* – это числа, в которые входят искомые зависимые переменные; в рассматриваемом случае зависимыми являются $\alpha, \vartheta, \omega_x, \omega_y$, следовательно, определяемыми являются Nu, Θ, W_x и W_y;

– *определяющие* – это числа, целиком составленные из независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности; в рассматриваемом случае определяющими являются *X*, *У*, Re, Pr (или Pe) и Gr.

3.7. Условия подобия физических процессов

Система безразмерных дифференциальных уравнений, так же как и исходная система размерных уравнений, описывает бесконечное множество конкретных процессов конвективного теплообмена.

Те явления природы, которые описываются одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями, но различны по своему физическому содержанию, называются *аналогичными*.

Дифференциальные уравнения отражают наиболее общие черты явлений *и не учитывают частные, количественные особенности*. Такими особенностями являются *форма и размеры системы*; к частным особенностям относятся *физические свойства рабочих тел*, условия протекания процесса на границах системы и др.

Условия подобия физических процессов:

1. Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всем (в безразмерном виде), кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение.

По первому условию (*Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями*):

при рассмотрении свободного движения в большом объеме можно пренебречь градиентом давления в жидкости. Исключение градиента давления из уравнения движения приводит к иной записи уравнения, меняется класс рассматриваемого явления.

Таким образом, отдельные разновидности процессов конвективного теплообмена могут описываться различными дифференциальными уравнениями (хотя они были частными случаями более общих уравнений), и в этом случае они будут принадлежать к различным классам явлений.

По второму условию (*Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всем, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях*):

запись условий однозначности подобных процессов в общем (безразмерном) виде должна быть идентична. При этом конкретные значения скорости набегающего потока ω_0, температура стенки t_c и т.д. могут иметь различные числовые значения. Из сравнения граничных условий видно, что, несмотря на различные значения ω_0, t_0, t_c и др., *безразмерные граничные условия будут одинаковыми для всех этих процессов*.

Следовательно, подобные процессы описываются одинаковыми (тождественными) безразмерными дифференциальными уравнениями и безразмерными граничными условиями, например,

$$\mathrm{Nu} = f_1\left(X_c, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right) \text{ или } \Theta = f_2\left(X, Y, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right) \text{ и т.д.}$$

Функция f_1 будет одна и та же для всех подобных процессов. То же самое можно оказать и о функции f_2 и т.д.

По третьему условию (*одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение*):

пример: $\mathrm{X} = \mathrm{idem}$, $\mathrm{Y} = \mathrm{idem}$, $\mathrm{Re} = \mathrm{idem}$, $\mathrm{Pr} = \mathrm{idem}$, $\mathrm{Gr} = \mathrm{idem}$ и т.п.

Поскольку подобные процессы характеризуются одинаковыми функциями f_1, f_2,... и численно равными определяющими переменными, то одноименные *определяемые* переменные также будут иметь одинаковые значения, т.е.

$$\mathrm{Nu}=\mathrm{idem},\ \Theta=\mathrm{idem},\ \mathrm{W_x}=\mathrm{idem},\ \mathrm{W_y}=\mathrm{idem} \text{ и т.д.}$$

3.8. Средняя температура. Определяющая температура. Эквивалентный диаметр

Во все формулы для определения величины теплового потока входит значение температуры жидкости, которая в большинстве случаев распределяется неравномерно как по сечению канала, так и по его длине. В связи с этим в технических расчетах под температурой жидкости понимают среднюю температуру потока, которая определяется следующим образом.

Через элементарную площадку dF в единицу времени поток жидкости dG переносит теплоту

$$dQ = c_p t\, dG = c_p t \rho \omega\, dF .$$

Количество теплоты, переносимое через данное сечение в единицу времени,

$$Q = \int_F c_p t \rho \omega\, dF . \qquad (3.31)$$

Разделив полученное выражение на $\int_F c_p \rho \omega \, dF$, получим среднее значение температуры по сечению (среднее по энтальпии жидкости)

$$t_{\text{ср}} = \frac{\int_F c_p t \rho \omega dF}{\int_F c_p \rho \omega dF}. \qquad (3.32)$$

Во многих случаях зависимостью c_p и ρ от температуры можно пренебречь, тогда уравнение (6.1) примет вид

$$t_{\text{ср}} = \frac{\int_F t \omega dF}{\int_F \omega dF} = \frac{1}{L}\int_F t \omega dF, \qquad (3.33)$$

где F – площадь поперечного сечения канала, м^2;

t – температура в каждом элементе сечения, град;

$L = \int_F \omega dF$ – объемный расход жидкости, м^3/с;

ω – скорость жидкости в каждом элементе dF.

Если скорость жидкости по сечению канала постоянна или равна нулю, то уравнение (3.33) примет вид:

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{F}\int_F t \, dF. \qquad (3.34)$$

Если температура потока жидкости изменяется не только по сечению, но и по длине канала, то необходимо производить ее усреднение также и вдоль течения жидкости.

Если средняя температура стенки $t_{\text{ст}}$, средняя температура жидкости у входа в канал t', а у выхода t'', причем для случая охлаждения жидкости $t'>t''>t_{\text{ст}}$, тогда усредненная температура потока по длине канала:

$$t_{\text{ж}} = t_{\text{ст}} + \Delta t_{\text{ср}} = t_{\text{ст}} + \frac{(t' - t_{\text{ст}}) - (t'' - t_{\text{ст}})}{\ln \frac{t' - t_{\text{ст}}}{t'' - t_{\text{ст}}}}. \qquad (3.35)$$

При нагревании жидкости $t'<t''<t_{\text{ст}}$, тогда

$$t_{\text{ж}} = t_{\text{ст}} - \Delta t_{\text{ср}} = t_{\text{ст}} - \frac{(t_{\text{ст}} - t') - (t_{\text{ст}} - t'')}{\ln \frac{t_{\text{ст}} - t'}{t_{\text{ст}} - t''}}. \qquad (3.36)$$

Для простейших случаев, когда температура потока изменяется в небольших пределах, среднюю температуру можно определить как среднеарифметическую из крайних значений:

$$t_{ж} = 0{,}5\left(t' + t''\right). \tag{3.37}$$

Во всех ниже приведенных уравнениях подобия для определения коэффициента теплоотдачи всегда применяют среднюю скорость жидкости

$$\omega_{ср} = \frac{1}{F}\int_{F} \omega dF = \frac{L}{F}. \tag{3.38}$$

Физические параметры капельных жидкостей и газов изменяются с изменением температуры. Поэтому при обработке опытных данных за определяющую температуру (при которой берутся значения физических величин) принимают среднюю температуру потока $t_{ж}$ или стенки $t_{ст}$ или среднюю температуру пограничного слоя

$$t_{п.сл.} = 0{,}5\left(t_{ст} + t_{ж}\right). \tag{3.39}$$

При решении задач по определению коэффициента теплоотдачи всегда следует обращать внимание на то, какая температура для данного уравнения подобия принималась за определяющую.

В некоторые числа подобия входит линейный размер, причем *берут тот размер, которым определяется развитие процесса*.

Для труб круглого сечения таким определяющим линейным размером является внутренний диаметр трубы.

Для каналов некруглого сечения вместо диаметра берется так называемый *эквивалентный диаметр*

$$d_{экв} = 4f / P, \tag{3.40}$$

где f – площадь поперечного сечения канала;

P – полный (смоченный) периметр сечения.

При поперечном обтекании трубы и пучка труб за определяющий размер берется наружный диаметр трубы; при обтекании плиты – ее длина по направлению движения потока.

При использовании уравнений подобия всегда нужно обращать внимание на то, какой размер введен в числа подобия в виде определяющего.

3.9. Теплообмен при вынужденном движении жидкости вдоль пластины

Если плоская поверхность пластины омывается потоком с равномерным распределением скоростей, то, начиная от передней кромки пластины, на ней образуется *гидродинамический пограничный слой* (рисунок 3.9.1).

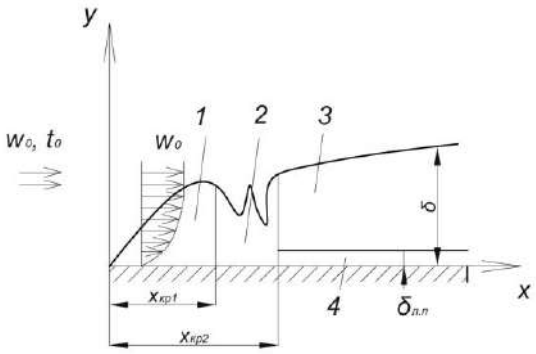


Рисунок 3.9.1. – Гидродинамический пограничный слой
при вынужденном обтекании плоской поверхности

В нем вследствие трения скорость жидкости изменяется от скорости, равной скорости невозмущенного потока, до нуля.

Течение жидкости в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным.

При наличии разности температур между потоком жидкости и поверхностью пластины, кроме гидродинамического, образуется также и *тепловой пограничный слой*.

В пределах теплового пограничного слоя температура жидкости изменяется от температуры потока вдали от пластины t_0 до температуры, равной температуре поверхности пластины $t_{ст}$.

О режиме течения в пограничном слое судят по величине числа Рейнольдса.

Опыты показывают, что при течении вдоль пластины наблюдается широкая область переходного неизотермического режима течения, находящаяся между $Re_{ж,l}=10^4 \div 4 \cdot 10^6$.

(индексы «ж» и «*l*» означают, что физические параметры для Re берут по температуре жидкости, а характерный размер – длина пластины по направлению потока).

Коэффициент теплоотдачи зависит:

- от изменения характера течения (ламинарного или турбулентного);
- рода жидкости, ее температуры;
- температурного напора (между поверхностью и жидкостью);
- направления теплового потока (к стенке или от нее);
- изменения вязкости жидкости в пограничном слое;
- естественной конвекции;
- начальной турбулентности.

Большое количество факторов, влияющих на теплоотдачу, привело к тому, что отрезок ($x_{кр2}$–$x_{кр1}$) заменяют точкой и считают, что для пластины $Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$.

Таким образом, ламинарный режим течения в пограничном слое имеет место при $Re_{ж,l} < 5 \cdot 10^5$.

Толщину гидродинамического подслоя на расстоянии *x*, м, от кромки пластины определяют как

$$\delta = \frac{4{,}96 \cdot x}{\mathrm{Re}_x^{0,5}}. \qquad (3.41)$$

Толщину теплового подслоя на расстоянии *x*, м, от кромки пластины определяют как

$$k = \frac{4{,}96 \cdot x}{\mathrm{Re}_x^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{0,33}}. \qquad (3.42)$$

Для определения коэффициента теплоотдачи пластины, омываемой продольным потоком жидкости при ламинарном режиме в пограничном слое, можно рекомендовать следующие приближенные формулы при значениях чисел $\mathrm{Re}_{ж,x} < 10^4$

$$\mathrm{Nu}_{ж,x} = 0{,}33\mathrm{Re}_{ж,x}^{0,5} \cdot \mathrm{Pr}_ж^{0,33} \left(\mathrm{Pr}_ж / \mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}, \qquad (3.43)$$

где $\mathrm{Nu}_{ж,x} = \dfrac{\alpha x}{\lambda_ж}$; $\mathrm{Re}_{ж,x} = \dfrac{\omega_0 x}{\nu_ж}$; $\mathrm{Pr}_ж = \dfrac{\nu_ж}{a_ж}$; $\mathrm{Pr}_{ст} = \dfrac{\nu_{ст}}{a_{ст}}$.

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,l}} = 0{,}66\mathrm{Re}_{ж,l}^{0,5} \cdot \mathrm{Pr}_ж^{0,33} \left(\mathrm{Pr}_ж / \mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}. \qquad (3.44)$$

За определяющую температуру принята температура набегающего потока вдали от стенки ($\mathrm{Pr}_{ст}$ берется по температуре стенки);

за определяющую скорость – скорость набегающего потока;

за определяющий размер – длина пластины по направлению потока.

Для воздуха при $\mathrm{Re}_{ж,x} < 10^4$ формула упрощается

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,l}} = 0{,}57\mathrm{Re}_{ж,l}^{0,5}. \qquad (3.45)$$

Влияние естественной конвекции на теплоотдачу в этих формулах не учитывается.

Для одной и той же жидкости при t_0 = const и Re = const интенсивность теплоотдачи зависит и от *направления теплового потока*, т.е. от того, нагревается или охлаждается данная жидкость. Т.к. физические константы выбираются по $\bar{t}$, то для жидкости и стенки в случаях нагревания и охлаждения они будут различны. Например, при охлаждении жидкости у стенки ее температура падает, а динамическая вязкость жидкости у стенки увеличивается, что приводит к снижению интенсивности теплоотдачи.

Предложено зависимость теплоотдачи жидкости от направления теплового потока учитывать путем введения в уравнения множителя $\left(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}$.

Индексы указывают, при какой температуре нужно брать величины ν и *a* – жидкости вдали от стенки или по температуре стенки.

При нагревании жидкости $\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25} > 1$, при охлаждении – наоборот.

Учитывать зависимость физических свойств жидкостей и газов также можно путем введения в критериальные уравнения вместо $\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}$ поправок:

$\left(\mu_{ж}/\mu_{ст}\right)^{0,11}$ – при нагревании жидкостей;

$\left(\mu_{ж}/\mu_{ст}\right)^{0,25}$ – при охлаждении жидкостей;

$\left(T_{ж}/T_{ст}\right)^{0,5}$ – при нагревании газов;

$\left(T_{ж}/T_{ст}\right)^{0,36}$ – при охлаждении газов.

Применение указанных поправок тем более оправдано в турбулентном режиме течения, где поправка $\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}$ дает ошибку в определении α до 30%.

При турбулентном гидродинамическом пограничном слое у поверхности пластины образуется тонкий слой ламинарно текущей жидкости, называемый ламинарным подслоем, в котором происходит основное изменение скорости потока. Также в ламинарном подслое происходят почти все изменения температуры текущей жидкости.

Для определения коэффициента теплоотдачи капельных жидкостей при турбулентном пограничном слое у поверхности пластины рекомендуется при значениях критерия $\mathrm{Re}_{ж,l} > 4\cdot10^{6}$ следующее уравнение

$$\mathrm{Nu}_{ж,x} = 0{,}0296\mathrm{Re}_{ж,x}^{0,8}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}, \tag{3.46}$$

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,l}} = 0{,}037\mathrm{Re}_{ж,l}^{0,8}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}. \tag{3.47}$$

За определяющую температуру в уравнениях принята температура жидкости вдали от пластины; за определяющий размер берется длина пластины по направлению потока.

Для воздуха при Pr ≈ 0,7 уравнение упрощается и принимает вид:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,l}} = 0{,}032\mathrm{Re}_{ж,l}^{0,8}. \tag{3.48}$$

Толщину гидродинамического подслоя на расстоянии *x* от кромки пластины определяют как:

$$\delta = \frac{0{,}37\cdot x}{\mathrm{Re}_{x}^{0,2}}. \tag{3.49}$$

Опыты показывают, что при развитом турбулентном течении жидкости теплоотдача не зависит от числа Gr и, следовательно, в передаче всего количества теплоты принимает участие не естественная, а вынужденная конвекция.

Пример 3.9.1

Тонкая пластина омывается потоком воздуха со скоростью W = 2 м/с при температуре t = 50 °С. Определить в сечениях x_1 = 0,2 м и x_2 = 0,3 м характер течения в пограничном слое и найти: а) толщины динамического пограничного слоя; б) локальные коэффициенты теплоотдачи для случая t_c = const; в) средний коэффициент теплоотдачи на длине x = 0,5 м.

Решение:

Определяем режимы течения:

$$\mathrm{Re}_{ж,x1} = \frac{\omega_0 x}{\nu_ж} = \frac{2 \cdot 0{,}2}{17{,}95 \cdot 10^{-6}} = 2{,}23 \cdot 10^4 < 5 \cdot 10^5,$$

$$\mathrm{Re}_{ж,x2} = \frac{\omega_0 x}{\nu_ж} = \frac{2 \cdot 0{,}3}{17{,}95 \cdot 10^{-6}} = 3{,}34 \cdot 10^4 < 5 \cdot 10^5.$$

На обоих заданных расстояниях от кромки пластины сохраняется ламинарный режим течения.

Толщины гидродинамического пограничного слоя на указанных расстояниях от кромки составит:

$$\delta_1 = \frac{4{,}96 \cdot x_1}{\mathrm{Re}_x^{0,5}} = \frac{4{,}96 \cdot 0{,}2}{\left(2{,}23 \cdot 10^4\right)^{0,5}} = 0{,}0066 \text{ м},$$

$$\delta_2 = \frac{4{,}96 \cdot x_2}{\mathrm{Re}_x^{0,5}} = \frac{4{,}96 \cdot 0{,}3}{\left(3{,}34 \cdot 10^4\right)^{0,5}} = 0{,}0081 \text{ м}.$$

Определим локальные коэффициенты теплоотдачи:

$$\mathrm{Nu}_{ж,x1} = 0{,}33 \cdot \left(2{,}23 \cdot 10^4\right)^{0,5} \cdot \left(0{,}698\right)^{0,33} = 43{,}8,$$

$$\mathrm{Nu}_{ж,x1} = \frac{\alpha_1 x_1}{\lambda_ж}.$$

$$\alpha_1 = \frac{\mathrm{Nu}_{ж,x1} \cdot \lambda_ж}{x_1} = \frac{43{,}8 \cdot 0{,}0283}{0{,}2} = 6{,}2 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{К}}.$$

$$\mathrm{Nu}_{ж,x2} = 0{,}33 \cdot \left(3{,}34 \cdot 10^4\right)^{0,5} \cdot \left(0{,}698\right)^{0,33} = 53{,}6,$$

$$\mathrm{Nu}_{ж,x2} = \frac{\alpha_2 x_2}{\lambda_ж}.$$

$$\alpha_2 = \frac{\mathrm{Nu}_{ж,x2} \cdot \lambda_ж}{x_2} = \frac{53{,}6 \cdot 0{,}0283}{0{,}3} = 5{,}06 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{К}}.$$

Средний по длине пластины коэффициент теплоотдачи для условий ламинарного течения:

$$\overline{Nu_{ж,l}} = 0{,}66 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}5}{17{,}95 \cdot 10^{-6}} \right)^{0{,}5} \cdot \left(0{,}698\right)^{0{,}33} = 138{,}4.$$

$$\bar{\alpha} = \frac{Nu \cdot \lambda_ж}{l} = \frac{138{,}4 \cdot 0{,}0283}{0{,}5} = 7{,}83 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К}.$$

Пример 3.9.2

Плоская стенка длиной l = 3 м и шириной b = 1,8 м омывается продольным потоком воздуха, скорость которого w = 5 м/с и температура t = 30 °С. Температура поверхности стенки t_c = 250 °С. Определить средний по длине стенки коэффициент теплоотдачи и количество тепла, отдаваемое воздуху.

Решение:

Определим режим течения воздуха вдоль стенки:

$$Re_{ж,l} = \frac{\omega \cdot l}{\nu_ж} = \frac{5 \cdot 3}{16 \cdot 10^{-6}} = 9{,}3 \cdot 10^5 > 5 \cdot 10^5 .$$

Режим турбулентный.

Средний по длине стенки коэффициент теплоотдачи составит:

$$\overline{Nu_{ж,l}} = 0{,}0296 \cdot \left(9{,}3 \cdot 10^5\right)^{0{,}8} \cdot \left(0{,}701\right)^{0{,}4} = 1528 .$$

$$\overline{Nu_{ж,l}} = \frac{\bar{\alpha} l}{\lambda_ж}.$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu}_{ж,l} \cdot \lambda_ж}{l} = \frac{1528 \cdot 0{,}0267}{3} = 13{,}6 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К}.$$

Количество теплоты, отдаваемой одной стороной плоской стенки воздуху, определится по закону Ньютона–Рихмана:

$$Q = \bar{\alpha} \vartheta_c F = 13{,}6 \cdot \left(250 - 30\right) \cdot 3 \cdot 1{,}8 = 16156 \text{ Вт}.$$

Пример 3.9.3

Электрическая шина, выполненная из стали с размерами $l \times b \times \delta$ = 5×0,05×0,001 м ($\rho_{эл}$ = 0,13· 10^{-6} Ом · м) охлаждается продольным потоком воздуха с w = 20 м/с и t = 20 °С. По шине, вдоль ее длины, пропускается электрический ток I = 100 А. Вычислить максимальную и среднюю по поверхности шины температуры, если:

а) шина обдувается вдоль ее ширины b;

б) шина обдувается вдоль ее длины l.

Принять граничные условия 2 рода (тепловой поток с поверхности шины q_c = const).

Решение:

Определим режимы движения воздуха вдоль шины.

а) вдоль ширины:

$$\mathrm{Re}_{ж,b} = \frac{\omega \cdot b}{\nu_ж} = \frac{20 \cdot 0{,}05}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 6{,}6 \cdot 10^4 < 5 \cdot 10^5 .$$

Режим ламинарный.

б) вдоль длины:

$$\mathrm{Re}_{ж,l} = \frac{\omega \cdot l}{\nu_ж} = \frac{20 \cdot 5}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 6{,}6 \cdot 10^6 > 5 \cdot 10^5 .$$

Режим турбулентный.

Тепловой поток, передаваемый от шины к воздуху:

$$Q = I \cdot U = I^2 R = I^2 \cdot \frac{\rho_{эл} \cdot l}{f_{сеч}} = 100^2 \cdot \frac{0{,}13 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{0{,}05 \cdot 0{,}001} = 130 \text{ Вт} .$$

В то же время согласно закону Ньютона–Рихмана:

$$Q = \bar{\alpha}\left(\bar{t}_c - t_\infty\right) \cdot l \cdot b .$$

Средний коэффициент теплоотдачи для режима а) при q_c = const:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,b} = 0{,}69 \cdot \left(6{,}6 \cdot 10^4\right)^{0{,}5} \cdot \left(0{,}703\right)^{0{,}33} = 157{,}8 .$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,b} = \frac{\bar{\alpha} b}{\lambda_ж}.$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,b} \cdot \lambda_ж}{b} = \frac{157{,}8 \cdot 0{,}0259}{0{,}05} = 81{,}74 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{К}}.$$

Определим среднюю по ширине шины температуру ее поверхности:

$$Q = \bar{\alpha}\left(\bar{t}_c - t_\infty\right) \cdot l \cdot b.$$

$$\bar{t}_c = 20 + \frac{130}{81{,}74 \cdot \left(2 \cdot 5 \cdot 0{,}05 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}001\right)} = 23{,}1 °\text{C}.$$

Среднюю по длине шины температуру ее поверхности определим с учетом смены режимов течения при преобладании турбулентной области течения:

$$\frac{\alpha \cdot x}{\lambda_ж} = 0{,}0296 \cdot \left(\frac{\omega \cdot x}{\nu_ж}\right)^{0{,}8} \cdot \left(0{,}703\right)^{0{,}43}.$$

$$\alpha = 0{,}0296 \cdot \lambda_ж \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{\omega \cdot x}{\nu_ж}\right)^{0{,}8} \cdot \left(0{,}703\right)^{0{,}43} =$$

$$= 0{,}0296 \cdot 0{,}0259 \cdot \left(\frac{20}{15{,}06 \cdot 10^{-6}}\right)^{0{,}8} \cdot \left(0{,}703\right)^{0{,}43} \cdot x^{-0{,}2} = 52{,}16 \cdot x^{-0{,}2}.$$

Средний по длине шины коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l}\int_0^l \alpha dx = \frac{52{,}16}{l}\cdot\int_0^l x^{-0{,}2}dx = \frac{52{,}16}{l}\cdot\frac{1}{0{,}8}\cdot l^{0{,}8} =$$

$$= \frac{52{,}16}{0{,}8}\cdot l^{-0{,}2} = \frac{52{,}16}{0{,}8\cdot 5^{0{,}2}} = 47{,}3\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{К}}.$$

Для справки $\int_0^l x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$.

Определяем среднюю по длине шины температуру ее поверхности:

$$Q = \bar{\alpha}\left(\bar{t_c} - t_\infty\right)\cdot l\cdot b.$$

$$\bar{t_c} = t_\infty + \frac{Q}{\bar{\alpha}\cdot\left(2\cdot l\cdot b + 2\cdot l\cdot\delta\right)} = 20 + \frac{130}{47{,}3\cdot\left(2\cdot 5\cdot 0{,}05 + 2\cdot 5\cdot 0{,}001\right)} = 25{,}4{}^\circ\text{C}.$$

Максимальная температура на поверхности шины будет определяться в месте, где толщина пограничного слоя максимальна, т.е. в точке смены режимов течения с ламинарного на турбулентный (при $\text{Re}_{\text{кр}} = 5\cdot 10^5$). Определим, на каком расстоянии от кромки шины при ее обдуве по ширине будет происходить смена режимов.

$$\text{Re}_{\text{кр}} = 5\cdot 10^5 = \frac{\omega\cdot x_{\text{кр}}}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{20\cdot x_{\text{кр}}}{15{,}06\cdot 10^{-6}},$$

$$x_{\text{кр}} = \frac{5\cdot 10^5\cdot 15{,}06\cdot 10^{-6}}{20} = 0{,}38\ \text{м}.$$

Смена режимов течения будет наблюдаться на расстоянии от кромки шины, равном 0,38 м, что значительно превышает ширину шины. Значит, при течении воздуха вдоль ширины сохраняется только ламинарный режим течения, и максимальная температура поверхности будет наблюдаться на расстоянии от кромки, равном ширине шины.

Вычислим локальный коэффициент теплоотдачи на дальней кромке шины, считая по ширине:

$$\text{Nu}_{\text{ж},x} = 0{,}46\cdot\left(6{,}6\cdot 10^4\right)^{0{,}5}\cdot\left(0{,}703\right)^{0{,}33} = 105{,}5.$$

$$\text{Nu}_{\text{ж},x} = \frac{\alpha x}{\lambda_{\text{ж}}}.$$

$$\alpha = \frac{\text{Nu}_{\text{ж},x}\cdot\lambda_{\text{ж}}}{b} = \frac{105{,}5\cdot 0{,}0259}{0{,}05} = 54{,}6\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{К}}.$$

Тогда максимальная температура на дальней кромке шины:

$$Q = \alpha\left(t_{\max} - t_\infty\right)\cdot\left(2\cdot l\cdot b + 2\cdot l\cdot\delta\right).$$

$$t_{\max} = t_\infty + \frac{Q}{\alpha\cdot\left(2\cdot l\cdot b + 2\cdot l\cdot\delta\right)} = 20 + \frac{130}{54{,}6\cdot\left(2\cdot 5\cdot 0{,}05 + 2\cdot 5\cdot 0{,}001\right)} = 24{,}7{}^\circ\text{C}.$$

При течении воздуха по длине шины происходит смена режимов течения. Максимальная температура поверхности шины будет наблюдаться в начале турбулентной области, т.е. там, где толщина ламинарного подслоя наибольшая (при $Re_{кр2} = 4 \cdot 10^6$):

$$Re_{кр2} = 4 \cdot 10^6 = \frac{\omega \cdot x_{кр2}}{\nu_ж} = \frac{20 \cdot x_{кр2}}{15{,}06 \cdot 10^{-6}},$$

$$x_{кр2} = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 15{,}06 \cdot 10^{-6}}{20} = 3{,}012 \text{ м}.$$

Локальный коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = 52{,}16 \cdot \left(3{,}012\right)^{-0{,}2} = 41{,}84 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{К}}.$$

Максимальная температура поверхности шины при течении воздуха по ее длине:

$$Q = \alpha\left(t_{max} - t_\infty\right) \cdot \left(2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot \delta\right).$$

$$t_{max} = t_\infty + \frac{Q}{\alpha \cdot \left(2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot \delta\right)} = 20 + \frac{130}{41{,}84 \cdot \left(2 \cdot 5 \cdot 0{,}05 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}001\right)} = 26{,}09°\text{C}.$$

Пример 3.9.4

Вычислить среднюю плотность теплового потока на боковой поверхности вагона-холодильника при движении поезда со скоростью W = 80 км/ч, если известно, что температура наружного воздуха t = 25 °С, температура внутренней поверхности стенки вагона t_c = 0 °С. Принять термическое сопротивление теплопроводности стенки вагона δ/λ = 0,3 м^2·°К/Вт, а длину стенки вагона l = 10 м.

Решение:

Определяем режим обтекания стенки вагона потоком воздуха:

$$Re_{ж,l} = \frac{\omega \cdot l}{\nu_ж} = \frac{80 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot 10}{15{,}53 \cdot 10^{-6}} = 1{,}4 \cdot 10^7 > 5 \cdot 10^5.$$

Режим турбулентный.

Тогда, средний коэффициент теплоотдачи воздуха к наружной поверхности стенки вагона-холодильника:

$$\overline{Nu_{ж,l}} = 0{,}037 \cdot \left(1{,}4 \cdot 10^7\right)^{0{,}8} \cdot \left(0{,}702\right)^{0{,}43} = 16559.$$

$$\overline{Nu}_{ж,l} = \frac{\overline{\alpha} l}{\lambda_ж}.$$

$$\overline{\alpha_1} = \frac{\overline{Nu}_{ж,l} \cdot \lambda_ж}{l} = \frac{16559 \cdot 0{,}0263}{10} = 43{,}66 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{К}}.$$

Плотность теплового потока на боковой стенке вагона-холодильника определится:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{c2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda}} = \frac{25 - 0}{\frac{1}{43{,}66} + 0{,}3} = 77{,}4 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

3.10. Конвективный теплообмен при вынужденном обтекании тел сжимаемой жидкостью

При значении числа Маха $M \le 0{,}25$ течение газа практически не отличается от течения несжимаемой (капельной) жидкости.

При обтекании сжимаемым газом ($M > 0{,}25$) тел в их лобовой части кинетическая энергия газа в значительной степени переходит в теплоту трения, в связи с чем температура потока в пристенном слое достигает высоких значений. При этом в пограничном слое возникает высокий градиент температур газа, что приводит к необходимости учета зависимости физических свойств газа от температуры.

Введены понятия энтальпии торможения $i_{0ж}$

$$i_{0ж} = i_{ж} + \frac{w_{ж}^2}{2} \tag{3.50}$$

и температуры торможения $T_{0ж}$

$$T_{0ж} = T_{ж} + \frac{w_{ж}^2}{2 \cdot c_p} \tag{3.51}$$

(при условии c_p=const).

Для идеального газа скорость звука

$$a_{ж} = \sqrt{k \cdot R \cdot T_{ж}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_{\vartheta}} \cdot \left(c_p - c_{\vartheta}\right) \cdot T_{ж}}, \tag{3.52}$$

откуда

$$T_{ж} = \frac{a_{ж}^2}{\frac{c_p}{c_{\vartheta}} \cdot \left(c_p - c_{\vartheta}\right)}. \tag{3.53}$$

Разделим обе части уравнения $T_{0ж} = T_{ж} + \frac{w_{ж}^2}{2 \cdot c_p}$ на $T_{ж}$ и подставим в правую часть значение $T_{ж} = \frac{a_{ж}^2}{\frac{c_p}{c_{\vartheta}} \cdot \left(c_p - c_{\vartheta}\right)}$. Тогда

$$\frac{T_{0ж}}{T_{ж}} = 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2, \tag{3.54}$$

где $M = \frac{w_{ж}}{a_{ж}}$ – число Маха.

Установлено, что при Pr = 1 температура торможения $T_{0ж}$ становится равной температуре адиабатной стенки $T_{а.с.}$

Если ввести понятие коэффициента восстановления температуры r:

то $r = \dfrac{T_{а.с.} - T_ж}{T_{0ж} - T_ж} = \sqrt{\mathrm{Pr}}$ справедливо при изменении Pr от 0,5 до 2.

Если температура поверхности $T_с > T_{а.с.}$, то тепловой поток направлен от стенки к газу ($q_с > 0$).

Если температура поверхности $T_с = T_{а.с.}$, то тепловой поток $q_c = 0$, хотя при этом $T_с > T_ж$.

Если температура поверхности $T_с < T_{а.с.}$, то тепловой поток направлен от газа к стенке ($q_с < 0$), хотя при этом может быть $T_с > T_ж$.

Очевидно, что при попытке вычислить q_c по закону Ньютона–Рихмана как $q_c = \alpha\left(T_c - T_ж\right)$ мы получили бы результаты, противоречащие действительности.

Поэтому при высоких скоростях газа (при M > 0,25) α следует относить к разности температур между температурой стенки $T_с$ и адиабатной температурой стенки $T_{а.с.}$

$$q_c = \alpha\left(T_c - T_{а.с.}\right). \tag{3.55}$$

Поскольку $T_{а.с.} = T_ж + r \cdot \left(T_{0ж} - T_ж\right)$, и $T_{0ж} = T_ж + T_ж \cdot \dfrac{k-1}{2} \cdot M^2$, то

$$\frac{T_{а.с.}}{T_ж} = 1 + r \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M^2, \tag{3.56}$$

откуда следует, что при $M \to 0$ $T_{а.с.} = T_ж$.

В этом случае тепловой поток q_c рассчитывается как $q_c = \alpha\left(T_c - T_ж\right)$.

Для сжимаемых капельных жидкостей используется формула:

$$\frac{T_{а.с.}}{T_ж} = 1 + r \cdot \frac{w_ж^2}{c_p \cdot T_ж} \cdot M^2. \tag{3.57}$$

Расчет теплоотдачи при обтекании изотермической пластины сжимаемым газом можно проводить, используя метод определяющей температуры T*:

$$T^* = T_ж + 0{,}5 \cdot \left(T_c - T_ж\right) + 0{,}22 \cdot \left(T_{а.с.} - T_ж\right). \tag{3.58}$$

Зная температуру T* по таблицам свойств газа находят ρ*, ν*, c_p*, Pr*.

Рассчитывают коэффициент трения

$$c_f^* = \frac{0{,}664}{\sqrt{\mathrm{Re}_x^*}} \tag{3.59}$$

и число Стантона

$$\mathrm{St}^* = \frac{c_f^*}{2 \cdot \left(\mathrm{Pr}^*\right)^{2/3}}. \tag{3.60}$$

При этом

$$\mathrm{Nu}_x = \mathrm{St}\cdot\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr} = \frac{\alpha\cdot x}{\lambda_{ж}} = \frac{q_c\cdot x}{\left(T_c - T_{\text{а.с.}}\right)\cdot\lambda_{ж}} = \frac{c_f}{2}\cdot\mathrm{Re}_x\cdot\mathrm{Pr}^{0{,}33}. \qquad (3.61)$$

Зная критерий Стантона, далее вычисляют α:

$$\mathrm{St}^* = \frac{\alpha}{\rho^*\cdot c_p^*\cdot w_{ж}}, \qquad (3.62)$$

и плотность теплового потока $q_c = \alpha\left(T_c - T_{\text{а.с.}}\right)$.

При этом адиабатную температуру стенки находят как

$$r = \frac{T_{\text{а.с.}} - T_{ж}}{T_{0ж} - T_{ж}} = \sqrt{\mathrm{Pr}^*}, \qquad (3.63)$$

где $T_{0ж} = T_{ж} + \dfrac{w_{ж}^2}{2\cdot c_p}$.

Значит,

$$T_{\text{а.с.}} = T_{ж} + r\cdot\frac{w_{ж}^2}{2\cdot c_p}. \qquad (3.64)$$

Приведенный выше метод справедлив при незначительных изменениях c_p и Pr при изменении температуры.

Если требуется учесть изменение всех свойств газа от температуры, то используют метод определяющей энтальпии i^*:

$$i^* = i_{ж} + 0{,}5\cdot\left(i_c - i_{ж}\right) + 0{,}22\cdot\left(i_{\text{а.с.}} - i_{ж}\right). \qquad (3.65)$$

Коэффициент восстановления энтальпии

$$r_i = \frac{i_{\text{а.с.}} - i_{ж}}{i_{0ж} - i_{ж}} = \sqrt{\mathrm{Pr}^*}, \qquad (3.66)$$

где $i_{0ж} = i_{ж} + \dfrac{w_{ж}^2}{2}$.

Значит,

$$i_{\text{а.с.}} = i_{ж} + r_i\cdot\frac{w_{ж}^2}{2}. \qquad (3.67)$$

Число Стантона

$$\mathrm{St}^* = \frac{\alpha_i}{\rho^*\cdot w_{ж}} = \frac{c_f^*}{2\cdot\left(\mathrm{Pr}^*\right)^{2/3}}. \qquad (3.68)$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_i = \frac{q_c}{i_c - i_{\text{а.с.}}}. \qquad (3.69)$$

3.11. Теплообмен при поперечном омывании одиночной трубы

Процесс теплоотдачи в поперечном потоке жидкости, омывающей одиночную круглую трубу, характеризуется рядом особенностей. Плавное, безотрывное омывание поверхности круглой трубы наблюдается только при Re < 5 (рисунок 3.11.1).

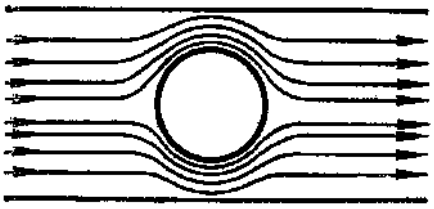


Рисунок 3.11.1. – Поперечное обтекание трубы в канале при Re < 5

При бóльших значениях Re условия омывания лобовой и кормовой половин трубы совершенно различны (рисунок 3.11.2).

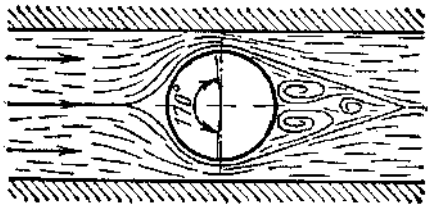


Рисунок 3.11.2. – Поперечное обтекание трубы в канале при Re > 5

Ламинарный пограничный слой, образующийся в лобовой части трубы, отрывается от ее поверхности и в кормовой части образуются *два симметричных вихря*. Только 45–47% (или при углах φ = 80–85°, считая от лобовой точки) поверхности трубы омывается потоком жидкости безотрывно, вся остальная ее часть находится в вихревой зоне.

Чем больше скорость потока, тем при бóльших углах φ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя.

При больших значениях числа Re ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный, а отрыв слоя происходит при φ = 120–130°. Это смещение приводит к уменьшению вихревой зоны в кормовой части трубы, и обтекание ее улучшается.

Статическое давление ниже в лобовой части трубы (из-за уменьшения сечения потока при обтекании) и выше в кормовой. Вместе с тем за кормовой частью кинетическая энергия потока выше за счет проникающих в пограничный слой пульсаций от вихрей.

Турбулентный пограничный слой появляется при значительных числах $Re = 1 \cdot 10^5 – 4 \cdot 10^5$.

В лобовой части трубы (при $\varphi = 0$) коэффициент теплоотдачи имеет наибольшее значение, т.к. пограничный слой имеет наименьшую толщину (рисунок 3.11.3).

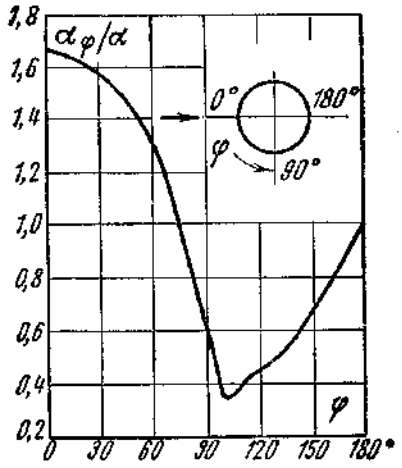


Рисунок 3.11.3. – Отношение локального коэффициента теплоотдачи α_φ к среднему α при поперечном обтекании трубы в канале в зависимости от угла φ, считая от лобовой точки

По мере движения жидкости вдоль поверхности толщина пограничного слоя увеличивается и достигает максимального значения почти у экватора, а коэффициент теплоотдачи уменьшается.

За экватором кормовая часть цилиндра омывается жидкостью, имеющей сложный вихревой характер движения, при этом *происходит разрушение пограничного слоя*, а коэффициент теплоотдачи увеличивается, достигая максимального значения при $\varphi = 180°$, и может сравняться с теплоотдачей в лобовой части трубы.

Средний коэффициент теплоотдачи по окружности одиночной трубы:

– при $Re_{ж,d} = 40–1000$

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0{,}52 Re_{ж,d}^{0,5} \cdot Pr_ж^{0,37} \left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25}; \quad (3.70)$$

– при $Re_{ж,d} = 1000–2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0{,}26 Re_{ж,d}^{0,6} \cdot Pr_ж^{0,37} \left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25}; \quad (3.71)$$

– при $Re_{ж,d} = 2 \cdot 10^5–10^7$

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0{,}023 Re_{ж,d}^{0,8} \cdot Pr_ж^{0,4} \left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25}. \quad (3.72)$$

За определяющий линейный размер принят внешний диаметр трубы, за определяющую температуру – средняя температура жидкости, скорость отнесена к самому узкому сечению канала, в котором расположена труба.

Число Nu в лобовой точке

$$\mathrm{Nu}_0 = 1{,}14\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,5}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0,364}. \qquad (3.73)$$

Если угол атаки ψ < 90°, то коэффициент теплоотдачи для ψ = 90° нужно умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_\psi < 1$:

$$\overline{\alpha_\psi} = \overline{\alpha_{90}}\cdot\left(1-0{,}54\cdot\cos^2\psi\right) \qquad (3.74)$$

или приближенно

$$\overline{\alpha_\psi} = \overline{\alpha_{90}}\cdot\sqrt{\sin\psi}\,. \qquad (3.75)$$

При Re = 150÷1000 в кормовой части трубы наблюдается последовательное отрывание и образование нового вихря, в результате чего за кормовой частью образуется дорожка вихрей. Чередование отрывов и образований вихрей создают поперечную силу, стремящуюся к поперечному колебанию трубы (этим объясняется наличие звука гудения при обтекании цилиндрических тел).

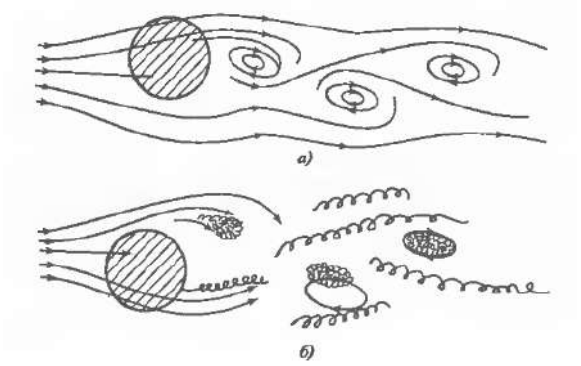


Рисунок 3.11.4. – Цепочка вихрей в кормовой части поперечно обтекаемой трубы

Пример 3.11.1

Ртутный термометр для измерения температуры потока воздуха, движущегося в трубе со скоростью *w* = 5 м/с, расположен под углом φ = 60° к направлению потока. Среднемассовая температура воздуха в трубе $t_ж$ =100 °С, температура термометра в месте, где он проходит через стенку трубы, t_0 = 60 °С. Наружный диаметр термометра *d* = 5 мм, толщина стенок стеклянной (λ = 0,96 Вт/(м·°К)) колбы δ = 1 мм. Оценить погрешность в показаниях термометра за счет отвода теплоты вдоль его стенок, если длина погруженной части термометра в поток *l* = 50 мм.

Решение:

Определяем режим обтекания термометра потоком воздуха:

$$\mathrm{Re} = \frac{w\cdot d}{\nu_ж} = \frac{5\cdot 5\cdot 10^{-3}}{23{,}13\cdot 10^{-6}} = 1080 > 1000.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи воздуха к термометру:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}} = 0{,}26\mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37} = 0{,}26\cdot 1080^{0{,}6}\cdot 0{,}688^{0{,}37} = 14{,}96.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d} = \frac{14{,}96\cdot 3{,}21\cdot 10^{-2}}{5\cdot 10^{-3}} = 96\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{К}}.$$

С учетом установки термометра под углом к направлению потока коэффициент теплоотдачи будет ниже, чем при поперечном обтекании:

$$\overline{\alpha_{\psi}} = 96\cdot\left(1-0{,}54\cdot\cos^2 60\right) = 83\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{К}}.$$

Температурный перепад на конце термометра должен быть как можно ближе к нулю, чтобы свести к минимуму ошибку в измерении температуры. Этот температурный перепад можно определить по формуле

$$\vartheta_{x=\ell} = \frac{\vartheta_1}{\mathrm{ch}(m\ell)}.$$

Здесь $\vartheta_1 = t_{ж} - t_0 = 100 - 60 = 40°\text{C}$ – перепад температуры в месте заделки термометра.

Параметр «ребра» m:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}} = \sqrt{\frac{83\cdot\left(\pi\cdot 0{,}005 - \pi\cdot 0{,}003\right)}{0{,}96\cdot\frac{\pi}{4}\cdot\left(0{,}005^2 - 0{,}003^2\right)}} = 208,$$

$$m\ell = 208\cdot 0{,}05 = 10{,}4,$$

$$\mathrm{ch}\left(m\ell\right) = 1{,}6\cdot 10^4.$$

Таким образом, температурный перепад на конце термометра составляет:

$$\vartheta_{x=\ell} = \frac{40}{1{,}6\cdot 10^4} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\ °\text{C}.$$

Значит, относительная ошибка в определении температуры воздуха стремится к нулю:

$$\Delta = \frac{2{,}5\cdot 10^{-3}}{100}\cdot 100\% = 2{,}5\cdot 10^{-3}\%.$$

Если для защиты от разрушения термометр заключили бы в медную гильзу (λ = 384 Вт/(м·°К)) диаметром 8×1 мм, то ошибка в измерении температуры воздуха была бы выше. Выполним перерасчет под эти условия.

$$\mathrm{Re} = \frac{w\cdot d}{\nu_{ж}} = \frac{5\cdot 8\cdot 10^{-3}}{23{,}13\cdot 10^{-6}} = 1729 > 1000.$$

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0{,}26 Re_{ж,d}^{0{,}6} \cdot Pr_{ж}^{0{,}37} = 0{,}26 \cdot 1729^{0{,}6} \cdot 0{,}688^{0{,}37} = 19{,}84 .$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda_{ж}}{d} = \frac{19{,}84 \cdot 3{,}21 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-3}} = 80 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К}.$$

$$\overline{\alpha_{\psi}} = 80 \cdot \left(1 - 0{,}54 \cdot \cos^2 60\right) = 69 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К} .$$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}} = \sqrt{\frac{69 \cdot \left(\pi \cdot 0{,}008 - \pi \cdot 0{,}006\right)}{384 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(0{,}008^2 - 0{,}006^2\right)}} = 7{,}17,$$

$$m\ell = 7{,}17 \cdot 0{,}05 = 0{,}36,$$

$$ch\left(m\ell\right) = 1{,}07.$$

Таким образом, температурный перепад на конце термометра составляет:

$$\vartheta_{x=\ell} = \frac{40}{1{,}07} = 37\ °C.$$

Значит, относительная ошибка в определении температуры воздуха:

$$\Delta = \frac{37}{100} \cdot 100\% = 37\%.$$

Пример 3.11.2

Воздушный поток со скоростью 1 м/с и температурой 10 °С обдувает электропровод диаметром 5 мм под углом атаки 60°. Найти коэффициент теплоотдачи и силу тока в проводе, если удельное электросопротивление провода $0{,}15 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, а температура на поверхности 90 °С.

Решение:

Определяем режим обтекания провода воздухом:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu_{ж}} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{14{,}16 \cdot 10^{-6}} = 353{,}1 < 1000 .$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от провода к воздуху:

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0{,}52 \cdot Re_{ж,d}^{0{,}5} \cdot Pr_{ж}^{0{,}37} = 0{,}52 \cdot \left(353{,}1\right)^{0{,}5} \cdot \left(0{,}705\right)^{0{,}37} = 8{,}4$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda_{ж}}{d} = \frac{8{,}4 \cdot 2{,}51 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 42{,}15 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К}.$$

С учетом положения провода под углом к направлению потока коэффициент теплоотдачи будет ниже, чем при поперечном обтекании:

$$\overline{\alpha_{\psi}} = 42{,}15 \cdot \left(1 - 0{,}54 \cdot \cos^2 60\right) = 40{,}7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^{\circ}\text{К}}.$$

Силу тока в проводе определим из теплового баланса:

$$I^2 \cdot \frac{\rho_{эл} \cdot l}{f_c} = Q = \bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right) \cdot \pi \cdot d \cdot l,$$

$$I^2 \cdot \frac{4 \cdot \rho_{эл}}{\pi^2 \cdot d^3} = \bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right),$$

$$I = \pi \cdot \sqrt{\bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right) \cdot \frac{d^3}{4 \cdot \rho_{эл}}} = \pi \cdot \sqrt{40{,}7 \cdot \left(90 - 10\right) \cdot \frac{\left(0{,}005\right)^3}{4 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-6}}} = 81{,}8 \text{ А}.$$

Пример 3.11.3

По данным предыдущего примера определить, как изменяется коэффициент теплоотдачи и сила тока, если:

1) увеличить скорость воздуха в 4 раза,
2) увеличить диаметр привода в 4 раза,
3) увеличить давление воздуха в 6 раз.

Решение:

1) определяем режим обтекания провода воздухом:

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d}{\nu_{ж}} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{14{,}16 \cdot 10^{-6}} = 1412{,}4 > 1000 .$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от провода к воздуху:

$$\overline{\text{Nu}_{ж,d}} = 0{,}26 \cdot \text{Re}_{ж,d}^{0{,}6} \cdot \text{Pr}_{ж}^{0{,}37} = 0{,}26 \cdot \left(1412{,}4\right)^{0{,}6} \cdot \left(0{,}705\right)^{0{,}37} = 17{,}7 .$$

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\text{Nu}} \cdot \lambda_{ж}}{d} = \frac{17{,}7 \cdot 2{,}51 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 88{,}85 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^{\circ}\text{К}},$$

$$\overline{\alpha_{\psi}} = 88{,}85 \cdot \left(1 - 0{,}54 \cdot \cos^2 60\right) = 76{,}86 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^{\circ}\text{К}}.$$

Сила тока:

$$I^2 \cdot \frac{\rho_{эл} \cdot l}{f_c} = Q = \bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right) \cdot \pi \cdot d \cdot l,$$

$$I^2 \cdot \frac{4 \cdot \rho_{эл}}{\pi^2 \cdot d^3} = \bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right),$$

$$I = \pi \cdot \sqrt{\bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_c} - t_{ж}\right) \cdot \frac{d^3}{4 \cdot \rho_{эл}}} = \pi \cdot \sqrt{76{,}86 \cdot \left(90 - 10\right) \cdot \frac{\left(0{,}005\right)^3}{4 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-6}}} = 112{,}44 \text{ А}.$$

Теплоотдача увеличилась в 76,86/40,7=1,888 раз.

Допустимая сила тока увеличилась в 112,44/81,8=1,375 раз.

2) определяем режим обтекания провода воздухом:

$$\mathrm{Re}=\frac{w\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{1\cdot 20\cdot 10^{-3}}{14{,}16\cdot 10^{-6}}=1412{,}4>1000\,.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от провода к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}}=0{,}26\cdot \mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37}=0{,}26\cdot\left(1412{,}4\right)^{0{,}6}\cdot\left(0{,}705\right)^{0{,}37}=17{,}7\,.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{17{,}7\cdot 2{,}51\cdot 10^{-2}}{20\cdot 10^{-3}}=22{,}21\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}},$$

$$\overline{\alpha_{\psi}}=22{,}21\cdot\left(1-0{,}54\cdot\cos^2 60\right)=19{,}21\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Сила тока:

$$I=\pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{эл}}}=\pi\cdot\sqrt{19{,}21\cdot\left(90-10\right)\cdot\frac{\left(0{,}02\right)^3}{4\cdot 0{,}15\cdot 10^{-6}}}=449{,}7\ \text{А}\,.$$

Теплоотдача уменьшилась в 40,7/19,21 = 2,12 раза.

Допустимая сила тока увеличилась в 449,7/81,8 = 5,5 раз.

3) $$\frac{P_{абс1}}{\rho_1}=RT=\frac{P_{абс3}}{\rho_3}=\frac{6\cdot P_{абс1}}{\rho_3},$$

$$\rho_3=6\cdot\rho_1.$$

Плотность воздуха возрастает пропорционально росту давления при неизменных прочих условиях.

$$P_{абс1}=P_{атм}+\frac{\rho_1 w_1^2}{2},$$

$$P_{абс3}=P_{атм}+\frac{\rho_3 w_3^2}{2}=6\cdot P_{абс1}=6\cdot P_{атм}+3\cdot\rho_1 w_1^2,$$

$$w_3=\sqrt{\frac{10\cdot P_{атм}+6\cdot\rho_1 w_1^2}{\rho_3}}=\sqrt{\frac{10\cdot P_{атм}+6\cdot\rho_1 w_1^2}{6\cdot\rho_1}}=$$

$$=\sqrt{\frac{10\cdot 101325+6\cdot 1{,}247\cdot 1^2}{6\cdot 1{,}247}}=368\ \text{м/с}.$$

$$P_{абс3}=6\cdot P_{атм}+3\cdot\rho_1 w_1^2=6\cdot 101325+3\cdot 1{,}247\cdot 1^2=607954\ \text{Па}.$$

Значит, при увеличении абсолютного давления воздуха в 6 раз скорость воздуха возрастает в 368 раз.

Кинематическую вязкость воздуха определим по формуле

$$\nu = 10^{-6}\cdot\left(13{,}7+0{,}101\cdot t\right)\cdot\frac{98{,}07}{P_{\text{абс3}}} = 10^{-6}\cdot\left(13{,}7+0{,}101\cdot 10\right)\cdot\frac{98{,}07}{607{,}954} =$$

$$= 2{,}373\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Режим обтекания провода воздухом:

$$\text{Re} = \frac{w\cdot d}{\nu} = \frac{368\cdot 5\cdot 10^{-3}}{2{,}373\cdot 10^{-6}} = 7{,}754\cdot 10^5 > 2\cdot 10^5.$$

$$\overline{\text{Nu}_{\text{ж},d}} = 0{,}023\cdot \text{Re}_{\text{ж},d}^{0{,}8}\cdot \text{Pr}_{\text{ж}}^{0{,}4} = 0{,}023\cdot\left(7{,}754\cdot 10^5\right)^{0{,}8}\cdot\left(0{,}7\right)^{0{,}4} = 1027.$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu\cdot c\cdot \rho}{\lambda} = \frac{2{,}373\cdot 10^{-6}\cdot 1005\cdot 6\cdot 1{,}247}{0{,}0251} = 0{,}711.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от провода к воздуху:

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{\text{ж}}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\text{Nu}}\cdot\lambda_{\text{ж}}}{d} = \frac{1027\cdot 2{,}51\cdot 10^{-2}}{5\cdot 10^{-3}} = 5156\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{К}}.$$

$$\overline{\alpha_\psi} = 5156\cdot\left(1-0{,}54\cdot\cos^2 60\right) = 4460\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{К}}.$$

Сила тока:

$$I = \pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c - t_{\text{ж}}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{\text{эл}}}} = \pi\cdot\sqrt{4460\cdot\left(90-10\right)\cdot\frac{\left(0{,}005\right)^3}{4\cdot 0{,}15\cdot 10^{-6}}} = 856{,}5\ \text{А}.$$

Теплоотдача увеличилась в 4460/40,7 = 110 раз.

Допустимая сила тока возросла в 856,5/81,8 = 10,5 раз.

