3. МАТРИЦА ГЕССЕ ПО СТАРШИМ ПРОИЗВОДНЫМ ЛОКАЛЬНОЙ ЗАПИСИ ГЛАДКОЙ ФУНКЦИИ В РАССЛОЕНИИ СКОРОСТЕЙ - ТЕНЗОР ВТОРОГО РАНГА ТИПА (0,2) Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Карлов М.И. Тенденции развития науки и образования. 2022. № 85-2. С. 28-32.
4. Пастухов Д.Ф., Волосова Н.К., Волосова А.К. Некоторые методы передачи Q-R кода с помощью стеганографии / Д.Ф. Пастухов, Н.К. Волосова, А.К. Волосова // Мир транспорта. 2019. Т. 17. № 3(82). С. 16–39.

УДК [517.51:519.6]+004.94

Точное восстановление данных для обратной функции плотности распределения Шамперноуна с нулевым параметром лямбда

Пастухов Ю. Ф.[1], Пастухов Д. Ф.[1], Чернов С. В.[2], Пастухов А. Ю.[3], *Волосова А. К.*[4], *Волосов К. А.*[4], *Волосова Н. К.*[5]

1 - Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, г. Полоцк, Беларусь
2 - «Конструкторское бюро «Дисплей», г. Витебск, Беларусь
3 - Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, г. Витебск, Беларусь
4 - МИИТ, г. Москва, Россия
5 - МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

Аннотация. Применен метод численного решения нахождения наилучшего приближения для обратной функции плотности распределения Шамперноуна на множестве ступенчатых функций на отрезке.

Abstract. The method of numerical solution of finding the best approximation for the inverse function of the Champernowne distribution density on a set of step functions on a segment is applied.

Ключевые слова: метрические пространства, метрика, автоматизация, кибернетика, численные методы в инженерных расчетах, интегральные уравнения, алгоритм решения системы уравнений ,дифференциально-разностные уравнения**,** методы нахождения экстремума, численные методы анализа, экстремум, стационарные точки, наилучшее приближение функции в линейных нормированных пространствах, численное вычисление интегралов с двенадцатым порядком погрешности, цифровая обработка сигналов, численные методы решения уравнений , критические точки, математические методы и модели, краевые задачи и математическое моделирование.

Keywords: metric spaces, metrics, automation, cybernetics, numerical methods in engineering calculations, integral equations, algorithm for solving a system of equations, differential-difference equations, methods for finding the extremum, numerical methods of analysis, extremum, stationary points, the best approximation of a function in linear normalized spaces, numerical calculation of integrals with the twelfth order of error, digital signal processing, numerical methods for solving equations, critical points, mathematical methods and models, boundary value problems and mathematical modeling.

1. Введение

В работе применен алгоритм нахождения наилучшего приближения обратной функции плотности распределения Шамперноуна на множестве кусочно-постоянных(ступенчатых) функций на заданном отрезке.

2. Квантование функции плотности распределения Шамперноуна в метрике квадратичного отклонения

Определение. Пусть $m \in N$. Функция $f_m : [a,b] \to R (a < b)$ называется m-кусочно-постоянной на [a,b] , если $\exists\, x_1 < x_2 < ... < x_{m-1}$ такие что:

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < ... < x_{m-1} < b = x_m ,$$

$$f_m(x) = y_i = const \;\; \forall x \in (x_{i-1}, x_i),\; f_m(x_i) = y_i,\; f_m(x_{i+1}) = y_{i+1}\; y_i \neq y_{i+1},\;\; \forall i = \overline{1, m-1}.$$

Функционал отклонения $G(x_1,\ldots,x_{m-1,}y_{1,}\ldots,y_m) = \sum_{k=1}^{m} \int_{x_{k-1}}^{x_k} (f(x) - y_k)^2 dx$ задается квадратом разности ступенчатой функции $h_m : [a,b] \to R$ от функции плотности $f : [a,b] \to \Re$. Для критических точек $G(x_1,\ldots,x_{m-1,}y_{1,}\ldots,y_m)$ справедлива система уравнений:

$$\frac{\partial G(x_1,\ldots,x_{m-1,}y_1,\ldots,y_m)}{\partial x_i} \equiv G'_{x_i} = 0, i = \overline{1, m-1},\; G'_{y_i} = 0,\; i = \overline{1, m}, \qquad (1)$$

Или:

$$\begin{cases} f(B_i) = \dfrac{1}{2}(C_i + C_{i+1}),\; i = \overline{1, n-1} \\ \int\limits_{B_{j-1}}^{B_j} f(x)dx = C_j(B_j - B_{j-1}),\;\; j = \overline{1, n} \end{cases} \qquad (2)$$

Система (2) имеет 2n-1 уравнений и 2n-1 неизвестных $B_1, B_2, \ldots B_{n-1}, C_1, C_2, \ldots C_n$.