Пример 3.11.4

Цилиндрическая электрошина диаметром 16 мм и длиной 0,4 м охлаждается поперечным потоком сухого воздуха с температурой 20 °С и скоростью 2 м/с. Найти тепловой поток, отдаваемый шиной с поверхности, и допустимую силу тока в ней при условии, что на ее поверхности температура не должна превышать 90°С; удельное электрическое сопротивление равно $0{,}46\cdot 10^{-6}$ Ом·м.

Как изменится коэффициент теплоотдачи и сила тока, если:

1) диаметр шины уменьшить в 2 раза;

2) скорость воздуха увеличить в 3 раза;

3) вместо воздуха использовать трансформаторное масло?

Решение:

Определяем режим обтекания шины воздухом:

$$\mathrm{Re}=\frac{w\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{2\cdot 16\cdot 10^{-3}}{15{,}06\cdot 10^{-6}}=2124{,}8>1000\,.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от шины к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}}=0{,}26\cdot \mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37}=0{,}26\cdot\left(2124{,}8\right)^{0{,}6}\cdot\left(0{,}703\right)^{0{,}37}=22{,}63\,.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{22{,}63\cdot 2{,}59\cdot 10^{-2}}{16\cdot 10^{-3}}=36{,}63\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Допустимая сила тока определится из теплового баланса:

$$I^2\cdot\frac{\rho_{эл}\cdot l}{f_c}=Q=\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\pi\cdot d\cdot l,$$

$$I^2\cdot\frac{4\cdot\rho_{эл}}{\pi^2\cdot d^3}=\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right),$$

$$I=\pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{эл}}}=\pi\cdot\sqrt{36{,}63\cdot\left(90-20\right)\cdot\frac{\left(0{,}016\right)^3}{4\cdot 0{,}46\cdot 10^{-6}}}=237{,}3\text{ А}.$$

Тепловой поток, отдаваемый шиной:

$$Q=36{,}63\cdot\left(90-20\right)\cdot\pi\cdot 0{,}016\cdot 0{,}4=51{,}55\text{ Вт}\,.$$

1) определяем режим обтекания шины воздухом:

$$\mathrm{Re}=\frac{w\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{2\cdot 8\cdot 10^{-3}}{15{,}06\cdot 10^{-6}}=1062{,}4>1000\,.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от шины к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}}=0{,}26\cdot \mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37}=0{,}26\cdot\left(1062{,}4\right)^{0{,}6}\cdot\left(0{,}703\right)^{0{,}37}=14{,}93\,.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{14{,}93\cdot 2{,}59\cdot 10^{-2}}{8\cdot 10^{-3}}=48{,}34\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Допустимая сила тока определится из теплового баланса:

$$I=\pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{эл}}}=\pi\cdot\sqrt{48{,}34\cdot\left(90-20\right)\cdot\frac{\left(0{,}008\right)^3}{4\cdot 0{,}46\cdot 10^{-6}}}=96{,}4\text{ А}.$$

Теплоотдача увеличится в 48,34/36,63 = 1,32 раза.

Допустимая сила тока уменьшится в 237,3/96,4 = 2,462 раз.

2) определяем режим обтекания шины воздухом:

$$\mathrm{Re}=\frac{w\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{6\cdot 16\cdot 10^{-3}}{15{,}06\cdot 10^{-6}}=6374{,}4>1000.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от шины к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}}=0{,}26\cdot \mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37}=0{,}26\cdot\left(6374{,}4\right)^{0{,}6}\cdot\left(0{,}703\right)^{0{,}37}=43{,}75.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{43{,}75\cdot 2{,}59\cdot 10^{-2}}{16\cdot 10^{-3}}=70{,}82\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Допустимая сила тока определится из теплового баланса:

$$I=\pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{эл}}}=\pi\cdot\sqrt{70{,}82\cdot\left(90-20\right)\cdot\frac{\left(0{,}016\right)^3}{4\cdot 0{,}46\cdot 10^{-6}}}=330\ \text{А}.$$

Теплоотдача увеличится в 70,82/36,63 = 1,93 раза.
Допустимая сила тока вырастет в 330/237,3 = 1,39 раз.

3) определяем режим обтекания шины маслом:

$$\mathrm{Re}=\frac{w\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{2\cdot 16\cdot 10^{-3}}{22{,}5\cdot 10^{-6}}=1422>1000.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи от шины к маслу:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}}=0{,}26\cdot \mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}37}\cdot\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{ст}}\right)^{0{,}25}=$$

$$=0{,}26\cdot\left(1422\right)^{0{,}6}\cdot\left(298\right)^{0{,}37}\cdot\left(\frac{298}{50{,}5}\right)^{0{,}25}=260.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{260\cdot 0{,}1106}{16\cdot 10^{-3}}=1797\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Допустимая сила тока определится из теплового баланса:

$$I=\pi\cdot\sqrt{\bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t}_c-t_{ж}\right)\cdot\frac{d^3}{4\cdot\rho_{эл}}}=\pi\cdot\sqrt{1797\cdot\left(90-20\right)\cdot\frac{\left(0{,}016\right)^3}{4\cdot 0{,}46\cdot 10^{-6}}}=1662\ \text{А}.$$

Теплоотдача увеличится в 1797/36,63 = 49 раз.
Допустимая сила тока вырастет в 1662/237,3 = 7 раз.

Пример 3.11.5

Электропровод из алюминия диаметром d = 4 мм и длиной l = 0,7 м, $\rho_{эл} = 2{,}66\cdot10^{-8}$ Ом·м, по которому пропускается ток I = 100 А, обдувается потоком воздуха с w = 6 м/с и t = 20°С. Определить среднюю по длине температуру электропровода для двух случаев:

а) провод обдувается в поперечном направлении;

б) провод обдувается в продольном направлении.

Решение:

а) тепловой поток, отдаваемый проводом воздуху:

$$Q = U\cdot I = I^2R = I^2\frac{\rho_{эл}\cdot l}{f_c} = 100^2\cdot\frac{2{,}66\cdot10^{-8}\cdot0{,}7\cdot4}{\pi\cdot0{,}004^2} = 14{,}8\ \text{Вт}.$$

Определяем режим обтекания провода в поперечном направлении:

$$\mathrm{Re} = \frac{w\cdot d}{\nu_ж} = \frac{6\cdot4\cdot10^{-3}}{15{,}06\cdot10^{-6}} = 1593 > 1000.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}} = 0{,}26\mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot\mathrm{Pr}_ж^{0{,}37} = 0{,}26\cdot1593^{0{,}6}\cdot0{,}703^{0{,}37} = 18{,}7.$$

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_ж},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_ж}{d} = \frac{18{,}7\cdot2{,}59\cdot10^{-2}}{4\cdot10^{-3}} = 121{,}01\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{К}}.$$

Среднюю по длине температуру поверхности провода определим согласно закону Ньютона–Рихмана:

$$Q = \bar{\alpha}\cdot\left(\bar{t_c} - t_ж\right)\cdot\pi\cdot d\cdot l,$$

$$\bar{t_c} = t_ж + \frac{Q}{\bar{\alpha}\cdot\pi\cdot d\cdot l} = 20 + \frac{14{,}8}{121{,}01\cdot\pi\cdot0{,}004\cdot0{,}7} = 33{,}9°\text{C}.$$

б) определяем режим обтекания провода в продольном направлении:

$$\mathrm{Re} = \frac{w\cdot l}{\nu_ж} = \frac{6\cdot0{,}7}{15{,}06\cdot10^{-6}} = 2{,}7\cdot10^5 < 5\cdot10^5.$$

Режим ламинарный. Тогда средний коэффициент теплоотдачи к воздуху:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,l}} = 0{,}66\mathrm{Re}_{ж,l}^{0{,}5}\cdot\mathrm{Pr}_ж^{0{,}33} = 0{,}66\cdot\left(2{,}7\cdot10^5\right)^{0{,}5}\cdot\left(0{,}703\right)^{0{,}33} = 305{,}3.$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}\cdot\lambda_ж}{l} = \frac{305{,}3\cdot2{,}59\cdot10^{-2}}{0{,}7} = 11{,}3\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{К}}.$$

Среднюю по длине температуру поверхности провода определим согласно закону Ньютона–Рихмана:

$$Q = \bar{\alpha} \cdot \left(\bar{t_c} - t_ж \right) \cdot \pi \cdot d \cdot l,$$

$$\bar{t_c} = t_ж + \frac{Q}{\alpha \cdot \pi \cdot d \cdot l} = 20 + \frac{14{,}8}{11{,}3 \cdot \pi \cdot 0{,}004 \cdot 0{,}7} = 168{,}9 °C.$$

3.12. Теплообмен при поперечном омывании пучков труб

Сложная гидродинамическая картина омывания одиночной трубы делается еще более сложной при омывании пучка круглых труб (рисунок 3.12.1).

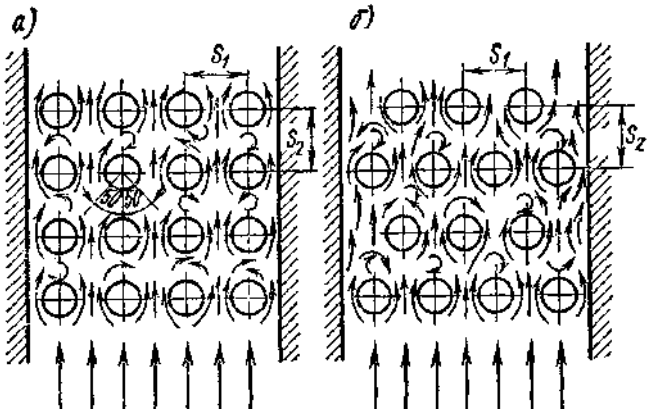


Рисунок 3.12.1. – Вынужденное течение в межтрубном пространстве коридорного (*а*) и шахматного (*б*) пучков гладких труб

Применяются в основном два вида расположения труб в пучках: коридорный и шахматный.

Характеристиками пучка труб считаются:

- внешний диаметр d;
- количество рядов труб n;
- поперечный потоку шаг труб s_1;
- продольный потоку шаг труб s_2;
- относительные шаги (s_1/d, s_2/d).

Если в канале турбулентное движение жидкости, то оно будет турбулентным и в пучке труб, причем степень турбулизации будет возрастать от ряда к ряду, т.к. пучок труб является очень хорошим турбулирующим устройством.

Если в канале перед пучком режим течения был ламинарным, то в зависимости от числа Re в пучке труб может быть как ламинарное, так и турбулентное течение жидкости.

При малых значениях числа Re < 1000 ламинарный режим течения может сохраниться и в пучке труб.

В теплообменных аппаратах, как правило, турбулентное течение жидкости.

Омывание трубок первого ряда, независимо от расположения труб в пучке (шахматное или коридорное), практически не отличается от омывания одиночной трубы и зависит только от начальной турбулентности потока.

Характер омывания следующих рядов труб в обоих пучках изменяется.

Начиная со 2 ряда, *в коридорных пучках* максимум теплоотдачи наблюдается при угле φ = 50°, считая от лобовой точки, т.е. в месте начального удара набегающих струй.

Начиная со 2 ряда, *в шахматных пучках* максимум теплоотдачи наблюдается в лобовой части труб.

При *коридорном* расположении трубы любого ряда затеняются соответственными трубами предыдущего ряда, что ухудшает омывание лобовой части и бóльшая часть поверхности трубы находится в слабой вихревой зоне.

При *шахматном* расположении труб загораживания одних труб другими не происходит. Вследствие этого коэффициент теплоотдачи в шахматных пучках при одинаковых условиях выше, чем в коридорных.

Коэффициент теплоотдачи для труб второго ряда выше, чем для первого, а для третьего ряда выше, чем для второго.

Начиная с третьего ряда поток жидкости стабилизируется и коэффициент теплоотдачи для всех последующих рядов остается величиной постоянной.

Если теплоотдачу третьего ряда принять за 100%, то

– теплоотдача *первого ряда* коридорных и шахматных пучков составляет лишь 60%.

– теплоотдача *второго ряда* коридорного пучка составляет 90%, а шахматного – 70%.

Вместе с этим начальная турбулентность потока (прохождение через вентилятор и/или «улитку» за ним) может изменить эту закономерность, и теплоотдача первых рядов может стать выше теплоотдачи глубинных рядов, где ее интенсивность определяется чисто компоновочными характеристиками.

Средний коэффициент теплоотдачи *третьего ряда* пучка труб:

– при коридорном расположении труб

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}} = 0{,}27\mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}63}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}36}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0{,}25}\cdot\varepsilon_s\,; \qquad (3.76)$$

– при шахматном расположении труб

$$\overline{\mathrm{Nu}_{ж,d}} = 0{,}41\mathrm{Re}_{ж,d}^{0{,}6}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0{,}36}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0{,}25}\cdot\varepsilon_s\,. \qquad (3.77)$$

ε_s учитывает зависимость теплоотдачи от расстояния между трубами.

– для коридорной компоновки $\varepsilon_S = \left(\frac{s_2}{d}\right)^{-0,15}$;

– для шахматной компоновки при $s_1/s_2<2$ $\varepsilon_S = \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{0,166}$;

– для шахматной компоновки при $s_1/s_2\geq 2$ $\varepsilon_S = 1,12$.

За определяющую температуру принята средняя температура жидкости, за определяющую скорость – скорость жидкости в самом узком сечении ряда, за определяющий размер – диаметр трубы.

Формулы справедливы для любых капельных жидкостей и газов.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи для всего пучка в целом определяется по формуле осреднения

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{\alpha}_1 F_1 + \overline{\alpha}_2 F_2 + ... + \overline{\alpha}_n F_n}{F_1 + F_2 + ... + F_n}, \qquad (3.78)$$

где $\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, ..., \overline{\alpha}_n$ – средние коэффициенты теплоотдачи в отдельных рядах труб;

$F_1, F_2, ..., F_n$ – поверхности нагрева каждого ряда.

Часто площади поверхности теплообмена по рядам трубок совпадают. Тогда

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{\alpha}_1 + \overline{\alpha}_2 + ... + (n-2)\overline{\alpha}_3}{n}. \qquad (3.79)$$

Если пучок труб омывается вынужденным потоком жидкости под углом $\psi < 90^0$, то коэффициент теплоотдачи для пучка труб при $\psi = 90^0$ необходимо умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_\psi < 1$, определяемый аналогично одиночной трубе.

Пример 3.12.1

Сравнить коэффициенты теплоотдачи для третьего ряда труб по ходу воздуха для двух воздухоподогревателей, конструктивно выполненных в виде трубных пучков с шахматным расположением труб. Оба пучка обтекаются поперечными потоками воздуха с одинаковой скоростью w = 10 м/с и средней температурой потока $t_ж$ = 100 °С. Диаметры труб в пучках соответственно равны d_1 = 50 мм и d_2 = 25 мм. Сравнение провести при одинаковом для обоих воздухоподогревателей отношении шагов s_1/s_2.

Решение:

С учетом заявленных условий при сравнении двух случаев критериальное уравнение теплоотдачи третьего ряда шахматного пучка гладких труб

$$\overline{Nu_{ж,d}} = 0,41 Re_{ж,d}^{0,6} \cdot Pr_ж^{0,36} \left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25} \cdot \varepsilon_s$$

сократится до вида

$$\begin{cases}\alpha_1 d_1 \sim (d_1)^{0,6},\\ \alpha_2 d_2 \sim (d_2)^{0,6}.\end{cases}$$

Продолжая преобразования:

$$\begin{cases}\alpha_1 \sim (d_1)^{-0,4},\\ \alpha_2 \sim (d_2)^{-0,4},\end{cases}$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{(d_1)^{-0,4}}{(d_2)^{-0,4}}=\frac{(d_2)^{0,4}}{(d_1)^{0,4}}=\frac{(25)^{0,4}}{(50)^{0,4}}=0,5^{0,4}=0,758,$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=1,319.$$

Таким образом, средний коэффициент третьего ряда гладких труб во втором случае будет в 1,319 раз выше, чем при условиях первого случая.

Пример 3.12.2

Найти средний коэффициент теплоотдачи в охладителе воздуха при поперечном обтекании пучка из восьми рядов труб с шахматным расположением. Наружный диаметр труб 16 мм, скорость воздуха в узком сечении пучка 15 м/с, средняя температура воздуха 160 °С. Принять размеры шагов труб s_1 = 38 мм, s_2 = 21 мм.

Решение:

Определяем средний коэффициент теплоотдачи третьего и последующего рядов труб:

$$\frac{\bar{\alpha}_3\cdot d}{\lambda}=0,41\cdot\left(\frac{w\cdot d}{\nu}\right)^{0,6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0,36}\cdot\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{0,166},$$

$$\bar{\alpha}_3=0,41\cdot\left(\frac{w\cdot d}{\nu}\right)^{0,6}\cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0,36}\cdot\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{0,166}\cdot\frac{\lambda}{d}=$$

$$=0,41\cdot\left(\frac{15\cdot 0,016}{30,09\cdot 10^{-6}}\right)^{0,6}\cdot(0,682)^{0,36}\cdot\left(\frac{38}{21}\right)^{0,166}\cdot\frac{0,0364}{0,016}=178,36\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{\circ}\text{К}}.$$

Если теплоотдачу третьего ряда принять за 100%, то при минимальной начальной турбулентности потока на входе в пучок теплоотдача первого ряда шахматного пучка составляет 60%, а теплоотдача второго ряда шахматного пучка – 70% теплоотдачи третьего и последующих рядов. Поэтому средний в пучке коэффициент теплоотдачи составит:

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 + \ldots + (n-2)\bar{\alpha}_3}{n} = \frac{0{,}6 \cdot \bar{\alpha}_3 + 0{,}7 \cdot \bar{\alpha}_3 + 6 \cdot \bar{\alpha}_3}{8} =$$

$$= \frac{7{,}3 \cdot 178{,}36}{8} = 162{,}75 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°К}}.$$

Пример 3.12.3

Определить средний коэффициент теплоотдачи конвекцией от поперечного потока дымовых газов к стенкам труб котельного пучка. Трубы диаметром d = 80 мм расположены в шахматном порядке. Поперечный и продольный шаги труб равны соответственно $s_1 = 2{,}5d$; $s_2 = 2d$. Средняя скорость потока газов в узком сечении пучка ω = 10 м/с. Температура газов перед пучком $t_{ж1}$ = 1100 °С, за пучком $t_{ж2}$ = 900 °С. Пучок состоит из четырех рядов труб с одинаковой поверхностью.

Решение:

Определяющая температура $t_ж = \frac{t_{ж1} + t_{ж2}}{2} = \frac{1100 + 900}{2} = 1000$ °С. При этой температуре из таблиц находим физические свойства дымовых газов:

$\lambda_ж$ = 0,109 Вт/(м·°С), $\nu_ж$=174,3·10^{-6} м^2/с, $Pr_ж$=0,58.

Число Рейнольдса

$$Re_ж = \frac{\omega \cdot d}{\nu_ж} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{174{,}3 \cdot 10^{-6}} = 4{,}59 \cdot 10^3.$$

Отношение s_1/s_2 = 2,5/2=1,25 и поправочный коэффициент $\varepsilon_s = (1{,}25)^{\frac{1}{6}} = 1{,}04$.

Для расчета теплоотдачи третьего и четвертого рядов пучка используем критериальное уравнение

$$Nu_ж = 0{,}41 \cdot Re_ж^{0{,}6} \cdot Pr_ж^{0{,}33} \cdot \varepsilon_s = 0{,}41 \cdot (4{,}59 \cdot 10^3)^{0{,}6} \cdot 0{,}58^{0{,}33} \cdot 1{,}04 = 55.$$

Коэффициент теплоотдачи для третьего и четвертого рядов

$$\alpha_3 = Nu_ж \frac{\lambda_ж}{d} = 55 \cdot \frac{0{,}109}{8 \cdot 10^{-2}} = 75 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°С}}.$$

Для труб первого ряда $\alpha_1 = 0{,}6 \cdot \alpha_3$, для труб второго ряда шахматного пучка $\alpha_2 = 0{,}7 \cdot \alpha_3$.

Средний коэффициент теплоотдачи всего пучка

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} \alpha_i = \frac{1}{4}\left(0{,}6 \cdot \alpha_3 + 0{,}7\alpha_3 + 2\alpha_3\right) = 62 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°С}}.$$

3.13. Вынужденная конвекция при течении жидкостей в трубах

3.13.1. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах

О режиме течения в трубах судят по величине числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{\omega \cdot d}{\nu_{ж}},$$

где ω – средняя скорость жидкости;

d – внутренний диаметр;

ν – коэффициент кинематической вязкости.

Если Re < 2100, то движение жидкости ламинарное. При Re > 10 000 в трубе устанавливается развитое турбулентное течение жидкости.

Формирование характера потока происходит в начальном участке трубы.

При входе в трубу скорости по сечению распределяются равномерно.

В дальнейшем при течении вдоль трубы у стенок образуется *гидродинамический пограничный слой*, толщина которого постепенно увеличивается и становится равной радиусу трубы, а распределение скоростей становится постоянным (*D*-профиль), – так называемый *участок гидродинамического стабилизированного течения*.

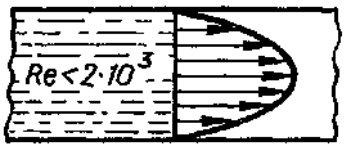


Рисунок 3.13.1.1. – Эпюра скорости при ламинарном течении жидкости в трубе на участке стабилизированного течения

Длина участка гидродинамической стабилизации при ламинарном режиме определяется как

$$l_{у.г.с.} = 0{,}065 \cdot \mathrm{Re} \cdot d. \qquad (3.80)$$

Если температура жидкости отлична от температуры стенки, у поверхности трубы образуется *тепловой пограничный слой*, толщина которого увеличивается и, наконец, становится равной диаметру трубы.

При этом вначале только пристенный слой жидкости участвует в теплообмене, а температура в ядре потока остается той же, что и на входе в трубу.

Расстояние от входа в трубу, на котором тепловой пограничный слой заполняет все сечение трубы, называется *участком тепловой стабилизации*.

Длина участка тепловой стабилизации определяется:

– при t_c=const

$$l_{у.т.с.} = 0{,}055 \cdot \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} \cdot d; \quad (3.81)$$

– при q_c=const

$$l_{у.т.с.} = 0{,}07 \cdot \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} \cdot d. \quad (3.82)$$

У входа в трубу коэффициент теплоотдачи α имеет максимальное значение (рисунок 3.13.1.2).

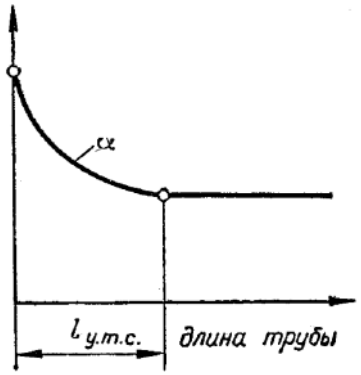


Рисунок 3.13.1.2. – Изменение коэффициента теплоотдачи на участке входа жидкости в трубу

На участке тепловой стабилизации температурный градиент $\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)_{r=r0}$ падает (где $\vartheta = \overline{t_ж} - t_c$, $\overline{t_ж} = \frac{1}{L}\int_F t\omega dF$, $t_c = \mathrm{const}$), при этом $\alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_c}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)_{r=r0}$ также падает.

При стабилизованном течении α можно считать постоянным.

При ламинарном течении жидкости встречаются два режима неизотермического движения:

– вязкостный;

– вязкостно-гравитационный.

Вязкостный режим соответствует течению вязких жидкостей при отсутствии естественной конвекции.

В этом режиме передача теплоты к стенкам канала (и наоборот) осуществляется *только теплопроводностью*.

Вязкостно-гравитационный режим имеет место, когда вынужденное течение жидкости сопровождается естественной конвекцией.

В этом режиме теплота передается не только *теплопроводностью*, но *и конвекцией*.

Если $(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr})_{пс} < 8 \cdot 10^5$, то режим вязкостный, и вязкостно-гравитационный, если наоборот. Здесь $t_{пс} = 0{,}5\left(\overline{t_c} + \overline{t_ж}\right)$ – температура в пограничном слое (определяющая температура для комплекса $(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr})_{пс}$).

Распределение скоростей зависит от направления теплового потока:

– при нагревании жидкости ее температура у стенки выше температуры основного потока, а вязкость меньше и скорость выше («правильный» *D*-профиль);

– при охлаждении процессы протекают в обратном направлении («вытянутый» *D*-профиль).

Следовательно, *при нагревании жидкости ее скорость у стенки больше, чем при охлаждении, и теплоотдача выше*.

При *вязкостно-гравитационном* режиме важно отметить направление свободной конвекции и вынужденного движения. Они могут

– совпадать;

– быть противоположны друг другу;

– быть взаимно перпендикулярными.

При *совпадении* движений естественной и вынужденной конвекции скорость жидкости у стенки возрастает и теплоотдача увеличивается (движение нагреваемой жидкости снизу вверх и движение охлаждаемой жидкости сверху вниз).

При *противоположном направлении* движений вынужденной и естественной конвекции скорость у стенки уменьшается и теплоотдача падает, но когда у стенки образуется вихревое движение, теплоотдача увеличивается (движение нагреваемой жидкости сверху вниз и движение охлаждаемой жидкости снизу вверх).

При *взаимно перпендикулярном* движении естественной и вынужденной конвекции вследствие лучшего перемешивания жидкости теплоотдача увеличивается (горизонтальные трубы, где жидкость движется как бы по спирали).

Таким образом, в неизотермических условиях строго ламинарный режим не существует.

При вязкостном режиме средний коэффициент теплоотдачи в прямых гладких трубах

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d} = 0{,}15\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,33}\cdot\mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}. \qquad (3.83)$$

Здесь $t_ж$ определяется либо как средняя температура на входе $t_ж'$ и выходе $t_ж''$ из трубы, либо через среднелогарифмический температурный напор между жидкостью и стенкой); за определяющий размер принят диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр.

Для труб с $\ell/d < 50$ следует значение α умножить на средний поправочный коэффициент ε_ℓ ~1,0–2,0.

или

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{t,d} = 1{,}55\varepsilon_\ell\left(\mathrm{Pe}\frac{d}{\ell}\right)^{0,33}\left(\frac{\mu_ж}{\mu_{ст}}\right)^{0,14}. \qquad (3.84)$$

Здесь определяющая температура $t = 0{,}5\left(t_{ж}' + t_c\right)$, а $\Delta t = t_c - t_{ж}'$, $\varepsilon_\ell = 1{,}03$.

Для вязкостно-гравитационного режима:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d} = 0{,}15\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,33} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0,43} \cdot \mathrm{Gr}_{ж,d}^{0,1} \left(\mathrm{Pr}_{ж} / \mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}. \qquad (3.85)$$

За определяющий размер принят диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр.

Для горизонтальных труб:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{пс,d} = 0{,}8\left(\mathrm{Pe}\frac{d}{\ell}\right)_{пс}^{0,4} \left(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr}\right)_{пс}^{0,1} \left(\frac{\mu_{ж}}{\mu_{ст}}\right)^{0,14}. \qquad (3.86)$$

Для вертикальных труб при совпадении направлений свободной и вынужденной конвекции:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{c,d} = 0{,}35\left(\mathrm{Pe}\frac{d}{\ell}\right)_{пс}^{0,3} \left(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr} \cdot \frac{d}{\ell}\right)_{пс}^{0,18}. \qquad (3.87)$$

Для вертикальных труб при противоположном направлении свободной и вынужденной конвекции:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d} = 0{,}037\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,75} \mathrm{Pr}_{ж}^{0,4} \left(\frac{\mu_{п}}{\mu_c}\right)^{n}. \qquad (3.88)$$

Здесь n = 0,11 при нагревании жидкости и n=0,25 при охлаждении жидкости.

3.13.2. Теплообмен при турбулентном течении жидкости в трубах

При турбулентном движении жидкости *только у са́мой стенки* образуется ламинарный подслой, представляющий основное термическое сопротивление.

При стабилизованном потоке распределение скоростей по сечению имеет вид усеченной параболы (рисунок 3.13.2.1). Наиболее резко скорость потока изменяется вблизи стенки в пределах пограничного слоя.

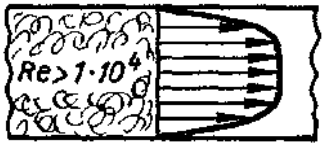


Рисунок 3.13.2.1. – Эпюра скорости
при турбулентном течении жидкости в трубе

Толщину вязкого подслоя в турбулентном режиме можно найти:

$$\delta_{в.п.} = \frac{65d}{Re^{0,9}}. \qquad (3.89)$$

Длина *участка гидродинамической стабилизации* при турбулентном режиме течения (вход в трубу с острыми кромками) определяется:

$$l_{у.г.с.} = 1,45 \cdot Re^{0,25} \cdot d. \qquad (3.90)$$

При турбулентном потоке жидкость достаточно интенсивно перемешивается и естественная конвекция практически не оказывает влияния на теплоотдачу. Поэтому из определяющих чисел подобия исключается число Грасгофа.

Температура жидкости по сечению ядра практически постоянна.

При нагревании жидкости интенсивность теплоотдачи выше, чем при охлаждении жидкости. Эта зависимость также учитывается отношением $\left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25}$.

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи при развитом турбулентном движении ($10^4 < Re_{ж,d} < 10^5$), когда $\ell / d > 50$, рекомендуется формула Михеева

$$\overline{Nu}_{ж,d} = 0,021 Re_{ж,d}^{0,8} \cdot Pr_ж^{0,43} \left(Pr_ж / Pr_{ст}\right)^{0,25}. \qquad (3.91)$$

За определяющую температуру принята средняя температура потока; за определяющий размер принят диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр.

Для труб, с $\ell / d < 50$ коэффициент теплоотдачи выше, поэтому значение $\bar{\alpha}$ следует умножать на средний поправочный коэффициент $\bar{\varepsilon}_l > 1,0$.

Таблица 3.13.2.1. – Значения поправочного коэффициента $\bar{\varepsilon}_l$

$Re_ж$	При отношении $\ell / d_{экв}$					
	5	10	15	20	30	40
$1 \cdot 10^4$	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03
$2 \cdot 10^4$	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02
$5 \cdot 10^4$	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02
$1 \cdot 10^5$	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02
$1 \cdot 10^6$	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01

Для более широких диапазонов $4 \cdot 10^3 < Re_{ж,d} < 10 \cdot 10^6$ рекомендуется формула Петухова

$$\overline{Nu}_{ж,d} = \frac{Re_{ж,d} \cdot Pr_ж}{5 \cdot \ln^2 \frac{Re_{ж,d}}{8}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{900}{Re_{ж,d}} + 12,7 \cdot \frac{1}{\sqrt{5} \cdot \ln \frac{Re_{ж,d}}{8}} \cdot \left(Pr_ж^{2/3} - 1\right)}. \qquad (3.92)$$

Для гидравлически коротких труб с $\ell / d \le 50$ вводят поправочный множитель $\left(1+1{,}2\cdot\frac{d}{x}\right)$, где x – координата в пределах участка стабилизации.

Учитывать зависимость физических свойств жидкостей и газов в формуле Петухова можно путем введения поправочных множителей:

– $\left(\mu_{ж}/\mu_{ст}\right)^{0{,}11}$ – при нагревании жидкостей;

– $\left(\mu_{ж}/\mu_{ст}\right)^{0{,}25}$ – при охлаждении жидкостей;

– $\left(T_{ж}/T_{ст}\right)^{0{,}5}$ – при нагревании газов;

– $\left(T_{ж}/T_{ст}\right)^{0{,}36}$ – при охлаждении газов.

Применение указанных поправок тем более оправдано в турбулентном режиме течения, где поправка $\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0{,}25}$ дает ошибку в определении α до 30%.

Анализ критериальных уравнений теплоотдачи при течении жидкости в трубах показывает, что:

– *увеличение скорости жидкости* ω в трубе при сохранении постоянными d, $\overline{t_c}$, $\overline{t_ж}$ *приводит к увеличению* $\overline{\alpha}$, причем при ламинарном режиме $\overline{\alpha} \sim \omega^{0{,}5}$, а при турбулентном $\overline{\alpha} \sim \omega^{0{,}8}$, т.е. при турбулентном режиме теплоотдача более интенсивна;

– *увеличение диаметра* при сохранении постоянными ω, $\overline{t_c}$, $\overline{t_ж}$, очевидно, *уменьшает интенсивность теплоотдачи*, причем в турбулентном режиме $\overline{\alpha} \sim d^{-0{,}2}$.

Пример 3.13.1

В вертикальной трубе диаметром 22×1 мм и длиной 3,5 м течет трансформаторное масло сверху вниз со скоростью 0,12 м/с и средней температурой 90 °С. Определить средний коэффициент теплоотдачи, если температура стенки трубы 10 °С.

Решение:

Физические свойства трансформаторного масла определяем по таблице приложения.

Определим режим течения масла в трубе:

$$\mathrm{Re}_{ж,d} = \frac{w \cdot d}{\nu_{ж}} = \frac{0{,}12 \cdot 0{,}02}{3{,}03 \cdot 10^{-6}} = 792 < 2000 .$$

Здесь определяющая температура – температура масла вдали от стенки.

Режим течения ламинарный.

Выясним, влияет ли естественная конвекция на теплоотдачу при течении.

$$\left(\frac{g\beta\Delta td^3}{\nu^2}\cdot Pr\right)_{пс}=\left(\frac{9{,}8\cdot 7{,}05\cdot 10^{-4}\cdot(90-10)\cdot 0{,}02^3}{\left(7{,}58\cdot 10^{-6}\right)^2}\cdot 111\right)_{пс}=8{,}5\cdot 10^6>8\cdot 10^5.$$

Здесь определяющая температура $t_{пс}=0{,}5\left(\overline{t_c}+\overline{t_ж}\right)=0{,}5(10+90)=50°C$.

Значит, режим течения – вязкостно-гравитационный, т.е. необходимо учесть влияние на теплоотдачу естественной конвекции.

Определим средний коэффициент теплоотдачи в трубе для данного режима (направление свободной и вынужденной конвекции - противоположное):

$$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}037\cdot\left(\frac{0{,}12\cdot 0{,}02}{3{,}03\cdot 10^{-6}}\right)^{0{,}75}\cdot(50{,}5)^{0{,}4}\times\left(\frac{837{,}8\cdot 3{,}03\cdot 10^{-6}}{886{,}4\cdot 37{,}9\cdot 10^{-6}}\right)^{0{,}25}=13{,}8.$$

$$\overline{Nu}_{ж,d}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_ж},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{Nu}_{ж,d}\cdot\lambda_ж}{d}=\frac{13{,}8\cdot 0{,}1047}{0{,}02}=72\ \frac{Вт}{м^2\cdot °К}.$$

Если бы масло текло по трубе снизу вверх, то средний коэффициент теплоотдачи в трубе при совпадении направлений свободной и вынужденной конвекции составил бы:

$$\overline{Nu}_{c,d}=0{,}35\cdot\left(\frac{0{,}12\cdot 0{,}02\cdot 1846\cdot 862{,}1}{0{,}1082}\cdot\frac{0{,}02}{3{,}5}\right)^{0{,}3}_{пс}\times\left(8{,}5\cdot 10^6\cdot\frac{0{,}02}{3{,}5}\right)^{0{,}18}_{пс}=14{,}6.$$

$$\overline{Nu}_{c,d}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_c},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{Nu}_{c,d}\cdot\lambda_c}{d}=\frac{14{,}6\cdot 0{,}1115}{0{,}02}=81{,}4\ \frac{Вт}{м^2\cdot °К}.$$

Здесь определяющая температура – температура стенки трубы.

Если не учитывать взаимное направление свободной и вынужденной конвекции, то средний коэффициент теплоотдачи в трубе приближенно составит:

$$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}15Re^{0{,}33}_{ж,d}\cdot Pr^{0{,}43}_ж\cdot Gr^{0{,}1}_{ж,d}\left(Pr_ж/Pr_{ст}\right)^{0{,}25}=0{,}15\cdot\left(\frac{0{,}12\cdot 0{,}02}{3{,}03\cdot 10^{-6}}\right)^{0{,}33}\cdot(50{,}5)^{0{,}43}\times$$

$$\times\left(\frac{9{,}8\cdot 7{,}25\cdot 10^{-4}\cdot(90-10)\cdot 0{,}02^3}{\left(3{,}03\cdot 10^{-6}\right)^2}\right)^{0{,}1}\cdot(50{,}5/484)^{0{,}25}=12{,}5.$$

$$\overline{Nu}_{ж,d}=\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_ж},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{Nu}_{ж,d}\cdot\lambda_ж}{d}=\frac{12{,}5\cdot 0{,}1047}{0{,}02}=65{,}4\ \frac{Вт}{м^2\cdot °К}.$$

Пример 3.13.2

По горизонтальной трубе диаметром 20×1 мм протекает вода с температурой 85°С на входе. Средняя температура стенки 15°С. Расход воды 0,5 кг/с. На выходе из трубы вода должна иметь температуру 25 °С. Какой длины трубу следует для этого взять?

Решение:

Определяем режим течения воды в трубе:

$$\mathrm{Re}=\frac{\frac{4\cdot G}{\pi\cdot d^2\cdot\rho}\cdot d}{\nu_{ж}}=\frac{4\cdot G}{\pi\cdot d\cdot\rho\cdot\nu_{ж}}=$$

$$=\frac{4\cdot 4\cdot 0{,}5}{\pi\cdot 0{,}018\cdot\frac{(988{,}1+983{,}2)}{1}\cdot\frac{(0{,}556+0{,}478)}{1}\cdot 10^{-6}}=7124<10^4.$$

Здесь определяющая температура $t_{ж}=\frac{85+25}{2}=55°\mathrm{C}$. Физические свойства воды определяем по таблице приложения.

Таким образом, течение происходит в переходной области.

При этом скорость воды в трубе:

$$G=L\cdot\rho=w\cdot f_c\cdot\rho=w\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\rho,$$

$$w=\frac{4\cdot G}{\pi\cdot d^2\cdot\rho}=\frac{4\cdot 0{,}5}{\pi\cdot 0{,}018^2\cdot\left(\frac{988{,}1+983{,}1}{2}\right)}=1{,}99\ \text{м/с}.$$

Для диапазонов $4\cdot10^3 < \mathrm{Re}_{ж,d} <10\cdot10^6$ расчеты теплоотдачи рекомендуется вести по формуле Петухова:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d}=\frac{7124\cdot 0{,}5\cdot(3{,}59+3{,}03)}{5\cdot\ln^2\frac{7124}{8}}\times$$

$$\times\frac{1}{1+\frac{900}{7124}+12{,}7\cdot\frac{1}{\sqrt{5}\cdot\ln\frac{7124}{8}}\cdot\left(\left\{0{,}5\cdot(3{,}59+3{,}03)\right\}^{2/3}-1\right)}\times$$

$$\times\left(\frac{549{,}4+469{,}9}{1306+1004}\right)^{0{,}25}=22{,}92.$$

Тогда средний коэффициент теплоотдачи воды в трубе составит:

$$\frac{\bar{\alpha}\cdot d}{\lambda_{ж}}=\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d},$$

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{\mathrm{Nu}}_{ж,d}\cdot\lambda_{ж}}{d}=\frac{22{,}92\cdot 0{,}645}{0{,}018}=821\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{К}}.$$

Для определения необходимой для заданных условий длины трубы составим тепловой баланс:

$$Q = G \cdot c \cdot \left(t_{ж}' - t_{ж}'' \right) = \bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_{ж}} - \overline{t_c} \right) \cdot \pi \cdot d \cdot l \, .$$

Необходимая длина трубы составит:

$$l = \frac{G \cdot c \cdot \left(t_{ж}' - t_{ж}'' \right)}{\bar{\alpha} \cdot \left(\overline{t_{ж}} - \overline{t_c} \right) \cdot \pi \cdot d} = \frac{0{,}5 \cdot 4176{,}5 \cdot \left(85 - 25 \right)}{821 \cdot \left(55 - 15 \right) \cdot \pi \cdot 0{,}018} = 67{,}5 \text{ м} \, .$$

3.14. Теплообмен при свободном движении жидкости

Конвективный теплообмен в свободном потоке возникает в связи с изменением плотности жидкости от нагревания.

Если тело имеет более высокую температуру, чем окружающая среда, то слои жидкости, нагреваясь от тела, становятся легче и под действием возникающей подъемной силы поднимаются вверх, а на их место поступают из окружающего пространства более холодные слои. Поэтому и возникает свободное движение.

Возникающее свободное движение жидкости у вертикальных поверхностей может быть как ламинарным, так и турбулентным.

Характер движения жидкости в основном зависит от температурного напора $\vartheta_c = t_c - t_{ж}$, где t_c – температура нагретой поверхности, $t_{ж}$ – температура неподвижной жидкости вдали от поверхности, $t_c > t_{ж}$.

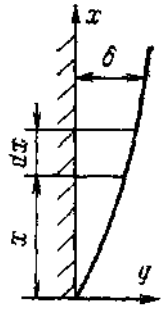


Рисунок 3.14.1. – Формирование гидродинамического пограничного слоя в нижней части вертикальной стенки при свободном движении жидкости

Считаем процесс стационарным, не учитываем конвективный перенос и теплопроводность вдоль движущегося слоя жидкости и физические параметры жидкости постоянными, кроме плотности, которая является функцией $t_{ж}$:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \beta \vartheta \right), \qquad (3.93)$$

где $\vartheta = t - t_ж$ – избыточная температура жидкости;

$\beta = 1/T$ – коэффициент объемного расширения (для газов).

Принято считать, что температура в движущемся слое жидкости изменяется по параболическому закону:

$$\vartheta = \vartheta_c \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 . \qquad (3.94)$$

Граничные условия:

– при y=0 $\vartheta = t_c - t_ж = \vartheta_c$;

– при y=δ $\vartheta = t_ж - t_ж = 0$.

Коэффициент теплоотдачи определяется из уравнения теплоотдачи:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_c}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{y=0} , \qquad (3.95)$$

$$\frac{d\vartheta}{dy} = \vartheta_c \cdot 2 \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \cdot \left(-\frac{1}{\delta}\right) = -2 \cdot \frac{\vartheta_c}{\delta} + 2 \cdot \frac{\vartheta_c}{\delta^2} \cdot y$$

$$\left(\frac{d\vartheta}{dy}\right)_{y=0} = -2 \cdot \frac{\vartheta_c}{\delta} . \qquad (3.96)$$

Объединяя (3.95) и (3.96), $\alpha = \frac{2\lambda}{\delta} = \ldots = 0{,}473 \sqrt[4]{\frac{c_p \beta \rho_0^2 g \vartheta_c \lambda^3}{\mu x}}$.

Следовательно, α зависит от толщины движущегося слоя жидкости δ, и с увеличением δ α падает.

Распределение скоростей в движущемся слое жидкости:

$$w_x = \frac{\rho_0 g \beta \vartheta_c}{\mu}\left(\frac{\delta}{4} y - \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{3\delta} y^3 - \frac{1}{12\delta^2} y^4\right). \qquad (3.97)$$

Толщина вязкого подслоя:

$$\delta = 3{,}9x\left(\mathrm{Gr}_x \mathrm{Pr}\right)^{-0{,}33} . \qquad (3.98)$$

Коэффициенты теплоотдачи при свободном *ламинарном* движении жидкости вдоль вертикальных стенок при $10^4 < \mathrm{Gr}_{пс,l} \cdot \mathrm{Pr}_{пс} < 10^9$:

при t_c=const

$$\mathrm{Nu}_{пс,x} = 0{,}503 \cdot \left(\mathrm{Gr}_{пс,x} \cdot \mathrm{Pr}_{пс} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{\mathrm{Pr}_{пс}}\right)^{9/16}\right]^{16/9}} \right)^{0{,}25} \cdot \left(\mathrm{Pr}_ж / \mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0{,}25} , \qquad (3.99)$$

$$\overline{Nu_{пс,l}} = 0{,}67 \cdot \left(Gr_{пс,l} \cdot Pr_{пс} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{Pr_{пс}} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right)^{0{,}25} \cdot \left(Pr_{ж} / Pr_{ст} \right)^{0{,}25}. \qquad (3.100)$$

Здесь определяющая температура $t_{пс} = 0{,}5\left(\overline{t_c} + \overline{t_ж} \right)$.

Средние коэффициенты теплоотдачи при свободном *турбулентном* движении жидкости вдоль вертикальной стенки, которое наступает при $Gr_{пс,l} \cdot Pr_{пс} > 6 \cdot 10^{10}$.

$$\overline{Nu_{пс,l}} = 0{,}15 \left(Gr_{пс,l} \cdot Pr_{пс} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{Pr_{пс}} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right)^{0{,}33} \cdot \left(Pr_{ж} / Pr_{ст} \right)^{0{,}25}. \qquad (3.101)$$

Если $10^9 < Gr_{пс,l} \cdot Pr_{пс} < 6 \cdot 10^{10}$, то вдоль вертикальной пластины имеет место *переходный режим* свободного движения жидкости.

У нижней части стенки в воздухе (жидкости) наблюдается ламинарное движение с постепенно увеличивающейся толщиной ламинарного пограничного слоя (рисунок 3.14.2).

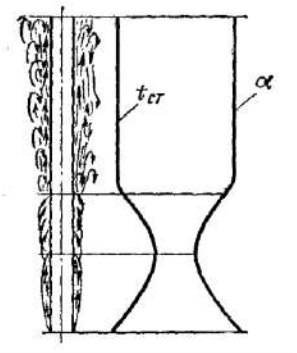


Рисунок 3.14.2. – Режимы свободного течения жидкости у вертикальной стенки

На некотором расстоянии от нижнего конца стенки ламинарный пограничный слой начинает разрушаться, возникает локонообразное движение жидкости, которое усиливается и переходит турбулентное движение с ламинарным подслоем в непосредственной близости к поверхности трубы (см. рисунок 3.14.2). Минимального значения коэффициент теплоотдачи достигает там, где толщина ламинарного пограничного слоя будет максимальной.

В области локонообразного движения коэффициент теплоотдачи α постепенно возрастает и принимает наибольшее постоянное значение в области развитого турбулентного движения жидкости (см. рисунок 3.14.2).

В случае, когда на стенке существует ламинарный, переходный и турбулентный режимы течения, средний по длине коэффициент теплоотдачи можно определить:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс}}}^{1/2} = 0{,}825 + \frac{0{,}387\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{\text{пс}}^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0{,}492}{\mathrm{Pr}_{\text{пс}}}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}. \qquad (3.102)$$

Здесь определяющая температура $t_{\text{пс}} = 0{,}5\left(\overline{t_c} + \overline{t_{\text{ж}}}\right)$.

Средний коэффициент теплоотдачи при смешанном режиме течения у вертикальной стенки высотой H также можно определить:

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\alpha_{\text{лам}}}\cdot H_{\text{кр}} + \overline{\alpha_{\text{турб}}}\cdot\left(H - H_{\text{кр}}\right)}{H}, \qquad (3.103)$$

где $H_{\text{кр}} = 10^3\cdot\left[\frac{\nu\cdot a}{g\cdot\beta\cdot\Delta t}\right]_{\text{ж}}^{0,33}$ – координата, на которой происходит смена режимов течения.

При свободной конвекции у *горизонтально* расположенных поверхностей пластин:

– при $\mathrm{Gr}_{\text{пс},l}\cdot\mathrm{Pr}_{\text{пс}} < 10^5$

$$\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},l}} = \frac{0{,}766\cdot\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{\text{пс},l}^{0,2}}{\left[1+\left(\frac{0{,}322}{\mathrm{Pr}_{\text{пс}}}\right)^{11/20}\right]^{4/11}}; \qquad (3.104)$$

– при $\mathrm{Gr}_{\text{пс},l}\cdot\mathrm{Pr}_{\text{пс}} > 10^5$

$$\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},l}} = \frac{0{,}15\cdot\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{\text{пс},l}^{0,33}}{\left[1+\left(\frac{0{,}322}{\mathrm{Pr}_{\text{пс}}}\right)^{11/20}\right]^{20/33}}. \qquad (3.105)$$

Здесь $l = F_{\text{пласт}} / P_{\text{пласт}}$.

При свободной конвекции у *горизонтально* расположенных труб:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},d}} = \frac{2}{\ln\left(1+\frac{2}{\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},d}}'}\right)}, \qquad (3.106)$$

где $\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},d}}' = \frac{0{,}518\cdot\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{\text{пс},d}^{0,25}}{\left[1+\left(\frac{0{,}559}{\mathrm{Pr}_{\text{пс}}}\right)^{0,6}\right]^{5/12}}$.

Лабораторная работа 4
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ВОЗДУХА ОКОЛО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЫ

Цель работы: определение коэффициента теплоотдачи при свободном движении воздуха около горизонтальной обогреваемой трубы.

Основные положения

Свободное движение жидкости возникает в поле силы тяжести за счет изменения плотности жидкости с температурой. Если температура поверхности выше температуры окружающей среды, то расположенные у нагретой поверхности более горячие слои жидкости за счет разности плотностей в поле силы тяжести будут подниматься вверх. Интенсивность движения возрастает с увеличением разности температур.

Наибольшее практическое значение имеет теплоотдача при свободном движении воздуха у нагретых горизонтальных труб (паропроводы, провода электропередачи и т.п.).

Характеристикой конвективного теплообмена является коэффициент теплоотдачи α, который устанавливает связь между количеством теплоты *Q*, передаваемым с горячей поверхности площадью *F* и разностью температур между ними:

$$Q = \alpha \cdot \left(t_c - t_в\right) \cdot F \text{, Вт.} \qquad (1)$$

Коэффициент теплоотдачи является неизвестной величиной. Если в конкретном случае удается определить α в зависимости от условий теплообмена

$$\alpha = \frac{Q}{\left(t_c - t_в\right) \cdot F} \text{, м}^2\text{, Вт/град,} \qquad (2)$$

а затем представить полученные значения в безразмерной критериальной форме

$$\mathrm{Nu}_ж = 0{,}5 \cdot \left(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr}\right)^{0{,}25}, \qquad (3)$$

то полученное выражение можно использовать для расчета теплоотдачи всех подобных процессов при свободном ламинарном движении воздуха у горизонтальной трубы.

В выражении (3) использованы следующие обозначения:

$\mathrm{Nu}_ж = \dfrac{\alpha \cdot d}{\lambda}$ – безразмерный критерий теплоотдачи Нуссельта;

Pr – число Прандтля воздуха;

$\mathrm{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot (t_c - t_в) \cdot d^3}{\nu^2}$ – критерий Грасгофа, который характеризует соотношение между подъемной силой в жидкости, возникающей вследствие разности плотностей и силой вязкости жидкости;

g = 9,8 м/с^2 – ускорение силы тяжести;

t_c – температура стенки трубы, °С;

$t_в$ – температура воздуха, °С;

λ – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м·град);

ν – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м^2/с;

d – наружный диаметр трубы, м;

β – температурный коэффициент объемного расширения. Для идеального газа (воздух при нормальных условиях) $\beta = 1 / T_в$, 1/град;

$T_в$ – абсолютная температура воздуха. Индекс «в» обозначает, что в качестве определяющей температуры для выбора физических свойств жидкости принимается температура воздуха вдали от трубы.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка для определения теплоотдачи при свободном движении воздуха около горизонтальных труб состоит из двух горизонтальных труб равной длины l = 1,13 м, расположенных вдали от окружающих предметов. Диаметр труб d_2 = 20 мм, d_3 = 25 мм. Внутри труб расположены трубчатые нагреватели, создающие равномерное тепловыделение по длине. Вся теплота, выделяемая нагревателем, теплопроводностью передается к наружной поверхности трубы и далее за счет конвективного теплообмена от нее к окружающему воздуху. Количество выделяемой теплоты регулируется с помощью лабораторного автотрансформатора и определяется по показаниям вольтметра и амперметра. Сочетание равномерного тепловыделения и изоляции торцов труб обеспечивают постоянство температуры вдоль поверхностей. Температуры поверхностей труб измеряются с помощью термопар по две на каждую трубу. Термопары через переключатель подключаются поочередно к милливольтметру. Положения переключателя *3* и *4* относятся к термопарам второй трубы, а *5* и *6* – к термопарам третьей трубы.

Выполнение эксперимента

Включить регуляторы напряжения в сеть и установить значения тока и напряжения на каждой трубе, указанное преподавателем. После этого трубы подогреваются и выходят на стационарный режим. Когда температура поверхностей труб прекращает повышаться и устанавливается некоторое определенное

значение температуры поверхности для каждой термопары. Стационарный режим устанавливается через 20–25 мин. После наступления стационарного режима считываются показания амперметров и вольтметров для каждой трубы и заносятся в таблицу 1. Для каждой трубы определяется также средняя температура поверхности по показаниям двух термопар: для трубы *2* – это положение 3 и 4 на переключателе, для трубы *3* – положения 5 и 6.

Затем устанавливается новое значение параметров нагрева и аналогично производятся измерения в остальных двух режимах, указанных преподавателем.

Обработка результатов

На основании данных таблицы 1 определяется величина коэффициента теплоотдачи для каждой трубы во всех исследованных режимах по формуле

$$\alpha = \frac{Q}{\left(\overline{t}_c - t_в\right)\cdot F} = \frac{Y \cdot U}{\left(\overline{t}_c - t_в\right)\cdot \pi d l}. \qquad (4)$$

Затем производится определение в каждом режиме безразмерных комплексов

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda};\ \mathrm{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(\overline{t}_c - t_в\right)\cdot d^3}{\nu^2}. \qquad (5)$$

При расчете используются следующие числовые значения: l = 1,13 м; d_2 = 0,02 м; d_3 = 0,025 м; g = 9,8 м/с^2; физические свойства воздуха при температуре окружающего воздуха $t_в$=20 °С: $\beta = \frac{1}{273+20} = \frac{1}{293}, 1/°К$; λ = 0,026 Вт/(м·°К); ν = 1,5·10^{-5} м^2/с; Pr = 0,703.

Для каждого режима и трубы определяются десятичные логарифмы комплексов lg(Nu); lg(Gr·Pr). Полученные величины откладываются в логарифмических координатах lg(Nu) ÷ lg(Gr·Pr). Через полученные точки проводится прямая с наименьшим разбросом точек около нее. Уравнение этой прямой имеет вид

$$\lg(\mathrm{Nu}) = \lg C + n \cdot \lg(\mathrm{Gr}). \qquad (6)$$

Используя полученную прямую, определяют коэффициенты C и n в критериальной зависимости

$$\mathrm{Nu} = C \cdot \left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^n, \qquad (7)$$

которая описывает теплообмен в исследуемом процессе.

Для этого на построенной прямой выбираются две вспомогательных точки I и II, желательно дальше друг от друга, и считываются значения их координат:

$\lg(Nu)_I$, $\lg(Nu)_{II}$, $\lg(Gr{\cdot}Pr)_I$, $\lg(Gr{\cdot}Pr)_{II}$.

Искомые параметры *n*, *C* рассчитываются из следующих выражений:

$$n = \frac{\lg(Nu)_I - \lg(Nu)_{II}}{\lg(Gr \cdot Pr)_I - \lg(Gr \cdot Pr)_{II}}, \quad (8)$$

$$C = \frac{Nu_I}{(Gr \cdot Pr)_I^n} = \frac{Nu_{II}}{(Gr \cdot Pr)_{II}^n}. \quad (9)$$

Таблица 1

№ п/п	*d*, м	*Y*, А	*U*, В	t_c, °С	t_c–$t_в$, °С	α, Вт/(м^2·К)	Nu	Gr	Gr·Pr	lgNu	lg(Nu·Pr)
1											
2											

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как она достигается?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Как определяется средняя температура поверхности трубы в данной установке?
4. Согласно какому закону определяется количество теплоты, отданное трубой окружающему воздуху посредством конвекции?
5. Что такое свободная и вынужденная конвекция?
6. Каковы физический смысл и размерность коэффициента теплоотдачи?
7. Какие факторы определяют интенсивность конвективного теплообмена между поверхностью трубы и окружающим воздухом?
8. Что такое критерий подобия?
9. Что такое «определяющая температура» и «определяющий» размер?
10. Какие критерии называются «определяющими» и «определяемыми»?
11. Для чего и как составляются критериальные уравнения?
12. Как определяется коэффициент теплоотдачи α из критериального урав-

нения?

13. Что характеризуют критерии Nu, Gr, Pr?

14. Зависит ли величина коэффициента теплоотдачи от диаметра трубы, и если да, то каким образом? Ответ дать в предположении, что иные условия однозначности сохранены неизменными.

Лабораторная работа 5
ТЕПЛООТДАЧА ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Цели работы – закрепление знаний по теории свободной конвекции вертикально расположенного цилиндра:

– определение экспериментальным путем на лабораторной установке коэффициента теплооотдачи при свободной конвекции в неограниченном пространстве;

– изучение методики обработки опытных данных с применением теории подобия и составления критериального уравнения по результатам эксперимента;

– построение кривой изменения локального коэффициента теплоотдачи по высоте цилиндра.

Основные положения

Теплообмен в условиях естественной конвекции осуществляется при местном нагревании или охлаждении среды, находящейся в ограниченном или неограниченном пространстве. Этот вид конвективного переноса тепла играет преимущественную роль в процессах отопления помещений и имеет значение в различных областях техники. Например, нагревание комнатного воздуха отопительными приборами, а также нагревание и охлаждение ограждающих конструкций помещений (стены, окна, двери и пр.) осуществляется в условиях естественной конвекции

За счет естественного движения нагретого воздуха в зданиях осуществляется его вентиляция наружным воздухом. Исследованием свободной конвекции занимался еще М.В. Ломоносов, который применял подъемную силу нагретых масс воздуха для устройства вентиляции шахт, а также для перемещения газов в пламенных печах. К настоящему времени достаточно полно изучен естественный конвективный теплообмен для тел простейшей формы (плита, цилиндр, шар), находящихся в различных средах, заполняющих пространство бóльших размеров по сравнению с размерами самого тела.

Как показывает опыт, характер свободного течения среды относительно поверхности нагретого тела бывает как ламинарным, так частично или полностью турбулентным.

На рисунке 1 показано свободное перемещение комнатного воздуха вертикально подвешенной нагретой трубы большой длины. На нижнем участке трубы наблюдается ламинарное течение воздуха вверх. На некотором расстоянии от нижнего конца трубы перемещение слоев воздуха теряет ламинарный характер. Возникают отдельные локонообразные массы и появляются искривленные струйки, которые далее дробятся на более мелкие.

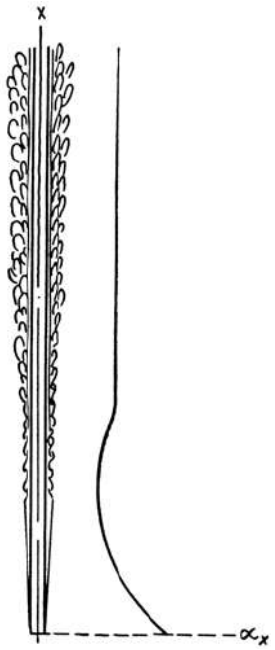


Рисунок 1. – Характер течения среды и изменение коэффицента теплоотдачи в условиях естественной конвекции у вертикального цилиндра большой высоты

Восходящий поток воздуха у нагретой трубы приобретает турбулентный характер с ламинарным пристенным слоем.

Экспериментально коэффициент теплоотдачи может быть определен из основного уравнения теплоотдачи Ньютона-Рихмана:

$$\alpha = \frac{Q}{F \cdot \Delta t}, \qquad (1)$$

где Q – мощность теплового потока, передаваемого свободной конвекцией в окружающую среду; F – теплоотдающая поверхность; Δt – температурный напор разность температур между теплоотдающей средой и окружающей средой.

Свободный конвективный теплообмен тел в различных средах, находящихся в неограниченном пространстве, экспериментально изучался различными исследователями. Результаты исследований обобщались с помощью характерных для этого явления критериев Nu, Gr и Pr, что находится в полном соответствии с теорией подобия и аналитическим решением задачи. Изменение физических параметров в пограничном слое удается учесть введением критериального соотношения $Pr_ж/Pr_{ст}$ представляющего относительное изменение параметров переноса v и a в пределах изменения температуры среды: $t_п$ – температуры потока окружающей среды, $t_{ст}$ – температуры среды на границе со стенкой. Для газов отношение $Pr_ж/Pr_{ст}$ мало зависит от температуры и его можно принять равным 1.

Для расчета средних критериев теплообмена *вертикальных труб* в свободном потоке рекомендуется критериальное уравнение:

$$Nu_{m,l} = C \cdot (Gr_{m,l} \cdot Pr_m)^n , \qquad (2)$$

где $Nu_{m,l} = \frac{\alpha_m l}{\lambda_m}$ – критерий Нуссельта; $Gr_{m,l} = \frac{g\beta_m \left(t_{cm,m} - t_n\right) l^3}{\nu_m^2}$ – критерий Грасгофа; Pr_m – критерий Прандтля воздуха; C и n – находятся экспериментальным путем и зависят от произведения $(Gr_{m,l} \cdot Pr_m)$.

При вычислении критериев подобия за определяющую температуру принимается температура $t_п$ потока окружающей среды, а за определяющий размер – высота трубы

Схема и описание установки

В экспериментальной лабораторной установке (рисунок 2) теплоотдающей стенкой является тонкостенная труба *1* из нержавеющей стали наружным диаметром $d_н$ = 40 мм и длиной $l_{тр}$ = 1500 мм.

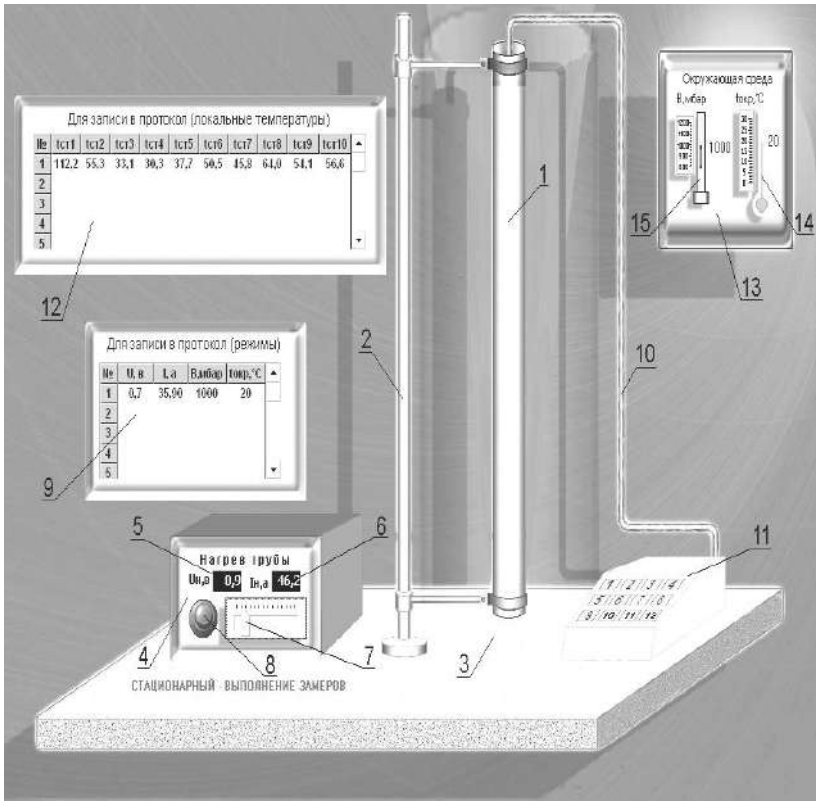


Рисунок 2. – Схема установки

Труба удерживается в вертикальном положении стойкой *2* с двумя кронштейнами. Нижний и верхний торцы трубы закрыты специальными заглушками

с целью исключения отвода теплоты через внутреннее пространство трубы. Для исключения влияния случайных потоков воздуха в помещении лаборатории труба оснащена защитным прозрачным цилиндром *3* с открытыми торцами. Диаметр защитного цилиндра во много раз больше диаметра трубы. Нагрев трубы осуществляется от источника электропитания *4*. На панели источника расположены: кнопка включения *8*, ползунок автотрансформатора *7*, индикатор вольтметра *5* и амперметра *6*.

Температура стенки трубы измеряется с помощью 10-ти хромель-копелевых термопар (ТХК), спаи которых заделаны в стенку трубы по винтовой линии. Отсчет номеров термопар принят от нижнего конца трубы. Координаты термопар l_X приведены на рисунке 3.

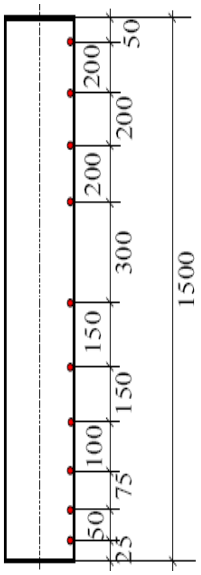


Рисунок 3. Схема размещения термопар

Вывод термопар осуществлен через внутреннюю полость трубы и далее через верхний торец по кабелю *10* ко вторичному прибору *11*. Прибор имеет встроенное компенсационное устройство, исключающее необходимость иметь холодные спаи термопар. Температуры регистрируются многоканальным вторичным прибором и при нажатии на кнопки прибора автоматически записываются в протокол *12* (локальные температуры).

Выполнение работы

Включить установку нажатием на зеленую кнопку *8*. Автоматически установятся случайные параметры первого режима (при показаниях вольтметра *5* в диапазоне 0,6–0,8 В). Подождать установления стационарного режима, после чего зафиксировать показания всех приборов.

Параметры окружающей среды регистрируются приборами панели *13*: атмосферное давление – ртутным барометром *15* и температура – термометром *14.* По щелчку правой кнопкой мышки на показаниях барометра и термометра значения автоматически заносятся в протокол *9* (режимы). В этот же протокол автоматически записываются показания вольтметра и амперметра по щелчку правой кнопки мышки на индикаторах приборов.

Все показания могут быть записаны только по достижению стационарных режимов теплопередачи. Затем установить параметры 2-го режима передвижением ползунка *7* на панели «Нагрев трубы» на заданное преподавателем число делений (в диапазоне до 200).

При завершении работы перед выключением установки все данные из протоколов на экране должны быть перенесены на доступный вид носителя информации (например, переписаны в бумажный протокол (таблицы 1, 2)).

Таблица 1

№ п/п	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номер опыта				
				1	2	3	4	5
1	Положение пол-зунка на панели «Нагрев трубы»		деления		141			
2	Напряжение	U	В		1,41			
3	Сила тока	I	А		72,31			
4	Показания барометра	B	мбар		952			
5	Температура окружающей среды	$t_{окр}$	°С		12			

Таблица 2

Координата замера l_X, м	Локальная Температура t_X, °С	Номер опыта				
		1	2	3	4	5
0,025	t_{x1}		176,5			
0,075	t_{x2}		119,2			
0,150	t_{x3}		96,9			
0,250	t_{x4}		90,9			
0,400	t_{x5}		90,0			
0,550	t_{x6}		114,5			
0,850	t_{x7}		109,7			
1,050	t_{x8}		128,1			
1,250	t_{x9}		118,0			
1,450	t_{x10}		120,5			

Расчетные формулы и расчеты

1. Атмосферное давление находится по формуле

$P_{\text{атм}} = 0{,}001 \cdot B$, бар.

2. Средняя по высоте температура трубы:

$$t_{xm} = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_{xi}}{10}.$$

3. Мощность теплового потока, выделенная при прохождении электрического тока по трубе:

$$Q_{\text{э}} = I \cdot U, \text{Вт}.$$

4. Мощность теплового потока через поверхность трубы в окружающую среду за счет теплового излучения определяется по закону Стефана-Больцмана:

$$Q_{\text{и}} = \varepsilon \cdot C_0 \cdot F \left[\left(\frac{t_{xm} + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_{\text{окр}} + 273}{100} \right)^4 \right], \text{Вт},$$

где $\varepsilon = 0{,}15$ – степень черноты поверхности стальной трубы;

$C_{\text{о}} = 5{,}67$ – коэффициент излучения абсолютно черного тела, Вт/(м^2·К^4);

F – теплоотдающая поверхность трубы, равная

5. Тогда мощность теплового потока через поверхность трубы в окружающую среду за счет естественной конвекции:

$$Q_{\text{к}} = Q_{\text{э}} - Q_{\text{и}}.$$

6. Коэффициент теплоотдачи: $\alpha_m = \dfrac{Q_{\text{к}}}{F\left(t_{xm} - t_{\text{окр}}\right)}, \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{К}\right).$

7. Теплофизические свойства воздуха (окружающей среды) выбираются при определяющей температуре, равной температуре окружающей среды. Это коэффициент теплопроводности λ, кинематическая вязкость ν, критерий Прандтля Pr_m. Коэффициент объемного расширения β для воздуха рассчитывается по формуле

$$\beta = \frac{1}{273 + t_{\text{опр}}}, 1/{}^\circ\text{K}.$$

8. Критерий Нуссельта $\text{Nu}_{m,l} = \dfrac{\alpha_m l}{\lambda_m}$

9. Критерий Грасгофа $\text{Gr}_{m,l} = \dfrac{g\beta\left(t_{xm} - t_{\text{окр}}\right) l^3}{\nu^2}$

10. Результаты расчетов должны продублированы в форме сводной таблицы 3.

11. По результатам расчетов строится в соответствующем масштабе на миллиметровой бумаге в логарифмических координатах график зависимости критерия Nu_m от произведения $(Gr_m \cdot Pr_m)$ и определяется коэффициент *C* и показатель степени *n* по уравнению прямой линии:

$$\log(Nu_m) = \log C + n \cdot \log(Gr_m \cdot Pr_m).$$

12. Локальные коэффициенты теплоотдачи находятся из уравнения

$Nu_x = 0{,}6(Gr_m \cdot Pr_m)^{0{,}25}$ и далее $\alpha_x = \dfrac{Nu_x \cdot \lambda}{l_x}$, Вт/(м^2·°К).

13. Критерии подобия находятся при определяющем размере $l_{опр} = l_x$, которые принимаются по таблице 2.

Таблица 3

№ п/п	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номера опыта				
				1	2	3	4	5
1	Атмосферное давление	$P_{атм}$	бар		0,952			
2	Средняя по высоте температура трубы	t_{xm}	°С		116,4			
3	Определяющая температура $t_{опр} = t_{окр}$	$t_{опр}$	°С		12			
4	Тепло, выделенное электрическим током	$Q_э$	Вт		101,96			
5	Количество тепла, отданное излучением	$Q_и$	Вт		26,26			
6	Количество тепла, отданное конвекцией	$Q_к$	Вт		75,7			
7	Коэффициент теплоотдачи	α_m	Вт /(м^2·°К)		3,85			
8	Коэффициент объемного расширения воздуха	β	1/°К		0,0035			
9	Коэффициент теплопроводности воздуха	λ	Вт /(м·°К)		0,0253			
10	Коэффициент кинематической вязкости воздуха	ν	м^2/с		$14{,}3 \cdot 10^{-6}$			
11	Критерий Нуссельта	Nu_m	–		228			
12	Критерий Грасгофа	Gr_m	–		$5{,}9 \cdot 10^{10}$			
13	Критерий Прандтля	Pr_m	–		0,705			
14	log (Nu_m)	–	–		2,36			
15	log ($Gr_m \cdot Pr_m$)	–	–		10,77			
16	Критериальное уравнение	–	–					

14. Критерий Грасгофа $Gr_x = \frac{g\beta\left(t_x - t_{окр}\right)l_x^3}{\nu^2}$, где t_x – локальная температура стенки трубы, принимается по таблице 2.

15. Результаты расчетов должны быть продублированы в форме сводной таблицы 4.

16. По результатам расчетов строится в соответствующем масштабе на миллиметровой бумаге график изменения локального коэффициента теплоотдачи α_x по высоте трубы.

Таблица 4

№ п/п	Координата замера l_x, м	Локальный коэффициент теплоотдачи α_x, Вт/(м^2·°К)	Номера опыта				
			1	2	3	4	5
1	0,025	α_{x1}		14,2			
2	0,075	α_{x2}		9,71			
3	0,150	α_{x3}		7,70			
4	0,250	α_{x4}		6,66			
5	0,400	α_{x5}		5,90			
6	0,550	α_{x6}		5,84			
7	0,850	α_{x7}		5,18			
8	1,050	α_{x8}		5,13			
9	1,250	α_{x9}		4,80			
10	1,450	α_{x10}		4,64			

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как она достигается?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Как определяется средняя температура струны в данной установке?
4. Для чего замеряется барометрическое давление в данной работе?
5. Как определяется количество теплоты, отданное трубой окружающему воздуху посредством конвекции?
6. Как определяется количество теплоты, отданное трубой окружающему воздуху посредством излучения?
7. Что такое свободная и вынужденная конвекция?
8. Каков физический смысл и размерность коэффициента теплоотдачи?
9. Какие факторы определяют интенсивность конвективного теплообмена?

10. Что такое критерий подобия?
11. Что такое определяющая температура и определяющий размер?
12. Какие критерии называются определяющими и определяемыми?
13. Для чего и как составляются критериальные уравнения?
14. Как определяется коэффициент теплоотдачи α из критериального уравнения?
15. Что характеризуют критерии Nu, Gr, Pr?

Лабораторная работа 6
ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА НА ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Цель работы – изучение процессов теплообмена при свободной и вынужденной конвекции на горизонтальном трубопроводе:

– экспериментальное определение коэффициентов теплоотдачи;

– сравнение опытных значений с вычисленными по критериальным уравнениям.

Основные положения

При известном значении количества передаваемой теплоты Q, поверхности теплообмена F и разности температур Δt между средой и стенкой становится возможным определение коэффициента теплоотдачи α из уравнения Ньютона–Рихмана:

$$Q = \alpha \cdot F \cdot \Delta t.$$

В условиях, когда по горизонтально расположенному трубопроводу движется воздух под напором, а с внешней стороны трубопровода существует контакт с окружающим воздухом, внутри трубопровода теплообмен определяется условиями вынужденной конвекции, а с внешней стороны – естественной конвекции. Обозначим мощность теплового потока при вынужденной конвекции Q_1, а при естественной конвекции – Q_2 и, соответственно, коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2.

Введем также обозначения:

$F_{вн}$ – внутренняя поверхность трубопровода, которая участвует в теплообмене при вынужденной конвекции;

$F_{нар}$ – внешняя поверхность трубопровода, обменивающаяся теплом с окружающей средой в процессе естественной конвекции;

Δt_1 – температурный напор со стороны внутренней поверхности;

Δt_2 – температурный напор со стороны наружной поверхности трубопровода.

Таким образом, в опыте должны быть определены Q_1 и Q_2, Δt_1 и Δt_2, а также заданы $F_{вн}$ и $F_{нар}$. В таком случае из опыта становится возможным определение $\alpha_{1оп}$ и $\alpha_{2оп}$, которые затем могут быть сравнены со значениями $\alpha_{1расч}$ и $\alpha_{2расч}$, полученными из соответствующих характеру теплообмена критериальных уравнений. Электрический ток при прохождении по трубе совершает работу, которая полностью переходит в тепло $Q_э$. В таком случае уравнение первого закона термодинамики, как частный случай закона сохранения энергии, приобретает вид: $Q_э = Q_1 + Q_2 + Q_3$, где Q_1 – мощность теплового потока, переданная воздуху,

движущемуся внутри трубы; Q_2 – мощность теплового потока, переданная воздуху, окружающему трубу; Q_3 – мощность теплового потока, затраченная на нагрев (охлаждение) трубы.

Тепловой поток Q_3 имеет место только при нестационарном режиме работы установки, а при достижении стационарного режима, когда температура трубы tx = const, $Q_3 = 0$ и уравнение упрощается: $Q_Э = Q_1 + Q_2$.

Мощность теплового потока Q_1, переданная воздуху, движущемуся внутри трубы, может быть определена по уравнению первого закона термодинамики для участка горизонтальной трубы:

$$Q_1 = G \cdot (\Delta h + \Delta Э_{кин} + \Delta Э_{пот} + l_т), \text{ Вт} \quad (1)$$

При выполнении расчетов следует иметь ввиду, что изменение потенциальной энергии $\Delta Э_{пот}$ потока равна нулю и техническая работа $l_т$, совершаемая потоком, также равна нулю. Тогда:

$$\alpha_{1оп} = \frac{Q_1}{F_{вн} \cdot \Delta t_1}; \ \alpha_{2оп} = \frac{Q_2}{F_{нар} \cdot \Delta t_2}. \quad (2)$$

Для расчета средних значений коэффициентов теплоотдачи при конвективном теплообмене в воздушной среде рекомендуются следующие формулы на основе критериальных уравнений.

Для расчета средних величин критериев Нуссельта конвективного теплообмена потока воздуха в трубах рекомендуются уравнения:

а) для ламинарного режима $Re < 2 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_{1п.d} = 0{,}15 \cdot Re_п^{0{,}33} Pr_п^{0{,}43}; \quad (3)$$

б) для развитого турбулентного режима $Re > 10^4$

$$\overline{Nu}_{1п.d} = 0{,}021 \cdot Re_п^{0{,}8} Pr_п^{0{,}43}, \quad (4)$$

где $\overline{Nu}_{1п.d} = \frac{\overline{\alpha}_{1расч} \cdot d_{вн}}{\lambda}$ – средний критерий Нуссельта; $Re_п = \frac{w \cdot d_{вн}}{\nu}$ – критерий Рейнольдса; $Pr_п$ – критерий Прандтля воздуха при температуре потока в трубе.

Для *горизонтальных труб* при естественной конвекции в неограниченном пространстве в диапазоне изменения (Gr·Pr) от 10^3 до 10^8:

$$\overline{Nu}_{2п.d} = 0{,}5 \cdot \left(Gr_п \, Pr_п \right)^{0{,}25} \quad (5)$$

где $\overline{Nu}_{2п.d} = \frac{\overline{\alpha}_{2расч} \cdot d_{нар}}{\lambda}$ – средний критерий Нуссельта;

$Gr_{п,d} = \frac{g \beta_п \Delta t_2 d_{нар}^3}{\nu_п^2}$ – критерий Грасгофа;

$Pr_п$ – критерий Прандтля воздуха при температуре потока окружающей среды.

Схема и описание установки

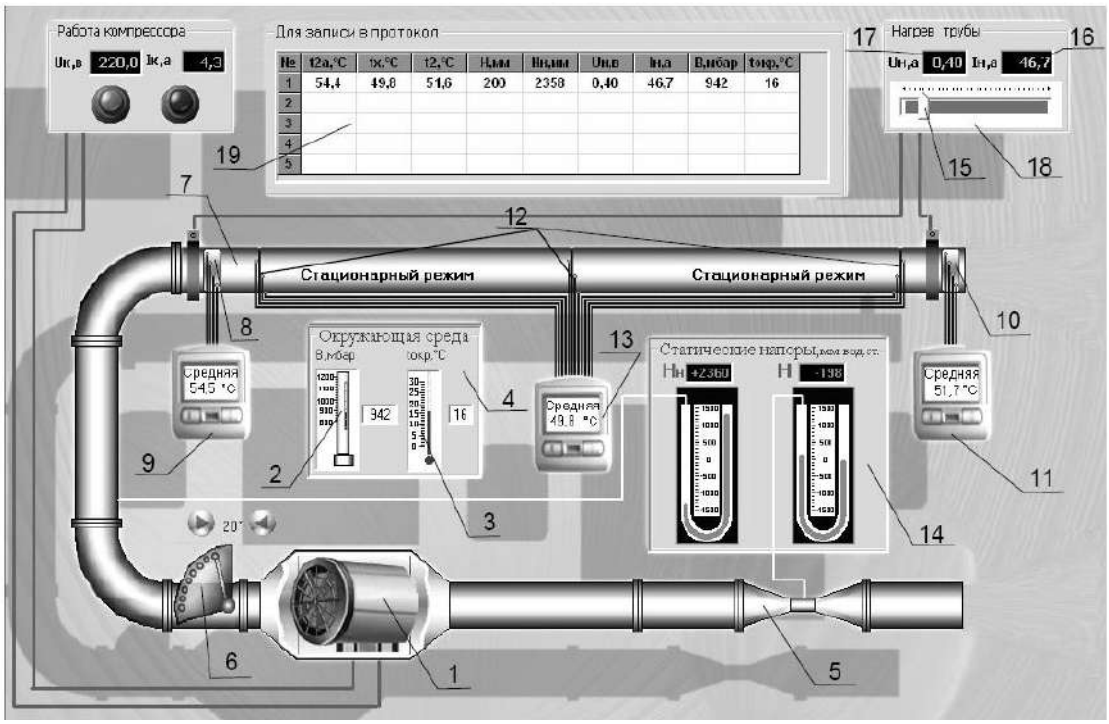


Рисунок 1. – Схема установки

В экспериментальной лабораторной установке (см. рисунок 1) воздух, являющийся в данном случае рабочим телом, забирается компрессором *1* из окружающей среды. Параметры воздуха в окружающей среде измеряются ртутным барометром *2* и термометром 3, которые расположены на панели *4* «Окружающая среда».

Далее поток воздуха через сечение 0–0 направляется в воздухомерное устройство *5* типа «труба Вентури». Количество проходящего воздуха регулируется заслонкой *6*. По системе соединительных трубопроводов поток воздуха поступает во входное сечение 1–1 исследуемого участка горизонтальной металлической трубы *7*. К потоку воздуха, проходящему через компрессор, на участке от сечения 0–0 до сечения 1–1 подводится работа сжатия и тепло за счет охлаждения электродвигателя компрессора, поэтому его температура повышается и измеряется четырьмя концентрически расположенными термопарами *8*. Все четыре термопары включены по дифференциальной схеме, поэтому вторичный регистрирующий прибор *9* показывает среднюю температуру воздуха в сечении 1–1. Прибор имеет встроенное компенсационное устройство, исключающее необходимость иметь холодные спаи термопар. По такой же схеме термопарами *10* и прибором *11* измеряется температура воздуха в сечении 2–2 на выходе из трубы, а термопарами *12* и прибором *13* температура горизонтальной трубы.

С помощью *U*-образных манометров, расположенных на панели *14* «Статические напоры», измеряются разрежение в «горле» воздухомера и давление в сечении на выходе из компрессора – на входе в горизонтальную трубу. Горизонтальный участок трубы нагревается за счет электрического тока, подводимого через трансформатор *15*. Мощность теплового потока, затраченная на нагрев трубы, находится по показаниям амперметра *16* и вольтметра *17*, которые расположены на панели *18* «Нагрев трубы».

Выполнение работы

Установить заданные преподавателем параметры 1-го режима – положение заслонки *6* (деления в диапазоне 20–80) и положение ползунка *15* на панели *18* «Нагрев трубы» (деления в диапазоне 0–30, причем первое значение обязательно меньше 5, как на рисунке 1). Затем включить установку нажатием на зеленую кнопку. При достижении стационарного режима показания всех необходимых приборов заносятся в протокол *19* и в таблицу наблюдений (таблица 1). О стационарности режима можно судить по показанию прибора для измерения температуры трубы. Далее установить параметры следующего режима. По окончании измерений переписать данные измерений в таблицу 1.

Таблица 1

№ п/п	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номер опыта		
				1	2	3
1	Положение заслонки		деления		50	
2	Положение ползунка на панели «Нагрев трубы»		деления		15	
3	Температура воздуха при входе в трубу (сечение 1–1)	t_1	°C		43,0	
4	Температура воздуха при выходе из трубы (сечение 2–2)	t_2	°C		47,4	
5	Средняя температура трубы	t_x	°C		51,2	
6	Показания вакуумметра (горло воздухомера)	H	мм вод. ст.		678	
7	Показания пьезометра (после компрессора)	$H_н$	мм вод. ст.		1207	
8	Напряжение, подаваемое на нагрев трубы	$U_н$	В		1,50	
9	Сила тока, потребляемого на нагрев трубы	$I_н$	А		175,3	
10	Показания барометра	B	мбар		920	
11	Температура окружающей среды	$t_{окр}$	°C		22	

Расчетные формулы и расчеты

1. Атмосферное давление находится по формуле

$P_{атм} = 100 \cdot B$, Па,

где B – показание барометра, мбар.

2. Перепад давления воздуха в воздухомере:

$\Delta P = \rho \cdot g \cdot H$, Па,

где ρ – плотность воды в U-образном вакуумметре, равная 1000 кг/м^3; g – ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с^2; H – показание вакуумметра (горло воздухомера), переведенное в м вод.ст.

3. Плотность воздуха по состоянию в «горле» воздухомера:

$$\rho_В = \frac{P_{атм} - \Delta P}{R \cdot \left(t_{окр} + 273\right)}, \text{кг/м}^3,$$

где R – характеристическая газовая постоянная воздуха, равная 287 Дж/(кг·°К).

4. Расход воздуха в трубе:

$$G = 0{,}525 \cdot 10^{-3} \sqrt{\rho_В \cdot \Delta P}, \text{ кг/с}.$$

5. Абсолютное давление в сечении 1-1:

$$P_1 = P_{атм} + \rho \cdot g \cdot H_Н, \text{Па},$$

где $H_Н$ – показание пьезометра (после компрессора), переведенное в м вод.ст.

6. Плотность воздуха по состоянию на входе в горизонтальную трубу:

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R \cdot \left(t_1 + 273\right)}, \text{кг/м}^3,$$

где t_1 – температура воздуха при входе в трубу (сечение 1-1), ℃.

7. Плотность воздуха по состоянию на выходе из горизонтальной трубы:

$$\rho_2 = \frac{P_{атм}}{R \cdot \left(t_2 + 273\right)}, \text{кг/м}^3,$$

где t_2 – температура воздуха на выходе из трубы (сечение 2-2), ℃.

8. Средняя скорость потока в сечениях 1-1 и 2-2 определяется по общему уравнению

$$W_j = \frac{G}{\left(\rho_j \cdot F\right)}, \text{м/с},$$

где F – площадь проходного сечения для потока воздуха, одинаковая для сечений 1-1 и 2-2 и равная 1,35·10^{-3}, м^2; ρ_j – плотность воздуха в рассматриваемом сечении, кг/м^3; j – индекс рассматриваемого сечения (1-1 или 2-2).

9. Теплота, подводимая к потоку воздуха от электронагревателя на участке от сечения 1-1 до сечения 2-2, находится по показаниям вольтметра и амперметра:

$$Q_э = U_Н \cdot I_Н, \text{Вт},$$

где $I_н$ – сила тока, потребляемого на нагрев трубы, А; $U_н$ – напряжение, подаваемое на нагрев трубы, В.

10. Изменение энтальпии 1 кг потока воздуха:

$$\Delta h = c_p \cdot \left(t_2 - t_1\right), \text{Дж/кг},$$

где c_p – теплоемкость воздуха при постоянном давлении в (Дж/(кг·°К)), значение которой принимается по температуре t_1 по таблице П4.1 приложения 4.

11. Изменение кинетической энергии 1 кг потока воздуха:

$$\Delta Э_{кин} = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}, \text{Дж/кг}.$$

12. Мощность теплового потока, переданного потоку воздуха в трубе вынужденной конвекцией от внутренней поверхности трубы, находится с учетом (1) по формуле

$$Q_1 = G \cdot \left(\Delta h + \Delta Э_{кин}\right), \text{Вт}.$$

13. Мощность теплового потока, переданного естественной конвекцией от наружной поверхности трубы окружающему воздуху:

$$Q_2 = Q_э - Q_1, \text{Вт}.$$

14. Опытные значения коэффициентов теплоотдачи получаем по формулам (2), в которых $F_{вн}$ – внутренняя поверхность трубы, равная 0,352, м^2; $F_{нар}$ – наружная поверхность трубы, равная 0,386, м^2; средний температурный напор при вынужденной конвекции $\Delta t_1 = t_x - 0{,}5 \cdot \left(t_1 + t_2\right)$, °С; средний температурный напор при естественной конвекции $\Delta t_2 = t_x - t_{окр}$, °С.

15. Расчетные значения коэффициента теплообмена для вынужденной конвекции находим с учетом (3) или (4) по формуле

$$\bar{\alpha}_{1расч} = \overline{Nu}_{1n,d} \cdot \frac{\lambda}{d_{вн}}, \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot °\text{К}\right). \qquad (6)$$

При вычислении критериев подобия по уравнениям (3) или (4) и коэффициента теплоотдачи по формуле (6) все теплофизические свойства воздуха (коэффициент теплопроводности λ, кинематическая вязкость ν, критерий Прандтля $Pr_{1п}$) находятся по таблице П4.1 приложения 4 интерполяцией при *определяющей температуре – средней температуре потока в трубе,* равной $t_п = 0{,}5 \cdot (t_1 + t_2)$; определяющим размером в формулах является внутренний диаметр трубы $d_{вн}$ = 0,0415 *м*; критерий Рейнольдса $Re_п$ следует рассчитывать при средней скорости потока воздуха в трубе $W_{сред} = (W_1 + W_2)/2$.

16. Расчетные значения коэффициента теплообмена для свободной конвекции находим с учетом (5) по формуле

$$\bar{\alpha}_{2\text{расч}} = \frac{\lambda \cdot \overline{Nu}_{2n,d}}{d_{\text{нар}}},\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{К}\right) \qquad (7)$$

При вычислении критериев подобия по уравнению (5) и коэффициента теплоотдачи по формуле (7) все теплофизические свойства воздуха (коэффициент теплопроводности λ, кинематическая вязкость ν, критерий Прандтля $Pr_{2п}$) находятся по таблице П4.1 приложения 4 интерполяцией при *определяющей температуре – равной температуре потока, окружающего трубу* $t_п = t_{окр}$; определяющим размером в формулах является наружный диаметр трубы $d_{нар}$ = 0,0455 м; коэффициент объемного расширения β для воздуха рассчитывается по формуле $\beta_п = 1/(273 + t_{окр})$, 1/°К; критерий Грасгофа следует рассчитывать по разности температур Δt_2.

17. Результаты расчетов должны быть продублированы в форме сводной таблицы 2.

Таблица 2. – Результаты расчетов

№ п/п	Измеряемая величина	Обозначение	Единицы измерения	Номер опыта		
				1	2	3
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	Атмосферное давление	$P_{атм}$	Па		92000	
2	Перепад давления воздуха в воздухомере	ΔP	Па		6651	
3	Плотность воздуха по состоянию в горле воздухомера	$\rho_в$	кг/м^3		1,01	
4	Расхода воздуха	G	кг/с		0,043	
5	Плотность воздуха в сечении 1-1	ρ_1	кг/м^3		1,14	
6	Средняя скорость потока воздуха на входе в трубу в сечении 1-1	W_1	м/с		27,96	
7	Плотность воздуха на выходе из трубы (сечение 2-2)	ρ_2	кг/м^3		1,00	
8	Средняя скорость потока на выходе из трубы (сечение 2-2)	W_2	м/с		31,87	
9	Теплота, вносимая электрическим током в систему (нагрев трубы)	$Q_э$	Вт		263	
10	Изменение энтальпии воздуха по потоку в системе (трубе)	Δh	Дж/кг		4422	
11	Изменение кинетической энергии потока воздуха в трубе	$\Delta Э_{кин}$	Дж/кг		116,9	
12	Теплота, передаваемая потоку воздуха в трубе	Q_1	Вт		195,2	
13	Теплота, передаваемая окружающему трубу воздуху	Q_2	Вт		67,8	

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7
14	Средний температурный напор в условиях внутреннего теплообмена $\Delta t_1 = t_x - 0{,}5\cdot(t_1 + t_2)$,	Δt_1	°С		6,00	
15	Средний температурный напор в условиях внешнего теплообмена $\Delta t_2 = t_x - t_{окр}$,	Δt_2	°С		29,2	
16	Критерий Рейнольдса $Re_п = W_{ср}\cdot d_{вн}/\nu$	$Re_п$			71130	
17	Критерий Прандтля в условиях вынужденной конвекции	$Pr_{1п}$			0,699	
18	Критерий Нуссельта в условиях вынужденной конвекции – по уравнению (3) или (4)	$Nu_{1п,d}$			137	
19	Критерий Грасгофа	$Gr_п$			405300	
20	Критерий Прандтля в условиях естественной конвекции	$Pr_{2п}$			0,703	
21	Критерий Нуссельта в условиях естественной конвекции – уравнение (5)	$Nu_{2п,d}$			11,55	
22	Расчетный коэффициент теплоотдачи при вынужденной конвекции	$\alpha_{1расч}$	Вт/(м^2·°К)		92,4	
23	Опытный коэффициент теплоотдачи при вынужденной конвекции	$\alpha_{1оп}$	Вт/(м^2·°К)		92,4	
24	Расчетный коэффициент теплоотдачи при свободной конвекции	$\alpha_{2расч}$	Вт/(м^2·°К)		6,60	
25	Опытный коэффициент теплоотдачи при свободной конвекции	$\alpha_{2оп}$	Вт/(м^2·°К)		6,02	

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как она достигается?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Какими методами измеряется температура в данной работе?
4. Как измеряется и регулируется расход воздуха в данной работе?
5. По каким признакам можно судить о стационарном режиме теплообмена с окружающей средой?
6. Как осуществляется выбор контрольной оболочки рассматриваемой термодинамической системы?
7. Дайте формулировку и математическое выражение уравнения первого закона термодинамики, используемого для решения задачи данного опыта.

8. Укажите способы определения величин, входящих в уравнение первого закона термодинамики, используемого для решения задачи данного опыта, с полным обоснованием используемых расчетных формул.

9. Какие существуют методы и приборы для измерения температуры, давления и расхода?

10. Как определяется плотность воздуха в условиях лабораторной установки?

11. Какие виды конвекции существуют, в чем их различие?

12. В чем сущность теории подобия и как с ее помощью определяются коэффициенты теплоотдачи?

13. Как составляются критериальные уравнения?

14. Составьте в общем виде критериальные уравнения для вынужденной и свободной (естественной) конвекции.

15. Каков физический смысл критериев подобия, входящих в уравнение для свободной конвекции?

16. Каков физический смысл критериев подобия, входящих в уравнение для вынужденной конвекции?

17. Что такое «определяемый» и «определяющий» критерий?

18. Как выбирается определяющий (характерный) размер и определяющая температура при расчете критериев подобия?

3.15. Теплообмен при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве

Если толщина вертикального канала или щели δ достаточно велика, то восходящий и нисходящий потоки протекают без взаимных помех и имеют такой же характер, как и вдоль вертикальной поверхности в неограниченном пространстве (рисунок 3.15.1, *а*).

Если же толщина δ мала, то вследствие взаимных помех внутри возникают циркуляционные контуры (рисунок 3.15.1, *б*).

В горизонтальных щелях:

– если нагретая поверхность расположена сверху ($t_{c1} > t_{c2}$), то циркуляция отсутствует (рисунок 3.15.1, *в*);

– если нагретая поверхность расположена снизу, то имеются и восходящие и нисходящие потоки, которые между собой чередуются (рисунок 3.15.1, *г*).

Введено понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_{экв} = Q \cdot \delta / (F \cdot \Delta t)$, учитывающего перенос теплоты в прослойке как теплопроводностью, так и конвекцией. Здесь F – площадь поверхности теплообмена прослойки, Δt – температурный напор между противоположными стенками прослойки.

Если его значение разделить на коэффициент теплопроводности λ жидкости, то получим безразмерную величину $\varepsilon_к = \lambda_{экв} / \lambda$, которая характеризует влияние конвекции и называется *коэффициентом конвекции*.

Т.к. циркуляция жидкости обусловлена разностью плотностей нагретых и холодных частиц и определяется произведением Gr·Pr, то и $\varepsilon_к$ должно быть функцией того же аргумента, т.е.

$$\varepsilon = 0{,}18 \cdot \left(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr}\right)^{0{,}25}_{пс,\delta}, \qquad (3.107)$$

где $t_{пс} = 0{,}5 \cdot \left(t_{c1} + t_{c2}\right)$.

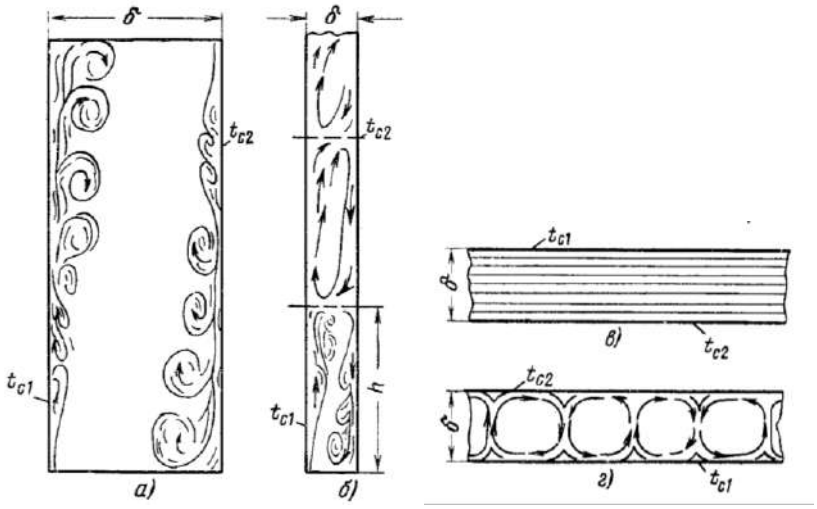


Рисунок 3.15.1. – Характер свободного течения жидкости в вертикальных (*а*, *б*) и горизонтальных (*в*, *г*) прослойках

За определяющий размер принята толщина прослойки δ.

Плотность теплового потока через прослойку

$$q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}(t_{c1} - t_{c2}). \qquad (3.108)$$

Приближенно эквивалентную теплопроводность можно рассчитать:

$$\lambda_{экв} = 0{,}18\,\lambda\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^{0{,}25}_{пс,\delta}. \qquad (3.109)$$

Формула справедлива при $\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{пс,\delta} > 1000$.

При $\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)_{пс,\delta} < 1000$ $\lambda_{экв} = \lambda$.

3.16. Основные представления о процессе конденсации

Если пар соприкасается со стенкой, температура которой ниже температуры насыщения, то пар конденсируется и конденсат оседает на стенке. При этом различают два вида конденсации:

– *капельную,* когда конденсат осаждается в виде отдельных капель,

– *пленочную,* когда на поверхности образуется сплошная пленка жидкости.

Капельная конденсация возможна лишь в том случае, если конденсат не смачивает поверхность охлаждения. Искусственно капельная конденсация может быть получена путем нанесения на поверхность тонкого слоя масла, керосина или жирных кислот или путем примеси этих веществ к пару. При этом поверхность должна быть хорошо отполирована.

При конденсации чистого пара смачивающей жидкости на чистой поверхности всегда получается сплошная пленка.

Возможны также случаи смешанной конденсации, когда в одной части аппарата получается капельная, а в другой – пленочная конденсация.

В процессе пленочной конденсации вся теплота, выделяющаяся на внешней границе пленки, отводится к поверхности охлаждения. При *ламинарном* движении жидкостной пленки перенос теплоты через нее осуществляется лишь путем теплопроводности.

Плотность теплового потока определяется выражением

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_s - t_c\right), \qquad (3.110)$$

где δ – толщина пленки;

λ – коэффициент теплопроводности конденсата;

t_c – температура поверхности.

С другой стороны по закону Ньютона – Рихмана:

$$q = \alpha\left(t_s - t_c\right). \qquad (3.111)$$

Из сопоставления выражений (3.110) и (3.111) имеем:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta}. \qquad (3.112)$$

Следовательно, определение коэффициента теплоотдачи сводится к определению толщины пленки конденсата δ, которая может быть получена из анализа условий его течения.

Принятые допущения:

– силы инерции в пленке конденсата пренебрежимо малы по сравнению с силами вязкости и гравитации;

– учитывается теплопроводность только поперек пленки конденсата;

– трение на границе раздела паровой и жидкой фаз отсутствует;

– температура внешней поверхности пленки равна температуре насыщения пара;

– физические свойства конденсата постоянны;

– силы поверхностного натяжения на свободной поверхности пленки не влияют на характер ее течения.

Такой анализ для случаев конденсации пара на вертикальной поверхности и горизонтальной трубе был впервые проведен Нуссельтом.

Ниже приводится вывод Нуссельта для плоской вертикальной стенки. Ось *x* расположена в плоскости стенки и направлена вниз, ось *y* направлена перпендикулярно стенке (рисунок 3.16.1).

Левые части уравнений энергии и движения равны нулю, т.к. процесс стационарный и отсутствует конвективный перенос теплоты, а инерционные силы, связанные с ускорением движения конденсата, пренебрежимо малы.

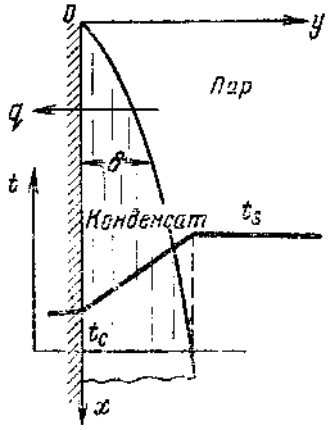


Рисунок 3.16.1. – К задаче по определению теплоотдачи
и толщины пленки конденсата
на вертикальной плоской поверхности

Производные $\partial^2 t/\partial x^2 = 0$ и $\partial^2 t/\partial z^2 = 0$ также равны нулю, т.к. перенос теплоты теплопроводностью вдоль пленки пренебрежимо мал и стенка бесконечна в направлении оси z.

Поскольку толщина пленки мала, в уравнении движения $\partial^2\omega_x/\partial y^2 >> \partial^2\omega_x/\partial x^2$. Температура стенки t_c считается постоянной по высоте.

Дифференциальное уравнение движения для единичного объема конденсата в пленке имеет вид

$$\frac{d^2t}{dy^2} = 0 \text{ – уравнение энергии,}$$

$$g\left(\rho' - \rho''\right) + \mu'\frac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2} = 0 \text{ – уравнение движения.} \qquad (3.113)$$

Интегрирование выражения (3.113) приводит к соотношению

$$\frac{d\omega_x}{dy} = -\frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{\mu'}y + C_1,$$

$$\omega_x = -\frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{2\mu'}y^2 + C_1 y + C_2. \qquad (3.114)$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий:

– при y=0 $\omega_x = 0$ *(у стенки)*;

– при y=δ $\partial\omega_x/\partial y = 0$ *(трением на границе раздела фаз пренебрегаем)*,

откуда C_2 = 0 и $C_1 = \frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{\mu'}\delta$.

Подставляя значения C_1 и C_2 в выражение (3.114), получаем параболический закон распределения скоростей в слое конденсата:

$$\omega_x = g\frac{\rho' - \rho''}{\mu'}\left(y\delta - \frac{1}{2}y^2\right), \qquad (3.115)$$

$$\overline{\omega} = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \omega_x dy = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{\mu'}y\delta dy - \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{2\mu'}y^2 dy = \frac{g\left(\rho' - \rho''\right)}{3\mu'}\delta^2,$$

$$Q_{l_{Z=1}} = \int_0^x q dx = \overline{q}x = \alpha\overline{\Delta t}x = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_s - t_c\right)x = rG = r\left(\rho' - \rho''\right)\overline{\omega}\delta, \qquad (3.116)$$

где $Q_{lz=1}$ – тепловой поток, переданный стенке на участке 0-x.

$$dG = \frac{\lambda}{\delta}\frac{1}{r}\left(t_s - t_c\right)x\,dx = \left(\rho' - \rho''\right)\overline{\omega}\delta\,d\delta,$$

$$\frac{g\left(\rho' - \rho''\right)^2}{3\mu'}\delta^3\,d\delta = \frac{\lambda}{\delta}\frac{1}{r}\left(t_s - t_c\right)x\,dx.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda'\left(t_s - t_c\right)\nu' x}{rg\left(\rho' - \rho''\right)}}\,. \qquad (3.117)$$

Зная выражение для толщины пленки, из выражения (3.112) определяем локальный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta} = \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 rg\left(\rho' - \rho''\right)}{4\left(t_s - t_c\right)\nu' x}}\,. \qquad (3.118)$$

Характер изменения толщины пленки и коэффициента теплоотдачи вдоль вертикальной стенки показаны на рисунке 3.16.2.

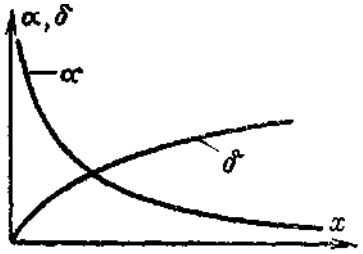


Рисунок 3.16.2. – Изменение толщины пленки конденсата
и коэффициента теплоотдачи
при течении вдоль вертикальной поверхности

Среднее значение коэффициента теплоотдачи для вертикальной стенки высотой *h* определяется формулой

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{h}\int_0^h \alpha dx = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 rg\left(\rho' - \rho''\right)}{4\left(t_s - t_c\right)\nu' h}} = 0{,}943\frac{A}{\sqrt[4]{h\Delta t}}, \qquad (3.119)$$

где $\Delta t = t_s - t_c$; $A = \sqrt[4]{\dfrac{\lambda'^3 rg\left(\rho' - \rho''\right)}{\nu'}}$.

Следовательно, средний коэффициент теплоотдачи уменьшается с ростом высоты *h* и температурного напора Δ*t*.

Вывод, приведенный выше для вертикальной стенки, применИм и для наклонной. Отличие будет в том, что в уравнение движения (3.113) войдет составляющая силы тяжести в направлении движения пленки. Если Ψ – угол наклона стенки к горизонту, то составляющая $g\cdot\sin\Psi$. Тогда расчетная формула для коэффициента теплоотдачи принимает вид

$$\bar{\alpha}_\psi = \bar{\alpha}_{\text{верт}}\sqrt[4]{\sin\Psi}\,. \qquad (3.120)$$

Вывод, аналогичный изложенному выше для вертикальной стенки, был приведен Нуссельтом также для *горизонтальной трубы*. Полученная им формула для среднего коэффициента теплоотдачи имеет вид

$$\bar{\alpha} = 0{,}728 \frac{A}{\sqrt[4]{D\Delta t}}, \qquad (3.121)$$

где D – диаметр трубы.

Расчет теплоотдачи при конденсации пара на *горизонтальной трубе* целесообразно производить при отнесении всех свойств к температуре насыщения и введении поправки (множителя) ε_t

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{N,s} \varepsilon_t, \qquad (3.122)$$

где $\bar{\alpha}_{N,s}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле Нуссельта при определяющей температуре t_s;

$\varepsilon_t = \left[\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_s} \right)^3 \frac{\mu_s}{\mu_c} \right]^{1/8}$ – поправка Д.А. Лабунцова, учитывающая зависимость физических свойств λ и μ от температуры.

На поверхности вертикальных пластин и труб интенсивность теплоотдачи, как показывают опытные данные, обычно оказывается более высокой, чем вычисленная по формуле Нуссельта. Это объясняется *волновым течением пленки конденсата*.

Выражение для поправки к формуле Нуссельта, учитывающей развитие волнового течения (при $\mathrm{Re}_{пл} \geq 4$), имеет вид:

$$\varepsilon_v = \left(\mathrm{Re}_{пл} / 4 \right)^{0{,}04}, \qquad (3.123)$$

где $\mathrm{Re}_{пл}$ – число Рейнольдса конденсатной пленки,

$$\mathrm{Re}_{пл} = \frac{\omega_x \cdot 4\delta}{\nu'} = \frac{4G}{\mu'} = \frac{4\bar{q}h}{r\mu'} = \frac{4\bar{\alpha}\overline{\Delta t}h}{r\mu'} = 3{,}8 \cdot Z^{0{,}78}, \qquad (3.124)$$

где 4δ – эквивалентный диаметр пленки конденсата;

$G = \rho' \omega_x \delta$ – расход конденсата, приходящегося на единицу ширины стенки (или на единицу длины периметра трубы);

$\overline{\Delta t} = t_s - t_c$;

h – высота стенки.

$$G \cdot r = \bar{q} \cdot h = \rho' \cdot \omega_x \cdot \delta \cdot r,$$

$$\omega_x = \frac{\bar{q} \cdot h}{\rho' \cdot \delta \cdot r},$$

$$Z = \frac{\lambda' \overline{\Delta t} h}{r \mu' l_g},$$

$$l_g = \left(\frac{\nu'^2}{g} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''} \right)^{0,33}.$$

С учетом поправки ε_v на волновое течение расчетное соотношение для теплоотдачи при конденсации пара на поверхности вертикальных труб и плит имеет вид:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{N,s} \varepsilon_v \varepsilon_t, \tag{3.125}$$

$$\frac{\bar{\alpha} l_g}{\lambda'} = 0,95 \cdot Z^{-0,22} = 1,38 \cdot \mathrm{Re}_{пл}^{-0,28}. \tag{3.126}$$

При большой высоте вертикальной поверхности и значительных температурных напорах расход конденсата может возрасти настолько, что возникает *турбулентный* режим течения пленки.

Исследования показали, что турбулентное течение свободно стекающих жидкостных пленок наступает при значениях числа Re, бóльших некоторого критического значения: $\mathrm{Re}_{кр} \approx 400$ (на самом деле, $\mathrm{Re}_{кр}$ зависит от рода жидкости и находится в пределах 270–525).

При некотором значении $h_{кр}$ число Рейнольдса достигает критического значения $\mathrm{Re}_{кр}$ (рисунок 3.16.3). Далее течение конденсата в пленке принимает турбулентный характер.

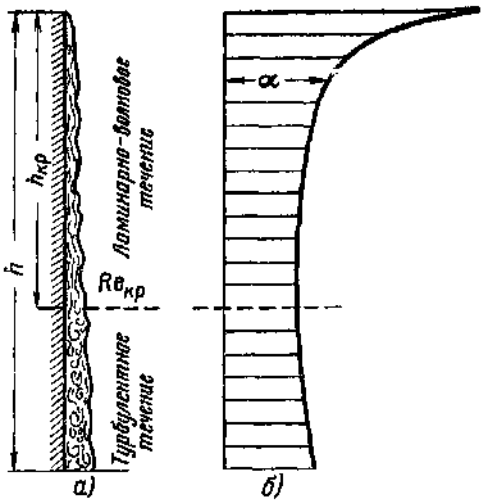


Рисунок 3.16.3. – Изменение коэффициента теплоотдачи в смешанном режиме течения конденсата вдоль вертикальной поверхности

При *турбулентном* течении ($6\cdot10^3 < \mathrm{Re}_{пл} < 3\cdot10^4$) локальная интенсивность теплоотдачи растет при увеличении расхода G и числа Re по соотношению

$$\frac{\alpha \cdot l_g}{\lambda'} = 0{,}0325 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}25} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}5}. \qquad (3.127)$$

При наличии на вертикальной поверхности участка с турбулентным режимом течения конденсата в пленке (*смешанный режим* течения):

$$\bar{\alpha} = 400 \frac{r\mu'}{h\Delta t} \left\{ 1 + 0{,}625 \mathrm{Pr}'^{0{,}5} \left(\frac{Z}{2300} - 1 \right) \left(\frac{\mathrm{Pr}_s}{\mathrm{Pr}_c} \right)^{0{,}25} \right\}^{4/3}, \qquad (3.128)$$

или

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot l_g}{\lambda'} = \frac{\mathrm{Re}_{пл}}{2300 + 41 \mathrm{Pr}'^{-0{,}5} \left(\mathrm{Re}_{пл}^{0{,}75} - 89 \right) \left(\frac{\mathrm{Pr}_s}{\mathrm{Pr}_c} \right)^{0{,}25}}, \qquad (3.129)$$

или

$$\frac{\bar{\alpha} \cdot l_g}{\lambda'} = \frac{\mathrm{Re}_{пл}}{9150 + 58 \mathrm{Pr}'^{-0{,}5} \left(\mathrm{Re}_{пл}^{0{,}75} - 253 \right) \left(\frac{\mathrm{Pr}_s}{\mathrm{Pr}_c} \right)^{0{,}25}}, \qquad (3.130)$$

Здесь $\frac{\bar{\alpha} \cdot l_g}{\lambda'} = \frac{\mathrm{Re}_{пл}}{4 \cdot Z}$, $\mathrm{Re}_{пл} = \left[253 + 0{,}069 \mathrm{Pr}'^{0{,}5} \left(\frac{\mathrm{Pr}_s}{\mathrm{Pr}_c} \right)^{0{,}25} (Z - 2300) \right]^{4/3}$.

Полученные расчетные соотношения справедливы при конденсации чистого насыщенного пара и на чистой поверхности. Поэтому при определении значения коэффициента теплоотдачи необходимо учитывать ряд дополнительных обстоятельств, влияющих на теплоотдачу.

а. Влияние перегрева пара.

Если температура стенки ниже температуры насыщения, то процесс конденсации перегретого пара протекает так же, как и насыщенного. Конечно, это не значит, что перегретый пар сразу становится насыщенным во всем объеме, – насыщенным пар становится лишь у стенки по мере его охлаждения, а вдали от стенки он будет оставаться перегретым.

При конденсации перегретого пара необходимо учитывать теплоту перегрева $q_п = i_п - i''$, Дж/кг, и вместо теплоты фазового перехода r в расчетную формулу подставлять значение $r_п = r + q_п$, где $i_п, i''$ – энтальпии перегретого и насыщенного пара соответственно. За разность температур при этом по-прежнему принимается $\Delta t = t_s - t_c$.

Поскольку $r_п > r$, то при конденсации перегретого пара теплоотдача несколько выше, чем при конденсации насыщенного пара. Однако разница

обычно незначительна и в практических расчетах ею часто вполне можно пренебречь.

б. Влияние состояния поверхности.

Если поверхность шероховата или покрыта слоем окисла, то вследствие дополнительного сопротивления течению толщина пленки увеличивается, а коэффициент теплоотдачи при этом снижается. Здесь большое влияние оказывает также термическое сопротивление окисной пленки на поверхности.

в. Влияние содержания в паре неконденсирующихся газов.

При наличии в паре воздуха или других неконденсирующихся газов теплоотдача при конденсации сильно снижается. С течением времени воздух скапливается около стенки и оказывает значительное препятствие продвижению пара к стенке.

На основании закона Дальтона общее давление смеси p_0 суммируется из парциальных давлений пара $p_п$ и воздуха $p_в$. Из-за конденсации пара $p_п$ у стенки меньше, чем в остальном объеме. Поэтому в направлении к стенке $p_п$ непрерывно падает, а $p_в$, наоборот, возрастает. Следовательно, у стенки получается зона с повышенным содержанием воздуха (рисунок 3.16.4).

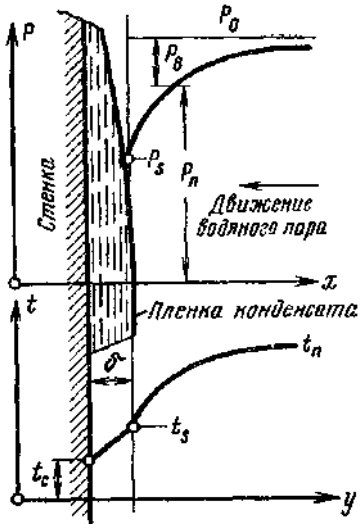


Рисунок 3.16.4. – Конденсация парогазовой смеси на вертикальной поверхности

Температурный напор $t_s - t_c$ уменьшается, т.к. из-за уменьшения парциального давления пара у поверхности пленки температура насыщения t_s всегда ниже температуры насыщения при давлении p_0.

Как показали опыты, при содержании в паре даже 1% воздуха коэффициент теплоотдачи снижается на 60%.

г. Влияние скорости и направления течения пара.

Приведенные выше зависимости справедливы для неподвижного пара или когда скорость его течения мала. При значительных скоростях поток пара оказывает динамическое воздействие на конденсатную пленку.

Если движение пара совпадает с направлением течения пленки, поток пара ускоряет движение конденсата в пленке, ее толщина уменьшается, и коэффициент теплоотдачи возрастает.

При движении пара снизу вверх (в обратном направлении) течение пленки тормозится, толщина ее увеличивается, а коэффициент теплоотдачи уменьшается.

Однако такое явление происходит лишь до тех пор, пока динамическое воздействие пара не превысит силу тяжести. После этого пленка пара увлекается вверх и частично срывается с поверхности. При этом с увеличением скорости пара коэффициент теплоотдачи вновь растет.

д. Влияние компоновки поверхности нагрева.

Теплоотдача на горизонтальных трубах имеет бóльшую интенсивность, чем на вертикальных, т.к. в первом случае толщина пленки конденсата меньше. Но это справедливо лишь для одной трубки или для верхнего ряда в пучке.

В многорядных пучках конденсат с верхних рядов стекает на нижние, поэтому и пленка здесь получается более толстой.

В реальных условиях конденсат стекает в виде отдельных капель или струйками, что вызывает одновременно значительные возмущения и даже турбулизацию пленки. Кроме того, при конденсации пара на многорядном пучке необходимо учитывать влияние скорости движения поступающего пара в зазорах между трубами, которая может изменять характер стекания конденсата.

Среднее значение теплоотдачи можно увеличить путем установки по высоте трубы конденсатоотводных колпачков (рисунок 3.16.5). Установка таких колпачков через каждые 10 см на трубе высотой h = 3 м увеличивает среднее значение коэффициента теплоотдачи в 2–3 раза.

Рисунок 3.16.5. – Конденсатоотводные колпачки
на вертикальной трубе

Еще большее увеличение теплоотдачи получается при подаче пара в виде тонких струек, движущихся с большой скоростью. При ударе таких струек о стенку происходит разрушение пленки и разбрызгивание конденсата.

По опытным данным термическое сопротивление теплоотдачи при этом уменьшается в 3–10 раз. Последнее, конечно, в значительной мере зависит от диаметра струек, их количества, направления и скорости истечения.

Теплоотдача при капельной конденсации пара может быть во много раз больше, чем при пленочной. Это объясняется тем, что пленка конденсата обладает своим термическим сопротивлением передачи теплоты фазового перехода.

По мере увеличения размера капель скорость их роста постепенно снижается. При этом наблюдается процесс взаимного слияния капель. В итоге, когда отдельные капли достигают размера примерно одного или нескольких миллиметров, они скатываются с поверхности под влиянием силы тяжести.

При капельной конденсации пара на поверхности пучка горизонтальных труб скатывание капель с трубы на трубу, как показывают опытные данные, приводит к некоторому снижению интенсивности теплоотдачи. Однако это снижение обычно не превышает 10–15%. Кроме того, из-за очень высокой интенсивности теплоотдача при капельной конденсации очень чувствительна даже к ничтожным примесям в паре неконденсирующихся газов (воздуха).

При капельной конденсации чистого пара на медной поверхности (при t_s = 100 °С) можно принять $\alpha \approx 250\ 000\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot °\text{С}\right)$. При капельной конденсации на стальной поверхности теплоотдача будет ниже в 2–3 раза.

Пример 3.16.1

Определить коэффициент теплоотдачи при конденсации водяного пара атмосферного давления на поверхности горизонтальной трубы диаметром D = 16 мм, если температура поверхности трубы t_c = 80 °С. Определить также плотность теплового потока Q и количество образующегося конденсата на поверхности трубы длиной l = 1 м.

Решение:

Коэффициент теплоотдачи определим по формуле

$$\overline{\alpha} = 0{,}728 \cdot \frac{A_s}{\sqrt[4]{D \cdot \Delta t}} \cdot \varepsilon_t,$$

где для температуры насыщения t_s = 100 °С A_s = 12,2·10^3 Вт/(м$^{7/4}$·°С$^{3/4}$), а при Δt = 100 – 80 = 20 °С и атмосферном давлении поправка, учитывающая зависимость физических свойств от температуры, из таблиц ε_t = 0,967.

Следовательно,

$$\bar{\alpha} = 0{,}728 \cdot \frac{12{,}2 \cdot 10^3}{\sqrt[4]{16 \cdot 10^{-3}(100-80)}} \cdot 0{,}967 = 11400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{C}}.$$

Тепловой поток

$$Q = \bar{\alpha} \cdot \pi \cdot d \cdot l \cdot (t_s - t_c) = 11400 \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot (100-80) = 11450 \text{ Вт}.$$

При t_s = 100 °С теплота парообразования водяного пара $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Количество образующегося конденсата:

$$G = \frac{Q}{r} = \frac{11450}{2{,}26 \cdot 10^6} = 5{,}08 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}.$$

Пример 3.16.2

Для условий предыдущего примера определить коэффициент теплоотдачи, если труба расположена вертикально и имеет высоту: *а*) h = 1 м; б) h = 3 м.

Решение:

При атмосферном давлении из таблицы определяем, что турбулентный режим течения в пленке конденсата возникает при значениях

$(h\Delta t)_{кр}$= 44,6 м·°С.

а) h = 1 м. Величина $h\Delta t$ = 1·(100 – 80) = 20 м·°С. Поскольку $h\Delta t < (h\Delta t)_{кр}$, то течение пленки носит ламинарно-волновой характер и коэффициент теплоотдачи определяется по формуле

$$\bar{\alpha} = 0{,}943 \cdot \frac{A_s}{\sqrt[4]{h\Delta t}} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_\upsilon .$$

Из предыдущего примера ε_t = 0,967, $A_s = 12{,}2 \cdot 10^3$ Вт/(м$^{7/4}$·°С$^{3/4}$). Сначала примем ε_υ = 1 и подсчитаем коэффициент теплоотдачи:

$\bar{\alpha}' = 0{,}943 \cdot \frac{12{,}2 \cdot 10^3}{\sqrt[4]{1 \cdot 20}} \cdot 0{,}967 = 5{,}42 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{C}}$. При атмосферном давлении из таблиц определяем коэффициент динамической вязкости воды $\mu_s = 2{,}82 \cdot 10^{-4}$ Па·с. Затем определяем поправку на волновое течение пленки конденсата ε_υ, для чего рассчитываем число Re

$$\text{Re} = 4\frac{\bar{\alpha}' \cdot h \cdot \Delta t}{r \cdot \mu_s} = 4 \cdot \frac{5{,}42 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 1}{2{,}26 \cdot 10^6 \cdot 2{,}82 \cdot 10^{-4}} = 682,$$

$$\varepsilon_\upsilon = \left(\frac{\text{Re}}{4}\right)^{0{,}04} = \left(\frac{682}{4}\right)^{0{,}04} = 1{,}23.$$

Искомый коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}' \cdot \varepsilon_{\upsilon} = 5{,}42 \cdot 10^{3} \cdot 1{,}23 = 6{,}68 \cdot 10^{3} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

б) h = 3 м. Величина $h\Delta t$ = 3·(100 – 80) = 60 м·°С. Поскольку $h\Delta t > (h\Delta t)_{\text{кр}}$, то течение пленки в верхней части трубы ламинарно-волновое, в нижней – турбулентное. При t_s = 100 °С Pr_s = 1,75 и $\bar{\alpha}$ рассчитаем по формуле

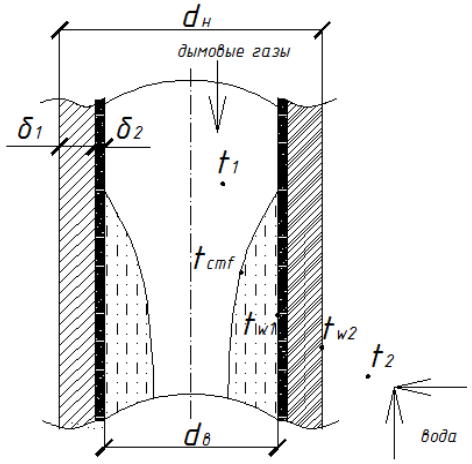
$$\bar{\alpha} = 400 \cdot \frac{r \cdot \mu_s}{h \cdot \Delta t} \cdot \left\{ 1 + 0{,}625 \cdot \text{Pr}_s^{0{,}5} \cdot \left[\frac{h\Delta t}{(h\Delta t)_{\text{кр}}} - 1 \right] \right\}^{4/3} =$$

$$= 400 \cdot \frac{2{,}26 \cdot 10^{6} \cdot 2{,}82 \cdot 10^{-4}}{60} \cdot \left\{ 1 + 0{,}625 \cdot 1{,}75^{0{,}5} \cdot \left[\frac{60}{44{,}6} - 1 \right] \right\}^{4/3} = 5{,}92 \cdot 10^{3} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

3.17. Теплоотдача при конденсации парогазовых смесей

Расчет теплоотдачи при конденсации паров в парогазовых смесях сводится к расчету совместной тепломассоотдачи пара к пленке конденсата и теплоотдачи конденсата к стенке.

Задаются температуры на границе газ/конденсат $t_{\text{ст}f}$ и температура внутренней поверхности стенки t_{w1} (рисунок 3.17.1). При этом температура дымовых газов t_1 и нагреваемой воды t_2 должны быть заданы заранее.



δ_1 – толщина металлической стенки трубы; δ_2 – толщина слоя сажи;
$d_н$ – наружный диаметр металлической трубы;
$d_в$ – расчетный внутренний диаметр трубы

Рисунок 3.17.1. – К задаче о теплоотдаче
при конденсации водяных паров из дымовых газов,
проходящих внутри труб и охлаждаемых водой снаружи

Определяющая температура конденсата $t' = \frac{t_1 + t_{ст f}}{2}$. Здесь и далее физические параметры с одним штрихом (') относятся к конденсату, с двумя штрихами ('') – к пару.

Теплоотдача конденсацией из парогазовой смеси по формуле Хартмана:

$$\overline{\alpha_{конд}} = 0{,}36 \cdot \left(\frac{w'' \cdot d_в}{\nu''} \right)^{0{,}6} \cdot \left[\mathrm{K} \cdot \mathrm{Pr}' \cdot \frac{d_в}{L_{апп}} \cdot \frac{\rho''}{\rho'} \cdot \left(\frac{\nu''}{\nu'} \right)^2 \right]^{0{,}33} \cdot \left(\frac{\mathrm{Pr}'}{\mathrm{Pr}_{w1}} \right)^{0{,}25} \cdot \frac{\lambda'}{d_в}. \qquad (3.131)$$

Здесь $\mathrm{K} = \frac{r\left(t_{ст f}\right)}{c' \cdot \left(t_1 - t_{w1}\right)}$ – критерий Кутателадзе.

Теплоотдача конденсацией из парогазовой смеси также может быть рассчитана по формуле Буглаева:

$$\overline{\alpha_{конд}} = \alpha_{нк} \cdot 3 \cdot \left(\frac{\overline{w_{см}} \cdot d_в}{\nu''} \right)^{0{,}14} \cdot \left(\frac{\alpha_{нк} \cdot d_в}{\lambda'} \right)^{-0{,}7} \cdot \Pi_w^{0{,}18}. \qquad (3.132)$$

Здесь $\Pi_w = \frac{\overline{w_{см}}^2 \cdot \rho''}{g \cdot \lambda' \cdot \rho'} \cdot \alpha_{нк}$.

Теплоотдача неподвижной пленки конденсата:

$$\alpha_{нк} = 0{,}943 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda'^3 \cdot r\left(t_{ст f}\right) \cdot g \cdot \left(\rho' - \rho''\right)}{\nu' \cdot L_{апп} \cdot \left(t_1 - t_{w1}\right)}}. \qquad (3.133)$$

Среднеквадратичная скорость парогазовой смеси:

$$\overline{w_{см}} = \frac{\sqrt{w_1^2 + w_1 \cdot w_{цирк} + w_{цирк}^2}}{3}, \text{ м/с}, \qquad (3.134)$$

где $w_{цирк}$ – скорость циркуляции конденсата, м/с, выражаемая через массовый расход парогазовой смеси $G_{см}$.

Универсальные уравнения по Буглаеву:

$$\overline{\alpha_{конд}} = \alpha_{нк} \cdot 0{,}891 \cdot P''^{0{,}05} \cdot \left(\rho_{см} \cdot \overline{w_{см}}^2 \right)^{0{,}04} \cdot \left(\frac{P_{газа}}{P''} \right)^{-0{,}15 \cdot P_{см}/P''} \qquad (3.135)$$

(при $10 \le \left(\rho_{см} \cdot w_{см}^2 \right) \le 300$);

$$\overline{\alpha_{конд}} = \alpha_{нк} \cdot 0{,}267 \cdot P''^{0{,}05} \cdot \left(\rho_{см} \cdot \overline{w_{см}}^2 \right)^{0{,}25} \cdot \left(\frac{P_{газа}}{P''} \right)^{-0{,}15 \cdot P_{см}/P''} \qquad (3.136)$$

(при $300 < \left(\rho_{см} \cdot w_{см}^2 \right) \le 5000$).

Другой способ расчета теплоотдачи при конденсации парогазовых смесей – по модели Кольборна и Хоугена.

Критерий Нуссельта массоотдачи рассчитывается по одному из уравнений:

$$\mathrm{Nu}_m = 4 \cdot \mathrm{Re}_{\text{см}}^{0,3} \cdot \Pi_g^{-0,33} \cdot \left(\frac{P_{\text{газа}}}{P''} \right)^{-0,25} \tag{3.137}$$

или

$$\mathrm{Nu}_m = 0,156 \cdot \mathrm{Re}_{\text{см}}^{0,6} \cdot \mathrm{Pr}_m^{0,125} \cdot \Pi_g^{-0,33} \cdot \left(\frac{P_{\text{газа}}}{P_{\text{см}}} \right)^{-0,5}, \tag{3.138}$$

где $\Pi_g = \dfrac{P'' - P''_{w1}}{P_{\text{см}}}$; $\mathrm{Pr}_m = \dfrac{\nu_{\text{см}}}{Д_c}$.

Коэффициенты диффузии $Д_c$, $Д_p$ водяного пара в пленку конденсата:

$$Д_c = 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{t_1 + 273}{273} \right)^{1,8} \cdot \frac{B_0}{P_{\text{см}}}, \text{м}^2/\text{с}; \tag{3.139}$$

$$Д_p = \frac{Д_c}{R_{\text{см}} \cdot (t_1 + 273)}, \frac{\text{кг влаги}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{Па}}, \tag{3.140}$$

где $R_{\text{см}} = \dfrac{8314}{\mu_{\text{см}}}, \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^{\circ}K}$ – газовая постоянная парогазовой смеси;

$\mu_{\text{см}} = \sum_i (\mu_i \cdot y_i), \dfrac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ – молекулярная масса парогазовой смеси;

$y_{\text{газа}} = \dfrac{P_{\text{газа}}}{P_{\text{см}}}$; $y'' = \dfrac{P''}{P_{\text{см}}}$; $y_{\text{газа}} + y'' = 1$ – объемные доли компонентов парогазовой смеси.

Из уравнения $\mathrm{Nu}_m = \dfrac{\beta_p \cdot d_{\text{в}}}{Д_p}$ выражается коэффициент массоотдачи β_p.

Общая теплоотдача при конденсации из парогазовой смеси складывается из теплоотдачи конвекцией $\alpha_{\text{кв}}$ от парогазовой смеси к пленке конденсата и теплоотдачи при конденсации пара $\alpha_{\text{кс}}$ на стенке:

$$\alpha_{\text{вл}} = \alpha_{\text{кв}} + \alpha_{\text{кс}}.$$

Теплоотдача конвекцией $\alpha_{\text{кв}} = \alpha_1$ от парогазовой смеси к пленке конденсата рассчитывается по общим уравнениям конвективной теплоотдачи движущейся жидкости к твердой поверхности (например, как теплоотдача при движении жидкости в трубе). Второе слагаемое в уравнении – теплоотдача конденсацией с учетом массоотдачи фазового перехода $\alpha_{\text{кс}}$.

Проверяется равенство левой и правой части в балансовом уравнении:

$$\alpha_{\text{кв}} \cdot \left(t_1 - t_{\text{ст}f} \right) + \beta_p \cdot r \cdot \left(P_{\text{н}}(t_1) - P_{\text{н}}\left(t_{\text{ст}f}\right) \right) = \frac{t_{\text{ст}f} - t_2}{\dfrac{1}{\alpha_{\text{кс}}} \cdot \dfrac{F_{\text{то}}}{F_{\text{внутр}}} + \left\{ \sum_j \dfrac{\delta_j}{\lambda_j} \right\} \cdot \dfrac{F_{\text{то}}}{F_{\text{внутр}}} + \dfrac{1}{\alpha_2}}. \tag{3.141}$$

В противном случае изменяют температуру $t_{стf}$ на границе газ/конденсат.

При этом необходимо соблюдать условие $t_1 > t_{стf} > t_{w1} > t_{w2} > t_2$.

Проверяется равенство левой и правой части в балансовом уравнении:

$$\frac{t_{стf} - t_2}{\frac{1}{\alpha_{кс}} \cdot \frac{F_{то}}{F_{внутр}} + \left\{\sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j}\right\} \cdot \frac{F_{то}}{F_{внутр}} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_{w1} - t_2}{\left\{\sum_j \frac{\delta_j}{\lambda_j}\right\} \cdot \frac{F_{то}}{F_{внутр}} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (3.142)$$

В противном случае изменяют температуру t_{w1}.

При этом необходимо соблюдать условие $t_1 > t_{стf} > t_{w1} > t_{w2} > t_2$.

Рассчитывается общая теплоотдача при конденсации из парогазовой смеси:

$$\alpha_{вл} = \alpha_{кв} + \alpha_{кс} = \alpha_1 + \frac{\beta_p \cdot r \cdot \left(P'' - P_{стf}\right)}{t_1 - t_{стf}}. \qquad (3.143)$$

3.18. Теплообмен при кипении

3.18.1. Общие представления о процессе кипения

Кипением называют процесс образования пара внутри объема перегретой относительно температуры насыщения жидкости.

Механизм теплообмена при кипении отличается от конвективного теплообмена однофазной жидкости наличием тепломассопереноса паровыми пузырями из пограничного слоя в объем жидкости.

Чем чище жидкость, тем более высоким оказывается начальный перегрев, необходимый для возникновения кипения.

Высокий начальный перегрев, необходимый для вскипания чистой жидкости, объясняется затрудненностью самопроизвольного образования внутри жидкости начальных маленьких пузырьков пара (зародышей) из-за значительной энергии взаимного притяжения молекул в жидкости.

Начальный перегрев снижается в том случае, когда стенки сосуда, в котором происходит нагревание жидкости, имеют адсорбированный на поверхности газ, микрошероховатость, а также различные неоднородности и включения, понижающие молекулярное сцепление жидкости с поверхностью.

При подводе теплоты через такую поверхность образование пузырьков наблюдается в отдельных точках поверхности, так называемых *центрах парообразования (неровностях стенки, пузырьках воздуха, пылинках).*

В идеальных условиях (при отсутствии в жидкости начальных центров парообразования) перегрев может быть значительным (~210 °С).

На рисунке 3.18.1.1 показано изменение теплового потока *q*, отводимого в жидкость, при ее кипении.

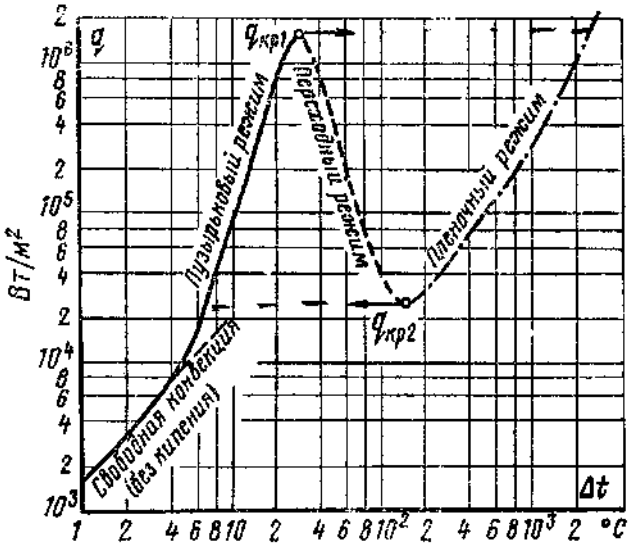


Рисунок 3.18.1.1. – Кривая кипения

При повышении температурного напора Δ*t* (стенка снаружи обогревается некой средой, температуру которой постепенно увеличивают) значительно возрастает поток теплоты, который отводится от поверхности нагрева к кипящей жидкости.

Вся эта теплота в конечном счете расходуется на образование пара. Поэтому уравнение теплового баланса при кипении имеет вид

$$Q = rG'' = r\rho''L = r\rho''w_*F\ , \qquad (3.144)$$

где *r* – теплота фазового перехода жидкости, Дж/кг;

G" – количество пара, образующегося в единицу времени в результате кипения жидкости и отводимого от ее свободной поверхности, кг/с;

w_* – скорость парообразования на единицу поверхности теплообмена *F* в единицу времени, м^3/(м^2·с).

Тепловой поток *Q* при увеличении температурного напора Δ*t* растет не беспредельно. При некотором значении Δ*t* он достигает максимального значения, а при дальнейшем повышении Δ*t* начинает уменьшаться.

До момента достижения максимального теплового потока режим кипения называют *пузырьковым.*

Максимальную тепловую нагрузку при пузырьковом кипении называют *первой критической плотностью теплового потока* и обозначают $q_{кр1}$.

Для воды при атмосферном давлении первая критическая плотность теплового потока составляет $q_{кр1}\approx 1{,}2\cdot 10^6$ Вт/м^2; соответствующее критическое значение температурного напора $\Delta t_{кр1}$ = 25–35 °С.

Значения $q_{кр1}$ при кипении жидкости на горизонтальных трубах и плитах в условиях свободного движения рассчитывают из соображений (методом анализа размерностей):

$$
\begin{cases}
w'' = \dfrac{q}{r\rho''}, - \text{скорость парообразования, м}^3/(\text{м}^2\text{сек}) \\
\rho'' w''^2, - \text{динамический напор, кг/(м сек}^2) \\
g(\rho' - \rho'') l_{сл}, - \text{сила тяжести, Н/м}^2 \\
\dfrac{\sigma}{l_{сл}}, - \text{поверхностное натяжение, Н/м}^2 \\
l_{сл} = \sqrt{\dfrac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}, - \text{длина слоя теплообмена}
\end{cases} \Rightarrow
$$

$$
\Rightarrow \begin{cases}
\dfrac{(\rho'' w''^2)_{кр1}}{g(\rho' - \rho'') l} = \dfrac{\sigma}{g(\rho' - \rho'') l^2} \\
w_{кр} = \dfrac{q_{кр1}}{r\rho''}
\end{cases} \Rightarrow
$$

$$
\Rightarrow \quad q_{кр1} = 0{,}14 r \sqrt{\rho''} \cdot \sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}\,. \tag{3.145}
$$

На интенсивность теплообмена при кипении оказывает влияние целый ряд факторов, не поддающихся строгому теоретическому анализу. Поэтому закономерности теплоотдачи при кипении в основном получают опытным путем.

Чтобы распространить результаты экспериментов на возможно большее число процессов кипения, при получении обобщающих формул часто используются различные гипотезы, основанные на физических представлениях о кипении.

При увеличении температурного напора (или теплового потока) отдельные пузырьки сливаются друг с другом с образованием целых паровых «столбов».

Однако *в тонком поверхностном слое у самой стенки по-прежнему преобладает жидкая фаза*. Термическое сопротивление этого слоя и определяет интенсивность теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении.

Толщина слоя по мере увеличения тепловой нагрузки снижается, что приводит к увеличению интенсивности теплоотдачи.

Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении можно определить по формуле Лабунцова (как сказано выше, в модели учитывается существование тонкой жидкостной пленки на поверхности теплообмена):

$$
\alpha = 0{,}075 \left(1 + 10 \left\{ \frac{\rho''}{\rho' - \rho''} \right\}^{2/3} \right) \left(\frac{\lambda'^2}{\nu' \sigma T_s} \right)^{1/3} q^{2/3}\,. \tag{3.146}
$$

Для удобства расчета α кипящей воды в пузырьковом режиме

$$
\alpha = \frac{3{,}4 p_s^{0{,}18}}{1 - 0{,}0045 p_s} q^{2/3}\,. \tag{3.147}
$$

Формула справедлива при давлении p_s = 1÷200 бар.

При бóльших значениях Δt наступает второй – *переходный* – режим кипения.

Он характеризуется тем, что как и на самой поверхности нагрева, так и вблизи нее пузырьки непрерывно сливаются между собой, образуются большие паровые полости.

Доступ жидкости к поверхности теплообмена постепенно затрудняется. В отдельных местах поверхности возникают «сухие» пятна. Такие участки как бы «выключаются» из теплообмена, т.к. отвод теплоты непосредственно к пару происходит существенно менее интенсивно.

Это и определяет резкое снижение теплового потока и коэффициента теплоотдачи в области переходного режима кипения.

Наконец, при некотором Δt вся поверхность нагрева обволакивается сплошной пленкой пара, оттесняющей жидкость от поверхности. Наступает третий – *пленочный* – режим кипения.

Перенос теплоты в режиме пленочного кипения осуществляется путем конвекции и излучения через паровую пленку.

Поскольку теплопроводность пáра малá, отводимый тепловой поток будет большим только при высокой температуре стенки.

Минимальное значение тепловой нагрузки при пленочном кипении называется *второй критической плотностью теплового потока* $q_{кр2}$:

$$q_{кр2} = 0{,}9\alpha_{плён}\left(0{,}905 \cdot T_{крит} + 0{,}095 \cdot T_{крит} \left\{ \frac{T_s}{T_{крит}} \right\}^8 - T_s \right), \qquad (3.148)$$

или

$$q_{кр2} = r\rho'' \sqrt[4]{\frac{\sigma g\left(\rho' - \rho''\right)}{\rho'^2}}\,. \qquad (3.149)$$

При атмосферном давлении для воды момент начала пленочного кипения характеризуется температурным напором $\Delta t = t_c - t_s \approx 150$ °С, т.е. температура поверхности t_c составляет примерно 250 °С.

Стационарное кипение в переходном режиме на практике может наблюдаться в том случае, когда температура поверхности нагрева поддерживается неизменной.

На практике встречаются условия, когда к поверхности подводится фиксированный тепловой поток q = const. В условиях q = const температура поверхности t_c и соответственно температурный напор Δt зависят от режима кипения жидкости. *При таких условиях переходный режим стационарно существовать не может*.

При постепенном повышении тепловой нагрузки q температурный напор Δt возрастает в соответствии с линией пузырькового режима кипения.

Новые условия возникают тогда, когда подводимая плотность теплового потока достигает значения, которое соответствует первой критической плотности теплового потока $q_{кр1}$, – это будет максимальный тепловой поток, который можно отвести от стенки.

Теперь при любом незначительном (даже случайном) повышении величины q возникает избыток между количеством подводимой к поверхности теплоты и той максимальной тепловой нагрузкой $q_{кр1}$, которая может быть отведена в кипящую жидкость. Этот избыток ($q - q_{кр1}$) вызывает увеличение температуры поверхности, т.е. начинается нестационарный разогрев материала стенки.

В итоге разность между подводимым и отводимым количеством теплоты быстро нарастает во времени. За доли секунды температура материала поверхности нагрева возрастает на сотни градусов, и лишь при условии, что стенка достаточно тугоплавкая, кризис заканчивается благополучно новым стационарным состоянием ($q_{подв} = q_{отв}$), отвечающим области пленочного кипения при весьма высокой температуре поверхности.

На рисунке этот кризисный переход от пузырькового режима кипения к пленочному условно показан стрелкой как «перескок» с кривой пузырькового кипения на линию пленочного кипения при той же тепловой нагрузке $q_{кр1}$.

При отводе теплоты и достижении $q_{кр2}$ жидкость начинает достигать (смачивать) поверхность нагрева. Отвод теплоты растет и превышает подвод теплоты, вследствие чего *возникает быстрое охлаждение поверхности*. Происходит быстрая смена режимов, и устанавливается стационарное пузырьковое кипение.

Этот обратный переход (второй кризис) также условно показан стрелкой как «перескок» с кривой пленочного кипения на линию пузырькового кипения при $q = q_{кр2}$.

3.18.2. Теплообмен при пузырьковом кипении

Наблюдения показывают, что при увеличении температурного напора $\Delta t = t_c - t_s$, а также давления p на поверхности нагрева увеличивается число активных центров парообразования z.

В итоге все большее количество пузырьков непрерывно возникает, растет и отрывается от поверхности нагрева. Вследствие этого увеличиваются турбулизация и перемешивание пристенного пограничного слоя жидкости. Все это способствует улучшению теплоотдачи.

На условия образования паровых пузырьков большое влияние оказывает поверхностное натяжение на границе раздела жидкости и пара.

Поверхностным натяжением σ, Н/м, называется сила, под действием которой свободная поверхность жидкости стремится сократиться (собственно поэтому пузыри пара имеют шарообразную форму).

С увеличением температуры σ убывает и при критической температуре становится равной нулю.

Изменение поверхностного натяжения с температурой может быть определено по формуле Бачинского

$$\sigma = c(\rho' - \rho'')^4, \qquad (3.150)$$

где ρ' – плотность жидкости; ρ'' – плотность пара при температуре насыщения; c – коэффициент пропорциональности.

Вследствие поверхностного натяжения давление пара внутри пузырька $p_п$ выше давления окружающей его жидкости $p_ж$. Их разность определяется уравнением Лапласа

$$\Delta p = p_п - p_ж = \frac{2\sigma}{R}, \qquad (3.151)$$

где σ – поверхностное натяжение; R – радиус пузырька (в общем случае – средний радиус кривизны поверхности раздела жидкости и пара).

Зависимость давления пара в пузырьке от его размера накладывает особенности на условие теплового или термодинамического равновесия пузырьков.

Пар в пузырьке и жидкость на его поверхности находятся в равновесии, если поверхность жидкости имеет температуру, равную температуре насыщения при давлении пара в пузырьке, $t_s(p_п)$. Эта температура выше, чем температура насыщения при внешнем давлении в жидкости $t_s(p_ж)$. Следовательно, для осуществления теплового равновесия *жидкость вокруг пузырька должна быть перегрета* на величину $t_s(p_п) - t_s(p_ж)$, $p_п - p_ж > 0$.

Если температура жидкости несколько превысит равновесное значение, то за счет дополнительного подвода теплоты произойдет испарение части жидкости внутрь пузырьков и его радиус увеличится.

При незначительном понижении температуры жидкости произойдет теплоотвод от пузырька, часть пара сконденсируется, размер пузырька уменьшится. В итоге пузырек сконденсируется и исчезнет.

Следовательно, в перегретой жидкости не любые случайно возникшие маленькие пузырьки обладают способностью к дальнейшему росту, а только те, радиус которых превышает значение, отвечающее рассмотренным выше условиям равновесия. Это *минимальное значение* радиуса пузырька $R_{мин}$ называют *критическим радиусом* парового зародыша.

В момент образования пузырька на него действует сила давления p окружающей жидкости и сила поверхностного натяжения σ на поверхности пузырька.

Минимальный радиус парового пузырька можно рассчитать из уравнения Лапласа, определяющего условие равновесия сил (для существования парового

пузырька сила давления пара внутри пузырька $p_п$ должна быть не меньше суммы всех внешних сил, действующих на паровой пузырек).

$$\Delta p = p_п - p_ж = \frac{2\sigma}{R_{мин}}, \quad R_{мин} = \frac{2\sigma}{\Delta p}. \tag{3.152}$$

Разность давлений между паром и жидкостью для пузырька с учетом зависимости давления насыщенного пара от кривизны поверхности раздела по условию теплового равновесия составляет

$$\Delta p \approx p_s' \Delta t \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}, \tag{3.153}$$

где $p_s' = \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_s = \frac{r\rho'\rho''}{T_s(\rho' - \rho'')}$ – производная давления по температуре на линии насыщения.

Таким образом, имеем $\Delta p = \Delta t \frac{r\rho''}{T_s}$.

$$R_{мин} = \frac{2\sigma}{p_s' \Delta t} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''} = \frac{2\sigma T_s}{r\rho''(t_c - t_s)}. \tag{3.154}$$

В такой форме записи величина $R_{мин}$ характеризует радиус пузырьков, зарождающихся на поверхности теплообмена, где $t_ж = t_c$.

Т.е. с увеличением перегрева $t_ж - t_s$, а соответственно и внешнего давления, радиус пузырька уменьшается.

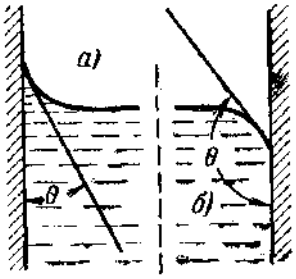
С возрастанием размера пузырька увеличивается подъемная сила, стремящаяся оторвать пузырек от центра.

В статических условиях отрывной диаметр парового пузыря определяется из условия равновесия между подъемной силой, стремящейся оторвать пузырек от поверхности, и силой поверхностного натяжения, удерживающей его на твердой поверхности.

По мере увеличения диаметра пузырька, он все более деформируется под действием сил поля тяжести, стремящихся как бы вытянуть пузырек в направлении от поверхности нагрева. Отрывной диаметр d_0 зависит от краевого угла смачивания θ:

$$d_0 = 0{,}0208 \cdot \theta \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}, \text{ м}. \tag{3.155}$$

С увеличением θ смачиваемость поверхности жидкости ухудшается. Жидкость как бы оттесняется от поверхности, и интенсивность теплоотдачи уменьшается.



а – смачивающие жидкости;
б – несмачивающие жидкости

Рисунок 3.18.2.1. – Смачиваемость поверхностей жидкостями

Принято считать, что при θ < 90° жидкость смачивает поверхность, а при θ > 90° – не смачивает. Значение краевого угла зависит от природы жидкости, материала, состояния и чистоты поверхности.

Обычные жидкости (вода, спирты, бензол, ацетон и др.) смачивают чистые металлические поверхности нагрева.

Пример несмачивающей жидкости – ртуть (θ ≈ 140°).

Смачивающая способность воды значительно снижается, если металлическая поверхность покрыта жирной пленкой.

После отрыва паровой пузырек движется через слой между поверхностью теплообмена и жидкостью, который начинает турбулизироваться.

Теплоотдача между перегретой жидкостью и поверхностью пузырька отличается большой интенсивностью (коэффициент теплоотдачи от воды к пару может достигать значений 200 000 Вт/(м^2·°С)), *за счет этого* при всплывании пузырек значительно увеличивается в размерах.

Пример 3.18.1

Определить интенсивность теплоотдачи и температурные напоры при пузырьковом кипении воды для давлений 10 и 100 бар при тепловой нагрузке $q = 1{,}5\cdot10^6$ Вт/м^2.

Решение:

Расчет проводим по формуле

$$\alpha = \frac{3{,}14\cdot P_s^{0{,}18}}{1-0{,}0045\cdot P_s}\cdot q^{2/3}.$$

При давлении $P_s = 10$ бар

$$\alpha = \frac{3{,}14\cdot 10^{0{,}18}}{1-0{,}0045\cdot 10}\cdot(1{,}5\cdot10^6)^{2/3} = 7{,}05\cdot10^9\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot°\text{С}}.$$

Температурный напор $\Delta t = \frac{q}{\alpha} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{7{,}05 \cdot 10^4} = 21{,}2$ °С. При давлении P_s = 100 бар

$$\alpha = \frac{3{,}14 \cdot 100^{0{,}18}}{1 - 0{,}0045 \cdot 10} \cdot (1{,}5 \cdot 10^6)^{2/3} = 1{,}86 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{С}},$$

$$\Delta t = \frac{q}{\alpha} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{1{,}86 \cdot 10^5} = 8 \ °\text{С}.$$

Пример 3.18.2

Определить наибольшую плотность теплового потока, которую можно отвести от поверхности нагрева при пузырьковом режиме кипения воды в большом объеме при давлении $10 \cdot 10^5$ Па.

Решение:

Наибольшая плотность теплового потока при пузырьковом режиме кипения называется первой критической плотностью теплового потока и определяется по формуле

$$q_{\text{кр1}} = 0{,}14 \cdot r \cdot \sqrt{\rho''} \cdot \sqrt[4]{\sigma \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}.$$

При давлении $10 \cdot 10^5$ Па из таблицы «Физические свойства воды на линии насыщения» находим: R = $2{,}02 \cdot 10^6$ Дж/кг; σ = $4{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м; ρ′ = 887 кг/м^3; ρ″ = 5,15 кг/м^3. Следовательно,

$$q_{\text{кр1}} = 0{,}14 \cdot 2{,}02 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{5{,}15} \cdot \sqrt[4]{4{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}81 \cdot (887 - 5{,}15)} = 2{,}8 \cdot 10^6 \ \text{Вт/м}^2.$$

3.18.3. Теплообмен при пленочном кипении

При пленочном режиме кипящая жидкость отделена от поверхности нагрева паровой пленкой, причем температура поверхности t_c значительно превышает температуру насыщения t_s.

Поэтому наряду с конвективным теплообменом между поверхностью и паровой пленкой теплота переносится и тепловым излучением.

Интенсивность конвективного теплообмена при пленочном кипении определяется термическим сопротивлением паровой пленки.

При пленочном кипении на поверхности *горизонтальных труб* в условиях свободного движения (в большом объеме) пар движется вдоль периметра трубы к верхней образующей и по мере накопления периодически удаляется в форме отрывающихся пузырей. Паровая пленка имеет толщину, измеряемую долями миллиметра, а движение пара в ней носит ламинарный характер. Средние коэффициенты теплоотдачи составляют 100–300 Вт/(м^2·°С).

Расчет теплоотдачи при пленочном кипении на *горизонтальных трубах* в большом объеме следует проводить по формуле

$$\overline{\alpha} = 0{,}62 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda''^3 (\rho' - \rho'') g r_*}{\nu'' D (t_c - t_s)}}, \qquad (3.156)$$

где $r_* = r + 0{,}5c_p''(t_c - t_s)$ – теплота фазового перехода, учитывающая перегрев пара в пленке; D – диаметр трубы.

Физические свойства паровой фазы следует выбирать по средней температуре пара $t_{ср} = 0{,}5(t_c + t_s)$.

При пленочном кипении на поверхности *вертикальных труб* и пластин течение пара в пленке обычно имеет турбулентный (вихревой) характер.

Опыты показывают, что теплоотдача практически не зависит от высоты поверхности нагрева, а следовательно, и от расхода пара в пленке.

В целом процесс оказывается аналогичным свободной конвекции однофазной жидкости около вертикальных поверхностей.

$$\overline{\mathrm{Nu}} = 0{,}25\left(\mathrm{Ar}'' \cdot \mathrm{Pr}''\right)^{1/3}_{\text{гран}}, \tag{3.157}$$

$$\bar{\alpha} = 0{,}25 \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda''^2 c_p'' g\left(\rho' - \rho''\right)}{\nu''}}. \tag{3.158}$$

Физические свойства паровой фазы следует выбирать по средней температуре пара.

Пример 3.18.3

Найти коэффициент теплоотдачи и плотность теплового потока, отводимого конвективным путем от поверхности горизонтальной трубы D = 12 мм в пленочном режиме кипения воды при атмосферном давлении, если температура поверхности трубы t_c = 500 °С.

Решение:

Расчет коэффициента теплоотдачи проводим по формуле

$$\bar{\alpha} = 0{,}62 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda''^3 \cdot (\rho' - \rho'') \cdot g \cdot r_*}{\nu'' \cdot D \cdot (t_c - t_ж)}}.$$

Определяющая температура $t_{ср}$ = 0,5·(500+100) = 300 °С. Из таблицы «Физические свойства водяного пара на линии насыщения» при этой температуре: λ'' = 4,43·10^{-2} Вт/(м·^{0}С); ρ'' = 0,384 кг/м^3; ν'' = 4,43·10^{-5} м^2/с; c_p'' = 2,01·10^3 Дж/(кг·^{0}С); ρ' = 958 кг/м^3; r = 2,26·10^6 Дж/кг.

Эффективная теплота фазового перехода (с учетом перегрева пара в пленке)

$$r_* = r + 0{,}5 \cdot c_p'' \cdot (t_c - t_s) = 2{,}26 \cdot 10^6 + 0{,}5 \cdot 2{,}01 \cdot 10^3 \cdot (500 - 100) = 2{,}66 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}.$$

Следовательно,

$$\bar{\alpha} = 0{,}62 \cdot \sqrt[4]{\frac{(4{,}43 \cdot 10^{-2})^3 \cdot (958 - 0{,}384) \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}66 \cdot 10^6}{4{,}43 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot (500 - 100)}} = 196 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{С}}.$$

Плотность теплового потока

$q = \bar{\alpha} \cdot \Delta t = 196 \cdot 400 = 7{,}85 \cdot 10^4$ Вт/м^2.

Пример 3.18.4

Решить задачу из предыдущего примера при условии, что труба расположена вертикально.

Решение:

При вертикальном расположении трубы течение пара в пленке носит обычно турбулентный характер и коэффициент теплоотдачи определяется по формуле

$$\bar{\alpha} = 0{,}25 \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda''^2 \cdot c_p'' \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}{\nu''}}.$$

Следовательно,

$$\bar{\alpha} = 0{,}25 \cdot \sqrt[3]{\frac{(4{,}43 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2{,}01 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot (958 - 0{,}384)}{4{,}43 \cdot 10^{-5}}} = 236 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot °\text{C}}.$$

Плотность теплового потока

$q = \bar{\alpha} \cdot (t_c - t_s) = 236 \cdot (500 - 100) = 9{,}45 \cdot 10^4$ Вт/м^2.

Тесты для самопроверки

1. Какие из приведенных безразмерных критериев являются определяемыми, а какие – определяющими в задачах конвективного теплообмена?

а) Nu, Re, Pe, Gr – определяемые, W_x, W_y, X, Eu – определяющие;

б) Re, Pe, Eu, Gr – определяемые, Nu, W_x, W_y, X – определяющие;

в) Nu, W_x, W_y, Eu – определяемые, Re, Pe, Gr – определяющие;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

2. Какой из безразмерных критериев характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости потока при конвективном теплообмене?

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) Eu.

3. Безразмерные критерии Био и Нуссельта рассчитываются по уравнениям, имеющим одинаковую форму записи $\mathrm{Bi}=\frac{\alpha\delta}{\lambda_c}, \mathrm{Nu}=\frac{\alpha l_0}{\lambda_ж}$. При этом …

а) по своему физическому смыслу это один и тот же критерий, но применяемый для расчета процессов соответственно теплопроводности и конвекции;

б) критерии имеют совершенно различное физическое толкование, поскольку первый применяется для расчета процессов теплопроводности в неподвижных телах, а второй – для расчета конвективного переноса в неравномерно нагретой движущейся жидкости;

в) оба критерия являются искомыми в задачах теплопроводности, поскольку содержат в себе неизвестную величину коэффициента теплоотдачи;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

4. При вынужденном течении жидкости в трубе влияние на интенсивность теплоотдачи свободной конвекции тем сильнее, чем …

а) меньше диаметр трубы и меньше массовый расход прокачиваемой жидкости;

б) меньше диаметр трубы и больше массовый расход прокачиваемой жидкости;

в) больше диаметр трубы и меньше массовый расход прокачиваемой жидкости;

г) больше диаметр трубы и больше массовый расход прокачиваемой жидкости.

5. Поправочный комплекс $(Pr_ж/Pr_{ст})^{0,25}$ в уравнениях конвективного теплообмена служит для …

а) учета направления теплового потока и соответствующего изменения интенсивности теплоотдачи;

б) раздельного учета теплоты, переносимой в потоке конвекцией и теплопроводностью;

в) учета распределения давлений в ядре потока и у твердой поверхности;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

6. Какой из безразмерных критериев характеризует влияние на интенсивность теплоотдачи свободной конвекции?

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) Eu.

7. Что называется гидродинамическим пограничным слоем жидкости?

а) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где скорость потока меняется от нуля до скорости потока в ядре;

б) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где температура потока меняется от нуля до температуры потока в ядре;

в) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где давление потока меняется от атмосферного до полного давления потока в ядре;

г) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где температура потока меняется от температуры стенки до температуры потока в ядре;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

8. Что называется тепловым пограничным слоем жидкости?

а) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где скорость потока меняется от нуля до скорости потока в ядре;

б) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где температура потока меняется от 0°К до температуры потока в ядре;

в) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где давление потока меняется от атмосферного до полного давления потока в ядре;

г) тонкий слой заторможенной жидкости у поверхности твердой стенки, где температура потока меняется от температуры стенки до температуры потока в ядре;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа

9. Изменяется ли толщина гидродинамического пограничного слоя по длине обтекаемой поверхности?

а) не изменяется (остается постоянной);

б) хаотично увеличивается и уменьшается по ходу движения жидкости;

в) всегда увеличивается;

г) всегда уменьшается;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

10. Имеет ли место изменение скорости вдоль и поперек гидродинамического пограничного слоя при ламинарном изотермическом течении вдоль горизонтальной пластины?

а) изменяется только в поперечном потоку направлении, причем скорость выше в объемах жидкости вдали от твердой поверхности;

б) изменяется только в поперечном потоку направлении, причем скорость ниже в объемах жидкости вдали от твердой поверхности;

в) увеличивается в поперечном сечении потока в направлении от стенки к ядру потока, может изменяться и вдоль потока;

г) из физических представлений о строении гидродинамического пограничного слоя скорость потока в его пределах всегда постоянна.

11. Можно ли получить решение системы уравнений конвективного теплообмена (уравнения энтальпии, энергии, движения, сохранения массы) в аналитической форме?

а) можно только в безразмерном виде в приближении пограничного слоя;

б) можно только в размерном виде в приближении пограничного слоя;

в) система уравнений не имеет аналитического решения (расчет тепловых и скоростных параметров потока при конвективном теплообмене в принципе невозможен);

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

12. Безразмерный критерий, устанавливающий меру подобия полей скоростей и температур в движущейся неравномерно нагретой жидкости:

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) Eu.

13. В каком случае безразмерный критерий Грасгофа отсутствует в уравнениях конвективного теплообмена?

а) влияние на теплоотдачу свободной конвекции ничтожно мало;

б) влияние на теплоотдачу свободной конвекции соизмеримо с влиянием вынужденной конвекции;

в) поток воздуха нагревается при свободном движении у вертикальной поверхности;

г) поток воздуха охлаждается при свободном движении у горизонтальной поверхности;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

14. Изменяется ли температура потока жидкости в пределах теплового пограничного слоя?

а) из физических представлений о строении теплового пограничного слоя температура потока в его пределах всегда постоянна;

б) всегда увеличивается в направлении от стенки к ядру потока;

в) всегда уменьшается в направлении от стенки к ядру потока;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

15. Влияет ли исполнение передней кромки (плавнообтекаемая, труднообтекаемая) горизонтальной пластины на гидродинамический и тепловой режимы течения вдоль пластины, и если да, то каким образом?

а) не влияет;

б) труднообтекаемая способствует увеличению начальной турбулентности потока и таким образом интенсифицируется теплоотдача;

в) труднообтекаемая способствует уменьшению начальной турбулентности потока и таким образом интенсифицируется теплоотдача;

г) труднообтекаемая способствует уменьшению начальной турбулентности потока и таким образом интенсивность теплоотдачи ухудшается.

16. Влияет ли направление теплового потока в системе «жидкость – поверхность горизонтальной пластины» на интенсивность теплоотдачи в сопоставимых условиях эксперимента, и если да, то каким образом?

а) не имеет значения, нагревается поток от стенки или охлаждается при ее обтекании, в сопоставимых условиях эксперимента теплоотдача будет одинаковой;

б) при безотрывном течении вязких жидкостей у твердых горизонтальных поверхностей интенсивность теплоотдачи будет выше, если жидкость нагревается от стенки;

в) при безотрывном течении вязких жидкостей у твердых горизонтальных поверхностей интенсивность теплоотдачи будет выше, если жидкость у стенки охлаждается.

17. Влияет ли величина сил вязкости в пределах гидродинамического пограничного слоя на интенсивность теплоотдачи?

а) не влияет;

б) чем больше вязкость, тем больше толщина пограничного слоя, тем самым теплоотдача хуже;

в) чем больше вязкость, тем больше толщина пограничного слоя, тем самым теплоотдача выше;

г) чем меньше вязкость, тем больше толщина пограничного слоя, тем самым теплоотдача выше;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

18. По трубе внутренним диаметром d и средней температурой стенки t_c движется жидкость со средней температурой $t_ж$, причем $t_ж > t_c$. Длина трубы L. Изменится ли коэффициент теплоотдачи, если трубу укоротить на $0{,}2 \cdot L$? Если коэффициент теплоотдачи изменяется, то каким образом? Диаметр и физические свойства жидкости принять постоянными.

а) средний по длине трубы коэффициент теплоотдачи не изменится;

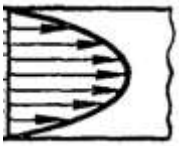
б) средний по длине трубы коэффициент теплоотдачи увеличится;

в) средний по длине трубы коэффициент теплоотдачи уменьшится;

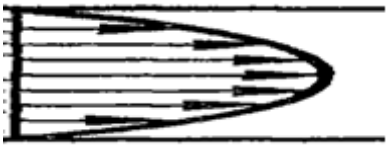
г) коэффициент теплоотдачи уменьшится только на участке стабилизированного течения

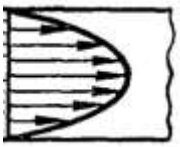
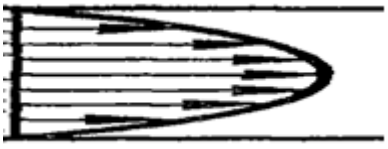
д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

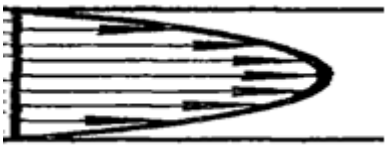
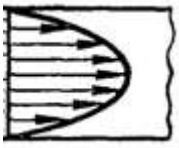
19. Какой вид имеет профиль эпюры скоростей на участке стабилизированного напорного ламинарного течения жидкости в горизонтальной трубе: 1) если жидкость нагревается; 2) если жидкость охлаждается?

а) в обоих случаях 

б) в обоих случаях

в) в обоих случаях 

г) в первом случае  , во втором 

д) в первом случае  , во втором 

20. Во сколько раз вода как теплоприемник выгоднее воздуха, если температуры воды и воздуха одинаковы и равны 20°С (коэффициент теплопроводности воды 0,60 Вт/м·°С, воздуха 0,03 Вт/м·°С, критерий Прандтля воды 7,0, воздуха 0,7), если они движутся по трубам одинакового диаметра при равных Re в вязкостном режиме? Поправку на направление теплового потока не учитывать.

а) в 4 раза;

б) в 14 раз;

в) в 24 раза;

г) в 34 раза;

д) в 44 раза;

е) в 54 раза;

ж) в заданных условиях задачи у воды относительно воздуха нет преимущества.

21. Какой из перечисленных физических параметров является искомым в задачах конвективного теплообмена?

а) α;

б) β;

в) ν;

г) λ;

д) ρ.

22. Какие способы передачи теплоты по толщине пограничного слоя учитывают в системе «поток однофазной жидкости – плоская поверхность твердого тела»?

а) только конвекцией;

б) только тепловым излучением;

в) только теплопроводностью;

г) теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением.

23. Дифференциальное уравнение энергии в теории конвективного теплообмена справедливо, если …

а) жидкости считают изотропными;

б) физические свойства жидкостей не меняются в зависимости от колебания температуры;

в) в объеме жидкостей происходят химические реакции;

г) теплота, перенесенная в объеме жидкости в единицу времени, равна изменению энтальпии жидкости;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

24. Является ли дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье частным случаем дифференциального уравнения энергии в теории конвективного теплообмена?

а) эти уравнения описывают совершенно различные физические явления и поэтому не имеют ничего общего;

б) такое возможно, если дифференциальное уравнение энергии записать для неподвижной жидкости;

в) такое возможно, если дифференциальное уравнение энергии записать для несжимаемой жидкости;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

25. Соизмеримы ли толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев?

а) соизмеримы (примерно одного порядка малости – несколько мм);

б) толщина теплового пограничного слоя всегда больше толщины гидродинамического;

в) толщина теплового пограничного слоя всегда меньше толщины гидродинамического;

г) толщина теплового пограничного слоя по всей длине обтекания совпадает с толщиной гидродинамического.

26. Уравнение энергии в теории конвективного теплообмена можно представить в виде

а) $\omega_x \frac{\partial i}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial i}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial i}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$;

б) $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}$;

в) $\frac{D\omega_x}{d\tau} = \frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \omega_x}{\partial z}$;

г) $\rho \frac{D\vec{\omega}}{d\tau} = \rho \cdot \vec{g} - \nabla \vec{p} + \mu \nabla^2 \vec{\omega}$;

д) $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho \omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \omega_z)}{\partial z} = 0$.

27. По зависимости $\frac{g\beta \vartheta_c l_0^3}{\nu^2}$ рассчитывается критерий …

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) Eu.

28. По зависимости $\frac{\alpha l_0}{\lambda}$ рассчитывается критерий …

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) Bi.

29. При развитом турбулентном течении жидкости в трубе какой из приведенных ниже критериев в уравнении теплоотдачи может отсутствовать?

а) Re;

б) Nu;

в) Gr;

г) Pr;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

30. При лобовом обтекании одиночной горизонтальной трубы конвективным потоком жидкости изменяется ли коэффициент теплоотдачи по окружности ее сечения, считая от лобовой точки?

а) остается примерно постоянным;

б) сначала увеличивается, достигает максимума в районе экватора (где пограничный слой имеет наименьшую толщину), затем в кормовой части уменьшается за счет разрежения;

в) сначала уменьшается, достигает минимума за экватором (где пограничный слой имеет наибольшую толщину), затем в кормовой части увеличивается за счет вихреобразования;

г) падает;

д) растет.

31. Если конвективный поток, набегающий на горизонтальную трубу под углом к оси трубы 90° направить под диагональным углом 45° (сохранив постоянным расход, физические и геометрические параметры), средний по окружности сечения трубы коэффициент теплоотдачи

а) уменьшится, поскольку при нелобовом обтекании растут силы вязкости в пограничном слое;

б) увеличится за счет лучшего омывания поверхности трубы;

в) не изменится.

32. Различается ли интенсивность теплоотдачи по поперечным набегающему потоку рядам гладких труб, скомпонованных в пучок, при минимальной начальной турбулентности?

а) остается постоянной;

б) увеличивается от ряда к ряду;

в) уменьшается от ряда к ряду;

г) как правило, в первых двух рядах ниже, чем в последующих;

д) как правило в первых двух рядах выше, чем в последующих.

33. В каком пучке (коридорном или шахматном) интенсивность теплоотдачи второго ряда гладких труб выше при сохранении постоянными начальной турбулентности, размеров канала (обечайки), количества и диаметра труб, физических параметров набегающего потока?

а) выше в коридорной компоновке;

б) выше в шахматной компоновке;

в) одинаково в поставленных условиях задачи.

34. Увеличение массового расхода жидкости в трубе при сохранении постоянными $d, \bar{t}_c, \bar{t}_ж$ приводит к …

а) увеличению интенсивности теплоотдачи;

б) уменьшению интенсивности теплоотдачи;

в) увеличению интенсивности теплоотдачи в ламинарном режиме и уменьшению в турбулентном;

г) уменьшению интенсивности теплоотдачи в ламинарном режиме и увеличению в турбулентном;

д) в заданных условиях не влияет на интенсивность теплоотдачи.

35. На участке стабилизированного напорного течения жидкости в трубе коэффициент теплоотдачи

а) выше, чем на участке тепловой стабилизации;

б) ниже, чем на участке тепловой стабилизации;

в) равен среднему коэффициенту теплоотдачи на участке тепловой стабилизации.

36. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух посчитать сухим и неподвижным?

а) а) теплопроводность;

б) б) конвекция;

в) в) тепловое излучение;

г) се возможные способы переноса теплоты являются равноценными по составляющей переноса.

37. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух посчитать сухим и подвижным?

а) теплопроводность;

б) конвекция;

в) тепловое излучение.

38. Какие основные способы переноса теплоты присутствуют в воздухе, находящемся в межстекольном ограниченном пространстве оконной рамы, если воздух посчитать влажным и подвижным?

а) теплопроводность;

б) конвекция;

в) тепловое излучение.

39. Влияет ли степень поджатости пучка гладких труб (величина диаметров труб, продольного и поперечного шагов) на интенсивность теплоотдачи в межтрубном пространстве?

а) уменьшение продольного и поперечного шагов улучшает теплоотдачу;

б) увеличение продольного шага рядов труб существенно не влияет на теплоотдачу;

в) увеличение поперечного шага труб в рядах существенно увеличивает теплоотдачу;

г) увеличение диаметра труб в 2 раза при сохранении постоянными других компоновочных характеристик пучка увеличивает теплоотдачу в 4 раза;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	А	Б	В	А	В	А	Г	Д	А
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	Г	А	Г	Б	Б	Б	Б	Г	Е
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
А	В	А, В, Г	Б	А	А	В	Б	В	В
31	32	33	34	35	36	37	38	39	
А	Г	Б	А	Б	А, В	А, Б, В	А, Б, В	А	

Глава 4
ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

4.1. Общие сведения о тепловом излучении

Энергия излучения возникает за счет энергии других видов в результате сложных молекулярных и атомных процессов.

Природа всех лучей одна и та же. Они представляют собой распространяющиеся в пространстве электромагнитные волны.

Источником теплового излучения является внутренняя энергия нагретого тела. При поглощении электромагнитных волн какими-либо другими телами они вновь превращаются в энергию теплового движения молекул.

Лучистая энергия испускается и поглощается веществами не непрерывно, а отдельными порциями – квантами света (фотонами). Испускаемый фотон – частица материи, обладающая энергией, количеством движения и электромагнитной массой. Излучение обладает свойствами непрерывности поля электромагнитных волн и свойствами дискретности, типичными для фотонов. Поэтому тепловое излучение можно рассматривать как фотонный газ.

Соответственно этому электромагнитные волны различаются между собой длиной волны λ (рисунок 4.1.1) или частотой колебаний ν в секунду. Для лучей всех видов скорость ω в абсолютном вакууме равна $\omega = \lambda \cdot \nu \approx 300\,000$ км/с.

В зависимости от длины волны λ лучи обладают различными свойствами. Из всех лучей наибольший интерес для теплопередачи представляют тепловые лучи с $\lambda = 0{,}8 \div 40$ мкм ($8 \cdot 10^{-7} \div 4 \cdot 10^{-5}$ м).

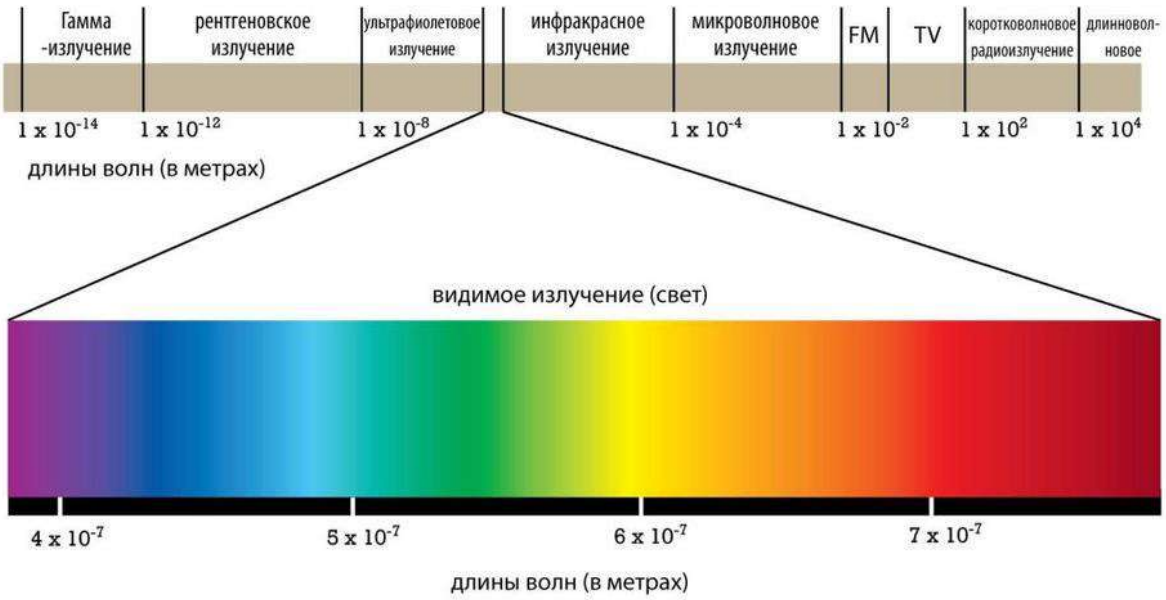


Рисунок 4.1.1. – Виды излучения в зависимости от длины волны

Излучение свойственно всем телам, и каждое из них излучает и поглощает энергию непрерывно, если температура его не равна 0°К. При одинаковых или различных температурах между телами, расположенными как угодно в пространстве, существует непрерывный теплообмен излучением. *При температурном равновесии тел количество отдаваемой энергии излучения будет равно количеству поглощаемой энергии излучения*.

Спектр излучения большинства *твердых и жидких* тел непрерывен (рисунок 4.1.2). Излучение твердых тел является поверхностным.

Спектр излучения *газов* имеет линейчатый (одно- и двухатомные газы), либо полосной (трех- и многоатомные газы) характер. Такое излучение называется *селективным.* Излучение газов является объемным.

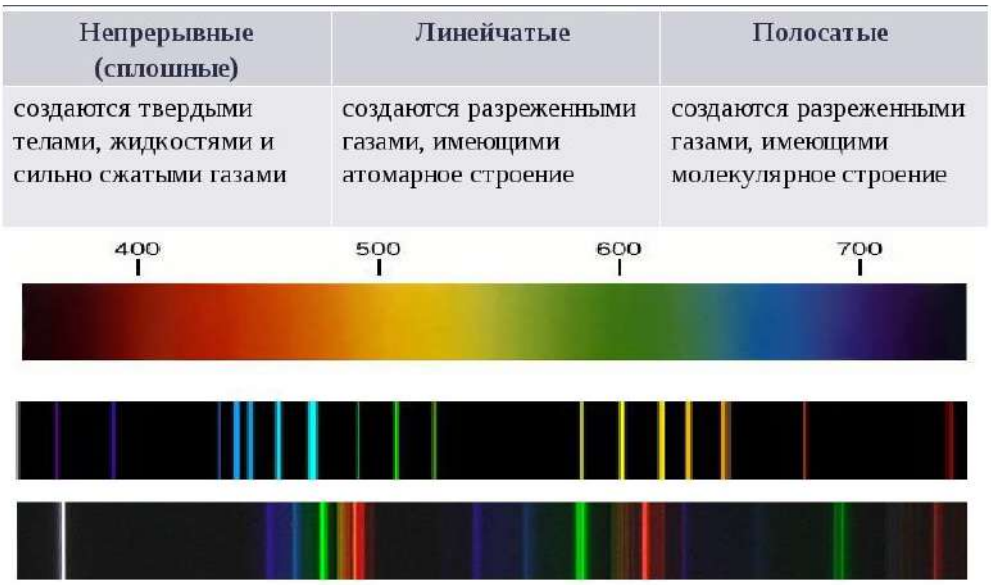


Рисунок 4.1.2. – Виды спектров излучения

В излучении твердого тела участвуют не только поверхностные частицы, но и тонкий слой.

Суммарное излучение с поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства и по всем длинам волн спектра называется *интегральным излучением* (*Q*).

Интегральный лучистый поток, излучаемый единицей поверхности по всем направлениям, называется *плотностью интегрального излучения*. Он измеряется в Вт/м^2 и обозначается

$$E = dQ / dF ,$$

где dQ – элементарный поток излучения, испускаемый элементом поверхности dF.

Тело способно не только излучать, но и *отражать, поглощать и пропускать через себя* падающие лучи от другого тела. Если обозначить общее количество энергии излучения, падающей на тело, через Q, то часть энергии Q_A поглотится телом, часть Q_R отразится, а часть Q_D пройдет сквозь тело.

Отсюда

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D,$$

или

$$A + R + D = 1.$$

Величину A называют *поглощательной способностью.* Она представляет собой отношение поглощенной энергии излучения ко всей энергии излучения Q, падающей на тело.

Величину R называют *отражательной способностью.* R есть отношение отраженной энергии излучения ко всей падающей Q.

Величину D называют *пропускательной способностью.* D есть отношение прошедшей сквозь тело энергии излучения ко всей энергии излучения Q, падающей на тело.

Для большинства твердых тел, практически не пропускающих сквозь себя энергию излучения $A + R = 1$.

Если поверхность поглощает все падающие на нее лучи, т.е. $A = 1$, $R = 0$ и $D = 0$, то такую поверхность называют *абсолютно черной.*

Если поверхность отражает полностью все падающие на нее лучи, то такую поверхность называют *абсолютно белой.* При этом $D = 0$, $A = 0$, $R = 1$.

Если тело абсолютно прозрачно для тепловых лучей, то $D = 1$, $R = 0$ и $A = 0$.

Если поверхность правильно отражает лучи (т.е. отражение следует законам геометрической оптики), то такую поверхность называют *зеркальной.*

Если падающий луч при отражении расщепляется на множество лучей, идущих по всевозможным направлениям, то такое отражение называют *диффузным*.

При исследовании потоков излучения большое значение имеет распределение энергии излучения, испускаемой абсолютно черным телом по отдельным длинам волн спектра. Каждой длине волны лучей при определенной температуре соответствует определенная спектральная интенсивность излучения $I_{s\lambda}$.

Интегральная интенсивность (яркость) $I_s = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} I_{s\lambda} d\lambda$ *излучения* абсолютно черного тела – отношение потока излучения dQ в данном направлении в пределах элементарного телесного угла dw, к единице телесного угла и к единице площади dF поверхности, расположенной в данной точке перпендикулярно к направлению излучения (рисунок 4.1.3).

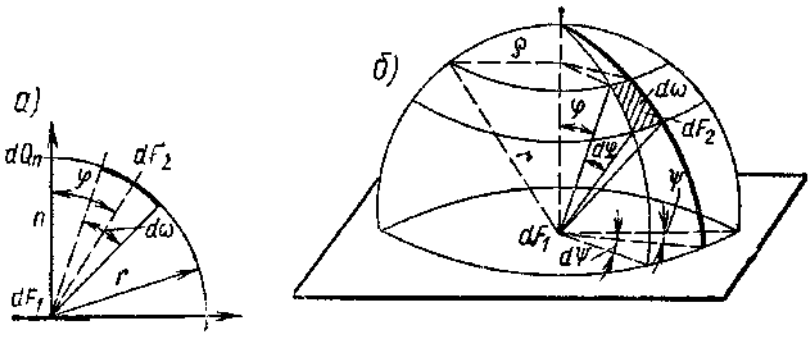


Рисунок 4.1.3. – Излучение с элементарной площадки dF_1 на поверхности тела

4.2. Основной закон поглощения

Излучать и поглощать энергию могут твердые и жидкие реальные тела конечной толщины, а также трех- и многоатомные газы.

Если на какое-либо тело падает луч интенсивностью $I_{\lambda 1}$, то этот луч частично поглощается и выходит с другой стороны тела с интенсивностью $I_{\lambda 2}$, меньшей, чем $I_{\lambda 1}$.

Спектральная поглощательная способность определяется из уравнения

$$A_\lambda = \left(I_{\lambda 1} - I_{\lambda 2}\right) / I_{\lambda 1}. \qquad (4.1)$$

Опыты показывают, что падение интенсивности dI_λ пропорционально интенсивности $I_{\lambda 1}$ источника излучения, пути dx, и зависит от свойств тела:

$$dI = -kI_\lambda dx. \qquad (4.2)$$

Знак минус в правой части указывает на убывание интенсивности.

Коэффициент пропорциональности k, зависящий от физических свойств тела, температуры и длины волны, называется *коэффициентом абсорбции,* или *коэффициентом поглощения вещества,* для лучей с данной длиной волны; k имеет размерность 1/м.

Разделяя переменные и интегрируя данное уравнение в пределах от $x = 0$ до $x = s$, находим

$$\int_{I_{\lambda 1}}^{I_{\lambda 2}} dI_\lambda / I_\lambda = -\int_0^s k dx,$$

откуда при k = const,

$$\ln I_{\lambda 2} / I_{\lambda 1} = -ks \quad \text{или} \quad I_{\lambda 2} / I_{\lambda 1} = e^{-ks} \quad \text{и} \quad I_{\lambda 2} = I_{\lambda 1} e^{-ks}. \qquad (4.3)$$

Следовательно,

$$A_\lambda = \frac{I_{\lambda 1} - I_{\lambda 2}}{I_{\lambda 1}} = \frac{I_{\lambda 1} - I_{\lambda 1} e^{-ks}}{I_{\lambda 1}} = 1 - e^{-ks} = 1 - \frac{1}{e^{ks}}. \qquad (4.4)$$

Полученное уравнение показывает, что A_λ зависит от коэффициента поглощения k и толщины слоя тела s.

Если $s = 0$, то $A_\lambda = 0$, т.е. поглощение может происходить только в слое вещества конечной толщины.

Если $s = \infty$, то $A_\lambda = 1$, т.е. слой большой толщины поглощает луч целиком, как абсолютно черное тело.

На величину A_λ влияет также коэффициент абсорбции k.

Если $k = \infty$, то поглощение происходит в тонком поверхностном слое. В связи с этим состояние поверхности тела оказывает большое влияние на его поглощательную и излучательную способности.

Если $k = 0$, то и $A_\lambda = 0$.

4.3. Основные законы теплового излучения

Закон Планка

Абсолютно черное тело при данной температуре испускает лучи всех длин волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$, но распределение энергии вдоль спектра различно.

По мере увеличения длины волны энергия лучей возрастает, при некоторой длине волны достигает максимума, затем убывает. Кроме того, для луча одной и той же длины волны энергия его увеличивается с возрастанием температуры тела, испускающего лучи (рисунок 4.3.1).

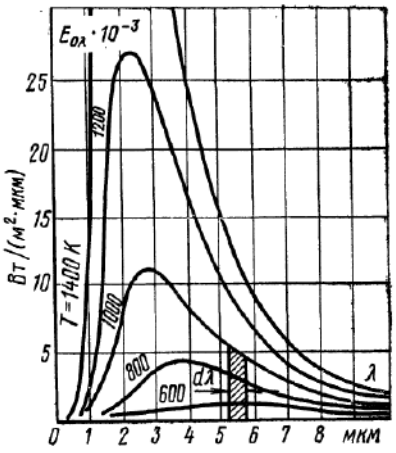


Рисунок 4.3.1. – Изменение интенсивности излучения твердого тела в зависимости от его температуры и длины волны

Планк теоретически установил следующий закон изменения спектральной плотности излучения абсолютно черного тела в зависимости от температуры и длины волны

$$E_{s\lambda} = \frac{2\pi h\omega^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{h\omega}{\lambda kT}} - 1} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \qquad (4.5)$$

где h=6,6262·10^{-34} Дж·с - постоянная Планка;

k=1,3807·10^{-23} Дж/°К - постоянная Больцмана;

ω = 299790·10^3 м/с - скорость света в вакууме;

c_1=3,74183·10^{-16} Вт·м^2; c_2 = 1,43879·10^{-2} м·°К;

λ – длина волны, м; T – температура излучающего тела, °К.

При $\frac{h\omega}{\lambda} << kT$ энергия кванта мала, и закон Планка переходит в **закон Релея–Джинса**:

$$E_{s\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-4} T}{c_2}. \qquad (4.6)$$

В противном случае $\frac{h\omega}{\lambda} >> kT$ закон Планка переходит в **закон излучения Вина**:

$$E_{s\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}. \qquad (4.7)$$

Максимумы кривых с повышением температуры смещаются в сторону более коротких волн. Длина волны λ_{ms} в миллиметрах, отвечающая максимальному значению $E_{s\lambda}$, определяется **законом смещения Вина**.

Интегрирование закона Планка дает трансцендентное уравнение

$$\frac{h\omega}{\lambda_{ms} kT} \cdot \exp\left(\frac{h\omega}{\lambda_{ms} kT}\right) - 5 \cdot \left[\exp\left(\frac{h\omega}{\lambda_{ms} kT}\right) - 1\right] = 0,$$

решением которого является $\frac{h\omega}{\lambda_{ms} kT} = \frac{c_2}{\lambda_{ms} T} = 4{,}965 = \frac{1{,}43879 \cdot 10^{-2}}{\lambda_{ms} T}$,

$$\lambda_{ms} = 2897{,}8 / T, \text{ мкм}, \qquad (4.8)$$

$$E_{s\lambda.\max} = 1{,}307 \cdot T^5. \qquad (4.9)$$

Таким образом, *положение максимума $E_{s\lambda.\max}$ однозначно определяется только температурой тела*.

Закон Стефана–Больцмана

Аналитическое выражение закона Стефана–Больцмана можно получить, используя закон Планка:

$$E_s = \sigma_s T^4, \tag{4.10}$$

где $\sigma_s = \frac{2\pi k^4}{\omega^2 h^3} \int_0^\infty \frac{\left(\frac{h\omega}{\lambda kT}\right)^3 d\left(\frac{h\omega}{\lambda kT}\right)}{\exp\left(\frac{h\omega}{\lambda kT}\right) - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15\omega^2 h^3} = 5{,}668 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·°К^4) – постоянная Стефана–Больцмана.

Обычно закон Стефана–Больцмана пишут в следующем виде:

$$E_s = C_s (T/100)^4, \tag{4.11}$$

где C_s – коэффициент излучения абсолютно черного тела C_s = 5,668 Вт/[м^2·°К^4].

Из этого закона следует, что *излучение энергии свойственно всем телам при любой температуре независимо от температуры окружающих тел*.

Все реальные тела, используемые в технике, не являются абсолютно черными и при одной и той же температуре излучают меньше энергии, чем абсолютно черное тело.

Чтобы законы излучения черного тела можно было применить для реальных тел, вводится понятие о сером теле и сером излучении. Для серых тел $A_\lambda = \text{const}$ (т.е. не является интегральной характеристикой поглощения A, которая, в свою очередь, зависела бы от спектра источника падающего на данное тело излучения).

Под серым излучением понимают такое, которое, аналогично излучению черного тела, имеет сплошной спектр, но интенсивность лучей для каждой волны длины I_λ при любой температуре составляет неизменную долю от интенсивности излучения черного тела $I_{s\lambda}$ (рисунок 4.3.2). Следовательно, $I_\lambda / I_{s\lambda} = \varepsilon_\lambda = \text{const}$.

Величину ε_λ называют спектральной *степенью черноты.*

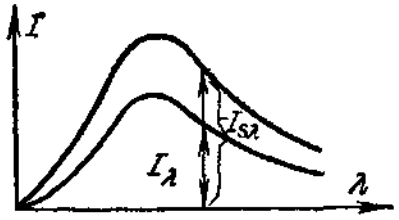


Рисунок 4.3.2. – Изменение интенсивности излучения
абсолютно черного и серого тел
в зависимости от длины волны при одной температуре

Аналогично для интегрального излучения $E / E_s = \varepsilon$.

Поэтому

$$E = \varepsilon E_s = \varepsilon C_s (T / 100)^4 = C (T / 100)^4 . \quad (4.12)$$

Величину $C = \varepsilon C_s$ Вт/[(м^2·К)^4] называют *коэффициентом излучения серого тела.*

Величина C < 5,668 реальных тел в общем случае зависит не только от физических свойств тела, но и от состояния поверхности (или от ее шероховатости), а также от температуры и длины волны.

Закон Кирхгофа

Рассмотрим теплообмен излучением между двумя параллельными пластинами с неодинаковыми температурами, причем первая пластина является абсолютно черной с температурой T_s, вторая – серой с температурой T. Расстояние между пластинами значительно меньше их размеров, так что излучение каждой из них обязательно попадает на другую.

Вторая (серая) поверхность излучает на первую (абсолютно черную) энергию E, которая полностью поглощается черной поверхностью. В свою очередь первая поверхность излучает на вторую энергию E_s. Часть энергии $E_s A$ поглощается серой поверхностью, а остальная энергия $(1 - A)\cdot E_s$, отражается на первую и ею же полностью поглощается.

При этих условиях серая поверхность получает энергию в количестве $E_s A$, а отдает E.

Следовательно, уравнение теплового баланса имеет вид:

$$Q = E - E_s A . \quad (4.13)$$

При равенстве температур T и T_s тепловой поток Q равен нулю. Отсюда получаем

$$E = E_s A \quad \text{или} \quad E / A = E_s / A_s = C_s (T / 100)^4 . \quad (4.14)$$

Т.к. вместо второго тела можно взять любое другое серое тело, то уравнение справедливо для любых тел и является математическим выражением закона Кирхгофа.

Отношение энергии излучения тела E к его поглощательной способности A одинаково для всех серых тел, находящихся при одинаковых температурах, и равно энергии излучения абсолютно черного тела E_s при той же температуре.

Следствия:

1. Если тело обладает малой поглощательной способностью A, то оно одновременно обладает и малой *излучательной способностью* E (полированные металлы).

2. Абсолютно черное тело, обладающее максимальной поглощательной способностью A_s=1, имеет и наибольшую *излучательную способность* E_s.

Закон Кирхгофа остается справедливым и *для спектрального излучения*:

$$E_\lambda / A_\lambda = I_\lambda / A_\lambda = E_{s\lambda} = I_{s\lambda} = f(\lambda, T).$$

3. *Тело, которое излучает энергию при какой-нибудь длине волны, способно поглощать ее при этой же длине волны.*

Если тело не поглощает энергию в какой-то части спектра, то оно в этой части спектра и не излучает.

Из закона Кирхгофа также следует, что

4. спектральная степень черноты серого тела ε_λ при одной и той же температуре численно равна спектральной поглощательной способности A_λ

$$\varepsilon_\lambda = I_\lambda / I_{s\lambda} = E_\lambda / E_{s\lambda} = A_\lambda .$$

Закон Ламберта

Энергия, излучаемая телом, распространяется в пространстве с различной интенсивностью.

Закон, устанавливающий зависимость интенсивности излучения от направления, называется *законом Ламберта.*

Согласно закону Ламберта, количество энергии, излучаемое элементом поверхности dF_1 в направлении элемента dF_2, пропорционально произведению количества энергии, излучаемого по нормали dQ_n, на величину пространственного угла dw и $\cos\varphi$, составленного направлением излучения с нормалью (см. рисунок 4.1.3).

$$d^2Q_\varphi = dQ_n dw \cos\varphi, \qquad (4.15)$$

или

$$d^2Q_\varphi = E_n dF_1 dw \cos\varphi,$$

где E_n – энергия излучения в направлении нормали.

Следовательно, наибольшее количество энергии излучается в перпендикулярном направлении к поверхности излучения, т.е. при $\varphi = 0$.

С увеличением φ количество энергии излучения уменьшается и при $\varphi = 90°$ равно нулю.

Телесный угол dw представляет собой угол, под которым из какой-либо точки dF_1 видна площадка dF_2 на поверхности сферы радиусом r. Отсюда следует, что

$$dw = dF_2 / r^2, \text{ или } dw = \frac{rd\varphi \cdot r\sin\varphi d\psi}{r^2} = \sin\varphi d\psi d\varphi, \qquad (4.16)$$

где φ – угол, дополнительный к углу широты; ψ – угол долготы.

Таким образом, имеем

$$d^2Q_\varphi = E_n dF_1 \sin\varphi d\psi d\varphi \cos\varphi . \qquad (4.17)$$

Проинтегрируем это выражение по всей поверхности полусферы, т.е. в пределах изменения угла φ от 0 до π/2 и угла ψ от 0 до 2π.

В результате интегрирования найдем энергию, излучаемую элементом dF_1, в пределах полусферы, равную EdF_1. Следовательно,

$$EdF_1 = E_n dF_1 \int_{\psi=0}^{2\pi} d\psi \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin\varphi\cos\varphi d\varphi = \pi E_n dF_1 ,$$

откуда

$$E_n = E/\pi = \frac{1}{\pi} C(T/100)^4 = \frac{\varepsilon}{\pi} C_s (T/100)^4 . \qquad (4.18)$$

Из последнего выражения следует, что энергия излучения в направлении нормали (она же – спектральная интенсивность излучения I_λ) в π раз меньше плотности интегрального полусферического излучения E абсолютно черного (или серого) тела, определяемого по закону Стефана–Больцмана.

Поэтому закон Ламберта принимает вид

$$d^2Q_\varphi = \frac{\varepsilon}{\pi} C_s (T/100)^4 dw\cos\varphi dF_1 . \qquad (4.19)$$

Закон Ламберта справедлив для абсолютно черного или серого тела, а для тел, обладающих диффузным излучением (полированные металлы), – только в пределах φ = 0–60°.

Максимум интенсивности излучения для металлов приходится на угол φ ≈ 45°.

Интенсивность излучения диэлектриков постоянна в области φ = 0–30° и уменьшается до нуля при φ >30°.

Пример 4.3.1

Поверхность стального изделия имеет температуру t_c = 727 °С и степень черноты ε_c = 0,7. Излучающую поверхность можно считать серой. Вычислить плотность собственного излучения поверхности изделии и длину волны, которой будет соответствовать максимальное значение спектральной интенсивности излучения.

Решение:

Плотность потока собственного излучения поверхности определится согласно закону Стефана–Больцмана:

$$E_{соб} = \varepsilon \cdot C_s \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 = 0{,}7 \times 5{,}668 \times \left(\frac{727+273}{100}\right)^4 = 39676 \text{ Вт/м}^2 .$$

Длина волны, которой будет соответствовать максимальное значение спектральной интенсивности излучения тела, определится согласно закону смещения Вина, который справедлив и для серых тел:

$$\lambda_{ms} = 2897{,}8/1000 = 2{,}9 \text{ мкм} .$$

Пример 4.3.2

Определить, какую долю излучения, падающего от абсолютно черного источника, будет отражать поверхность полированного алюминия при температуре t = 250 °С, если известно, что при этой температуре излучательная способность поверхности E = 170 Вт/м^2. Температура источника черного излучения равна температуре поверхности алюминия.

Решение:

Согласно закону Кирхгофа отношение плотности потока собственного излучения серого тела к его поглощательной способности будет одинаково для всех серых тел, имеющих одинаковую температуру, и будет равно излучательной способности абсолютно черного тела с той же температурой:

$$\frac{E}{A}=\frac{E_s}{A_s}=E_s .$$

Для непрозрачного тела сумма поглощательной и отражательной способности равна единице:

$$A+R=1 .$$

Тогда доля излучения, падающего от абсолютно черного источника, отраженная поверхностью полированного алюминия, составит:

$$R=1-\frac{E}{E_s}=1-\frac{170}{5{,}668\cdot\left(\frac{250+273}{100}\right)^4}=0{,}96 .$$

4.4. Теплообмен излучением между твердыми телами

4.4.1. Теплообмен между параллельными пластинами

Если тело участвует в теплообмене излучением с другими телами, то на рассматриваемое тело падает извне энергия излучения в количестве $E_{\text{пад}}$. Часть падающей энергии излучения в количестве $AE_{\text{пад}}$ телом поглощается и превращается в его внутреннюю энергию. Остальная часть энергии излучения в количестве $RE_{\text{пад}}$ отражается от тела.

Сумма собственного и отраженного излучений, испускаемых поверхностью данного тела, называется *эффективным излучением*

$$E_{\text{эф}}=E_{\text{соб}}+RE_{\text{пад}}=E_{\text{соб}}+(1-A)E_{\text{пад}} , \qquad (4.20)$$

$$D=0,\ R=1-A .$$

Эффективное излучение зависит не только от физических свойств и температуры данного тела, но и от физических свойств, температуры и спектра излучения других окружающих тел.

Для черного тела $E_{эф} = E_{соб}$, т.к. для него $RE_{пад} = E_{отр} = 0$ (при $R=0$).

Рассмотрим теплообмен излучением между двумя серыми параллельными пластинами, разделенными прозрачной средой. Размеры пластин значительно больше расстояния между ними, так что излучение одной из них будет полностью попадать на другую.

Обозначим: температуры пластин T_1 и T_2, коэффициенты поглощения A_1 и A_2; собственные излучения пластин E_1 и E_2, эффективные излучения пластин $E_{1эф}$ и $E_{2эф}$, коэффициенты излучения C_1 и C_2. Полагаем, что $T_1 > T_2$.

Суммарный поток излучения первой пластины, состоящий из собственного излучения E_1 и отраженного излучения второй пластины $(1–A_1)E_{2эф}$, находим из уравнения

$$E_{1эф} = E_1 + (1 - A_1)E_{2эф}. \tag{4.21}$$

Аналогично суммарное излучение второй пластины:

$$E_{2эф} = E_2 + (1 - A_2)E_{1эф}. \tag{4.22}$$

Решая те два уравнения относительно $E_{1эф}$ и $E_{2эф}$ методом «сальдо» Пучкова, получаем:

$$E_{1эф} = \frac{E_1 + E_2 - A_1E_2}{A_1 + A_2 - A_1A_2},\ E_{2эф} = \frac{E_1 + E_2 - A_2E_1}{A_1 + A_2 - A_1A_2}.$$

Результирующее тепловое излучение, получаемое второй пластиной:

$$q = E_{1эф} - E_{2эф};\ \text{при}\ T = \text{const}\ \ \varepsilon = A,$$

или

$$q = \frac{A_2E_1 - A_1E_2}{A_1 + A_2 - A_1A_2} = \frac{A_2A_1C_s(T_1/100)^4 - A_1A_2C_s(T_2/100)^4}{A_1 + A_2 - A_1A_2},$$

или

$$q = \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{\frac{A_1}{A_1A_2C_s} + \frac{A_2}{A_1A_2C_s} - \frac{A_1A_2}{A_1A_2C_s}} = \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}}.$$

Таким образом, тепловое излучение между параллельными поверхностями определяется уравнением

$$Q = C_{пр}\left[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4\right]F, \tag{4.23}$$

где $C_{пр} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}-\dfrac{1}{C_s}} = \varepsilon_{пр} C_s = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_s}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1\right)}$ – приведенный коэффициент излучения.

Пример 4.4.1

Обмуровка топочной камеры парового котла выполнена из шамотного кирпича, а внешняя обшивка – из листовой стали. Расстояние между обшивкой и кирпичной кладкой равно 30 мм, и можно считать его малым по сравнению с размерами стен топки. Вычислить потери теплоты в окружающую среду с единицы поверхности в единицу времени в условиях стационарного режима за счет лучистого теплообмена между поверхностями обмуровки и обшивки. Температура внешней поверхности обмуровки t_1 = 127 °С, а температура стальной обшивки t_2 = 50 °С. Степень черноты шамота $\varepsilon_ш$ = 0,8, листовой стали $\varepsilon_с$ = 0,6. Также вычислить значения собственного, эффективного, отраженного и падающего излучений для поверхностей шамотной кладки и стальной обшивки.

Решение:

Результирующий поток лучистой теплоты (потери теплоты в окружающую среду с единицы поверхности в единицу времени в условиях стационарного режима за счет лучистого теплообмена между поверхностями обмуровки и обшивки) составят:

$$q_{рез} = 2{,}96 \cdot \left[(\{127+273\}/100)^4 - (\{50+273\}/100)^4 \right] = 435{,}6 \text{ Вт/м}^2,$$

где $C_{пр} = \dfrac{5{,}668}{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{0{,}6}-1} = 2{,}96$ – приведенный коэффициент излучения обмуровки и обшивки.

Далее вычисляем величины эффективного, собственного, отраженного и падающего излучений для поверхностей шамотной кладки и стальной обшивки:

$$E_{1эф} = E_{соб1} + R_1 \cdot \left(E_{соб2} + R_2 \cdot E_{1эф} \right) = E_{соб1} + R_1 \cdot E_{соб2} + R_1 \cdot R_2 \cdot E_{1эф},$$

$$E_{1эф} \cdot \left(1 - R_1 \cdot R_2\right) = E_{соб1} + R_1 \cdot E_{соб2},$$

$$E_{1эф} = \frac{E_{соб1} + \left(1-\varepsilon_1\right) \cdot E_{соб2}}{1-\left(1-\varepsilon_1\right)\cdot\left(1-\varepsilon_2\right)} = \frac{1161 + \left(1-0{,}8\right)\cdot 370}{1-\left(1-0{,}8\right)\cdot\left(1-0{,}6\right)} = 1342 \text{ Вт/м}^2.$$

$$E_{2эф} = E_{соб2} + (1-\varepsilon_2) \cdot E_{1эф} = 370 + (1-0{,}6)\cdot 1342 = 907 \text{ Вт/м}^2.$$

$$E_{\text{соб1}} = \varepsilon_1 \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 = 0{,}8 \cdot 5{,}668 \cdot \left(\frac{127+273}{100}\right)^4 = 1161 \text{ Вт/м}^2,$$

$$E_{\text{соб2}} = \varepsilon_2 \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = 0{,}6 \cdot 5{,}668 \cdot \left(\frac{50+273}{100}\right)^4 = 370 \text{ Вт/м}^2.$$

$$E_{\text{отр1}} = (1-\varepsilon_1)E_{2\text{эф}} = (1-0{,}8) \cdot 907 = 181 \text{ Вт/м}^2,$$

$$E_{\text{отр2}} = (1-\varepsilon_2) \cdot E_{1\text{эф}} = (1-0{,}6) \cdot 1342 = 537 \text{ Вт/м}^2.$$

Величина падающего на обмуровку излучения $E_{\text{пад1}}$ численно равно эффективному излучению обшивки $E_{2\text{эф}}$, а величина падающего на обшивку излучения $E_{\text{пад2}}$ – эффективному излучению обмуровки $E_{1\text{эф}}$.

4.4.2. Теплообмен излучением между телами, одно из которых находится внутри другого

Обозначим физические величины:

– внутреннего тела A_1, C_1, ε_1, T_1, F_1;
– внешнего тела A_2, C_2, ε_2, T_2, F_2.

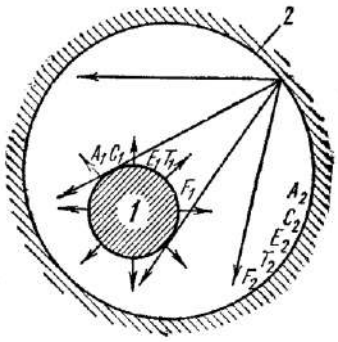


Рисунок 4.4.1. – Теплообмен излучением между телами, одно из которых находится внутри другого

В отличие от теплообмена между параллельными пластинами, в данном случае на внутреннее тело падает лишь часть φ от эффективного излучения внешнего тела. Остальная часть энергии излучения $(1 - \varphi)$ падает на поверхность внешнего тела.

Поток эффективного излучения внутреннего тела (1) состоит из *собственного* излучения и *отраженного* (полученного от внешнего тела):

$$Q_{1\text{эф}} = E_1 F_1 + (1-A_1)\varphi Q_{2\text{эф}}, \tag{4.24}$$

$$\varphi = \frac{Q_{\text{пад1}}}{Q_{2\text{эф}}}.$$

Поток эффективного излучения внешнего тела (2) состоит:

– из *собственного* излучения;
– *отраженного* (полученного от внутреннего тела) $R_2 \cdot Q_{пад21}$;
– *отраженного собственного* излучения $R_2 \cdot Q_{пад22}$:

$$Q_{2эф} = E_2 F_2 + (1 - A_2) Q_{1эф} + (1 - A_2)(1 - \varphi) Q_{2эф}. \qquad (4.25)$$

Величина теплообмена излучением между телами:

$$Q = Q_{1эф} - Q_{2эф}.$$

Решая совместно уравнения (4.25) и (4.26), получаем:

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}\right)} \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] F_1, \qquad (4.26)$$

или

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] F_1. \qquad (4.27)$$

Если поверхность F_1 мала по сравнению с поверхностью F_2, то отношение F_1/F_2 приближается к нулю и $C_{пр} = C_1$, уравнение теплообмена принимает вид

$$Q = C_1 F_1 \left[(T_1 / 100)^4 - (T_2 / 100)^4 \right]. \qquad (4.28)$$

Пример 4.4.2

В цехе установлен цилиндрический стальной подогреватель без изоляции. Поверхность подогревателя имеет коэффициент излучения $C_1 = \varepsilon_1 \cdot \sigma_0 = 5{,}2 \frac{Вт}{м^2 \cdot °К^4}$; температура его наружной поверхности T_1 = 430 К; длина l = 2 м, диаметр d = 1 м. Температура помещения T_2 = 300 К, коэффициент излучения его стен $C_2 = \varepsilon_2 \cdot \sigma_0 = 3{,}5 \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$; длина помещения 10 м, ширина 8 м и высота 4 м.

Определить величину теплообмена излучением между поверхностями подогревателя и помещения.

Решение:

Величину теплообмена излучением между поверхностями определим по формуле

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}\right)} \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] \cdot F_1.$$

Поверхность подогревателя $F_1 = \pi \cdot 1 \cdot 2 + \frac{\pi \cdot 2 \cdot 1^2}{4} = 7{,}85$ м^2.

Поверхность стен помещения $F_2 = 2 \cdot 10 \cdot 8 + 4 \cdot 2 \cdot (10 + 8) = 304$ м^2.

Тогда $Q = \frac{1}{\frac{1}{5{,}2} + \frac{7{,}85}{3{,}4} \cdot \left(\frac{1}{3{,}5} - \frac{1}{5{,}67} \right)} \cdot \left[\left(\frac{430}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] \cdot 7{,}85 = 10\ 500$ Вт.

Пример 4.4.3

Паропровод наружным диаметром d = 200 мм расположен в большом помещении с температурой воздуха $t_ж$ = 30°С. Температура поверхности паропровода t_{c1} = 400 °С, Определить тепловые потери с единицы длины паропровода за счет излучения и конвекции. Степень черноты поверхности паропровода ε = 0,8. Температуру стен помещения можно принять равной температуре воздуха, т.е. t_{c2} = 30 °С. Найти также соответствующие тепловые потери при температуре паропровода 200 °С.

Решение:

Результирующий лучистый поток между телами, одно из которых находится внутри другого, определяется по формуле

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1 .$$

Здесь F_1 – площадь поверхности внутреннего тела (паропровода), F_2 – площадь поверхности внешнего тела (стен помещения).

Поскольку $F_1 << F_2$, то результирующий лучистый поток на единицу длины паропровода составит:

$$q_l = \varepsilon_1 C_s \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \pi d =$$

$$= 0{,}8 \cdot 5{,}668 \cdot \left[\left(\frac{400 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{30 + 273}{100} \right)^4 \right] \pi \cdot 0{,}2 = 5605 \text{ Вт/м}.$$

При свободной конвекции у горизонтально расположенной трубы средний по ее длине коэффициент теплоотдачи определится:

$$\overline{\mathrm{Nu}_{\text{пс},d}} = \frac{2}{\ln\left(1 + \frac{2}{\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{пс},d}} \right)},$$

где $\overline{Nu_{пс,d}}, = \dfrac{0{,}518\cdot\left(Gr\cdot Pr\right)_{пс,d}^{0,25}}{\left[1+\left(\dfrac{0{,}559}{Pr_{пс}}\right)^{0,6}\right]^{5/12}} = \dfrac{0{,}518\cdot\left(42954838\cdot 0{,}69\right)^{0,25}}{\left[1+\left(\dfrac{0{,}559}{0{,}69}\right)^{0,6}\right]^{5/12}} = 29{,}372.$

Здесь определяющая температура $t_{пс} = \dfrac{400+30}{2} = 215\ °C$.

Критерий Грасгофа:

$$Gr = \frac{g\beta\left(t_c - t_ж\right)d^3}{\nu^2} = \frac{g\left(t_c - t_ж\right)d^3}{T_{пс}\cdot \nu_{пс}{}^2} = \frac{9{,}8\cdot\left(400-30\right)\cdot 0{,}2^3}{\left(215+273\right)\cdot\left(3{,}72\cdot 10^{-5}\right)^2} = 42\ 954\ 838.$$

$$\overline{Nu_{пс,d}} = \frac{2}{\ln\left(1+\dfrac{2}{29{,}372}\right)} = 30{,}361 = \frac{\overline{\alpha_к}\cdot d}{\lambda_{пс}},$$

$$\overline{\alpha_к} = \frac{30{,}361\cdot 0{,}04}{0{,}2} = 6{,}07\ \frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

Отсюда потери теплоты с 1 п.м паропровода при естественной конвекции составят:

$$q_l = \frac{\pi\cdot\left(t_c - t_ж\right)}{\dfrac{1}{\overline{\alpha_к}\cdot d}} = \overline{\alpha_к}\cdot\left(t_c - t_ж\right)\cdot\pi\cdot d = 6{,}07\cdot\left(400-30\right)\cdot\pi\cdot 0{,}2 = 1411\ Вт/м.$$

Значит, лучистый поток с 1 п.м паропровода в 5605/1411 = 4 раза выше, чем конвективный.

Лабораторная работа 7
ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛУЧИСТОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

Цель работы: ознакомиться с основными понятиями теории лучистого теплообмена, экспериментально определить степень черноты серого тела и зависимость энергии излучения его поверхности от ее абсолютной температуры.

Основные положения

Теплообменом излучением называется перенос энергии путем электромагнитных волн или фотонов.

Количество энергии, излучаемое или поглощаемое единицей поверхности тела в единицу времени, называется плотностью интегрального излучения тела E:

$$E = \frac{Q}{F}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \qquad (1)$$

В общем случае, часть лучистой энергии, падающей на поверхность тела, отражается поверхностью, часть поглощается телом и часть проходит через него. Отношение поглощенной энергии, отраженной части, прошедшей сквозь тело к падающей энергии называется соответственно коэффициентом поглощения A, отражения R и проницаемости Д. Очевидно, что

$$A + R + Д = 1. \qquad (2)$$

При $A = 1$, $R = Д = 0$ – тело абсолютно черное;

$R = 1$, $A = Д = 0$ – тело абсолютно белое;

$Д = 1$, $A = R = 0$ – тело абсолютно прозрачное.

В природе таких тел не встречается. Однако введение этих понятий упрощает изучение законов излучения.

Сумма собственного и отраженного излучения называется эффективным излучением тела.

Основные закономерности излучения и лучистого теплообмена устанавливаются следующими законами.

Закон Планка – устанавливает зависимость интенсивности излучения абсолютно черного тела $I_{S\lambda}$ от длины волны и температуры:

$$I_{S\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \exp(C_2 / \lambda \cdot T) - 1}, \qquad (3)$$

где λ – длина волны;

T – абсолютная температура;

C_1, C_2 – 1-я и 2-я константы Планка.

Опыт показывает, что с возрастанием температуры максимум излучения смещается в сторону более коротких длин волн.

Закон смещения Вина позволяет определить длину волны, на которую приходится максимум излучения:

$$\lambda_m = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{T}. \qquad (4)$$

Закон Стефана–Больцмана устанавливает зависимость суммарной энергии излучения E_s от абсолютной температуры:

$$E_s = C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4, \qquad (5)$$

где C_s= 5,67 Вт/(м^2·К^4) – константа Больцмана.

Закон Стефана–Больцмана строго справедлив только для абсолютно черного тела. Однако опыты показали, что его можно применять для реальных (серых) тел. Суммарная энергия, излучаемая реальным телом, определяется по формуле

$$E = \varepsilon \cdot E_s = \varepsilon \cdot C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4. \qquad (6)$$

Здесь $\varepsilon = \frac{E}{E_s}$ – степень черноты тела,

$0 < \varepsilon < 1$.

Согласно *закону Кирхгофа*, отношение лучеиспускательной способности тела к его лучепоглащательной способности равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = E_s = C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4. \qquad (7)$$

Закон Ламберта показывает, что интенсивность излучения абсолютно черного тела в любом направлении меньше чем в направлении, нормальном к элементу излучающей поверхности.

Описание установки

Установка состоит из нагревательного элемента в виде трубы с размерами l = 1250 мм, d = 13 мм.

Подводимая к нагревателю трубы мощность электрического тока регулируется с помощью автотрансформатора и определяется на основе показаний ам-

перметра и вольтметра. Температура поверхности измеряется с помощью термопары и милливольтметра, шкала которого проградуирована в °С.

Методика проведения эксперимента

На нагревателе устанавливается начальное напряжение 100 В и контролируется наступление стационарного температурного режима. Считаем, что стационарный температурный режим наступил, если стрелка милливольтметра в течение 2–3 мин показывает одно и то же значение температуры.

После этого записываются в таблицу показания: милливольтметра, амперметра и вольтметра, температура воздуха.

Последующие опыты проводят, повышая напряжение в цепи нагревателя на 10, 15 или 20 В (по указанию преподавателя).

Таблица

№ п/п	Температура поверхности t_{ic}, ^{0}C	Температура воздуха $t_{iв}$, ^{0}C	Напряжение в цепи нагревателя U_i, В	Сила тока в цепи нагревателя I_i, А	$Q_i=I_i \cdot U_i$, Вт	$Q_{кi}$ Вт	$Q_{\lambda i}$ Вт	E_i Вт/м^2	E_{si} Вт/м^2	ε_i
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*

Обработка опытных данных

Общее количество теплоты Q, отдаваемое поверхностью трубы в окружающую среду, определяется как

$$Q_i = I_i \cdot U_i = Q_{кi} + Q_{\lambda i}\text{, Вт.}$$

Конвективная составляющая этой теплоты определяется для горизонтальной трубы из соотношения

$$Q_{кi} = \alpha_к \cdot F \cdot \Delta t = 1{,}57 \cdot \lambda_в \cdot l \cdot \left(t_c - t_в\right) \cdot \left[\frac{g \cdot d^3}{\nu_в^2} \cdot \beta \cdot \left(t_c - t_в\right) \cdot \mathrm{Pr}_в\right]^{0{,}25}, \qquad (8)$$

или для воздуха при 20 °С

$$Q_{кi} \approx 0{,}223 \cdot \Delta t^{1{,}25}\text{, Вт, где } \Delta t = t_c - t_в.$$

Теплофизические константы в этом уравнении определяются при температуре воздуха $t_в$, t_c – температура стенки.

Количество лучистой энергии в каждом опыте определяется как

$$Q_{\lambda i} = Q_i - Q_{\kappa i}\text{, Вт.} \qquad (9)$$

Затем подсчитываем значения плотности лучистого потока тела:

$$E_i = \frac{Q_{\lambda i}}{F}\text{, Вт/м}^2, \qquad (10)$$

где $F = \pi \cdot d \cdot l$ – площадь поверхности трубы, м^2.

Для степени черноты тела имеем соотношение

$$\varepsilon_i = \frac{E_i}{E_{si}}, \qquad (11)$$

где E_{si} – плотность излучения черного тела,

$$E_{si} = 5{,}67 \cdot \left(\frac{T_{ci}}{100}\right)^4\text{, Вт/м}^2;$$

$$T_{ci} = t_{ci} + 273, \qquad (12)$$

$$E_i = 5{,}67 \cdot \varepsilon_i \cdot \left(\frac{T_{ci}}{100}\right)^4.$$

На основании опытных данных по уравнению (11) определяем значения ε_i для каждого режима, а затем средне значение $\varepsilon_{ср}$:

$$\varepsilon_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i}{n},$$

где n – число режимов.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте цель лабораторной работы и поясните, как она достигается?
2. Назовите основные узлы экспериментальной установки и укажите их назначение.
3. Какими методами измеряется температура поверхности трубы в данной работе?
4. По каким признакам можно судить о стационарном режиме лучистого теплообмена поверхности трубы с окружающей средой?
5. Как определяется величина плотности лучистого потока с поверхности трубы?

6. Что понимают под "абсолютно черным телом"? Существуют ли в природе подобные тела?

7. Сформулируйте закон Стефана - Больцмана. Справедлив ли этот закон для серых тел?

8. Что называется интегральной степенью черноты? Какие величины интегральной степени черноты характерны для абсолютно черного, абсолютно белого и серого тел?

9. Каким образом в лабораторной работе определялось количество теплоты, отдаваемое поверхностью трубы в окружающую среду конвективным путем?

10. Каким образом в лабораторной работе определялось количество теплоты, отдаваемое поверхностью трубы в окружающую среду путем теплового излучения?

4.4.3 Теплообмен между параллельными пластинами при наличии экранов

Экран представляет собой тонкий металлический лист с большой отражательной способностью. Температуры обеих поверхностей экрана можно считать одинаковыми (сопротивление теплопроводности листа бесконечно мало).

Рассмотрим действие экрана между двумя плоскими безграничными параллельными поверхностями, причем передачей теплоты конвекцией в воздушных прослойках будем пренебрегать. Поверхности стенок и экрана считаем одинаковыми. Температуры стенок T_1 и T_2 поддерживаются постоянными, причем $T_1 > T_2$.

Допускаем, что коэффициенты излучения стенок и экрана равны между собой, тогда $C_1 = C_2 = C_{эк} = C_{пр}$.

Тепловой поток, передаваемый от первой поверхности ко второй (без экрана):

$$q_0 = C_{пр}\left[\left(T_1/100\right)^4 - \left(T_2/100\right)^4\right]. \qquad (4.29)$$

Тепловой поток, передаваемый от первой поверхности к экрану:

$$q_1 = C_{пр}\left[\left(T_1/100\right)^4 - \left(T_{эк}/100\right)^4\right], \qquad (4.30)$$

а от экрана ко второй поверхности:

$$q_2 = C_{пр}\left[\left(T_{эк}/100\right)^4 - \left(T_2/100\right)^4\right]. \qquad (4.31)$$

При установившемся тепловом состоянии $q_1 = q_2$, поэтому

$$\left(T_{эк}/100\right)^4 = \frac{1}{2}\left[\left(T_1/100\right)^4 + \left(T_2/100\right)^4\right]. \qquad (4.32)$$

В итоге:

$$q_{1-2} = \frac{1}{2}C_{пр}\left[\left(T_1/100\right)^4 - \left(T_2/100\right)^4\right]. \qquad (4.33)$$

Таким образом, установка одного экрана уменьшает теплоотдачу излучением в два раза:

$$q_{1-2} = \frac{1}{2}q_0.$$

Докажем, что установка двух экранов с одинаковыми оптическими свойствами поверхностей уменьшает теплоотдачу излучением между двумя плоскопараллельными телами тех же оптических свойств в три раза, трех экранов – в четыре раза и т.д.

При наличии нескольких экранов в стационарных условиях:

$$\begin{cases} q_{1,э1} = A_{1,э1} C_s \left[\left(\dfrac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\dfrac{T_{э1}}{100} \right)^4 \right], \\ q_{э1,э2} = A_{э1,э2} C_s \left[\left(\dfrac{T_{э1}}{100} \right)^4 - \left(\dfrac{T_{э2}}{100} \right)^4 \right], \\ \ldots \\ q_{эn,2} = A_{эn,2} C_s \left[\left(\dfrac{T_{эn}}{100} \right)^4 - \left(\dfrac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \end{cases}$$

Избавляемся от неизвестных температур экранов, перенеся в левую часть коэффициенты поглощения и складывая обе части уравнений в системе:

$$\frac{q_{(1,2)э}}{C_s} \left(\frac{1}{A_{1,э1}} + \frac{1}{A_{э1,э2}} + \ldots + \frac{1}{A_{эn,2}} \right) = \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4.$$

Приведенный коэффициент поглощения системы из двух плоскопараллельных тел записывается в виде:

$$A_{1,2} = \frac{1}{\dfrac{1}{A_1} + \dfrac{1}{A_2} - 1}.$$

Тогда,

$$\frac{1}{A_{1,э1}} + \frac{1}{A_{э1,э2}} + \ldots + \frac{1}{A_{эn,2}} = \frac{1}{A_{(1,2)э}} =$$

$$= \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_{э1}} - 1 \right) + \left(\frac{1}{A_{э1}} + \frac{1}{A_{э2}} - 1 \right) + \ldots + \left(\frac{1}{A_{эn}} + \frac{1}{A_2} - 1 \right),$$

или $\dfrac{1}{A_{(1,2)э}} = \left(\dfrac{1}{A_1} + \dfrac{1}{A_2} - 1 \right) + \left(\dfrac{2}{A_{э1}} - 1 \right) + \left(\dfrac{2}{A_{э2}} - 1 \right) + \ldots + \left(\dfrac{2}{A_{эn}} - 1 \right).$

Если $A_{э1} = A_{э2} = \ldots = A_э$,

то $\dfrac{1}{A_{(1,2)э}} = \dfrac{1}{A_{1,2}} + n \left(\dfrac{2}{A_э} - 1 \right),$

или

$$A_{(1,2)э} = \frac{1}{\dfrac{1}{A_{1,2}} + n \left(\dfrac{2}{A_э} - 1 \right)}. \qquad (4.34)$$

Если $A_1 = A_2 = A_э$,

то $\frac{1}{A_{(1,2)э}} = \frac{1}{A_{1,2}} + n\left(\frac{2}{A_э} - 1\right) = \frac{1}{A_{1,2}} + n\frac{1}{A_{1,2}} = \frac{1}{A_{1,2}}(1+n)$,

или

$$A_{(1,2)э} = A_{1,2}\frac{1}{1+n} = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} \cdot \frac{1}{1+n}. \qquad (4.35)$$

В итоге, если $A_{э1}=A_{э2}=\ldots A_э \neq A_1 \neq A_2$:

$$q_{(1,2)э} = \frac{1}{\frac{1}{A_{1,2}} + n\left(\frac{2}{A_э} - 1\right)} \cdot C_s\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad (4.36)$$

При этом, если $A_{э1} = A_{э2} = \ldots A_э = A_1 = A_2$:

$$q_{(1,2)э} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \frac{1}{1+n} \cdot C_s\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = \qquad (4.37)$$

$$= \frac{1}{1+n} \cdot C_{пр1,2}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right],$$

т.е. установка n экранов с одинаковыми оптическими свойствами поверхностей уменьшает теплоотдачу излучением между двумя плоскопараллельными телами тех же оптических свойств в $(1 + n)$ раз.

Пример 4.4.4

Между двумя поверхностями, коэффициент излучения которых $C_1 = C_2 = 4{,}8$ Вт/(м^2·К^4), а температуры $T_1 = 600$ К, $T_2 = 300$ К установлен экран. Определить теплообмен излучением до и после установки экрана, а также температуру экрана, если $C_{экр} = C_1 = C_2$.

Решение:

Теплообмен между поверхностями до установки экрана:

$$q = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = \frac{1}{\frac{1}{4{,}8} + \frac{1}{4{,}8} - \frac{1}{5{,}67}}\left[\left(\frac{600}{100}\right)^4 - \left(\frac{300}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 5070\ \frac{Вт}{м^2}.$$

После установки экрана $q_1 = 0{,}5 \cdot q = 0{,}5 \cdot 5070 = 2535$ Вт/м^2. Температуру экрана определим из уравнения

$$\left(\frac{T_{\text{экр}}}{100}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{600}{100}\right)^4 + \left(\frac{300}{100}\right)^4\right] = 690,$$

откуда $T_{\text{экр}} = 512$ К.

Пример 4.4.5

Найти число экранов, которые необходимо поместить между двумя плоскопараллельными поверхностями, чтобы результирующий лучистый поток от одной поверхности к другой уменьшился в 79 раз. Принять, что температуры поверхностей после установки экранов не изменяются. Степень черноты экранов 0,05, а степень черноты поверхностей 0,8.

Решение:

Результирующий лучистый поток между двумя поверхностями:

$$q_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

Результирующий лучистый поток между двумя поверхностями, в пространстве между которыми находится n параллельно установленных экранов:

$$q_{(1,2)\text{э}} = \frac{1}{\frac{1}{A_{1,2}} + n\left(\frac{2}{A_\text{э}} - 1\right)} \cdot C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

Если теплообмен происходит в стационарных условиях, то поглощательная способность тела равна его степени черноты ($A = \varepsilon$).

Таким образом, $A_{1,2} = \dfrac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} = \dfrac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ и $A_\text{э} = \varepsilon_\text{э}$.

Если температуры поверхностей T_1 и T_2 после установки экранов не изменяются, а результирующий лучистый поток снижается в 79 раз, то имеем:

$$79 = \frac{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + n\left(\frac{2}{\varepsilon_\text{э}} - 1\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

$$n = \frac{79 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}{\frac{2}{\varepsilon_\text{э}} - 1} = \frac{78 \cdot \left(\frac{1}{0{,}8} + \frac{1}{0{,}8} - 1\right)}{\frac{2}{0{,}05} - 1} = \frac{117}{39} = 3.$$

Таким образом, необходимое для установки количество экранов, у которых поглощательная способность $A_э = ε_э = 0,05$ (отражательная способность этих экранов соответствует значению $R = 1 – 0,05 = 0,95$), – равно трем.

Если бы экраны имели поглощательную способность такую же, как у экранируемых поверхностей, для снижения лучистого потока в 79 раз понадобилось бы:

$$n = \frac{79 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}{\frac{2}{\varepsilon_э} - 1} = \frac{78 \cdot \left(\frac{1}{0,8} + \frac{1}{0,8} - 1 \right)}{\frac{2}{0,8} - 1} = 78 \text{ экранов.}$$

4.5. Перенос лучистой энергии в поглощающей среде

Ранее рассматривались вещества, которые не пропускали лучистую энергию ($D = 0$). Они только поглощали и отражали энергию падающего от внешнего источника излучения и являлись, следовательно, непрозрачными средами.

Кроме того, среда может иметь собственное излучение. Вследствие этого интенсивность излучения I_l вдоль какого-либо направления l будет изменяться.

Уравнение, определяющее изменение интенсивности луча за счет поглощения, излучения и рассеивания среды, называется *уравнением переноса лучистой энергии*.

Рассмотрим первоначально случай, когда среда является *только поглощающей* и в ней происходит одномерный перенос энергии излучения внешнего источника; *собственное излучение пренебрежимо мало* по сравнению с излучением внешнего источника. Интенсивность излучения внешнего источника по мере прохождения через среду от границы до данной точки будет постепенно уменьшаться за счет поглощения.

На граничной поверхности интенсивность излучения внешнего источника $I_{\lambda,l=0}$ сплошного спектра является заданной величиной.

Требуется определить закон изменения интенсивности излучения по толщине слоя поглощающей среды.

Примем, что интенсивность излучения по отдельным длинам волн при прохождении в направлении l через слой поглощающей среды толщиной dl уменьшается пропорционально этой интенсивности и бесконечно малому пути луча dl:

$$dI_{\lambda,l} = -\alpha_\lambda I_{\lambda,l} dl, \qquad (4.38)$$

где α_λ – спектральная поглощательная способность среды (аналог коэффициента абсорбции). Она характеризует относительное изменение интенсивности излучения на единицу длины луча.

Выражение (4.38) является основным законом переноса энергии в поглощающей среде. Его можно представить в следующем виде:

$$\int_{I_{\lambda,l=0}}^{I_{\lambda,l}} \frac{dI_{\lambda,l}}{I_{\lambda,l}} = -\int_0^l \alpha_\lambda dl. \qquad (4.39)$$

Полагая, что при $l = 0$ $I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0}$ (заданная величина), после интегрирования последнего уравнения получаем:

$$I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0} \exp\left\{-\int_0^l \alpha_\lambda dl\right\}. \qquad (4.40)$$

Если $\alpha_\lambda = \text{const}$, то $I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0} \exp\{-\alpha_\lambda l\}$.

Зависимость (4.40) позволяет найти *спектральную яркость излучения* в каждой точке направления l для отдельных длин волн.

Интегральная яркость излучения для отдельных полос излучения среды или для всего спектра определяется интегрированием в пределах соответствующих длин волн.

Уравнение переноса лучистой энергии в поглощающей среде позволяет найти ее оптические свойства. По закону поглощения коэффициент поглощения среды для данной длины волны определяется по отношению лучистой энергии, поглощенной (падающая «минус» пропущенная) в слое толщиной l, к энергии, падающей на границу этого слоя:

$$A_\lambda = \frac{I_{\lambda,l=0} - I_{\lambda,l}}{I_{\lambda,l=0}} = 1 - \exp\left\{-\int_0^l \alpha_\lambda dl\right\}. \qquad (4.41)$$

Введем оптическую толщину среды

$$L_\lambda = \int_0^l \alpha_\lambda dl.$$

Если спектральная поглощательная способность α_λ имеет постоянное значение по длине луча, то оптическая толщина среды будет равна:

$$L_\lambda = \alpha_\lambda l, \qquad (4.42)$$

где l – полная толщина слоя среды.

Тогда зависимость (4.40), выражающая ослабление интенсивности излучения в поглощающей среде, принимает вид:

$$I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0} \exp\{-L_\lambda\}. \qquad (4.43)$$

Уравнение (4.43) носит название закона Бугера.

Коэффициент поглощения среды в этом случае представится вместо (4.41) соотношением

$$A_\lambda = 1 - \exp\{-L_\lambda\}. \qquad (4.44)$$

В условиях термодинамического равновесия на основании закона Кирхгофа спектральный коэффициент поглощения вещества равен коэффициенту теплового излучения и, следовательно,

$$\varepsilon_\lambda = A_\lambda = 1 - \exp\{-L_\lambda\}. \qquad (4.45)$$

4.6. Уравнение переноса энергии в поглощающей и излучающей среде

При прохождении тепловых лучей в поглощающей среде поглощенная энергия переходит в теплоту и снова излучается средой. Выше принималось, что среда лишь поглощает лучистую энергию. В общем случае интенсивность излучения вдоль луча будет уменьшаться вследствие поглощения, но и увеличиваться за счет собственного излучения. Тогда вместо зависимости (4.38) уравнение переноса принимает вид:

$$dI_{\lambda,l} = -\alpha_\lambda I_{\lambda,l} dl + \alpha_\lambda I_{s\lambda} dl = \left(I_{s\lambda} - I_{\lambda,l}\right)\alpha_\lambda dl. \qquad (4.46)$$

Эту зависимость можно получить из теплового баланса. Лучистая энергия, поглощенная средой в слое толщиной dl как и ранее, равна $\alpha_\lambda I_{\lambda,l} dl$.

Интенсивность собственного излучения можно выразить через интенсивность абсолютно черного тела и спектральную поглощательную способность α_λ как $\alpha_\lambda I_{s\lambda} dl$.

В частном случае постоянных температур и оптических свойств среды зависимость (4.46) записывается в виде:

$$I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0} \exp\{-L\} + I_{s\lambda}\left(1 - \exp\{-L\}\right). \qquad (4.47)$$

Или, учитывая $A_\lambda = 1 - \exp\{-L_\lambda\}$,

$$I_{\lambda,l} = I_{\lambda,l=0}\left(1 - A_\lambda\right) + I_{s\lambda} A_\lambda. \qquad (4.48)$$

4.7. Излучение газов

1-атомные и 2-атомные газы обладают ничтожно малой излучательной и поглощательной способностью. Эти газы считаются прозрачными для тепловых лучей. 3-атомные (CO_2 и H_2O и др.) и многоатомные газы обладают значительной излучательной, а следовательно, и поглощательной способностью.

Спектры излучения 3-атомных газов в отличие от излучения серых тел имеют селективный (избирательный) характер. Эти газы поглощают и излучают энергию только в определенных интервалах длин волн, расположенных в различных частях спектра (рисунок 4.7.1). Для лучей с другими длинами волн эти газы прозрачны.

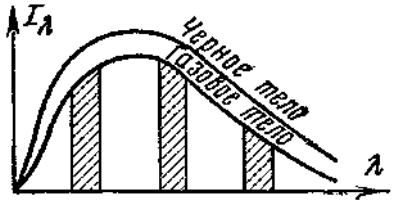


Рисунок 4.7.1. – Спектры излучения твердого тела и газов

Когда луч встречает на своем пути слой газа, способного к поглощению луча с данной длиной волны, то этот луч частично поглощается, частично проходит через толщу газа и выходит с другой стороны слоя с интенсивностью меньшей, чем при входе.

Поглощательная способность газа зависит от его парциального давления или числа молекул (или плотности), температуры и толщины слоя.

Ширина отдельных полос излучения изменяется с температурой газа.

С увеличением температуры ширина полос увеличивается, а поглощательная способность уменьшается, т.к. плотность газа уменьшается. Но в результате возрастания температуры энергия излучения увеличивается.

Коэффициент поглощения газа может быть определен следующей зависимостью:

$$A_\lambda = f(T_г, p, s)$$

или общим уравнением

$$A_\lambda = 1 - \exp\{-L_\lambda\}. \qquad (4.49)$$

Толщина слоя газа s зависит от формы тела, в котором он находится. Рассчитывается так называемая «эффективная» толщина слоя газа по зависимости от объема газа и площади поверхности оболочки:

$$s = 3{,}6 \cdot \frac{V}{F}. \qquad (4.50)$$

Давление продуктов сгорания обычно принимают равным 1 бар, поэтому парциальные давления 3-атомных газов в смеси определяют по уравнениям $p_{CO_2} = r_{CO_2}$ и $p_{H_2O} = r_{H_2O}$, где r – объемная доля газа, $\sum r_i = 1$, $P_{см} = \sum p_i$.

Средняя температура газа определяется по формуле

$$T_{г} = \frac{T'_{ст} + T''_{ст}}{2} \pm \frac{\left(T'_{г} - T'_{ст}\right) - \left(T''_{г} - T''_{ст}\right)}{\ln \frac{\left(T'_{г} - T'_{ст}\right)}{\left(T''_{г} - T''_{ст}\right)}}, \qquad (4.51)$$

где $T'_{г}$ – температура газа у входа в канал; $T''_{г}$ – температура газа у выхода из канала; знак плюс берется в случае охлаждения газа, а минус – в случае нагревания газа в канале.

Расчет *теплообмена излучением между газом и стенками канала* очень сложен и выполняется с помощью ряда графиков и таблиц.

Плотность собственного интегрального излучения газов в среду с температурой 0 °К.

$$E_{собCO_2} = 3{,}5\left(ps\right)^{0{,}33}\left(T/100\right)^{3{,}5}, \qquad (4.52)$$

$$E_{собH_2O} = 3{,}5p^{0{,}8}s^{0{,}6}\left(T/100\right)^{3}, \qquad (4.53)$$

где p – парциальное давление газа, бар;

s – средняя толщина слоя газа, м;

T – средняя температура газов (или стенки – см. ниже), °К.

Анализ приведенных уравнений показывает, что излучательная способность газов не подчиняется закону Стефана–Больцмана.

По этим же формулам вычисляется теплота излучения стенок канала, поглощаемая газами, *но вместо средней температуры газов в них берется средняя температура стенок канала*.

Результирующее количество теплоты между стенками канала и газом после теплообмена излучением:

$$q_{изл} = \varepsilon'_{ст}\left(E_{г} - E_{ст}\right), \qquad (4.54)$$

где $\varepsilon'_{ст}$ – эффективная степень черноты поверхностей канала, $\varepsilon'_{ст} = \frac{\varepsilon_{ст} + 1}{2}$.

Полученный суммарный тепловой поток излучением $q_{изл}$ используется для определения коэффициента теплоотдачи излучением:

$$\alpha_{изл} = \frac{q_{изл}}{T_{г} - T_{ст}}. \qquad (4.55)$$

Многие авторы для практических расчетов излучения газов рекомендуют пользоваться законом четвертых степеней, или законом Стефана–Больцмана.

Расчетное уравнение лучистого теплообмена между газом и стенками канала в этом случае имеет следующий вид:

$$q_{изл} = \varepsilon'_{ст} C_{s}\left(\varepsilon_{г}\left(T_{г}/100\right)^{4} - \varepsilon'_{г}\left(T_{ст}/100\right)^{4}\right), \qquad (4.56)$$

где $\varepsilon_г = E_г / E_s$ – степень черноты газового объема, равная отношению плотности излучения газа к плотности излучения абсолютно черного тела:

$$\varepsilon_г = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O} + \Delta\varepsilon_г ; \qquad (4.57)$$

величины $\varepsilon_{CO_2}, \varepsilon_{H_2O}$ и β определяют по графикам (рисунки 4.7.2–4.7.4);

$\Delta\varepsilon_г \approx \varepsilon_{CO_2} \cdot \varepsilon_{H_2O}$ – поправка, учитывающая взаимное поглощение энергии излучения трехатомными газами; для дымовых газов это поправка составляет 2–4%, поэтому ею обычно пренебрегают;

β – поправочный коэффициент, учитывающий влияние парциального давления;

$\varepsilon'_г = \varepsilon'_{CO_2} + \beta\varepsilon'_{H_2O}$ – поглощательная способность газа при средней температуре стенок канала; определяется по тем же графикам.

В дальнейшем $q_{изл}$ используется для определения коэффициента теплоотдачи излучением $\alpha_{изл}$.

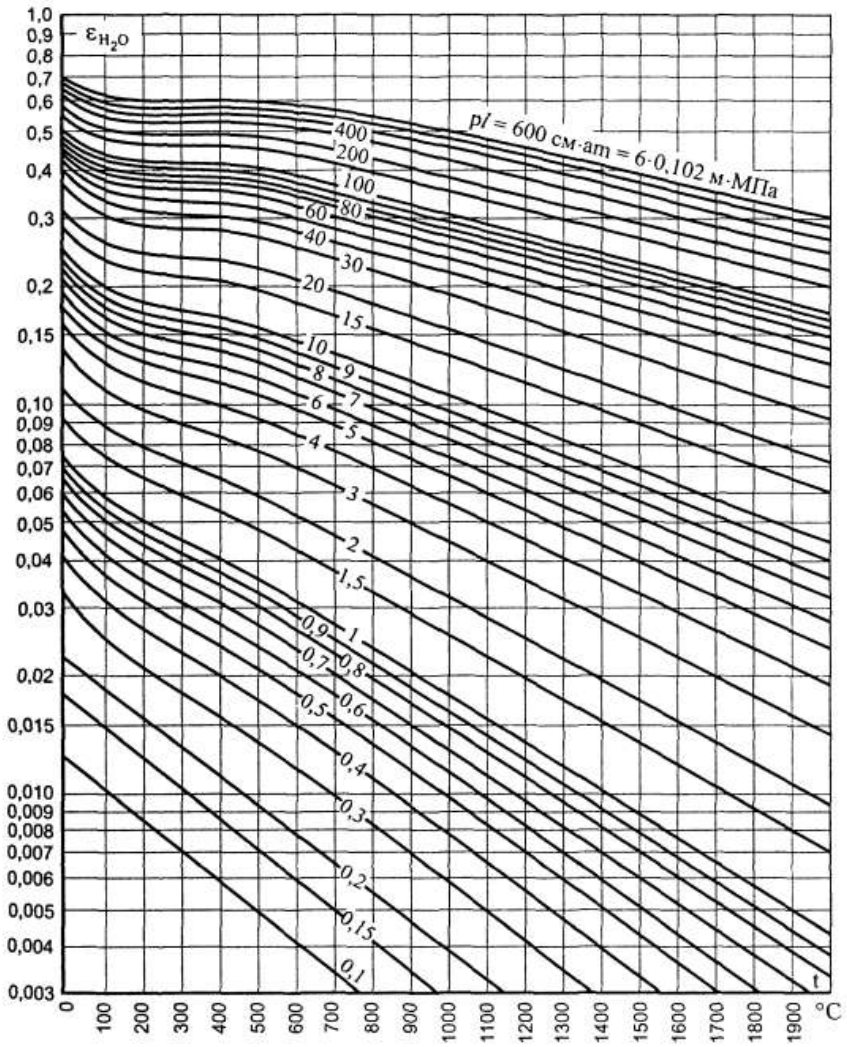


Рисунок 4.7.2. – Номограмма для определения поглощательной способности водяного пара ε_{H_2O}

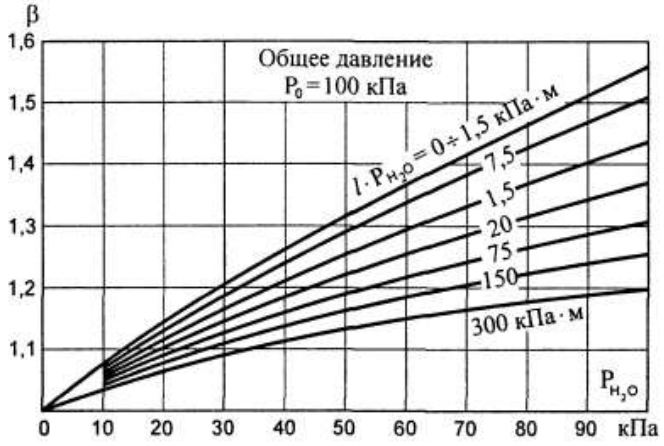


Рисунок 4.7.3. – Номограмма для определения поправочного коэффициента β

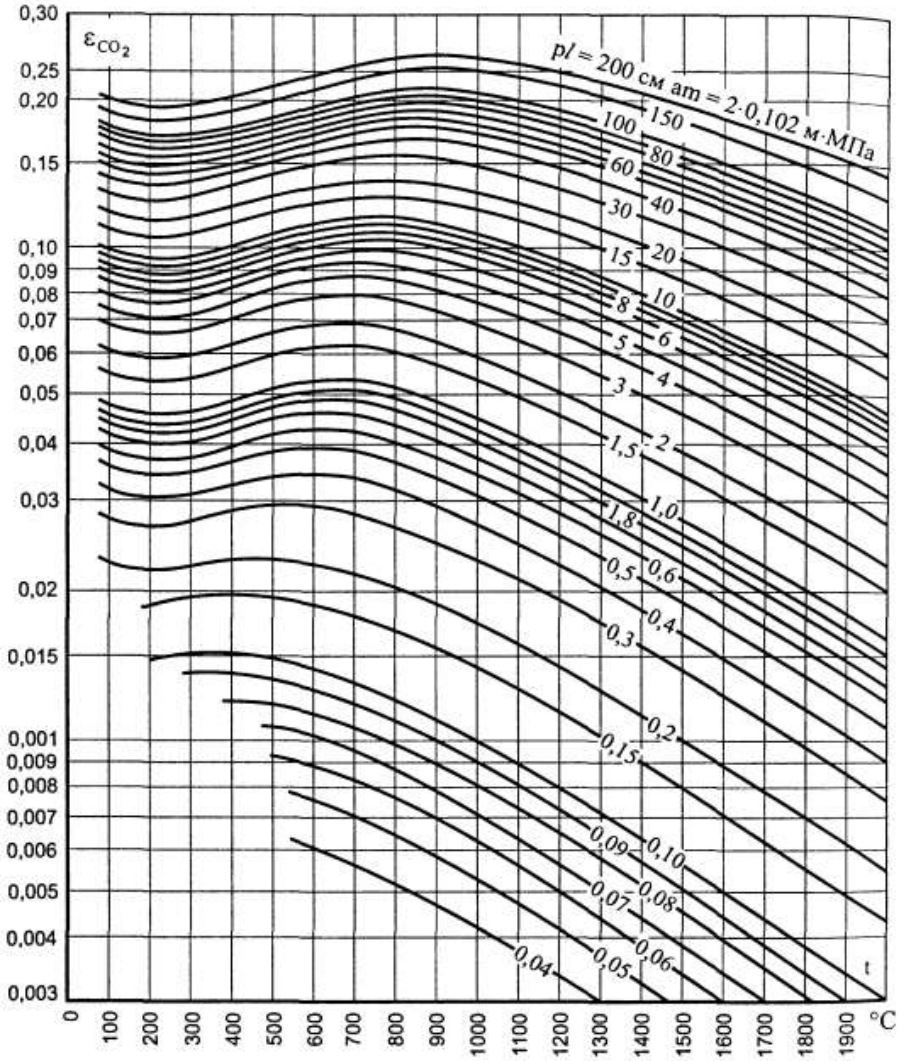


Рисунок 4.7.4. – Номограмма для определения поглощательной способности углекислого газа ε_{CO_2}

Пример 4.7.1

Дымовые газы содержат 15% CO_2 и 10% водяных паров; температура газа на входе в канал $T'_г$ = 1400 °К, на выходе $T''_г$ = 1100 °К; температура поверхности газохода у входа газов $T'_{ст}$ = 900 °К, у выхода $T''_{ст}$ = 700 °К. Степень черноты поверхности канала $\varepsilon_{ст}$ = 0,85. Общее давление дымовых газов 1 бар.

Определить количество теплоты, передаваемое излучением от дымовых газов на 1 м^2 поверхности цилиндрического газохода d = 1 м и коэффициент теплоотдачи излучением.

Решение:

Средняя температура стенки:

$$T_{ст} = \frac{T'_{ст} + T''_{ст}}{2} = \frac{900 + 700}{2} = 800 \text{ °К}.$$

Средняя температура дымовых газов:

$$T_г = T_{ст} + \frac{\left(T'_г - T'_{ст}\right) - \left(T''_г - T''_{ст}\right)}{\ln\left(T'_г - T'_{ст}\right) / \left(T''_г - T''_{ст}\right)} = 800 + \frac{\left(1400 - 900\right) - \left(1100 - 700\right)}{\ln(1400 - 900) / (1100 - 700)} = 1250 \text{ °К}.$$

Средняя длина лучей для бесконечного цилиндра:

$$s = 0{,}9 \cdot d = 0{,}9 \cdot 1 = 0{,}9 \text{ м}.$$

Количество теплоты, передаваемой стенкам канала:

$$q_{изл} = \varepsilon'_{ст} \cdot \sigma_0 \cdot \left[\varepsilon_г \cdot \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \varepsilon'_г \left(\frac{T_{ст}}{100} \right)^4 \right].$$

Произведение средней длины луча на парциальное давление углекислоты и водяного пара:

$p_{CO2} \cdot s$= 0,15·0,9=0,135 м·бар;

$p_{H2O} \cdot s$= 0,1·0,9=0,09 м·бар.

По найденным величинам и средней температуре газов с помощью графиков находим степени черноты ε_{CO2} =0,116, $\beta \cdot \varepsilon_{H_2O}$ = 1,04·0,096 = 0,1.

Таким же образом находим степени черноты при средней температуре поверхности газохода:

ε'_{CO_2} = 0,1165, $\beta \cdot \varepsilon'_{H_2O}$ = 1,04·0,15 = 0,161.

Степень черноты дымовых газов при средней температуре газов:

$\varepsilon_г = \varepsilon_{CO_2} + \beta \cdot \varepsilon_{H_2O}$ = 0,116 + 0,1 = 0,216.

Степень черноты дымовых газов при средней температуре стенок канала:

$$\varepsilon'_{г} = \varepsilon'_{CO_2} + \beta \cdot \varepsilon'_{H_2O} = 0{,}1165 + 0{,}161 = 0{,}2775.$$

Эффективная степень черноты стенок канала:

$$\varepsilon'_{ст} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{ст} + 1\right) = 0{,}5 \cdot (0{,}85 + 1) = 0{,}925\,.$$

Величина теплообмена излучением:

$$q_{изл} = 0{,}925 \cdot 5{,}67 \cdot \left[0{,}216 \cdot \left(\frac{1250}{100} \right)^4 - 0{,}2775 \cdot \left(\frac{800}{100} \right)^4 \right] = 21300 \,\frac{Вт}{м^2}\,.$$

Коэффициент теплоотдачи излучением:

$$\alpha_{изл} = \frac{q_{изл}}{T_г - T_{ст}} = \frac{21300}{1250 - 800} = 47{,}3 \frac{Вт}{м^2 \cdot °C}\,.$$

Тепловое излучение

Тесты для самопроверки

1. Степень черноты определяется как …

а) отношение интенсивности излучения серого тела к интенсивности излучения абсолютно черного тела при той же температуре;

б) отношение отражательной способности серого тела к поглощательной способности абсолютно черного тела при той же температуре;

в) отношение поглощательной способности серого тела к поглощательной способности абсолютно белого тела при той же длине волны;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

2. Как распределяется интенсивность теплового излучения твердого тела по длине спектра при постоянной температуре тела?

а) увеличивается к области длинных волн;

б) уменьшается к области длинных волн;

в) сначала увеличивается, достигает максимума, затем уменьшается;

г) постоянна по всей длине спектра;

д) сначала уменьшается, достигает минимума, затем увеличивается.

3. Согласно закону Стефана–Больцмана, …

а) плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени;

б) плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна его температуре в квадрате;

в) отношение плотности потока собственного излучения серого тела к его поглощательной способности равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре;

г) отношение плотности потока собственного излучения абсолютно черного тела к его поглощательной способности равно плотности потока излучения серого тела при той же температуре;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

4. Согласно закону Планка, …

а) интенсивность излучения абсолютно черного тела зависит от температуры и длины волны;

б) длина волны, соответствующая максимуму интенсивности излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре;

в) плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

5. Эффективное излучение абсолютно черного тела равно …

а) его собственному излучению;

б) его поглощательной способности;

в) произведению его абсолютной температуры и интенсивности излучения;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

6. Белый лист бумаги формата А4 с точки зрения физики излучения является …

а) абсолютно белым телом;

б) абсолютно черным телом;

в) абсолютно прозрачным теплом;

г) серым теплом, поглощательные и излучательные свойства которого близки к абсолютно белому телу;

д) серым теплом, поглощательные и излучательные свойства которого близки к абсолютно черному телу.

7. A – поглощательная способность тела, R – отражательная, D – пропускательная. Какова зависимость между перечисленными параметрами для абсолютно черного тела?

а) $A + R + D = 1$;

б) $A + R = 1$;

в) $A + R = 0$;

г) $A = 0$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

8. A – поглощательная способность тела, R – отражательная, D – пропускательная. Какова зависимость между перечисленными параметрами для абсолютно белого тела?

а) $A + R + D = 1$;

б) $A + R = 1$;

в) $A + R = 0$;

г) $R = 0$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

9. Поглощательная способность теплового излучения телом будет увеличиваться при …

а) увеличении толщины тела и уменьшении коэффициента абсорбции;

б) увеличении толщины тела и увеличении коэффициента абсорбции;

в) уменьшении толщины тела и уменьшении коэффициента абсорбции;

г) не зависит от толщины тела и его поглощательной способности.

10. Длина волны, соответствующая максимуму интенсивности излучения абсолютно черного тела, согласно закону смещения Вина, …

а) смещается в сторону коротких волн с увеличением температуры тела;

б) смещается в сторону длинных волн с увеличением температуры тела;

в) составляет 2,9 мкм при любой температуре абсолютно черного тела;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

11. Согласно закону смещения Вина, определяют длину волны, соответствующую максимуму интенсивности излучения абсолютно черного тела. Справедлив ли этот закон для серых тел?

а) справедлив в исходной форме записи;

б) справедлив с учетом ввода поправки на степень черноты серого тела;

в) справедлив с учетом ввода поправки на отражающую способность серого тела;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

12. Закон Стефана–Больцмана устанавливает зависимость плотности потока излучения абсолютно черного тела и его температуры. Справедлив ли этот закон для серых тел?

а) справедлив в исходной форме записи

б) справедлив с учетом ввода поправки на степень черноты серого тела

в) справедлив с учетом ввода поправки-множителя – отражающей способности серого тела

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

13. Согласно закону Кирхгофа, …

а) отношение плотности потока излучения всех серых тел к их поглощательной способности равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре

б) отношение плотности потока излучения всех серых тел к их отражательной способности равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре

в) отношение интенсивности излучения всех серых тел к их поглощательной способности равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре

г) отношение интенсивности излучения всех серых тел к их отражательной способности равно плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре.

14. Следствия из закона Кирхгофа:

а) если тело обладает малой поглощательной способностью, то оно обладает и малой излучательной способностью

б) если тело обладает малой поглощательной способностью, то оно обладает и малой отражательной способностью

в) абсолютно черное тело имеет наименьшую излучательную и отражательную способности;

г) степень черноты серых тел численно равна их отражательной способности;

д) степень черноты серых тел численно равна отражательной способности абсолютно черного тела.

15. Согласно закону Ламберта, …

а) плотность потока излучения в направлении нормали излучающей поверхности является величиной минимальной;

б) плотность потока излучения в продольном направлении излучающей поверхности является величиной минимальной;

в) плотность потока излучения в направлении нормали излучающей поверхности в 3,14 раза меньше плотности потока интегрального излучения тела;

г) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

16. Приведенный коэффициент излучения трубопровода, проложенного в проходном туннеле по своей величине, …

а) близок к коэффициенту излучения трубопровода;

б) близок к коэффициенту излучения стен туннеля;

в) рассчитывается как среднее арифметическое из коэффициентов излучения трубопровода и стен туннеля;

г) рассчитывается по формуле $C_{\text{пр}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_s}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1\right)}$;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

17. Установка одного экрана между двумя плоскими излучающими поверхностями с равными коэффициентами излучения …

а) уменьшает лучистый тепловой поток в 2 раза, если экран будет иметь тот же коэффициент излучения, что и излучающие поверхности;

б) уменьшает лучистый тепловой поток в 1,5 раза, если экран будет иметь тот же коэффициент излучения, что и излучающие поверхности;

в) уменьшает лучистый тепловой поток в 3 раза, если экран будет иметь тот же коэффициент излучения, что и излучающие поверхности;

г) уменьшает лучистый тепловой поток в 2 раза, если экран будет иметь коэффициент излучения в 2 раза меньше, чем излучающие поверхности;

д) среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А	Б, В	А	А	А	Д	Д	Д	Б	А
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**			
А	Б	А, В	А	Б, В	А	А			

4.8. Сложный теплообмен

Конвекция часто сопровождается тепловым излучением, теплопроводность в пористых телах – конвекцией и излучением в порах, а тепловое излучение – теплопроводностью и конвекцией.

Если излучающий газ окружен твердыми стенками, температура которых отлична от температуры газа, то между газом и стенками происходит процесс теплообмена. Этот процесс оказывается сложным, т.к. *поле температур* в газе переменно и *зависит от режима движения газа и геометрической формы оболочки*.

Кроме того, между газом и стенкой наряду с конвективным теплообменом происходит также лучистый теплообмен, и, очевидно, эти явления взаимосвязаны. Такой совместный перенос теплоты излучением и конвекцией называют *сложным теплообменом.*

Количественной характеристикой процесса сложного теплообмена является коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_0 = \alpha_к + \alpha_л, \tag{4.58}$$

где $\alpha_к$ учитывает действие конвекции и теплопроводности, а $\alpha_л$ – действие теплового излучения.

Перенос теплоты конвекцией $q_к$ и излучением $q_л$:

$$q = q_к + q_л . \tag{4.59}$$

Если $t_г$ – температура газа и t_c – температура тепловоспринимающей стенки, то каждой единице поверхности этой стенки передается теплота

$$q_к = \alpha_к \left(t_г - t_c \right). \tag{4.60}$$

Величина $q_л$ может быть найдена по приближенной формуле:

$$q_л = \varepsilon_{пр} C_s \left[\left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right]. \tag{4.61}$$

Суммируя два выражения, получаем:

$$q_0 = \alpha_к \left(t_г - t_c \right) + \varepsilon_{пр} C_s \left[\left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right],$$

или

$$q_0 = \left\{ \alpha_к + \varepsilon_{пр} C_s \left[\frac{\left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4}{t_г - t_c} \right] \right\} \left(t_г - t_c \right),$$

или

$$q_0 = (\alpha_к + \alpha_л)(t_г - t_c). \tag{4.62}$$

Преобразуем далее, и в итоге имеем:

$$\begin{aligned} \alpha_л &= \varepsilon_{пр} C_s \cdot 10^{-8} \left(T_г^4 - T_c^4\right) / \left(T_г - T_c\right) = \\ &= \varepsilon_{пр} C_s \left[10^{-8} \left(T_г^3 + T_г^2 T_c + T_г T_c^2 + T_c^3\right)\right] = \varepsilon_{пр} C_s \theta, \end{aligned} \tag{4.63}$$

где $\varepsilon_{пр} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_г} + \dfrac{1}{\varepsilon_c} - 1}$ – приведенная степень черноты системы;

$\theta \approx 0{,}04 \left(\dfrac{T_{ср}}{100}\right)^3$ – температурный коэффициент.

Степень черноты газового объема $\varepsilon_г$ следует выбирать при температуре газа в объеме $T_г$. Если теплота передается от нагретых стенок к газу ($T_c > T_г$), то $\varepsilon_г$ целесообразно выбирать при температуре T_c; такой прием позволяет приближенно учесть то обстоятельство, что поглощательная способность газа $\varepsilon'_г$ излучения стенки E_c не равна его степени черноты $\varepsilon_г$.

Когда стенка омывается капельной жидкостью, например, водой, тогда $\alpha_л = 0$ и $\alpha_0 = \alpha_к$.

В случае если в качестве основного принят процесс теплового излучения, расчетная формула суммарной теплоотдачи будет иметь вид:

$$q_0 = \left(\varepsilon_к + \varepsilon_{пр}\right) C_s \left[\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_c}{100}\right)^4\right]. \tag{4.64}$$

Участие в процессе конвективного теплообмена учитывается увеличением приведенной степени черноты системы $\varepsilon_к$, определяемой по формуле

$$\varepsilon_к = \frac{\alpha_к \left(t_г - t_c\right)}{C_s \left[\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_c}{100}\right)^4\right]} = \frac{\alpha_к}{C_s \theta}. \tag{4.65}$$

Глава 5
ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

5.1. Общие положения

Теплообменным аппаратом называется устройство, в котором осуществляется процесс передачи теплоты от одного теплоносителя к другому. Такие аппараты многочисленны и по своему технологическому назначению и конструктивному оформлению весьма разнообразны. По принципу действия теплообменные аппараты могут быть разделены на рекуперативные, регенеративные и смесительные.

Рекуперативными называются аппараты, в которых теплота от горячего теплоносителя к холодному передается через разделяющую их стенку. Примером таких аппаратов являются парогенераторы, подогреватели, конденсаторы и т.п.

Регенеративными называются такие аппараты, в которых одна и та же поверхность нагрева омывается то горячим, то холодным теплоносителем. При протекании горячей жидкости теплота воспринимается стенками аппарата и в них аккумулируется, при протекании холодной жидкости эта аккумулированная теплота ею воспринимается. Примером таких аппаратов являются регенераторы мартеновских и стеклоплавильных печей, воздухоподогреватели доменных печей и др.

В рекуперативных и регенеративных аппаратах процесс передачи теплоты неизбежно связан с поверхностью твердого тела. Поэтому такие аппараты называются также поверхностными.

В *смесительных* аппаратах процесс теплопередачи происходит путем непосредственного соприкосновения и смешения горячего и холодного теплоносителей. В этом случае теплопередача протекает одновременно с массообменом. Примером таких теплообменников являются башенные охладители (градирни), скрубберы и др.

Специальные названия теплообменных аппаратов обычно определяются их назначением, например, парогенераторы, печи, водоподогреватели, испарители, перегреватели, конденсаторы, деаэраторы и т.д. Однако, несмотря на большое разнообразие теплообменных аппаратов по устройству, принципу действия и рабочим телам, назначение их одно и то же, это передача теплоты от одной, горячей, жидкости к другой, холодной. Поэтому и основные положения теплового расчета для них остаются общими.

5.2. Основные положения теплового расчета теплообменных аппаратов

Тепловой расчет теплообменного аппарата может быть *конструкторским*, целью которого является определение площади теплообмена, и *поверочным*, при котором устанавливается режим работы аппарата и определяются конечные тем-

пературы теплоносителя. В обоих случаях основными расчетными уравнениями являются уравнение теплопередачи

$$Q = kF(t_1 - t_2) \tag{5.1}$$

и уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2 + \Delta Q, \tag{5.2}$$

где $Q_1 = G_1 \Delta i_1 = G_1 c_{p1} \Delta t_1 = G_1 c_{p1}(t_1' - t_1'')$ – количество теплоты, отданное горячим теплоносителем;

$Q_2 = G_2 \Delta i_2 = G_2 c_{p2} \Delta t_2 = G_2 c_{p2}(t_2'' - t_2')$ – количество теплоты, воспринятое холодным теплоносителем;

ΔQ – потери теплоты в окружающую среду;

G_1, G_2 – массовые расходы горячего и холодного теплоносителей;

Δi_1, Δi_2 – изменение энтальпии теплоносителей;

c_{p1}, c_{p2} – удельные теплоемкости теплоносителей при постоянном давлении;

t_1', t_1'' – температуры горячего теплоносителя на входе и выходе из аппарата;

t_2', t_2'' – температуры холодного теплоносителя на входе и выходе его из аппарата.

При выводе расчетных формул теплопередачи было принято, что в данной точке или сечении теплообменного устройства температура рабочей жидкости постоянна. Однако это положение для всей поверхности справедливо приближенно лишь при кипении жидкости и конденсации паров. В общем случае температура рабочих жидкостей в теплообменниках изменяется: горячая охлаждается, а холодная нагревается. Вместе с этим изменяется и температурный напор между ними $\Delta t_i = (t_1 - t_2)_i$. В таких условиях уравнение теплопередачи (5.1) применимо лишь в дифференциальной форме к элементу поверхности *dF,* а именно:

$$dQ = k_i \Delta t_i dF_i .$$

Общее количество теплоты, переданное через всю поверхность, определяется интегралом этого выражения

$$Q = \int_0^F k_i \Delta t_i dF_i = k \Delta t F . \tag{5.3}$$

Это и есть расчетное уравнение теплопередачи. Здесь Δt – среднее значение температурного напора по всей поверхности нагрева.

В тепловых расчетах важное значение имеет величина, называемая водяным эквивалентом *W,* Вт/°С,

$$W = Gc_p , \tag{5.4}$$

где $G = \rho\omega f$ – массовый расход теплоносителя;

ω – скорость теплоносителя;

ρ – плотность теплоносителя;

f – площадь сечения канала.

Если величину W ввести в уравнение теплового баланса (5.2), то оно принимает вид:

$$W_1(t_1' - t_1'') = W_2(t_2'' - t_2'),$$

откуда

$$\frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{W_2}{W_1}. \qquad (5.5)$$

Последнее означает, что отношение изменений температур рабочих жидкостей обратно пропорционально отношению их водяных эквивалентов. Такое соотношение справедливо как для всей поверхности нагрева F, так и для каждого ее элемента dF, т.е.

$$\frac{dt_1}{dt_2} = \frac{W_2}{W_1}, \qquad (5.6)$$

где dt_1 и dt_2 – изменения температуры рабочих жидкостей на элементе поверхности.

Характер изменения температуры рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева зависит от схемы их движения и соотношения величин W_1 и W_2. Если в теплообменном аппарате горячая и холодная жидкости протекают параллельно и в одном направлении, то такая схема движения называется *прямотоком* (рисунок 5.2.1, *а*).

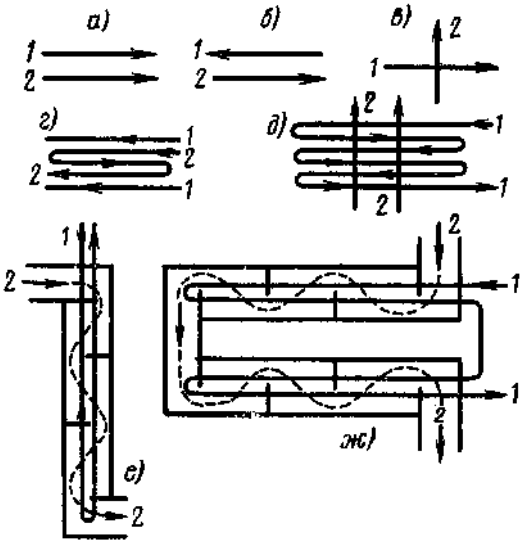


Рисунок 5.2.1. – Схемы движения рабочих жидкостей в теплообменниках

Если жидкости протекают параллельно, но в прямо противоположном направлении, – *противотоком* (см. рисунок 5.2.1, *б*). Наконец, если жидкости протекают в перекрестном направлении, – *перекрестным током* (см. рисунок 5.2.1, *в*). Помимо таких простых схем движения, на практике осуществляются и сложные: одновременно прямоток и противоток (см. рисунок 5.2.1, *г*), многократно перекрестный ток (см. рисунок 5.2.1, *д–ж*) и т.д.

В зависимости от того, осуществляется ли прямоток или противоток и W_1 больше или меньше, чем W_2, получаются четыре характерные пары кривых изменения температуры вдоль поверхности нагрева, представленные на рисунке 5.2.2. Здесь по осям абсцисс отложена площадь поверхности нагрева *F,* а по осям ординат – температура рабочих жидкостей.

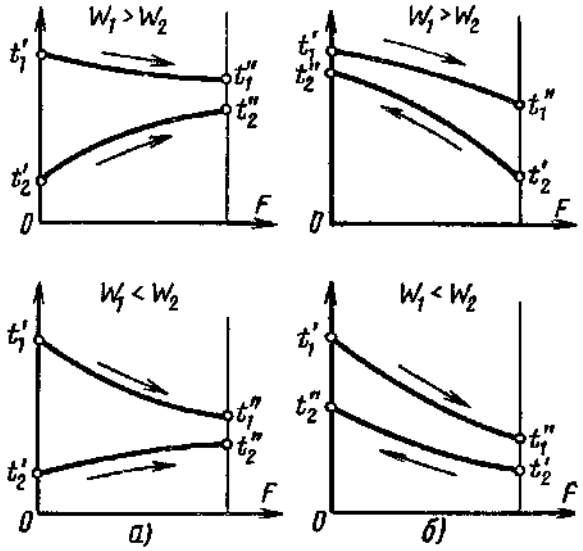


Рисунок 5.2.2. – Характер изменения температур рабочих жидкостей при прямотоке (*а*) и противотоке (*б*)

В соответствии с уравнением (5.5) на графиках большее изменение температуры $t'-t''=\Delta t$ получается для той жидкости, у которой значение величины *W* меньше.

Из анализа графиков следует, что при прямотоке конечная температура холодной жидкости t_2'' всегда ниже конечной температуры горячей жидкости t_1''. При противотоке же конечная температура холодной жидкости t_2'' может быть выше конечной температуры горячей t_1''. Следовательно, при одной и той же начальной температуре холодной жидкости при противотоке ее можно нагреть до более высокой температуры, чем при прямотоке.

Температурный напор вдоль поверхности при прямотоке изменяется сильнее, чем при противотоке. Вместе с тем среднее значение температурного напора при противотоке больше, чем при прямотоке. За счет только этого фактора при

противотоке теплообменник получается компактнее [см. уравнение (5.3)]. Однако если температура хотя бы одной из рабочих жидкостей постоянна, то среднее значение температурного напора независимо от схемы движения оказывается одним и тем же. Именно так получается при кипении жидкостей и при конденсации паров либо когда расход одной рабочей жидкости настолько велик, что ее температура изменяется очень мало.

Рассмотрев общие уравнения теплового расчета аппаратов и уяснив температурные условия работы теплообменников, перейдем теперь к более подробному рассмотрению величин, входящих в уравнение (5.3).

Средний температурный напор

При выводе формулы осреднения температурного напора рассмотрим простейший теплообменный аппарат, работающий по схеме прямотока (рисунок 5.2.3).

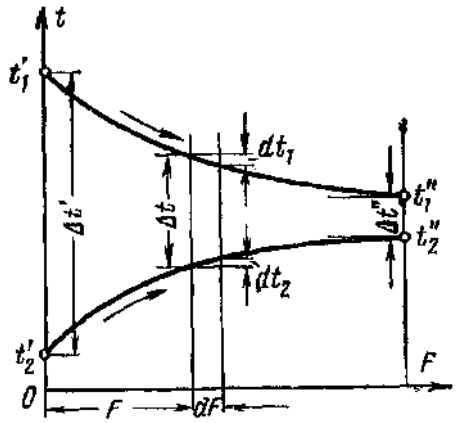


Рисунок 5.2.3. – К выводу формулы среднего температурного напора

Количество теплоты, передаваемое в единицу времени от горячей жидкости к холодной через элемент поверхности *dF*, определяется уравнением

$$dQ = k(t_1 - t_2)dF\,. \qquad (а)$$

При этом температура горячей жидкости понизится на dt_1, а холодной повысится на dt_2. Следовательно,

$$dQ = -G_1 c_{p1} dt_1 = G_2 c_{p2} dt_2\,, \qquad (б)$$

откуда

$$dt_1 = -dQ / G_1 c_{p1} = -dQ / W_1\,, \qquad (в)$$

$$dt_2 = dQ / G_2 c_{p2} = dQ / W_2\,. \qquad (г)$$

Изменение температурного напора при этом

$$dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = -(1/W_1 + 1/W_2)dQ = -mdQ\,, \qquad (д)$$

где $m = 1/W_1 + 1/W_2$.

Подставляя в уравнение (*д*) значение *dQ* из уравнения (а), получаем:

$$d(t_1 - t_2) = -mk(t_1 - t_2)dF\,. \qquad (e)$$

Обозначим $(t_1 - t_2)$ через Δt и произведем разделение переменных:

$$d(\Delta t)/\Delta t = -mkdF\,. \qquad (ж)$$

Если значения *m* и *k* постоянны, то, интегрируя уравнение (*ж*), получаем:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mk\int_0^F dF\,,$$

или

$$\ln\frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF\,, \qquad (з)$$

откуда

$$\Delta t = \Delta t' e^{-mkF}\,, \qquad (u)$$

где Δt – местное значение температурного напора $(t_1 - t_2)$, относящееся к элементу поверхности теплообмена, а $\Delta t' = t_1' - t_2'$ – на входе в аппарат.

Из уравнения (*u*) видно, что вдоль поверхности нагрева температурный напор изменяется по экспоненциальному закону. Зная этот закон, легко установить и среднее значение температурного напора Δt. На основании теоремы о среднем (при *k* = const) имеем:

$$\Delta\bar{t} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t dF = \frac{\Delta t'}{F}\int_0^F e^{-mkF}dF = \frac{\Delta t'}{-mkF}\left(e^{-mkF} - 1\right) =$$

$$\Delta\bar{t} = \frac{\Delta t'}{\ln\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}}\,\frac{\Delta t - \Delta t'}{\Delta t'}. \qquad (к)$$

Подставляя в уравнение (*к*) значение *mkF* и e^{-mkF} из уравнения (*з*) и имея в виду, что согласно рисунку 5.2.3 в конце поверхности нагрева $\Delta t = \Delta t''$, окончательно имеем:

$$\Delta\bar{t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln\dfrac{\Delta t''}{\Delta t'}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln\dfrac{\Delta t'}{\Delta t''}}\,,$$

или

$$\Delta\bar{t} = \frac{\left(t_1' - t_2'\right) - \left(t_1'' - t_2''\right)}{\ln\dfrac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}}. \qquad (5.7)$$

Такое значение температурного напора называется *среднелогарифмическим* и часто в литературе обозначается $\Delta t_{\text{лог}}$.

Точно таким же образом выводится формула осреднения температурного напора и для противотока. Буквенное обозначение формул сохраним для удобства сопоставления с выводом для прямотока.

Количество теплоты, передаваемое в единицу времени от горячей жидкости к холодной через элемент поверхности *dF*, определяется уравнением (*а*).

При этом температура горячей жидкости понизится на dt_1, а холодной повысится на dt_2 (но с отрицательным знаком при интегрировании от горячего конца теплообменника к холодному). Следовательно,

$$dt_1 = -dQ / G_1 c_{p1} = -dQ / W_1, \qquad (в)$$

$$dt_2 = -dQ / G_2 c_{p2} = -dQ / W_2. \qquad (г)$$

Изменение температурного напора при этом:

$$dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = -(1/W_1 - 1/W_2)dQ = -mdQ, \qquad (д)$$

где $m = 1/W_1 - 1/W_2$.

Подставляя в уравнение (*д*) значение *dQ* из уравнения (*а*), получаем:

$$d(t_1 - t_2) = -mk(t_1 - t_2)dF. \qquad (е)$$

Обозначим $(t_1 - t_2)$ через Δt и произведем разделение переменных:

$$d(\Delta t)/\Delta t = -mkdF. \qquad (ж)$$

Если значения *m* и *k* постоянны, то, интегрируя уравнение (ж), получаем:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mk\int_0^F dF,$$

или

$$\ln\frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF, \qquad (з)$$

откуда

$$\Delta t = \Delta t' e^{-mkF}, \qquad (и)$$

где Δt – местное значение температурного напора $(t_1 – t_2)$, относящееся к элементу поверхности теплообмена, а $\Delta t' = t_1' - t_2''$ – на входе в аппарат.

Из уравнения (*и*) видно, что вдоль поверхности нагрева температурный напор изменяется по экспоненциальному закону. Зная этот закон, легко установить и среднее значение температурного напора Δt. На основании теоремы о среднем (при *k* =const) имеем:

$$\Delta\bar{t} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t dF = \frac{\Delta t'}{F}\int_0^F e^{-mkF}dF = \frac{\Delta t'}{-mkF}\left(e^{-mkF} - 1\right) = \Delta\bar{t} = \frac{\Delta t'}{\ln\frac{\Delta t}{\Delta t'}}\frac{\Delta t - \Delta t'}{\Delta t'}. \qquad (к)$$

Окончательная формула для среднего логарифмического температурного напора при противотоке имеет вид:

$$\Delta\bar{t} = \frac{\left(t_1' - t_2''\right) - \left(t_1'' - t_2'\right)}{\ln\dfrac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}. \qquad (5.8)$$

При равенстве величин W_1 и W_2 в случае противотока (m = 0) из уравнения (u) имеем $\Delta t = \Delta t'$. В этом случае температурный напор по всей поверхности постоянен:

$$\Delta t = \Delta t' = t_1' - t_2'' = \Delta t'' = t_1'' - t_2'. \qquad (л)$$

Формулы (5.7) и (5.8) можно свести в одну, если независимо от начала и конца поверхности через $\Delta t_б$ обозначить больший, а через $\Delta t_м$ меньший температурные напоры между рабочими жидкостями. Тогда окончательная формула среднелогарифмического температурного напора для прямотока и противотока принимает вид:

$$\Delta\bar{t} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{\ln\dfrac{\Delta t_б}{\Delta t_м}}. \qquad (5.9)$$

Вывод формул для среднелогарифмического температурного напора сделан в предположении, что *расход и теплоемкость рабочих жидкостей, а также коэффициент теплопередачи вдоль поверхности нагрева остаются постоянными*. Поскольку в действительности эти условия выполняются лишь приближенно, то и вычисленное по формулам (5.7), (5.8) или (5.9) значении $\Delta\bar{t}$ также приближенно.

В тех случаях, когда температура рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева изменяется незначительно, средний температурный напор можно вычислить как среднеарифметическое из крайних напоров $\Delta t'$ и $\Delta t''$:

$$\Delta\bar{t} = \frac{1}{2}\left(\Delta t' + \Delta t''\right). \qquad (5.10)$$

Среднеарифметическое значение температурного напора всегда больше среднелогарифмического. Но при $\Delta t''/\Delta t' > 0{,}6$ они отличаются друг от друга меньше чем на 3%. Такая погрешность в технических расчетах вполне допустима.

Для аппаратов со смешанным током задача осреднения температурного напора отличается сложностью математических выкладок. Результат решения обычно представляют в виде графиков. Сначала вычисляют средний температурный напор при противотоке, затем вспомогательные параметры, позволяющие по графикам определить поправку $\varepsilon_{\Delta t}$ на температурный напор:

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'};\ R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'};\ \Delta\bar{t} = \varepsilon_{\Delta t}\Delta\bar{t}_{\text{прот}}. \qquad (5.11)$$

Для перекрестного тока предложена формула

$$\Delta\bar{t} = \Delta t_p - a\Delta t_1 - b\Delta t_2, \tag{5.12}$$

где $\Delta t_p = t_1' - t_2'$ – располагаемый температурный напор,

$$a = 0{,}525 + 0{,}126\left(P \cdot R\right)^2 \approx 0{,}6, \tag{5.13}$$

$$b = 0{,}525 + 0{,}126\left(P\right)^2 \approx 0{,}5. \tag{5.14}$$

Коэффициент теплопередачи

При расчете теплообменных аппаратов возникают трудности с определением значения коэффициента теплопередачи *k*. Эти затруднения в основном определяются изменением температуры рабочих жидкостей и сложностью геометрической конфигурации поверхности теплообмена. Специфические же особенности процесса теплообмена в рассчитываемых аппаратах учитываются при выборе значений коэффициентов теплоотдачи α, которые входят в формулу для коэффициента теплопередачи.

При расчете *k* в первую очередь необходимо произвести анализ частных термических сопротивлений, и если возможно, то и упрощение расчетной формулы.

Далее необходимо учитывать влияние на коэффициент теплопередачи изменения температуры рабочих жидкостей. Большей частью такой учет сводится к отнесению коэффициентов теплоотдачи к средним температурам рабочих жидкостей. Для жидкости с большим водяным эквивалентном средняя температура берется как среднеарифметическое из крайних значений, например, $t_б = 0{,}5\left(t_б' + t_б''\right)$. При этом для другой жидкости, с меньшим водяным эквивалентом, средняя температура определяется из соотношения $t_м = t_б \pm \Delta\bar{t}$. Здесь $\Delta\bar{t}$ является среднелогарифмическим температурным напором; знак «–» применяется в тех случаях, когда $t_б$ означает температуру горячей жидкости, а знак «+» – когда $t_б$ означает температуру холодной жидкости.

Универсальная методика базируется на концепции экспоненциального изменения коэффициента *k* по поверхности площадью *F*, что очень близко к действительности. В случае наиболее сильного влияния на коэффициент теплопередачи изменения теплофизических свойств греющего теплоносителя:

$$t_1 = t_1' + \frac{t_1' - t_1''}{\ln\dfrac{k'}{k''}}\ln\frac{W_2\left(t_2'' - t_2'\right)}{k'F\Delta t_{ср}}, \tag{5.15}$$

$$t_2 = t_2' + \frac{t_1 - t_1''}{A_k}, \tag{5.16}$$

$$n_k = \frac{\ln \frac{k'}{k''}}{t_1' - t_1''}, \tag{5.17}$$

$$A_k = \frac{k'}{e^{n_k t_1'}}, \tag{5.18}$$

где k' – коэффициент теплопередачи на горячем конце теплообменника, причем горячим считается конец теплообменника с самой высокой температурой теплоносителя, изменение теплофизических свойств которого наиболее сильно влияет на коэффициент теплопередачи. Определяющие температуры принимаются равными температурам теплоносителей на горячем конце теплообменника; k'' – то же, но на холодном конце теплообменника.

Иногда вычисление коэффициента теплопередачи производят по температурам рабочих жидкостей в начале и в конце поверхности нагрева. Если полученные значения k' и k'' друг от друга отличаются не очень сильно, то среднеарифметическое из них принимается за среднее значение k, а именно:

$$k = \frac{k' + k''}{2}. \tag{5.19}$$

В большинстве практических случаев такое осреднение является достаточным. В случае же сильного расхождения между собой значений k' и k'' необходимо разделить поверхность нагрева на отдельные участки, в пределах которых коэффициент теплопередачи изменяется незначительно, и для каждого такого участка расчет теплопередачи производить раздельно.

Так же поступают и в тех случаях, когда резко меняются условия омывания поверхности нагрева рабочей жидкостью, например, в нижней части поверхности нагрева поперечное омывание, в средней – продольное и в верхней – снова поперечное. Если при этом температура рабочей жидкости изменяется незначительно, то применяется осреднение:

$$k = \frac{k_1 F_1 + k_2 F_2 + k_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \tag{5.20}$$

где F_1, F_2, F_3 – отдельные участки площади поверхности нагрева;

k_1, k_2, k_3 – средние значения коэффициента теплопередачи на этих участках.

Расчет конечной температуры рабочих жидкостей

Выше конечной целью теплового расчета являлось определение площади поверхности нагрева и основных размеров теплообменника для его дальнейшего конструирования. Предположим теперь, что теплообменник уже имеется или по крайней мере спроектирован. В этом случае целью теплового расчета является определение конечных температур рабочих жидкостей. Это так называемый поверочный расчет.

При решении такой задачи известными являются следующие величины: площадь поверхности нагрева F, коэффициент теплопередачи k, величины W_1 и W_2 и начальные температуры t_1' и t_2', а искомыми: конечные температуры t_1'' и t_2'' и количество переданной теплоты Q.

В приближенных расчетах можно исходить из следующих представлений. Количество теплоты, отдаваемое горячей жидкостью, равно

$$Q = W_1(t_1' - t_1''), \tag{5.21}$$

откуда конечная температура ее t_1'' определяется соотношением

$$t_1'' = t_1' - Q / W_1. \tag{а}$$

Соответственно для холодной жидкости имеем:

$$Q = W_2(t_2'' - t_2') \tag{5.22}$$

и

$$t_2'' = t_2' + Q / W_2. \tag{б}$$

Если принять, то температуры рабочих жидкостей меняются *по линейному закону*, то

$$Q = kF\left(\frac{t_1' + t_1' - Q/W}{2} - \frac{t_2' + t_2' + Q/W_2}{2}\right). \tag{в}$$

Вместо неизвестных t_1'' и t_2'' подставим их значения из уравнений (*а*) и (*б*), тогда получим:

$$Q = kF\left(t_1' - Q/2W_1 - t_2' - Q/2W_2\right). \tag{г}$$

Произведя дальнейшее преобразование, получим:

$$\frac{Q}{kF} + \frac{Q}{2W_1} + \frac{Q}{2W_2} = Q\left(\frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2}\right) = t_1' - t_2', \tag{д}$$

откуда окончательно:

$$Q = \frac{t_1' - t_2'}{\frac{1}{kF} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right)}. \tag{5.23}$$

Зная количество переданной теплоты Q, очень просто по формулам (*а*) и (*б*) определить и конечные температуры рабочих жидкостей t_1'' и t_2''.

Приведенная схема расчета хотя и проста, однако применима лишь для ориентировочных расчетов и в случае небольших изменений температур жидкостей. В общем же случае конечная температура зависит от схемы движения рабочих жидкостей. Поэтому для прямотока и противотока приводится вывод более точных формул.

А. Прямоток. Выше было показано, что температурный напор изменяется по экспоненциальному закону

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-mkF}. \qquad (5.24)$$

Имея в виду, что

$$m = 1/W_1 + 1/W_2;\ \Delta t' = t_1' - t_2'$$

и что в конце поверхности нагрева $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$, подставим эти значения в уравнение (5.16):

$$\frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF}. \qquad (5.25)$$

Однако это уравнение дает лишь разности температур. Чтобы отсюда получить конечные температуры в отдельности, необходимо обе части равенства вычесть из единицы:

$$1 - \frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = 1 - e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF}, \qquad (5.26)$$

или

$$\left(t_1' - t_1''\right) + \left(t_2'' - t_2'\right) = \left(t_1' - t_2'\right)\left[1 - e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF}\right]. \qquad (5.27)$$

Поскольку $t_2'' - t_2' = (t_1' - t_1'')\dfrac{W_1}{W_2}$ (см. уравнение (5.5)), то, подставляя это значение в левую часть уравнения (5.27), получаем:

$$\Delta t_1 = t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2')\frac{1 - e^{-(1+W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 + W_1/W_2} = (t_1' - t_2')\text{П}. \qquad (5.28)$$

Последнее уравнение показывает, что изменение температуры горячей жидкости Δt_1 равно некоторой доле П располагаемого начального температурного напора $t_1' - t_2'$, эта доля зависит только от двух безразмерных параметров W_1/W_2 и kF/W_1.

Аналогичным образом из уравнения (5.27) можно получить выражение и для изменения температуры холодной жидкости:

$$\Delta t_2 = t_2'' - t_2'' = (t_1' - t_2')\frac{W_1}{W_2}\frac{1 - e^{-(1+W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 + W_1/W_2} = (t_1' - t_2')\frac{W_1}{W_2}\text{П}. \qquad (5.29)$$

Определив изменения температур рабочих жидкостей и зная их начальные температуры, легко определить конечные:

$$t_1'' = t_1' - \Delta t_1 \text{ и } t_2'' = t_2' + \Delta t_2. \qquad (5.30)$$

Количество теплоты, передаваемой через поверхность теплообмена, определяется как

$$Q_{\text{п}} = W_1 \Delta t_1 = W_1 (t_1' - t_2') \text{П} . \qquad (5.31)$$

Значения функции П = $f(W_1/W_2,\ kF/W_1)$ определяют по номограммам. Формулы (10.29)–(10.31) могут быть применены и для расчета промежуточных значений температуры рабочих жидкостей и количества теплоты. В этом случае в расчетные формулы вместо F надо подставить значение F_x.

Б. *Противоток*. Для противотока расчетные формулы выводятся так же, как и для прямотока. Окончательно они имеют вид

$$\Delta t_1 = t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \frac{1 - e^{-(1 - W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 - (W_1/W_2) e^{-(1 - W_1/W_2)(kF/W_1)}} = (t_1' - t_2') Z , \qquad (5.32)$$

$$\Delta t_2 = t_2'' - t_2' = (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} \frac{1 - e^{-(1 - W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 - (W_1/W_2) e^{-(1 - W_1/W_2)(kF/W_1)}} = (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} Z , \qquad (5.33)$$

$$Q_z = W_1 \Delta t_1 = W_1 (t_1' - t_2') Z . \qquad (5.34)$$

В частном случае, когда $W_1/W_2 = 1$, т.е. $W_1 = W_2 = W$, формулы (5.32)–(5.34) принимают вид:

$$\Delta t_1 = t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \frac{1}{1 + W/(kF)} , \qquad (5.35)$$

$$\Delta t_2 = t_2'' - t_2' = (t_1' - t_2') \frac{1}{1 + W/(kF)} , \qquad (5.36)$$

$$Q_z = (t_1' - t_2') \frac{W}{1 + W/(kF)} . \qquad (5.37)$$

Значения функции $Z = f(W_1/W_2,\ kF/W_1)$ определяют по номограммам.

Для расчета промежуточных значений температуры рабочих жидкостей и количества переданной теплоты в формулах (5.35)–(5.37) значение F заменяется на F_x, в формулах же (5.32)–(5.34) такая замена производится в числителе, а в знаменателе остается значение полной поверхности F.

В. *Сравнение прямотока с противотоком.* Чтобы выявить преимущество одной схемы перед другой, достаточно сравнить количество передаваемой теплоты при прямотоке и противотоке при равенстве прочих условий. Для этого необходимо уравнение (5.31) разделить на уравнение (5.34). В результате этого действия мы получаем новую функцию тех же двух безразмерных аргументов:

$$W_1/W_2 \text{ и } kF/W_1 ,$$

характер изменения которой показан на рисунке 5.2.4.

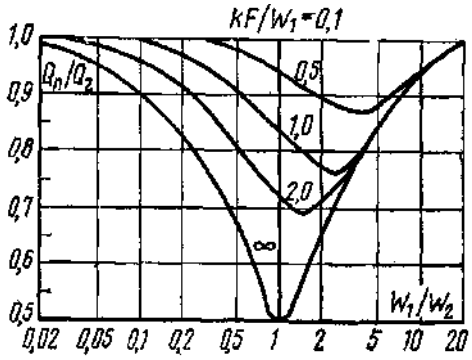


Рисунок 5.2.4. – Сравнение прямотока и противотока
$Q_п/Q_z = f(W_1/W_2; kF/W)$

Из рисунка 5.2.4 следует, что схемы можно считать равноценными в том случае, если величины W_1 и W_2 обеих жидкостей значительно отличаются друг от друга (при $W_1/W_2 < 0{,}05$ и при $W_1/W_2 > 10$) или если значение параметра kF/W_1 (либо kF/W_2) мало. Первое условие равнозначно тому, что изменение температуры одной жидкости незначительно по сравнению с изменением температуры другой. Далее, поскольку $kF/W_2 = \Delta t_2 / \Delta t$, второе условие соответствует случаю, когда средний температурный напор значительно превышает изменение температуры рабочей жидкости. Во всех остальных случаях при одной и той же поверхности нагрева и одинаковых крайних температурах теплоносителей при прямотоке передается меньше теплоты, чем при противотоке. Поэтому с теплотехнической точки зрения всегда следует отдавать предпочтение противотоку, если какие-либо другие причины (например, конструктивные) не заставляют применять прямоток. При этом следует иметь в виду, что при противотоке создаются более тяжелые температурные условия для металла, т.к. одни и те же участки стенок теплообменника с обеих сторон омываются рабочими жидкостями с наиболее высокой температурой.

При конденсации и кипении температура жидкости постоянна. Это означает, что водяной эквивалент такой жидкости бесконечно велик. В этом случае прямоток и противоток равнозначны, и уравнения (5.31) и (5.34) становятся тождественными. Конечная температура той жидкости, для которой водяной эквивалент имеет конечное значение, определяется следующим образом.

При конденсации пара

$$W_1 = \infty,\ t_1' = t_1'' = t_1$$

и

$$t_2'' = t_1 - (t_1 - t_2')(1 - e^{-kF/W_2}), \qquad (5.38)$$

$$Q = W_2(t_1 - t_2')(1 - e^{-kF/W_2}). \qquad (5.39)$$

При кипении жидкости

$$W_2 = \infty,\ t_2' = t_2'' = t_2,$$
$$t_1'' = t_2 + (t_1' - t_2)e^{-kF/W_1} \quad (5.40)$$

и

$$Q = W_1(t_1' - t_2)(1 - e^{-kF/W_1}) \ . \quad (5.41)$$

Вместо значений t_1 и t_2 в уравнения (5.38)–(5.41) можно подставить температуру стенки, значение которой при этом также постоянно.

В случае перекрестного тока конечные температуры рабочих жидкостей находятся между конечными температурами для прямотока и противотока. Поэтому в приближенных расчетах можно пользоваться методом расчета одной из указанных схем. Если одна из жидкостей движется навстречу другой зигзагообразно (смешанный ток), то расчет может быть произведен, как для противотока.

Пример 5.2.1

В противоточном теплообменном аппарате требуется подогревать воду (G_2 = 21,0 кг/с) от t_2' = 70 °С до t_2'' = 100 °С. Греющей средой является дымовые газы, расход которых G_1 = 74,74 кг/с, t_1' = 500 °С. Коэффициент теплопередачи k = 2800 Вт/(м^2·°К). Найти площадь поверхности нагрева.

Решение:

Конечную температуру дымовых газов определим из теплового баланса теплообменника:

$$Q = kF\Delta t_{\text{ср}} = Q_1 = Q_2 = G_1 c_{p1}\left(t_1' - t_1''\right) = G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right) = I_1 = I_2,$$

$$t_1'' = t_1' - \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{G_1 c_{p1}} = 500 - \frac{21 \cdot 4200 \cdot (100 - 70)}{74{,}74 \cdot 1122} = 468{,}5 \text{ °С}.$$

Среднелогарифмический температурный напор:

$$\Delta\overline{t} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln\frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{(500 - 100) - (468{,}5 - 70)}{\ln\frac{500 - 100}{468{,}5 - 70}} = 399{,}25 \text{ °С}.$$

Площадь поверхности теплообмена:

$$kF\Delta t_{\text{ср}} = G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right),$$

$$F = \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{k\Delta t_{\text{ср}}} = \frac{21 \cdot 4200 \cdot (100 - 70)}{2800 \cdot 399{,}25} = 2{,}4 \text{ м}^2.$$

Выполним проверку правильности определения конечной температуры дымовых газов, поскольку изначально она была найдена без учета коэффициента теплопередачи.

Температурный напор на холодном конце противоточного теплообменника запишется:

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-mkF},$$

где $\Delta t'' = t_1'' - t_2'$ – температурный напор на холодном конце теплообменника, а $\Delta t' = t_1' - t_2''$ – на горячем конце (на входе в аппарат); $m = 1/W_1 - 1/W_2$.

$$t_1'' = t_2' + \left(t_1' - t_2''\right)e^{-mkF} =$$

$$= 70 + \left(500 - 100\right)\exp\left[-\left(\frac{1}{74,74 \cdot 1185} - \frac{1}{21 \cdot 4200}\right) \cdot 2800 \cdot 2,4\right] = 466\,^{\circ}\text{C}.$$

Относительная ошибка в определении конечной температуры дымовых газов составит:

$$\Delta = \frac{468,5 - 466}{468,5} \cdot 100 = 0,5\% < 5\%.$$

Таким образом, решение задачи считаем окончательным.

Пример 5.2.2

В теплообменнике дымовыми газами необходимо подогревать воздух от t_2' = 20 °С до t_2'' = 300 °С. Расход воздуха G_2 = 1,74 кг/с. Температура дымовых газов на входе t_1' = 700 °С, а их расход G_1 = 2,06 кг/с. Поверхность нагрева предполагается изготовить из углеродистой стали Ст20, для которой максимально допустимая рабочая температура равна 460 °С. Найти площадь поверхности нагрева для прямо- и противотока и выбрать из этих двух схем такую, которая будет обеспечивать безаварийную работу теплообменного аппарата. Коэффициенты теплоотдачи: α_1 = 70 Вт/(м^2·°К); α_2 = 80 Вт/(м·°К). Толщина стальной стенки δ = 3 мм, а λ = 50 Вт/(м·К).

До какой температуры будет нагреваться воздух в данном прямоточном теплообменном аппарате, если в процессе эксплуатации со стороны дымовых газов образуется слой сажи толщиной δ_c = 0,8 мм с коэффициентом теплопроводности λ_c = 0,08 Вт/(м·К)? Какова будет при этом максимальная температура стенки?

Решение:

Коэффициент теплопередачи:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{0,003}{50} + \frac{1}{80}} = 37,25\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Конечная температура дымовых газов определится из теплового баланса теплообменника:

$$Q = kF\Delta t_{ср} = \alpha_1 F\Delta t_1 = \alpha_2 F\Delta t_2 = \frac{\lambda}{\delta}F\left(t_1 - t_2\right) =$$

$$= G_1 c_{p1}\left(t_1' - t_1''\right) = G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right) = I_1 = I_2.$$

$$t_1'' = t_1' - \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{G_1 c_{p1}} = 700 - \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right)}{2{,}06 \cdot 1185} = 497\ °C.$$

Среднелогарифмический температурный напор для прямоточной схемы:

$$\Delta\overline{t} = \frac{\left(t_1' - t_2'\right) - \left(t_1'' - t_2''\right)}{\ln\frac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}} = \frac{\left(700 - 20\right) - \left(497 - 300\right)}{\ln\frac{700 - 20}{497 - 300}} = 390\ °C.$$

Среднелогарифмический температурный напор для противоточной схемы:

$$\Delta\overline{t} = \frac{\left(t_1' - t_2''\right) - \left(t_1'' - t_2'\right)}{\ln\frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{\left(700 - 300\right) - \left(497 - 20\right)}{\ln\frac{700 - 300}{497 - 20}} = 437\ °C.$$

Площадь поверхности теплообмена определим из теплового баланса:

$$kF\Delta t_{ср} = G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right).$$

Для прямотока:

$$F_{прям} = \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{k\Delta t_{ср}} = \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right)}{37{,}25 \cdot 390} = 34\ м^2.$$

Для противотока:

$$F_{прот} = \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{k\Delta t_{ср}} = \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right)}{37{,}25 \cdot 437} = 30\ м^2.$$

$$\Delta t''_{прям} = t_1'' - t_2'' = \left(t_1' - t_2'\right)e^{-mkF},$$

$$\Delta t''_{прот} = t_1'' - t_2' = \left(t_1' - t_2''\right)e^{-mkF}.$$

Конечная температура дымовых газов для прямотока:

$$t_1'' = t_2'' + \left(t_1' - t_2'\right)e^{-mkF} = 300 + \left(700 - 20\right) \cdot e^{-0{,}0009 \cdot 37{,}25 \cdot 34} = 518\ °C.$$

Конечная температура дымовых газов для противотока:

$$t_1'' = t_2' + \left(t_1' - t_2''\right)e^{-mkF} = 20 + \left(700 - 300\right) \cdot e^{0{,}00015 \cdot 37{,}25 \cdot 30} = 493\ °C.$$

Здесь

$$m_{\text{прям}} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = \frac{1}{2{,}06 \cdot 1185} + \frac{1}{1{,}74 \cdot 1017} = 0{,}0009,$$

$$m_{\text{прот}} = \frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} = \frac{1}{2{,}06 \cdot 1185} - \frac{1}{1{,}74 \cdot 1017} = -0{,}00015.$$

Среднелогарифмический температурный напор для прямоточной схемы:

$$\Delta\bar{t} = \frac{\left(t_1' - t_2'\right) - \left(t_1'' - t_2''\right)}{\ln\dfrac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}} = \frac{\left(700 - 20\right) - \left(518 - 300\right)}{\ln\dfrac{700 - 20}{518 - 300}} = 406 \text{ °C}.$$

Среднелогарифмический температурный напор для противоточной схемы:

$$\Delta\bar{t} = \frac{\left(t_1' - t_2''\right) - \left(t_1'' - t_2'\right)}{\ln\dfrac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{\left(700 - 300\right) - \left(493 - 20\right)}{\ln\dfrac{700 - 300}{493 - 20}} = 435 \text{ °C}.$$

Уточненная площадь поверхности теплообмена:

для прямотока:

$$F_{\text{прям}} = \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{k\Delta t_{\text{ср}}} = \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right)}{37{,}25 \cdot 406} = 32{,}76 \text{ м}^2;$$

для противотока:

$$F_{\text{прот}} = \frac{G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)}{k\Delta t_{\text{ср}}} = \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right)}{37{,}25 \cdot 435} = 30{,}58 \text{ м}^2.$$

Уточненная конечная температура дымовых газов:

для прямотока:

$$t_1'' = t_2'' + \left(t_1' - t_2'\right)e^{-mkF} = 300 + \left(700 - 20\right) \cdot e^{-0{,}0009 \cdot 37{,}25 \cdot 32{,}76} = 526 \text{ °C};$$

для противотока:

$$t_1'' = t_2' + \left(t_1' - t_2''\right)e^{-mkF} = 20 + \left(700 - 300\right) \cdot e^{0{,}00015 \cdot 37{,}25 \cdot 30{,}58} = 495 \text{ °C}.$$

Относительная ошибка в определении конечной температуры дымовых газов составит:

для прямотока:

$$\Delta = \frac{526 - 518}{526} \cdot 100 = 1{,}5\% < 5\%;$$

для противотока:

$$\Delta = \frac{495 - 493}{495} \cdot 100 = 0{,}4\% < 5\%.$$

Определим среднюю температуру стенки со стороны дымовых газов, приняв, что температура дымовых газов меняется вдоль поверхности практически линейно:

$$Q = \overline{\alpha_1}\left(\overline{t_1} - \overline{t_{c1}}\right)F,$$

$$\overline{t_{c1\text{прям}}} = \overline{t_1} - \frac{Q}{\overline{\alpha_1}F} = \frac{700+526}{2} - \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300-20\right)}{70 \cdot 32{,}76} = 397 \text{ °C}.$$

$$\overline{t_{c1\text{прот}}} = \overline{t_1} - \frac{Q}{\overline{\alpha_1}F} = \frac{700+495}{2} - \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300-20\right)}{70 \cdot 30{,}58} = 366 \text{ °C}.$$

Найдем температуру стенки со стороны дымовых газов на горячем конце теплообменника:

$$\overline{t_1} - \overline{t_c} = \left(t_1' - t_c'\right)e^{-mkF},$$

$$t_{c\text{прям}}' = t_1' - \left(\overline{t_1} - \overline{t_c}\right)e^{mkF} = 700 - \left(\frac{700+526}{2} - 397\right)e^{\left(0{,}0009 \cdot 37{,}25 \cdot \frac{32{,}76}{2}\right)} = 326 \text{ °C}.$$

$$t_{c\text{прот}}' = t_1' - \left(\overline{t_1} - \overline{t_c}\right)e^{mkF} = 700 - \left(\frac{700+495}{2} - 366\right)e^{\left(-0{,}00015 \cdot 37{,}25 \cdot \frac{30{,}58}{2}\right)} = 487 \text{ °C}.$$

Для противотока температура стенки со стороны дымовых газов на горячем конце получилась выше допустимой 460 °С для стали Ст20. Таким образом, безопасная работа теплообменника при заданных условиях будет возможна только при прямоточной схеме.

Если в процессе эксплуатации со стороны дымовых газов образуется слой сажи толщиной δ_c = 0,8 мм с коэффициентом теплопроводности λ_c = 0,08 Вт/(м·К), то коэффициент теплопередачи уменьшится по сравнению с чистой стенкой:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{0{,}0008}{0{,}08} + \frac{0{,}003}{50} + \frac{1}{80}} = 27{,}14 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Конечная температура дымовых газов для прямотока:

$$t_1'' = t_2'' + \left(t_1' - t_2'\right)e^{-mkF} = 300 + \left(700-20\right) \cdot e^{-0{,}0009 \cdot 27{,}14 \cdot 32{,}76} = 605 \text{ °C}.$$

Конечная температура дымовых газов для противотока:

$$t_1'' = t_2' + \left(t_1' - t_2''\right)e^{-mkF} = 20 + \left(700-300\right) \cdot e^{0{,}00015 \cdot 27{,}14 \cdot 30{,}58} = 473 \text{ °C}.$$

Среднелогарифмический температурный напор для прямоточной схемы:

$$\Delta\overline{t} = \frac{\left(t_1' - t_2'\right) - \left(t_1'' - t_2''\right)}{\ln\frac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}} = \frac{\left(700-20\right) - \left(605-300\right)}{\ln\frac{700-20}{605-300}} = 468 \text{ °C}.$$

Среднелогарифмический температурный напор для противоточной схемы:

$$\Delta\overline{t} = \frac{\left(t_1' - t_2''\right) - \left(t_1'' - t_2'\right)}{\ln\frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} = \frac{\left(700 - 300\right) - \left(473 - 20\right)}{\ln\frac{700 - 300}{473 - 20}} = 426\ ^\circ\text{C}.$$

Определим среднюю температуру стальной стенки со стороны дымовых газов, приняв, что температура дымовых газов меняется вдоль поверхности практически линейно:

$$Q = \frac{\left(\overline{t_1} - \overline{t_{c2}}\right)F}{\frac{1}{\overline{\alpha_1}} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}},$$

$$\overline{t_{c2\text{прям}}} = \overline{t_1} - \frac{Q\left(\frac{1}{\overline{\alpha_1}} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}\right)}{F} = \frac{700 + 605}{2} - \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right) \cdot \left(\frac{1}{70} + \frac{0{,}0008}{0{,}08}\right)}{32{,}76} =$$

$$= 285^\circ\text{C}.$$

$$\overline{t_{c2\text{прот}}} = \overline{t_1} - \frac{Q\left(\frac{1}{\overline{\alpha_1}} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}\right)}{F} = \frac{700 + 473}{2} - \frac{1{,}74 \cdot 1017 \cdot \left(300 - 20\right) \cdot \left(\frac{1}{70} + \frac{0{,}0008}{0{,}08}\right)}{30{,}58} =$$

$$= 193\ ^\circ\text{C}.$$

Найдем температуру стальной стенки со стороны дымовых газов на горячем конце теплообменника:

$$\overline{t_1} - \overline{t_c} = \left(t_1' - t_c'\right)e^{-mkF},$$

$$t_{c\text{прям}}' = t_1' - \left(\overline{t_1} - \overline{t_c}\right)e^{mkF} = 700 - \left(\frac{700 + 605}{2} - 285\right)e^{\left(0{,}0009 \cdot 27{,}14 \cdot \frac{32{,}76}{2}\right)} = 151\ ^\circ\text{C}.$$

$$t_{c\text{прот}}' = t_1' - \left(\overline{t_1} - \overline{t_c}\right)e^{mkF} = 700 - \left(\frac{700 + 473}{2} - 193\right)e^{\left(-0{,}00015 \cdot 27{,}14 \cdot \frac{30{,}58}{2}\right)} = 330\ ^\circ\text{C}.$$

Температура стальной стенки со стороны дымовых газов на горячем конце получилась ниже максимально допустимой 460 °С для стали Ст20. Однако за счет образовавшегося слоя сажи тепловая производительность теплообменника уменьшилась:

для прямотока (чистая поверхность):

$$Q = kF\Delta t_{\text{ср}} = 37{,}25 \cdot 32{,}76 \cdot 406 = 495\ \text{кВт};$$

для прямотока (с учетом слоя сажи):

$$Q = kF\Delta t_{\text{ср}} = 27{,}14 \cdot 32{,}76 \cdot 468 = 416\ \text{кВт}.$$

$$y = \frac{495 - 416}{495} \cdot 100 = 16\%;$$

для противотока (чистая поверхность):

$$Q = kF\Delta t_{ср} = 37{,}25 \cdot 30{,}58 \cdot 435 = 495 \text{ кВт};$$

для противотока (с учетом слоя сажи):

$$Q = kF\Delta t_{ср} = 27{,}14 \cdot 30{,}58 \cdot 426 = 354 \text{ кВт}.$$

$$y = \frac{495 - 354}{495} \cdot 100 = 28\%.$$

Пример 5.2.3

Определить поверхность нагрева и число секций водоводяного теплообменника типа «труба в трубе». Горячая вода движется по внутренней стальной трубе ($\lambda_с$ = 45 Вт/(м·°С)) диаметром d_2/d_1 = 35/32 мм и имеет температуру на входе $t'_{ж1}$= 95 °С. Расход греющей воды G_1= 2130 кг/ч. Нагреваемая вода движется противотоком по кольцевому каналу между трубами и нагревается от температуры $t'_{ж2}$= 15 °С до $t''_{ж2}$= 45 °С. Внутренний диаметр внешней трубы D = 48 мм. Расход нагреваемой воды G_2= 3200 кг/ч. Длина одной секции теплообменника l = 17,5 м. Потерями теплоты через внешнюю поверхность теплообменника пренебрегаем.

Решение:

Теплоемкость воды $c_{р1} = c_{р2}$ = 4,19 кДж/(кг·°С). Количество передаваемой теплоты

$$Q = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t''_{ж2} - t'_{ж2}) = \frac{3200}{3600} \cdot 4{,}19 \cdot (45 - 15) = 111{,}5 \text{ кВт}.$$

Температура греющей воды на выходе:

$$t''_{ж1} = t'_{ж1} - \frac{Q}{G_1 \cdot c_{p1}} = 95 - \frac{111{,}5 \cdot 3600}{2130 \cdot 4{,}19} = 50\,°\text{C}.$$

Находим средние арифметические значения температур теплоносителей и значения физических свойств воды при этих температурах:

$$\overline{t}_{ж1} = 0{,}5 \cdot (t'_{ж1} + t''_{ж1}) = 0{,}5 \cdot (95 + 50) = 72{,}5\,°\text{C}.$$

Из таблиц при этой температуре:

$\rho_{ж1}$ = 976 кг/м^3; $\nu_{ж1} = 0{,}403 \cdot 10^{-6}$ м^2/с; $\lambda_{ж1}$ = 0,67 Вт/(м·°С); $Pr_{ж1}$ = 2,47.

Соответственно, для холодного теплоносителя:

$\overline{t}_{ж2} = 0{,}5 \cdot (t'_{ж2} + t''_{ж2}) = 0{,}5 \cdot (15 + 45) = 30\,°\text{C}$; $\rho_{ж2}$ = 996 кг/м^3; $\nu_{ж2} = 0{,}805 \cdot 10^{-6}$ м^2/с; $\lambda_{ж2}$= 0,618 Вт/(м·^{0}С); $Pr_{ж2}$ = 5,42.

Скорости движения теплоносителей:

$$\omega_1 = \frac{4 \cdot G_1}{\rho_{ж1} \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 2130}{976 \cdot \pi \cdot 0{,}032^2 \cdot 3600} = 0{,}755 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$\omega_2 = \frac{4 \cdot G_2}{\rho_{ж2} \cdot \pi \cdot (D - d_2^2) \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 3200}{996 \cdot \pi \cdot (4{,}8^2 - 3{,}5^2) \cdot 10^{-4} \cdot 3600} = 1{,}06 \frac{м}{с}.$$

Число Рейнольдса для греющей воды:

$$\mathrm{Re}_{ж1} = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{\nu_{ж1}} = \frac{0{,}755 \cdot 0{,}032}{0{,}403 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^4.$$

Следовательно, режим течения греющей воды турбулентный и для расчета теплоотдачи используем критериальное уравнение

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж1} = 0{,}021 \cdot \mathrm{Re}_{ж1}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}_{ж1}^{0{,}43} \cdot \left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж1}}{\mathrm{Pr}_{ст1}} \right)^{0{,}25}.$$

Поскольку температура стенки неизвестна, то в первом приближении задаемся значением

$$t_{c1} = 0{,}5 \cdot (\overline{t}_{ж1} + \overline{t}_{ж2}) = 0{,}5 \cdot (72{,}5 + 30) = 51{,}25 \ °\mathrm{C}.$$

При этой температуре $\mathrm{Pr}_{c1} = 3{,}5$,

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж1} = 0{,}021 \cdot (6 \cdot 10^4) \cdot (2{,}47)^{0{,}43} \cdot \left(\frac{2{,}47}{3{,}5} \right)^{0{,}25} = 188.$$

Коэффициент теплоотдачи от горячей воды к стенке трубы:

$$\overline{\alpha}_1 = \overline{\mathrm{Nu}}_{ж1} \cdot \frac{\lambda_{ж1}}{d_1} = 188 \cdot \frac{0{,}67}{0{,}032} = 3940 \frac{Вт}{м^2 \cdot °\mathrm{C}}.$$

Число Рейнольдса для потока нагреваемой воды:

$$\mathrm{Re}_{ж2} = \frac{\omega_2 \cdot d_э}{\nu_{ж2}} = \frac{1{,}06 \cdot 0{,}013}{0{,}805 \cdot 10^{-6}} = 1{,}71 \cdot 10^4,$$

где эквивалентный диаметр для кольцевого канала:

$$d_э = D - d_2 = 48 - 35 = 13 \ \text{мм}.$$

Приняв в первом приближении $t_{c1} \approx t_{c2}$, а следовательно, $\mathrm{Pr}_{c1} = \mathrm{Pr}_{c2} \approx 3{,}5$, имеем:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж2} = 0{,}021 \cdot (1{,}71 \cdot 10^4)^{0{,}8} \cdot (5{,}42)^{0{,}43} \cdot \left(\frac{5{,}42}{3{,}5} \right)^{0{,}25} = 118.$$

Коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к нагреваемой воде:

$$\overline{\alpha}_2 = \overline{\mathrm{Nu}}_{ж2} \cdot \frac{\lambda_{ж2}}{d_э} = 118 \cdot \frac{0{,}618}{0{,}013} = 5620 \frac{Вт}{м^2 \cdot °\mathrm{C}}.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3940} + \frac{0{,}00015}{45} + \frac{1}{5620}} = 2150 \frac{Вт}{м^2 \cdot °\mathrm{C}}.$$

Поскольку в нашем случае $\frac{t'_{ж1}-t''_{ж2}}{t''_{ж1}-t'_{ж2}}=\frac{50}{35}<1{,}5$, то расчет плотности теплового потока можно проводить по средней арифметической разности температур:

$\Delta t_a=\overline{t}_{ж1}-\overline{t}_{ж2}=72{,}5-30=42{,}5\,°C.$

Плотность теплового потока: $q=k\Delta t_a=2150\cdot 42{,}5=9{,}15\cdot 10^4$ Вт/м^2.

Поверхность нагрева водоводяного теплообменника:

$F=\frac{Q}{q}=\frac{111{,}5}{91{,}5}=1{,}22$ м^2.

Число секций: $n=\frac{F}{\pi\cdot d_1\cdot l}=\frac{1{,}22}{\pi\cdot 0{,}032\cdot 1{,}75}\approx 7$.

Температуры стенок трубы

$t_{c1}=\overline{t}_{ж1}-\frac{q}{\alpha_1}=72{,}5-\frac{91500}{3940}=49{,}3\,°C,$

$t_{c2}=\overline{t}_{ж2}+\frac{q}{\alpha_1}=30+\frac{91500}{5620}=46{,}3\,°C.$

При этих температурах Pr_{c1} = 3,59, Pr_{c2} = 3,83 и поправки на изменение физических свойств жидкости имеют следующие значения:

$\left(\frac{Pr_{ж1}}{Pr_{ст1}}\right)^{0{,}25}=\left(\frac{2{,}47}{3{,}59}\right)^{0{,}25}=0{,}91$ (было принято 0,92),

$\left(\frac{Pr_{ж2}}{Pr_{ст2}}\right)^{0{,}25}=\left(\frac{5{,}42}{3{,}83}\right)^{0{,}25}=1{,}09$ (было принято 1,12).

Совпадение достаточно точное, поэтому можно окончательно принять F = 1,22 м^2 и n=7.

Пример 5.2.4

Прямоточный теплообменник имеет площадь поверхности F = 8 м^2. Параметры горячей жидкости G_1 = 225 кг/ч, c_{p1} = 3,03·10^3 Дж/(кг·°С), t'_2 = 10 °С. Для охлаждения используется вода с параметрами G_2 = 1000 кг/ч, c_{p2} = 4,19·10^3 Дж/(кг·°С), t'_1 = 120 °С. Коэффициент теплопередачи k = 35 Вт/(м^2·°С). Определить конечные температуры жидкостей и количество передаваемой теплоты.

Решение:

Водяные эквиваленты теплоносителей:

$W_1=G_1\cdot c_{p1}=\frac{225}{3600}\cdot 3{,}03\cdot 10^3=190\,\frac{Вт}{°C}$,

$W_2=G_2\cdot c_{p2}=\frac{1000}{3600}\cdot 4{,}19\cdot 10^3=1160\,\frac{Вт}{°C}$.

Безразмерные комплексы:

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{190}{1160}=0{,}16\ ,\ \frac{k\cdot F}{W_1}=\frac{35\cdot 8}{190}=1{,}5\ .$$

По этим значениям из графика для прямотока найдем величину вспомогательной функции П = 0,72.

Понижение температуры горячей жидкости:

$$\Delta t_1=t_1'-t_1''=(t_1'-t_2')\cdot \text{П}=(120-10)\cdot 0{,}752=79\ ^\circ\text{C}.$$

Следовательно, ее конечная температура равна

$$t_1''=t_1'-\Delta t_1=120-79=41\ ^\circ\text{C}.$$

Количество передаваемой теплоты:

$$Q_\text{п}=W_1\cdot\Delta t_1=190\cdot 79=15000\ \text{Вт}.$$

Повышение температуры холодной жидкости определим из уравнения $Q=W_2\cdot(t_2''-t_2')$, откуда

$$t_2''-t_2'=\frac{Q}{W_2}=\frac{15000}{160}=13{,}9\ ^\circ\text{C}.$$

Следовательно, конечная температура холодной жидкости $t_2''=10+13{,}9=23{,}9\ ^\circ\text{C}$.

Пример 5.2.5

Для теплообменника, рассмотренного в предыдущем примере, произвести расчеты конечных температур теплоносителей и количество передаваемой теплоты, если он работает по противоточной схеме движения теплоносителей.

Решение:

По значениям безразмерных комплексов $\frac{W_1}{W_2}=0{,}16$ и $\frac{k\cdot F}{W_1}=1{,}5$ из графика для противотока находим величину вспомогательной функции Z = 0,75.

Изменение температуры горячей жидкости:

$$\Delta t_1=(t_1'-t_2')\cdot Z=(120-10)\cdot 0{,}75=82{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

Ее конечная температура:

$$t_1''=120-82{,}5=37{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

Изменение температуры холодной жидкости:

$$\Delta t_1=(t_1'-t_2')\cdot\frac{W_1}{W_2}\cdot Z=110\cdot 0{,}16\cdot 0{,}75=13{,}2\ ^\circ\text{C}.$$

Ее конечная температура:

$t_2'' = 10 + 13{,}2 = 23{,}2$ °C.

Количество переданной теплоты

$Q_Z = W_1 \cdot \Delta t_1 = 190 \cdot 82{,}5 = 15680$ Вт.

Таким образом, в случае противотока в теплообменнике происходит более глубокое охлаждение жидкости.

5.3. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов

Основной задачей гидромеханического расчета теплообменных аппаратов является определение потерь давления теплоносителей при прохождении их через аппарат.

При течении жидкости всегда возникают сопротивления, препятствующие движению. На преодоление этих сопротивлений затрачивается механическая энергия, пропорциональная перепаду давления Δp.

Сопротивления в зависимости от природы возникновения разделяются на сопротивления трения и местные сопротивления.

Полное гидравлическое сопротивление теплообменника:

$$\Delta p = \sum \Delta p_{\text{тр.}} + \sum \Delta p_{\text{м.с.}} + \sum \Delta p_{\text{уск}} . \qquad (5.42)$$

Гидродинамика стационарного течения в канале теплообменника:

$$\rho g l_{i-1} + P_{i-1} + \frac{\rho \omega_{i-1}^2}{2} = \rho g l_i + P_i + \frac{\rho \omega_i^2}{2} + \Delta p_{0-i}$$

Давление в конце *i*-го участка:

$$P_i = \rho g \left(l_{i-1} - l_i \right) + P_{i-1} + \frac{\rho}{2} \left(\omega_{i-1}^2 - \omega_i^2 \right) - \Delta p_{0-i} , \qquad (5.43)$$

где $\Delta p_{0-i} = \sum_0^i \left(\left\{ \xi_{\text{тр.}i} + \sum_{j=1}^{m} \xi_{\text{м.с.}j} \right\} \frac{\rho \omega_i^2}{2} + \rho \left(\omega_i^2 - \omega_0^2 \right) \right)$ – гидравлическое сопротивление тракта в конце *i*-го участка.

Потери давления на преодоление сил трения при течении несжимаемой жидкости в каналах на участке безотрывного движения в общем случае рассчитываются по формуле

$$\Delta p_{\text{тр.}} = \left(\xi_{\text{тр.}} \frac{l}{d} + \xi_0 \right) \frac{\rho \omega^2}{2} = \text{Eu} \cdot \rho \omega^2 , \qquad (5.44)$$

где l – полная длина канала;

d – гидравлический диаметр, $d = 4f/U$ (f – поперечное сечение канала;

U – периметр поперечного сечения);

$\xi_{тр.}$ – коэффициент сопротивления трения, безразмерная величина, характеризующая соотношение сил трения и инерционных сил потока;

ξ_0 – поправка на гидродинамический начальный участок;

ρ и ω – средняя плотность и средняя скорость жидкости или газа в канале.

Поскольку $\mathrm{Re} = \dfrac{\omega \cdot d}{\nu} = \dfrac{\omega \cdot d \cdot \rho}{\mu}$, то $\omega = \dfrac{\mu \cdot \mathrm{Re}}{\rho \cdot d}$.

В практических расчетах поправка ξ_0 обычно несущественна и сопротивление трения в трубах и в каналах определяется по формуле

$$\Delta p_{тр.} = \xi_{тр.} \frac{l}{d} \frac{\rho \omega^2}{2} = \xi_{тр.} \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \frac{\mu^2 \mathrm{Re}^2}{\rho^2 d^2} = \xi_{тр.} \frac{l}{2d^3} \frac{\mu^2 \mathrm{Re}^2}{\rho}. \qquad (5.45)$$

Местные сопротивления обусловливаются вихреобразованием в местах изменения сечения канала и преодоления отдельных препятствий, например, при входе, выходе, сужении, расширении, повороте и т.д.

$$\Delta p_{м.с.} = \sum_j \xi_{м.с.} \frac{\rho \omega^2}{2}, \qquad (5.46)$$

где $\xi_{м.с.}$ – коэффициент местного сопротивления.

При неизотермическом движении газов движение становится неравномерным вследствие изменения их плотности, а вместе с тем и скорости. Это вызывает дополнительные потери давления на ускорение газа, которые при движении в канале постоянного сечения равны:

$$\Delta p_{0-i} = 2(\rho_i \omega_i^2 / 2 - \rho_0 \omega_0^2 / 2) = \rho_i \omega_i^2 - \rho_0 \omega_0^2. \qquad (5.47)$$

Здесь индексом 0 отмечены величины, отнесенные к температуре в начальном сечении, индексом *i* – в заданном.

При определении полного сопротивления какого-либо устройства в технических расчетах принято суммировать отдельные сопротивления. Такой способ расчета основан на допущении, что *полное сопротивление последовательно включенных элементов равно сумме их отдельных сопротивлений*.

В действительности сопротивление каждого элемента зависит от характера движения жидкости в предшествующих участках.

В частности, сопротивление прямого участка за поворотом значительно выше, чем сопротивление такого же прямого участка перед поворотом.

Определив полное гидравлическое сопротивление и зная расход жидкости, легко определить и мощность, необходимую для перемещения рабочей жидкости через аппарат.

Мощность на валу насоса или вентилятора:

$$N = \frac{G\Delta p}{\rho\eta} = \frac{L\Delta p}{\eta} = \frac{\omega f_{ж.с}\Delta p}{\eta} = \left(\xi_{тр.}\frac{l}{d} + \sum_j \xi_{м.с}\right)\frac{\mu^3 \mathrm{Re}^3}{2\rho^2 d^3}\frac{f_{ж.с}}{\eta}, \qquad (5.48)$$

где L – объемный расход жидкости;

G – массовый расход жидкости;

Δp – полное сопротивление;

ρ – плотность жидкости или газа;

η – КПД насоса или вентилятора.

При выборе оптимальных форм и размеров поверхности нагрева теплообменника принимают наивыгоднейшее соотношение между поверхностью теплообмена и расходом энергии на движение теплоносителей. Добиваются, чтобы указанное соотношение было оптимальным, т.е. экономически наиболее выгодным.

Глава 6
ОСНОВЫ МАССООБМЕНА

6.1. Общие положения

Под *массообменом* понимают самопроизвольный необратимый процесс переноса массы определенного компонента в пространстве с неоднородным полем химического потенциала этого компонента. В простейшем случае неоднородным является поле концентрации парциального давления, при этом процесс переноса имеет определенную направленность. Например, в смеси с одинаковой температурой и давлением процесс массопереноса (диффузии) направлен к выравниванию концентраций в системе, при этом происходит перенос вещества из области с большей концентрацией в область с меньшей концентрацией.

Диффузия осуществляется молекулярным или молярным путем. Молекулярная диффузия – это перенос вещества в смеси, обусловленный тепловым движением микрочастиц. Молярный перенос неразрывно связан с макродвижением самой смеси (конвекцией). Массообмен, обусловленный совместным действием молекулярной диффузии и конвективного переноса вещества, называется *конвективным массообменом.*

Количество вещества, проходящего в единицу времени через данную поверхность в направлении нормали к ней, называется *потоком массы.* Он обозначается через *J* и измеряется в кг/с. Плотность потока массы *j* – это поток массы, проходящий через единицу поверхности: $j = dJ / dF$, кг/(м^2·с).

Причиной возникновения потока массы является либо неравномерное распределение концентрации вещества (*концентрационная диффузия*), либо неоднородность температурного поля (*термодиффузия*), либо неоднородность полного давления (*бародиффузия*).

Если в двухкомпонентной смеси отсутствует макродвижение, а температура и давление постоянны по объему системы, то плотность потока массы одного из компонентов, обусловленного молекулярной диффузией, определяется законом Фика

$$j_{\text{м.д.}} = -\text{Д}\left(\partial C_i / \partial n\right), \qquad (6.1)$$

где Д – коэффициент диффузии, м^2/с;

C_i – местная концентрация данного компонента, равная отношению массы компонента к объему смеси, кг/м^3;

$\partial C_i / \partial n$ – градиент концентрации (вектор), кг/м^4.

В этом случае движущей силой является градиент концентрации. Поскольку плотность потока массы направлена в сторону убывания концентрации, а градиент концентрации – в противоположную сторону, то в выражении (6.1) присут-

ствует знак «минус». Закон Фика описывает концентрационную диффузию, в результате которой переносится основная доля вещества.

Если температура по объему смеси неодинакова, то под действием градиента температур также происходит перенос вещества – термическая диффузия. При этом молекулы компонента, масса которых больше, обычно стремятся перейти в область низких температур; если же массы молекул одинаковы, то в холодные области стремятся перейти более крупные молекулы. В результате термодиффузия приводит к образованию градиента концентрации.

Суммарная плотность потока массы *i*-го компонента за счет молекулярного переноса с учетом концентрационной диффузии, термо- и бародиффузии составит

$$j_{\text{м.д.}} = -\rho\left(Д\nabla m_i + \frac{Д_{\text{т}}}{T}\nabla T + \frac{Д_{\text{б}}}{p}\nabla p \right), \qquad (6.2)$$

где ρ – плотность смеси; $m_i = C_i / \rho$ – относительная массовая концентрация *i*-го компонента; $Д_{\text{т}} = K_{\text{т}} Д$ – коэффициент термодиффузии; $Д_{\text{б}} = K_{\text{б}} Д$ коэффициент бародиффузии; *p* – давление смеси; $K_{\text{т}}$, $K_{\text{б}}$ – термодиффузионное и бародиффузионное отношения.

$$\nabla m_i = \frac{\partial m_i}{\partial x} + \frac{\partial m_i}{\partial y} + \frac{\partial m_i}{\partial z}.$$

Доля массы в общем потоке, вызванная термодиффузией, незначительна, и только при больших градиентах температур ощущается ее влияние. Бародиффузия проявляется при значительных перепадах давления. В процессах теплообмена такие случаи встречаются редко.

Таким образом, хотя суммарный поток массы любого компонента смеси и является результатом названных трех видов диффузии, но основную роль играет концентрационная диффузия и ее следует учитывать в первую очередь.

Рассмотренное уравнение переноса справедливо для неподвижной среды, когда масообмен осуществляется только молекулярным путем. Если же среда движется, то наряду с молекулярной диффузией будет происходить перенос вещества конвекцией. Составляющая потока массы, вызванная конвекцией, будет равна $j_{ik} = C_i \omega$, где ω – скорость перемещения какого-либо объема смеси.

Суммарная плотность потока массы, обусловленного молекулярным и конвективным переносами, составит:

$$j_i = j_{\text{м.д.}} + j_{ik}. \qquad (6.3)$$

6.2. Уравнения массообмена

Выведем дифференциальное уравнение, описывающее распределение определенного компонента в движущейся бинарной смеси. При выводе будем предполагать, что жидкость несжимаема и внутри нее отсутствуют источники массы. Пренебрежем также термо- и бародиффузией. Выделим в смеси неподвижный элементарный параллелепипед с ребрами *dx, dy, dz,* напишем для него уравнение баланса массы, считая, что Д и ρ постоянны (рисунок 6.2.1).

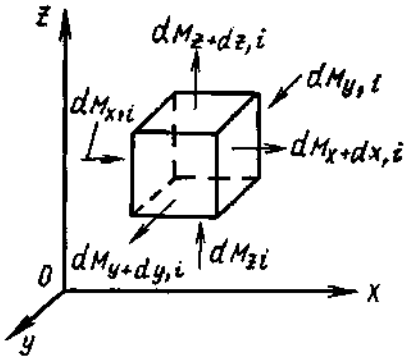


Рисунок 6.2.1. – Элементарный параллелепипед

Вдоль оси *x* в элементарный параллелепипед за время *d*τ вносится масса *i*-го компонента в количестве $dM_{x,i} = j_{x,i} dydzd\tau$ и вытекает $dM_{x+dx,i} = j_{x+dx,i} dydzd\tau$

Разность количества массы *i*-го компонента, поступившей и вытекшей в направлении *Ox,* определяется выражением

$j_{x+dx,i} = j_{x,i} + \frac{\partial j_x}{\partial x} dx + \ldots$ – ряд Тейлора.

$$dM_{x,i} - dM_{x+dx,i} = -\frac{\partial j_{x,i}}{\partial x} dxdydzd\tau = -\frac{\partial j_{x,i}}{\partial x} d\upsilon d\tau .$$

Аналогичные уравнения можно написать для осей *Oy* и *Oz*

$$dM_{y,i} - dM_{y+dy,i} = -\frac{\partial j_{y,i}}{\partial y} d\upsilon d\tau ,$$

$$dM_{z,i} - dM_{z+dz,i} = -\frac{\partial j_{z,i}}{\partial z} d\upsilon d\tau .$$

Просуммировав по трем осям, получим, что изменение массы *i*-го компонента равно

$$dM_i = -\left(\frac{\partial j_{x,i}}{\partial x} + \frac{\partial j_{y,i}}{\partial y} + \frac{\partial j_{z,i}}{\partial z} \right) d\upsilon d\tau .$$

Поскольку

$$dM_i = \frac{\partial\left(m_i / V\right)}{\partial\tau} dxdydzd\tau = \rho\frac{\partial m_i}{\partial\tau} d\upsilon d\tau ,$$

то

$$\rho\frac{\partial m_i}{\partial\tau} = -\left(\frac{\partial j_{x,i}}{\partial x} + \frac{\partial j_{y,i}}{\partial y} + \frac{\partial j_{z,i}}{\partial z}\right) = -\mathrm{div}\vec{j}_i . \qquad (6.4)$$

Полагая, что масса *i*-го компонента переносится только концентрационной диффузией и конвекцией $C_i = \rho m_i$, получаем:

$$j_{x,i} = -\rho Д\frac{\partial m_i}{\partial x} + \rho m_i\omega_x ;\ j_{y,i} = -\rho Д\frac{\partial m_i}{\partial y} + \rho m_i\omega_y ;\ j_{z,i} = -\rho Д\frac{\partial m_i}{\partial z} + \rho m_i\omega_z ;$$

$$\frac{\partial j_{x,i}}{\partial x} = -\rho Д\frac{\partial^2 m_i}{\partial x^2} + \rho\left(m_i\frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \omega_x\frac{\partial m_i}{\partial x}\right);$$

$$\frac{\partial j_{y,i}}{\partial y} = -\rho Д\frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2} + \rho\left(m_i\frac{\partial\omega_y}{\partial y} + \omega_y\frac{\partial m_i}{\partial y}\right);$$

$$\frac{\partial j_{z,i}}{\partial z} = -\rho Д\frac{\partial^2 m_i}{\partial z^2} + \rho\left(m_i\frac{\partial\omega_z}{\partial z} + \omega_z\frac{\partial m_i}{\partial z}\right).$$

Просуммировав эти равенства и подставив их в уравнение (6.4), будем иметь следующее уравнение:

$$\rho\frac{\partial m_i}{\partial\tau} = \rho Д\left(\frac{\partial^2 m_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial z^2}\right) - \rho\left(\omega_x\frac{\partial m_i}{\partial x} + \omega_y\frac{\partial m_i}{\partial y} + \omega_z\frac{\partial m_i}{\partial z}\right) -$$

$$-\rho m_i\left(\frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \frac{\partial\omega_y}{\partial y} + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\right).$$

Для несжимаемой жидкости (ρ = const) последний член правой части равенства равнее нулю, тогда

$$\frac{\partial m_i}{\partial\tau} + \omega_x\frac{\partial m_i}{\partial x} + \omega_y\frac{\partial m_i}{\partial y} + \omega_z\frac{\partial m_i}{\partial z} = Д\left(\frac{\partial^2 m_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial z^2}\right).$$

Последнее уравнение и является искомым дифференциальным уравнением массообмена, описывающим распределение массы *i*-го компонента в движущейся смеси. Это уравнение представляет собой уравнение сохранения массы *i*-го компонента.

Если $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, то уравнение массообмена

$$\frac{\partial m_i}{\partial\tau} = Д\left(\frac{\partial^2 m_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_i}{\partial z^2}\right). \qquad (6.5)$$

Это уравнение аналогично дифференциальному уравнению теплопроводности. Сравнивая, можно видеть, что коэффициент диффузии Д аналогичен коэффициенту температуропроводности *a.*

Уравнение энергии для бинарной массы диффундирующих компонентов имеет следующий вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}+\omega_x\frac{\partial t}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial t}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial t}{\partial z}=a\nabla^2 t+\text{Д}\frac{c_{p1}-c_{p2}}{c_p}\nabla m_i\nabla t\,. \qquad (6.6)$$

Как следует из этого уравнения, если $c_{p1} = c_{p2}$, то результирующий диффузионный перенос теплоты (энтальпии) отсутствует.

Согласно выражению (6.6), температурное поле движущейся смеси зависит от составляющих скорости ω_x,ω_y и ω_z и относительного массосодержания *m.* Поэтому к уравнению энергии необходимо добавить уравнения массообмена, движения и неразрывности (сплошности) для всей смеси в целом, чтобы система уравнений была замкнутой. Для решения этой системы необходимы условия однозначности, которые дают математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого явления.

В случае массообмена задание граничных условий имеет некоторые особенности. Чтобы познакомиться с ними, рассмотрим процессы массоотдачи в двухкомпонентную среду или от нее. Практический интерес представляют процессы массообмена и теплообмена при испарении, конденсации, сорбции и т.п. Например, при испарении жидкости образующийся пар переносится путем диффузии в окружающую парогазовую смесь и одновременно происходит теплоотдача между парогазовой смесью и поверхностью жидкости.

Конвективный массообмен между движущейся средой и твердой или жидкой поверхностью называется *массоотдачей.* Плотность потока массы *j* можно выразить либо через разность концентраций диффундирующего вещества, либо через разность парциальных давлений этого же вещества. В первом случае расчетное уравнение выгдядит как

$$j=\beta\left(C_n-C_o\right), \qquad (6.7)$$

где β – коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности концентраций диффундирующего вещества, м/с;

C_n – концентрация диффундирующего вещества на поверхности раздела фаз (твердой и жидкой), кг/м^3;

C_o – концентрация этого же вещества вдали от поверхности раздела фаз, кг/м^3.

Как видно, это уравнение аналогично уравнению Ньютона–Рихмана, применяемому для расчета конвективного теплообмена.

Из уравнения состояния идеального газа следует, что концентрация компонента равна $C_i = p_i / R_i T$, где p_i – парциальное давление компонента; R_i – газовая постоянная. Подставляя это выражение в формулу (6.7), получим

$$j = \beta_p \left(p_{\text{п}} - p_o \right), \qquad (6.8)$$

где β_p – коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности парциальных давлений;

p_n и p_o – парциальные давления диффундирующего вещества на поверхности раздела фаз и вдали от нее.

Соотношение между коэффициентами массоотдачи устанавливается выражением $\beta / \beta_p = RT$. В уравнении (6.7) потенциалом переноса является разность концентраций, а в уравнении (6.8) – разность парциальных давлений. Приведенные расчетные формулы справедливы для случая чистой молекулярной диффузии без учета взаимного влияния тепло- и массообмена.

Над поверхностью испарения воды всегда образуется диффузионный пограничный слой, состоящий из газа и водяных паров. Парциальное давление водяных паров у поверхности раздела максимально и соответствует насыщенному состоянию при $t_{\text{пов}}$ (рисунок 6.2.2).

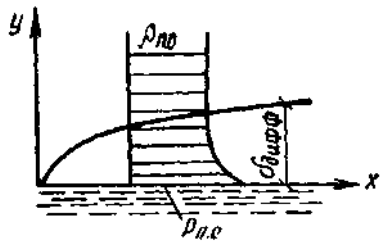


Рисунок 6.2.2. – Диффузионный пограничный слой
над поверхностью воды

По толщине пограничного слоя оно уменьшается до значения p_{n0} – парциального давления вдали от поверхности испарения. Парциальное давление газа, согласно закону Дальтона, можно определить как $p_{\text{г}} = p - p_{\text{п}}$. Если полное давление по всему объему парогазовой смеси одинаково (p=const), то градиенты парциального давления пара и газа равны по абсолютной величине и обратны по направлению: $\partial p_{\text{п}} / \partial y = -\partial p_{\text{г}} / \partial y$. Аналогично для массовых концентраций (т.к. $m_{\text{п}} + m_{\text{г}} = 1$, то $\partial m_{\text{п}} / \partial y = -\partial m_{\text{г}} / \partial y$). Следовательно, в направлении, обратном направлению диффузии пара, т. е. от парогазовой среды к поверхности жидкости, будет диффундировать газ.

Суммарный поток пара:

$$j_{\text{п.с}} = -\rho Д \left(\frac{\partial m_{\text{п}}}{\partial y} \right)_c + \rho m_{\text{п.с}} \omega_{\text{с.п.с}} .$$

Суммарный поток газа у стенки равен нулю:

$$j_{\text{п.г}} = -\rho Д\left(\frac{\partial m_{\text{г}}}{\partial y}\right)_c + \rho m_{\text{г.с}}\omega_{\text{с.п.с}} = 0.$$

Значит,

$$\omega_{\text{с.п.с}} = -\frac{Д}{m_{\text{г.с}}}\left(\frac{\partial m_{\text{п}}}{\partial y}\right)_c,$$

$$j_{\text{п.с}} = -\rho Д\left(\frac{\partial m_{\text{п}}}{\partial y}\right)_c\left(1+\frac{m_{\text{п.с}}}{m_{\text{г.с}}}\right) = -\rho Д\left(\frac{\partial m_{\text{п}}}{\partial y}\right)_c\frac{1}{m_{\text{г.с}}}.$$

Пар может свободно диффундировать в парогазовую среду. Для газа поверхность жидкости является непроницаемой. Поэтому количество газа у поверхности жидкости будет непрерывно возрастать. При стационарном режиме распределение парциальных давлений пара и газа будет постоянно во времени. Поэтому перемещение газа к поверхности испарения будет компенсироваться конвективным потоком парогазовой смеси, направленным от жидкости в парогазовую среду. Этот поток называется *стефановым потоком.*

При неизотермических условиях расчет процесса массопереноса осложняется появлением термодиффузионного потока вещества в пограничном слое. В большинстве случаев в пограничном слое существует температурный градиент и, следовательно, происходит термодиффузия. При адиабатических условиях, когда необходимая для испарения теплота берется из окружающего воздуха, газ с большей молекулярной массой стремится диффундировать по направлению теплового потока, а газ с меньшей молекулярной массой – в противоположную сторону, т. е. в направлении градиента температуры. В этом случае термодиффузия усиливает молекулярную диффузию.

6.3. Аналогия между тепло- и массообменом

Рассмотрим уравнения энергии, движения и диффузии, описывающие поля температуры, скорости и концентраций в раздельно идущих процессах переноса теплоты, количества движения и вещества. Физические параметры жидкости будем считать постоянными.

Уравнение энергии (без учета диффузионной составляющей теплового потока):

$$Dt / d\tau = a\nabla^2 t. \qquad (6.9)$$

Уравнение движения (без учета массовых сил и при безнапорном движении):

$$D\vec{\omega} / d\tau = \nu\nabla^2\vec{\omega}. \qquad (6.10)$$

Уравнение диффузии (без учета термо- и бародиффузии):

$$D\rho_i / d\tau = Д\nabla^2\rho_i . \qquad (6.11)$$

Уравнения (6.9)–(6.11) по записи аналогичны: они содержат коэффициенты *a, v,* Д, каждый из которых характеризует соответственно перенос теплоты, импульса и вещества. Единицы измерения *a, v,* Д одинаковы – м^2/с. При подобных условиях однозначности, при *a = v =* Д расчетные поля температуры, скорости и концентраций будут подобны. В частности, поля температуры и относительных концентраций будут подобны, если *a =* Д.

Аналогия процессов тепло- и массообмена часто используется на практике. Если, например, для теплообмена получено, что Nu = φ(Re, Pr), то, исходя из аналогии процессов тепло- и массообмена, полагают $Nu_Д$ = ψ(Re, $Pr_Д$), при этом функции φ и ψ считают одинаковыми. Здесь $Nu_Д = \beta l / Д$ – диффузионное число Нуссельта; $Pr_Д = \nu / Д$ – диффузионное число Прандтля. Эти числа являются аналогами чисел Nu и Pr.

Как показывает проведенное сравнение раздельно протекающих процессов тепло- и массообмена, характерной особенностью массообменного процесса является наличие поперечного потока массы ($\omega_{y,c} \neq 0$). По-разному могут изменяться физические параметры, существенные для процессов переноса энергии и массы. Различны и граничные условия этих процессов. В результате аналогия между тепло- и массообменом нарушается. Однако в некоторых случаях она может быть использована для приближенных расчетов.

Например, при испарении воды со свободной поверхности получены следующие зависимости:

$$Nu = A Re^n Pr^{0,33} Gu^{0,175} \theta^2 , \qquad (6.12)$$

$$Nu_Д = B Re^m Pr_Д^{0,23} Gu^{0,135} \theta^2 , \qquad (6.13)$$

где $Gu = (T_c - T_м)/T_c$ – число Гухмана (здесь T_c и $T_м$ – температуры среды по сухому и мокрому термометрам, К);

$\theta = T_c / T_п$ – безразмерная температура (здесь $T_п$ – температура поверхности).

Величины *A, B, m* и *n* зависят от числа Re:

– при Re=3,15·10^3÷2,2·10^4

A = 0,51, *n* = 0,61, *B* = 0,49, *m* = 0,61;

– при Re = 2,2·10^4÷3,15·10^5

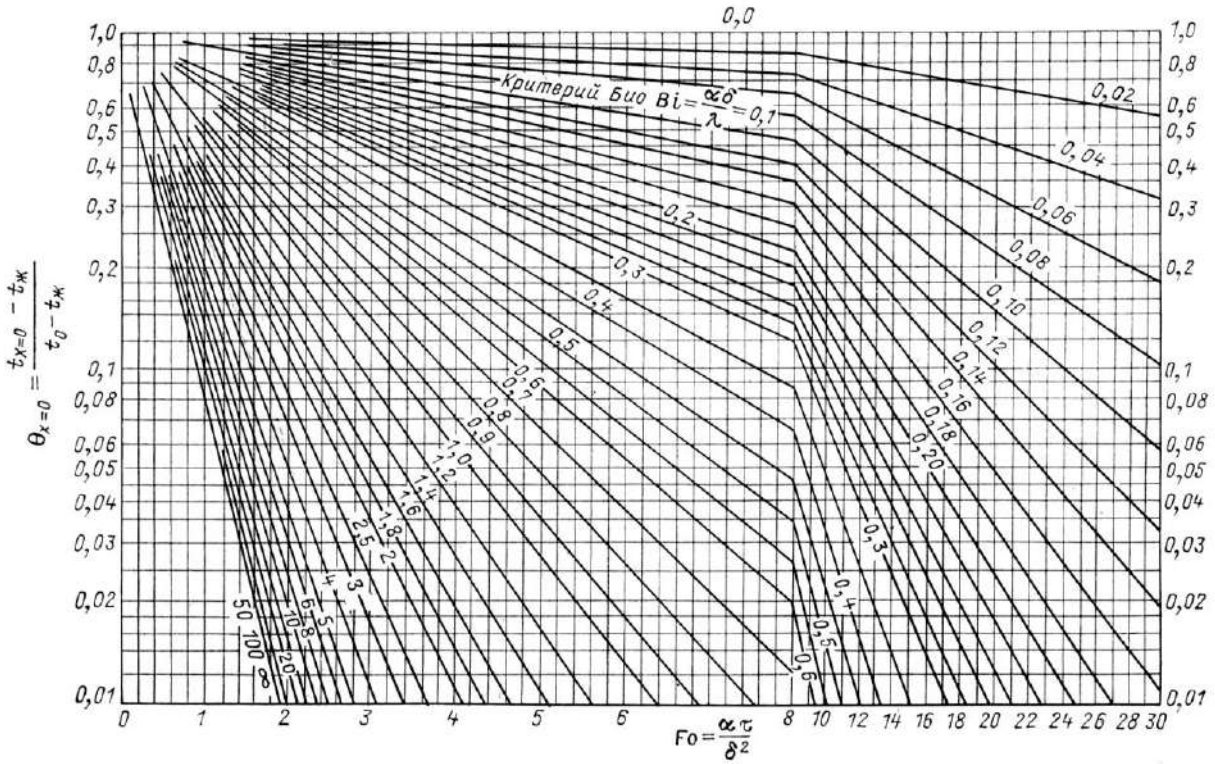
A = 0,027, *n* = 0,9, *B* = 0,0247, *m* = 0,9.

ПРИЛОЖЕНИЯ

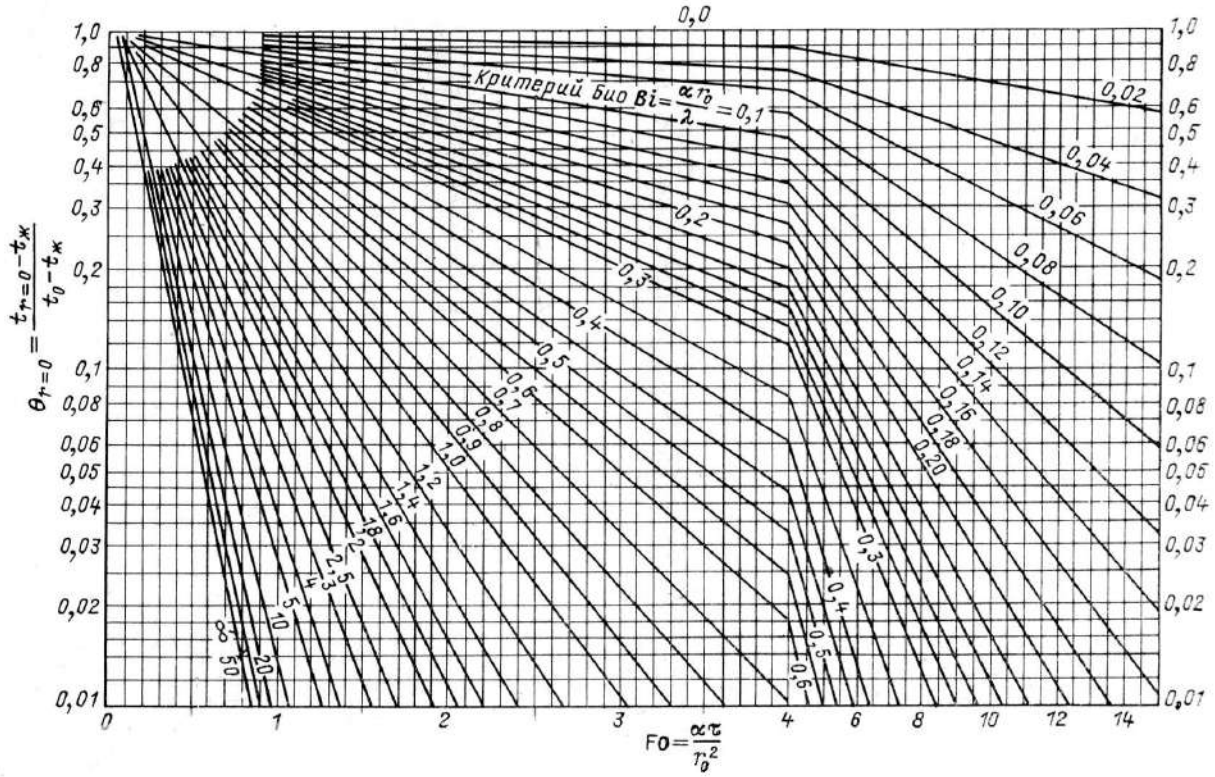
Приложение 1

Коэффициенты теплопроводности (ориентировочно) некоторых материалов

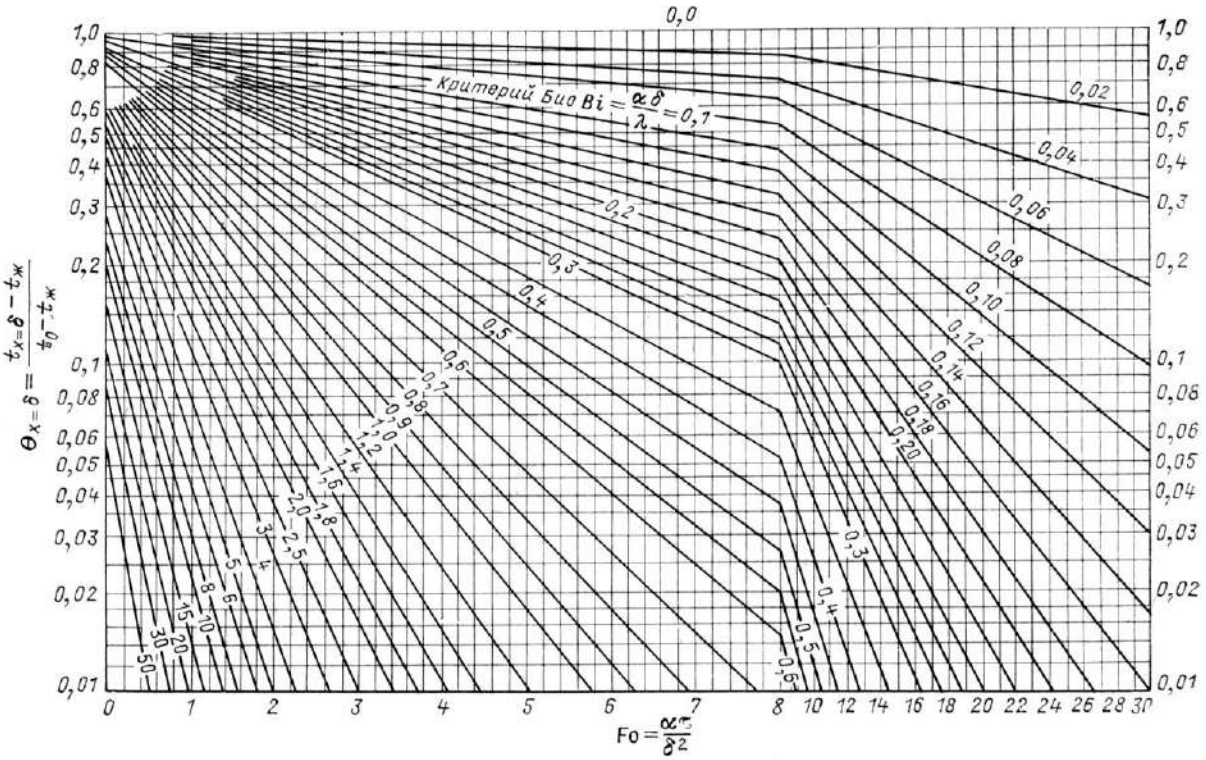
Материал	Теплопроводность λ, Вт/(м·°К)
Алюминий	204
Асбест	0,151
Асбозурит	0,213
Асбослюда	0,208
Бетон	1,28
Бронза	64
Вата минеральная	0,052
Вермикулит	0,328
Вермикулитовые плиты	0 186
Винипласт	0,165
Диатомит молотый	0,314
Кирпич	
диатомовый	0,25
динасовый	0,35
красный	0,76
силикатный	0,82
шамотный	1,14
Латунь	93
Лед	2,22
Масляный слой загрязнения	0,15
Медь	384
Накипь	1,75
Новоасбозурит	0,175
Ньювель	0,11
Пенопласт	0,05
Пеношамот	0,29
Полиэтилен	0,29
Пористые отложения, пропитанные нефтепродуктами	0,1
Пробковые плиты	0,047
Резина	0,16
Ржавчина	1,15
Сажа	0,09
Снег уплотненный	0,46
Совелит	0,09
Сосна поперек волокон	0,151
Сталь углеродистая	45
Сталь нержавеющая	18
Стекловата	0,047
Стекло обыкновенное	0,745
Титан	15
Чугун	90
Шлаковата	0,16
Фарфор	1,04



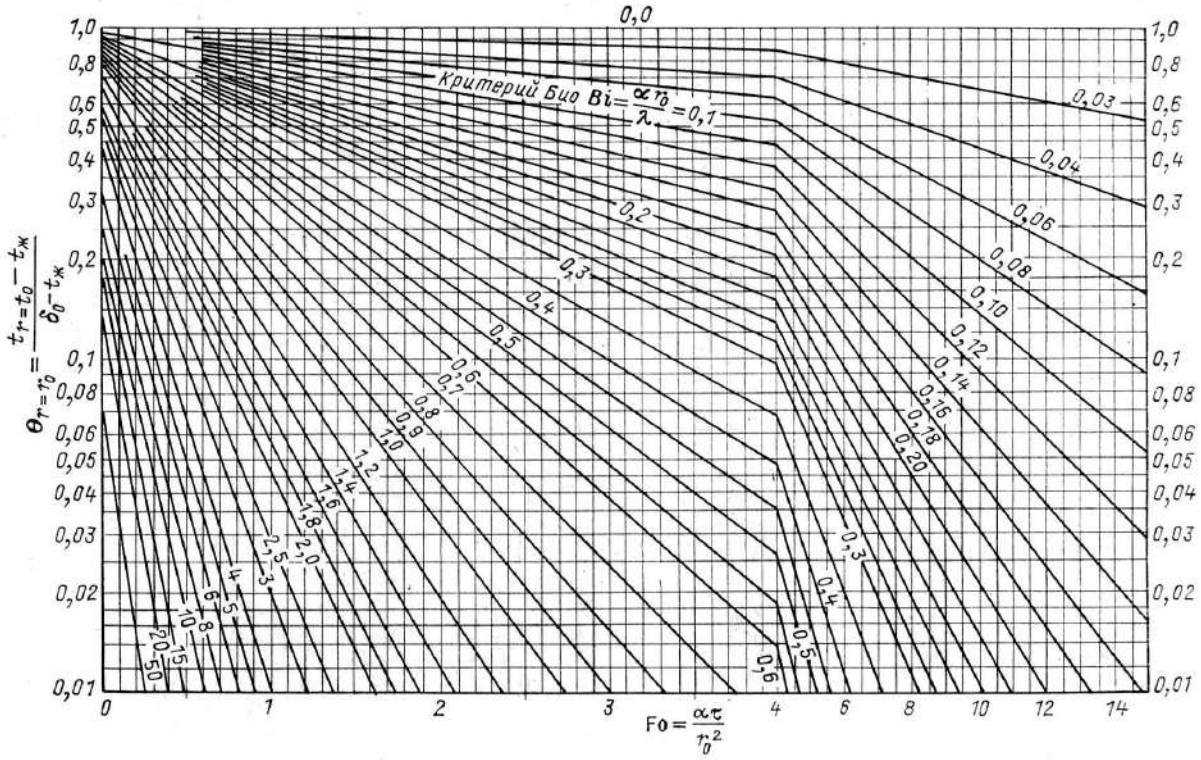
Зависимость $\Theta=f_1(Fo, Bi)$ для середины тонкой пластины



Зависимость $\Theta=f_1(Fo, Bi)$ для оси цилиндра



Зависимость $\Theta=f_2(Fo, Bi)$ для поверхности тонкой пластины



Зависимость $\Theta=f_2(Fo, Bi)$ для поверхности цилиндра

Таблица П3.1. – Корни характеристического уравнения ctg(μ) = μ/Bi

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	12,5665	15,7080
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250	12,5665	15,7081
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252	12,5667	15,7082
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254	12,5668	15,7083
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256	12,5670	15,7085
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258	12,5672	15,7086
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269	12,5680	15,7092
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290	12,5696	15,7105
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311	12,5711	15,7118
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333	12,5727	15,7131
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	12,5743	15,7143
0,2	0.4328	3,2039	6,3148	9,4459	12,5823	15,7207
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565	12,5902	15,7270
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670	12,5981	15,7334
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	12,6060	15,7397
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879	12,6139	15,7460
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983	12,6218	15,7524
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087	12,6296	15,7587
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190	12,6375	15,7650
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,6453	15,7713
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801	12,6841	15,8026
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296	12,7223	15,8336
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240	12,7966	15,8945
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119	12,8678	15,9536
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928	12,9352	16,0107
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667	12,9988	16,0654
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339	13,0584	16,1177
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949	13,1141	16,1675
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502	13,1660	16,2147
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003	13,2142	16,2594
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898	13,4078	16,4474
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117	13,5420	16,5864
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543	13,7085	16,7691
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334	13,8048	16,8794
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832	13,8666	16,9519
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172	13,9094	17,0026
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606	13,9644	17,0686
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871	13,9981	17,1093
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788

Таблица П3.2. – Корни характеристического уравнения $J_0(\mu)/J_1(\mu) = \mu/Bi$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0,0	0,0000	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706
0,01	0,1412	3,8343	7,0170	10,1745	13,3244	16,4712
0,02	0,1995	3,8369	7,0184	10,1754	13,3252	16,4718
0,04	0,2814	3,8421	7,0213	10,1774	13,3267	16,4731
0,06	0,3438	3,8473	7,0241	10,1794	13,3282	16,4743
0,08	0,3960	3,8525	7,0270	10,1813	13,3297	16,4755
0,10	0,4417	3,8577	7,0298	10,1833	13,3312	16,4767
0,15	0,5376	3,8706	7,0369	10,1882	13,3349	16,4797
0,20	0,6170	3,8835	7,0440	10,1931	13,3387	16,4828
0,30	0,7465	3,9091	7,0582	10,2029	13,3462	16,4888
0,40	0,8516	3,9344	7,0723	10,2127	13,3537	16,4949
0,50	0,9408	3,9594	7,0864	10,2225	13,3611	16,5010
0,60	1,0184	3,9841	7,1004	10,2322	13,3686	16,5070
0,70	1,0873	4,0085	7,1143	10,2419	13,3761	16,5131
0,80	1,1490	4,0325	7,1282	10,2519	13,3835	16,5191
0,90	1,2048	4,0562	7,1421	10,2613	13,3910	16,5251
1,0	1,2558	4,0795	7,1558	10,2710	13,3984	16,5312
1,5	1,4569	4,1902	7,2233	10,3188	13,4353	16,5612
2,0	1,5994	4,2910	7,2884	10,3658	13,4719	16,5910
3,0	1,7887	4,4634	7,4103	10,4566	13,5434	16,6499
4,0	1,9081	4,6018	7,5201	10,5423	13,6125	16,7073
5,0	1,9898	4,7131	7,6177	10,6223	13,6786	16,7630
6,0	2,0490	4,8033	7,7039	10,6964	13,7414	16,8168
7,0	2,0937	4,8772	7,7797	10,7646	13,8008	16,8684
8,0	2,1286	4,9384	7,8464	10,8271	13,8566	16,9179
9,0	2,1566	4,9897	7,9051	10,8842	13,9090	16,9650
10,0	2,1795	5,0332	7,9569	10,9363	13,9580	17,0099
15,0	2,2509	5,1773	8,1422	11,1367	14,1576	17,2008
20,0	2,2880	5,2568	8,2534	11,2677	14,2983	17,3442
30,0	2,3261	5,3410	8,3771	11,4221	14,4748	17,5348
40,0	2,3455	5,3846	8,4432	11,5081	14,5774	17,6508
50,0	2,3572	5,4112	8,4840	11,5621	14,6433	17,7272
60,0	2,3651	5,4291	8,5116	11,5990	14,6889	17,7807
80,0	2,3750	5,4516	8,5466	11,6461	14,7475	17,8502
100,0	2,3809	5,4652	8,5678	11,6747	14,7834	17,8931
∞	2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	18,0711

Таблица П3.3. – Функции Бесселя J_0(x) и J_1(x)

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	2,3	0,0555	0,5399
0,1	0,9975	0,0499	2,4	0,0025	0,5202
0,2	0,9900	0,0995	2,5	-0,0484	0,4971
0,3	0,9776	0,1483	2,6	-0,0968	0,4708
0,4	0,9604	0,1960	2,7	-0,1424	0,4416
0,5	0,9385	0,2423	2,8	-0,1850	0,4097
0,6	0,9120	0,2867	2,9	-0,2243	0,3754
0,7	0,8812	0,3290	3,0	-0,2600	0,3391
0,8	0,8463	0,3688	3,1	-0,2921	0,3009
0,9	0,8075	0,4059	3,2	-0,3202	0,2613
1,0	0,7652	0,4400	3,3	-0,3440	0,2207
1,1	0,7196	0,4709	3,4	-0,3643	0,1792
1,2	0,6711	0,4983	3,5	-0,3801	0,1374
1,3	0,6201	0,5220	3,6	-0,3918	0,0955
1,4	0,5669	0,5419	3,7	-0,3992	0,0538
1,5	0,5118	0,5579	3,8	-0,4026	0,0128
1,6	0,4554	0,5699	3,9	-0,4018	-0,0272
1,7	0,3980	0,5778	4,0	-0,3971	-0,0660
1,8	0,3400	0,5815	4,1	-0,3887	-0,1033
1,9	0,2818	0,5812	4,2	-0,3766	-0,1386
2,0	0,2239	0,5767	4,3	-0,3610	-0,1719
2,1	0,1666	0,5683	4,4	-0,3423	-0,2028
2,2	0,1104	0,5560	4,5	-0,3205	-0,2311

Таблица П3.4. – Корни характеристического уравнения $\mathrm{tg}\,\mu_n = -\mu_n/(\mathrm{Bi}-1)$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0,0	0,0000	4,4934	7,7253	10,9041	14,0662	17,2208
0,005	0,1224	4,4945	7,7259	10,9046	14,0666	17,2210
0,01	0,1730	4,4956	7,7265	10,9050	14,0669	17,2213
0,02	0,2445	4,4979	7,7278	10,9060	14,0676	17,2219
0,03	0,2991	4,5001	7,7291	10,9069	14,0683	17,2225
0,04	0,3450	4,5023	7,7304	10,9078	14,0690	17,2231
0,05	0,3854	4,5045	7,7317	10,9087	14,0697	17,2237
0,06	0,4217	4,5068	7,7330	10,9096	14,0705	17,2242
0,07	0,4551	4,5090	7,7343	10,9105	14,0712	17,2248
0,08	0,4860	4,5112	7,7356	10,9115	14,0719	17,2254
0,09	0,5150	4,5134	7,7369	10,9124	14,0726	17,2260
0,10	0,5423	4,5157	7,7382	10,9133	14,0733	17,2266
0,15	0,6609	4,5268	7,7447	10,9179	14,0769	17,2295
0,20	0,7593	4,5379	7,7511	10,9225	14,0804	17,2324
0,30	0,9208	4,5601	7,7641	10,9316	14,0875	17,2382
0,40	1,0528	4,5822	7,7770	10,9408	14,0946	17,2440
0,50	1,1656	4,6042	7,7899	10,9499	14,1017	17,2498
0,60	1,2644	4,6261	7,8028	10,9591	14,1088	17,2556
0,70	1,3525	4,6479	7,8156	10,9682	14,1159	17,2614
0,80	1,4320	4,6696	7,8284	10,9774	14,1230	17,2672
0,90	1.5044	4,6911	7.8412	10,9865	14,1301	17,2730
1,0	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788
1,1	1,6320	4,7335	7,8667	11,0047	14,1443	17,2845
1,2	1,6887	4,7544	7,8794	11,0137	14,1513	17,2903
1,3	1,7414	4,7751	7,8920	11,0228	14,1584	17,2961
1,4	1.7906	4,7956	7,9046	11,0318	14,1654	17,3019
1,5	1,8366	4,8158	7,9171	11,0409	14,1724	17,3076
1,6	1.8798	4,8358	7,9295	11,0498	14,1795	17,3134
1,7	1,9203	4,8556	7,9419	11,0588	14,1865	17,3192
1,8	1,9586	4,8751	7,9542	11,0677	14.1935	17,3249
1,9	1,9947	4,8943	7,9665	11,0767	14,2005	17,3306
2,0	2,0288	4,9132	7,9787	11,0856	14,2075	17,3364
2,5	2,1746	5,0037	8,0385	11,1296	14,2421	17,3649
3,0	2,2889	5,0870	8,0962	11,1727	14,2764	17,3932
4,0	2,4557	5,2329	8,2045	11,2560	14,3434	17,4490
5,0	2,5704	5,3540	8,3029	11,3349	14,4080	17,5034
6,0	2,6537	5,4544	8,3914	11,4086	14,4699	17,5562
7,0	2,7165	5,5378	8,4703	11,4773	14,5288	17,6072
8,0	2,7654	5,6078	8,5406	11,5408	14,5847	17,6567
9,0	2,8044	5,6669	8,6031	11,5994	14,6374	17,7032
10,0	2,8363	5,7172	8,6587	11,6532	14,6870	17,7481
11,0	2,8628	5,7606	8,7083	11,7027	14,7335	17,7908
16,0	2,9476	5,9080	8,8898	11,8959	14,9251	17,9742

Окончание таблицы П3.4

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
21,0	2,9930	5,9921	9,0019	12,0250	15,0625	18,1136
31,0	3,0406	6,0831	9,1294	12,1807	15,2380	18,3018
41,0	3,0651	6,1311	9,1987	12,2688	15,3417	18,4180
51,0	3,0801	6,1606	9,2420	12,3247	15,4090	18,4953
61,0	3,0901	6,1805	9,2715	12,3632	15,4559	18,5497
81,0	3,1028	6,2058	9,3089	12,4124	15,5164	18,6209
101,0	3,1105	6,2211	9,3317	12,4426	15,5537	18,6650
∞	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080	18,8496

Таблица П3.5. – Значения интеграла вероятности $\frac{\theta}{\theta_0}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta}e^{-\eta^2}d\eta=\mathrm{erf}(\eta)$

η	erf (η)	η	erf (η)	η	erf (η)	η	erf (η)
0	0	0,60	0,603856	1,20	0,910314	1,80	0,989091
0,01	0,011283	0,61	0,611681	1,21	0,912956	1,81	0,989525
0,02	0,022565	0,62	0,619411	1,22	0,915534	1,82	0,989943
0,03	0,033841	0,63	0,627046	1,23	0,91805	1,83	0,990347
0,04	0,045111	0,64	0,634586	1,24	0,920505	1,84	0,990736
0,05	0,056372	0,65	0,642029	1,25	0,9229	1,85	0,991111
0,06	0,067622	0,66	0,649377	1,26	0,925236	1,86	0,991472
0,07	0,078858	0,67	0,656628	1,27	0,927514	1,87	0,991821
0,08	0,090078	0,68	0,663782	1,28	0,929734	1,88	0,992156
0,09	0,101281	0,69	0,67084	1,29	0,931899	1,89	0,992479
0,10	0,112463	0,70	0,677801	1,30	0,934008	1,90	0,99279
0,11	0,123623	0,71	0,684666	1,31	0,936063	1,91	0,99309
0,12	0,134738	0,72	0,691433	1,32	0,938065	1,92	0,993378
0,13	0,145867	0,73	0,698104	1,33	0,940015	1,93	0,993656
0,14	0,156947	0,74	0,704678	1,34	0,941914	1,94	0,993923
0,15	0,167996	0,75	0,711156	1,35	0,943762	1,95	0,994179
0,16	0,179012	0,76	0,717537	1,36	0,945561	1,96	0,994426
0,17	0,189992	0,77	0,723822	1,37	0,947312	1,97	0,994664
0,18	0,200936	0,78	0,73001	1,38	0,949016	1,98	0,994892
0,19	0,21184	0,79	0,736103	1,39	0,950673	1,99	0,995111
0,20	0,222703	0,80	0,742101	1,40	0,952285	2,00	0,995322
0,21	0,233522	0,81	0,748003	1,41	0,953852	2,01	0,995525
0,22	0,244296	0,82	0,753811	1,42	0,955376	2,02	0,995719
0,23	0,255023	0,83	0,759524	1,43	0,956857	2,03	0,995906
0,24	0,2657	0,84	0,765143	1,44	0,958297	2,04	0,996086
0,25	0,276326	0,85	0,770668	1,45	0,959695	2,05	0,996258
0,26	0,2569	0,86	0,7761	1,46	0,961054	2,06	0,996423
0,27	0,297418	0,87	0,78144	1,47	0,962373	2,07	0,996582
0,28	0,30788	0,88	0,786687	1,48	0,963654	2,08	0,996734
0,29	0,318283	0,89	0,791843	1,49	0,961898	2,09	0,99688
0,30	0,328627	0,90	0,796908	1,50	0,966105	2,10	0,997021
0,31	0,338908	0,91	0,801883	1,51	0,967277	2,11	0,997155
0,32	0,349126	0,92	0,806768	1,52	0,968413	2,12	0,997284
0,33	0,359279	0,93	0,811564	1,53	0,969516	2,13	0,997407
0,34	0,369365	0,94	0,816271	1,54	0,970586	2,14	0,997525
0,35	0,379382	0,95	0,820891	1,55	0,971623	2,15	0,997639
0,36	0,38933	0,96	0,825424	1,56	0,972628	2,16	0,997747
0,37	0,399206	0,97	0,82987	1,57	0,973603	2,17	0,997851
0,38	0,409009	0,98	0,834232	1,58	0,974547	2,18	0,997951
0,39	0,418739	0,99	0,838508	1,59	0,975462	2,19	0,998046
0,40	0,428392	1,00	0,842701	1,60	0,976348	2,20	0,998137
0,41	0,437969	1,01	0,84681	1,61	0,977207	2,21	0,998224
0,42	0,447468	1,02	0,850838	1,62	0,978038	2,22	0,998308

Окончание таблицы П3.5

η	erf (η)	η	erf (η)	η	erf (η)	η	erf (η)
0,43	0,456887	1,03	0,854784	1,63	0,978843	2,23	0,998388
0,44	0,466225	1,04	0,85865	1,64	0,979622	2,24	0,998464
0,45	0,475482	1,05	0,862436	1,65	0,980376	2,25	0,998537
0,46	0,484655	1,06	0,866144	1,66	0,981105	2,26	0,998607
0,47	0,493745	1,07	0,869773	1,67	0,98181	2,27	0,998674
0,48	0,50275	1,08	0,873326	1,68	0,982493	2,28	0,998738
0,49	0,511668	1,09	0,876803	1,69	0,983153	2,29	0,998799
0,50	0,5205	1,10	0,880205	1,70	0,98379	2,30	0,998857
0,51	0,529244	1,11	0,883533	1,71	0,984407	2,31	0,998912
0,52	0,537899	1,12	0,886788	1,72	0,985003	2,32	0,998966
0,53	0,546464	1,13	0,889971	1,73	0,985578	2,33	0,999016
0,54	0,554939	1,14	0,893082,	1,74	0,986135	2,34	0,999065
0,55	0,563323	1,15	0,896124	1,75	0,986672	2,35	0,999111
0,56	0,571616	1,16	0,899096	1,76	0,98719	2,36	0,999155
0,57	0,579816	1,17	0,902	1,77	0,987691	2,37	0,999197
0,58	0,587923	1,18	0,904837	1,78	0,988174	2,38	0,999237
0,59	0,595936	1,19	0,907608	1,79	0,988641	2,39	0,999275

Приложение 4

Таблица П4.1. – Физические свойства сухого воздуха
($P_в$ = 760 мм рт. ст. ≈ 1,013·10^5 Па)

t, °С	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/(кг·°С)	λ·10^2, Вт/(м·°С)	a·10^6, м^2/с	μ·10^6, Па·с	ν·10^6, м^2/с	Pr
–50	1,584	1,013	2,04	12,7	14,6	9,23	0,728
–40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,2	10,04	0,728
–30	1,453	1,013	2,20	14,9	15,7	10,80	0,723
–20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,2	11,61	0,716
–10	1,342	1,009	2,36	17,4	16,7	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16	0,705
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06	0,703
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,00	0,701
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96	0,699
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95	0,698
60	1,060	1,005	2,90	27,2	20,1	18,97	0,696
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02	0,694
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09	0,692
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10	0,690
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80	0,684
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85	0,680
250	0,674	1,038	4,27	61,0	27,4	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,91	81,9	31,4	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,21	93,1	33,0	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,74	115,3	36,2	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,22	138,3	39,1	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,71	163,4	41,8	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,18	188,8	44,3	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,63	216,2	46,7	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,07	245,9	49,0	177,1	0,719
1100	0,257	1,197	8,50	276,2	51,2	199,3	0,722
1200	0,239	1,210	9,15	316,5	53,5	233,7	0,724

Таблица П4.2. – Физические свойства воды на линии насыщения

t, °С	$p \cdot 10^{-5}$, Па	ρ, кг/м^3	i, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·°С)	λ, Вт/(м·°С)	$a \cdot 10^6$, м^2/с	μ·10^6, Па·с	ν·10^6, м^2/с	β·10^4, 1/°К	σ·10^4, Н/м	Pr
0	1,013	999,9	0	4,212	0,560	13,2	1788	1,789	–0,63	756,4	13,5
10	1,013	999,7	42,04	4,191	0,580	13,8	1306	1,306	0,70	741,6	9,45
20	1,013	998,2	83,91	4,183	0,597	14,3	1004	1,006	1,82	726,9	7,03
30	1,013	995,7	125,7	4,174	0,612	14,7	801,5	0,805	3,21	712,2	5,45
40	1,013	992,2	167,5	4,174	0,627	15,1	653,3	0,659	3,87	696,5	4,36
50	1,013	988,1	209,3	4,174	0,640	15,5	549,4	0,556	4,49	676,9	3,59
60	1,013	983,1	251,1	4,179	0,650	15,8	469,9	0,478	5,11	662,2	3,03
70	1,013	977,8	293,0	4,187	0,662	16,1	406,1	0,415	5,70	643,5	2,58
80	1,013	971,8	335,0	4,195	0,669	16,3	355,1	0,365	6,32	625,9	2,23
90	1,013	965,3	377,0	4,208	0,676	16,5	314,9	0,326	6,95	607,2	1,97
100	1,013	958,4	419,1	4,220	0,684	16,8	282,5	0,295	7,52	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	0,685	17,0	259,0	0,272	8,08	569,0	1,60
120	1,98	943,1	503,7	4,250	0,686	17,1	237,4	0,252	8,64	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,266	0,686	17,2	217,8	0,233	9,19	528,8	1,35
140	3,61	926,1	589,1	4,287	0,685	17,2	201,1	0,217	9,72	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	0,684	17,3	186,4	0,203	10,3	486,6	1,17
160	6,18	907,4	675,4	4,346	0,681	17,3	173,6	0,191	10,7	466,0	1,10
170	7,92	897,3	719,3	4,380	0,676	17,2	162,8	0,181	11,3	443,4	1,05
180	10,03	886,9	763,3	4,417	0,672	17,2	153,0	0,173	11,9	422,8	1,03
190	12,55	876,0	807,8	4,459	0,664	17,2	144,2	0,165	12,6	400,2	0,965

Таблица П4.3. – Физические свойства трансформаторного масла

t, °С	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/(кг·°С)	λ, Вт/(м·°С)	μ·10^6, Па·с	ν·10^6, м^2/с	$a \cdot 10^6$, м^2/с	β·10^4, 1/°К	Pr
0,0	892,5	1,549	0,1123	629,8	70,5	8,14	6,80	866
10	886,4	1,620	0,1115	335,5	37,9	7,83	6,85	484
20	880,3	1,666	0,1106	198,2	22,5	7,56	6,90	298
30	874,2	1,729	0,1098	128,5	14,7	7,28	6,95	202
40	868,2	1,788	0,1090	89,4	10,3	7,03	7,00	145
50	862,1	1,846	0,1082	65,3	7,58	6,80	7,05	111
60	856,0	1,905	0,1072	49,5	5,78	6,58	7,10	87,8
70	850,0	1,964	0,1064	38,6	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	30,8	3,66	6,17	7,20	59,3
90	837,8	2,085	0,1047	25,4	3,03	6,00	7,25	50,5
100	831,8	2,144	0,1038	21,3	2,56	5,83	7,30	43,9

Таблица П.4.4. – Физические свойства водяного пара в состоянии насыщения

t, °С	$P \cdot 10^{-5}$, Па	ρ, кг/м^3	r, кДж/кг	c_p, кДж/(кг ·^{o}К)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
0,01	0,0061	0,00485	2500	1,861	1,697	1888	1,00
10	0,0123	0,00939	2477	1,869	1,770	1011	1,00
20	0,0234	0,01729	2453	1,877	1,824	563,7	1,00
30	0,0424	0,03037	2430	1,885	1,883	328,9	1,00
40	0,0738	0,05117	2406	1,895	1,953	200,7	1,00
50	0,1233	0,08303	2382	1,907	2,034	127,5	0,99
60	0,1992	0,1302	2358	1,923	2,122	83,88	0,99
70	0,3116	0,1981	2333	1,942	2,214	56,90	0,99
80	0,4736	0,2932	2309	1,967	2,309	39,63	0,99
90	0,7011	0,4232	2283	1,997	2,407	28,26	0,99
100	1,013	0,598	2256,8	2,135	2,372	20,02	1,08
110	1,43	0,826	2230,0	2,177	2,489	15,07	1,09
120	1,98	1,121	2202,8	2,206	2,593	11,46	1,09
130	2,70	1,496	2174,3	2,257	2,686	8,85	1,11
140	3,61	1,966	2145,0	2,315	2,791	6,89	1,12
150	4,76	2,547	2114,3	2,395	2,884	5,47	1,16
160	6,18	3,258	2092,6	2,479	3,012	4,39	1,18
170	7,92	4,122	2049,5	2,583	3,128	3,57	1,21
180	10,03	5,157	2015,2	2,709	3,268	2,93	1,25
190	12,55	6,397	1978,8	2,856	3,419	2,44	1,30
200	15,55	7,862	1940,7	3,023	3,547	2,03	1,36
210	19,08	9,588	1900,5	3,199	3,722	1,71	1,41
220	23,20	11,62	1857,8	3,408	3,896	1,45	1,47
230	27,98	13,99	1813,0	3,634	4,094	1,24	1,54
240	33,48	16,76	1765,6	3,881	4,291	1,06	1,61
250	39,78	19,98	1715,8	4,158	4,512	0,913	1,68
260	46,94	23,72	1661,4	4,468	4,803	0,794	1,75
270	55,05	28,09	1604,4	4,815	5,106	0,688	1,82
280	64,19	33,19	1542,9	5,234	5,489	0,600	1,90
290	74,45	39,15	1476,3	5,694	5,827	0,526	2,01
300	85,92	46,21	1404,3	6,280	6.268	0,461	2,13
310	98,70	54,58	1325,2	7,118	6,838	0,403	2,29
320	112,90	64,72	1238,1	8,206	7,513	0,353	2,50
330	128,65	77,10	1139,7	9,881	8,257	0,310	2,86
340	146,08	92,76	1027,1	12,35	9,304	0,272	3,35
350	165,37	113,6	893,1	16,24	10,70	0,234	4,03
360	186,74	144,0	719,7	23,03	12,79	0,202	5,23
370	210,53	203,0	438,4	56,52	17,10	0,166	11,10

Таблица П.4.5. – Физические свойства дымовых газов
(p = 0,101 МПа; r_{CO2} = 0,13; r_{H2O}= 0,11; r_{N2} = 0,76)

t, °С	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/(кг·°К)	λ·10^2, Вт/(м·°К)	ν·10^6, м^2/с	Pr
0	1,295	1,042	2,28	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	131,8	0,60
900	0,301	1,290	10,0	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	221,0	0,56

Приложение 5

Степень черноты материалов

Наименование материала	*t*, °C	ε
Алюминий:		
полированный	225 – 574	0,039 – 0,057
шероховатый	26	0,055
окисленный при 600°C	200 – 600	0,11 – 0,19
Железо:		
полированное	425 – 1020	0,144 – 0,377
свежеобработанное наждаком	20	0,242
окисленное	100	0,736
окисленное гладкое	125 – 525	0,78 – 0,82
литое необработанное	925 – 1115	0,87 – 0,95
Стальное литье полированное	770 – 1040	0,52 – 0,56
Сталь:		
листовая шлифованная	940 – 1100	0,55 – 0,6
окисленная при 600°C	200 – 600	0,80
листовая с плотным блестящим слоем окиси	25	0,82
Чугун:		
обточенный	830 – 990	0,60 – 0,70
окисленный при 600°C	200 – 600	0,64 – 0,78
Окись железа	500 – 1200	0,85 – 0,95
Золото тщательно полированное	225 – 635	0,018 – 0,035
Латунная пластина:		
прокатанная, с естественной поверхностью	22	0,06
обработанная грубым наждаком	22	0,20
тусклая	50 – 350	0,22
Латунь, окисленная при 600°C	200 – 600	0,61 – 0,59
Медь:		
тщательно полированная, электролитная	80 – 115	0,018 – 0,023
торговая, шабренная до блеска, но не зеркальная	22	0,072
окисленная при 600°C	200 – 600	0,57 – 0 87
Окись меди	800 – 1100	0,66 – 0,54
Расплавленная медь	1075 – 1275	0,16 – 0,13
Молибденовая нить	725 – 2600	0,096 – 0,292
Никель технически чистый, полированный	225 – 375	0,07 – 0,087
Никелированное травленое железо, неполированное	20	0,11
Никелевая проволока	185 – 1000	0,096 – 0,186
Никель, окисленный при 600°C	200 – 600	0,37 – 0,48
Окись никеля	650 – 1255	0,59 – 0,86
Хромоникель	125 – 1034	0,64 – 0,76
Олово блестящее луженое	25	0,043 – 0,064
Платина чистая полированная	225 – 625	0,054 – 0,104
Платиновая лента	925 – 1115	0,12 – 0,17
Платиновая нить	25 – 1375	0,036 – 0,192

Наименование материала	*t*, °C	ε
Платиновая проволока	225 – 1375	0,073 – 0,182
Ртуть очень чистая	0 – 100	0,09 – 0,12
Свинец:		
серый окисленный	25	0,281
окисленный при 200°C	200	0,63
Серебро чистое полированное	225 – 625	0,0198 – 0,0324
Хром	100 – 1000	0,08 – 0,26
Цинк: продажный (99,1%) полированный	225 – 325	0,045 – 0,053
окисленный при 400°C	400	0,11
Оцинкованное листовое железо: блестящее	28	0,228
серое окисленное	24	0,276
Асбестовый картон	24	0,96
Асбестовая бумага	40 – 370	0,93 – 0,945
Бумага тонкая, наклеенная на металлическую пластину	19	0,924
Бода	0 – 100	0,95 – 0,963
Гипс	20	0,903
Дуб строганый	20	0,895
Кварц плавленый шероховатый	20	0,932
Кирпич: красный шероховатый, но без больших неровностей	20	0,93
динасовый неглазурованный шероховатый	100	0,80
динасовый глазурованный шероховатый	1100	0,85
шамотный глазурованный	1100	0,75
огнеупорный	–	0,8 – 0,9
Лак: белый эмалевый, нанесенный на железную шероховатую пластину	23	0,906
черный блестящий, нанесенный на железную пластину	26	0,875
черный матовый	40 – 95	0,96 – 0,98
белый	40 – 95	0,80 – 0,95
Шеллак: черный блестящий, нанесенный на луженое железо	21	0,821
черно-матовый	75 – 145	0,91
Масляные краски различных цветов	100	0,92 – 0,96
Алюминиевые краски с переменным содержанием Al	100	0,27 – 0,67
Алюминиевый лак, нанесенный на шероховатую пластину	20	0,39
Алюминиевая краска после нагрева до 325°C	150 – 315	0,35
Мрамор сероватый полированный	22	0,931
Резина: твердая лощеная	23	0,945
мягкая серая шероховатая (рафинированная)	24	0,859
Стекло гладкое	22	0,937
Сажа: свечная копоть	95 – 270	0,952
с жидким стеклом	100 – 185	0,959 – 0,947
ламповая 0,075 мм и больше	40 – 370	0,945
Толь	21	0,910

Наименование материала	*t*, °C	ε
Уголь очищенный (0,9% золы)	125 – 625	0,81 – 0,79
Угольная нить	1040 – 1405	0,526
Фарфор глазурованный	22	0,924
Штукатурка шероховатая известковая	10 – 88	0,91
Эмаль белая, приплавленная к железу	19	0,897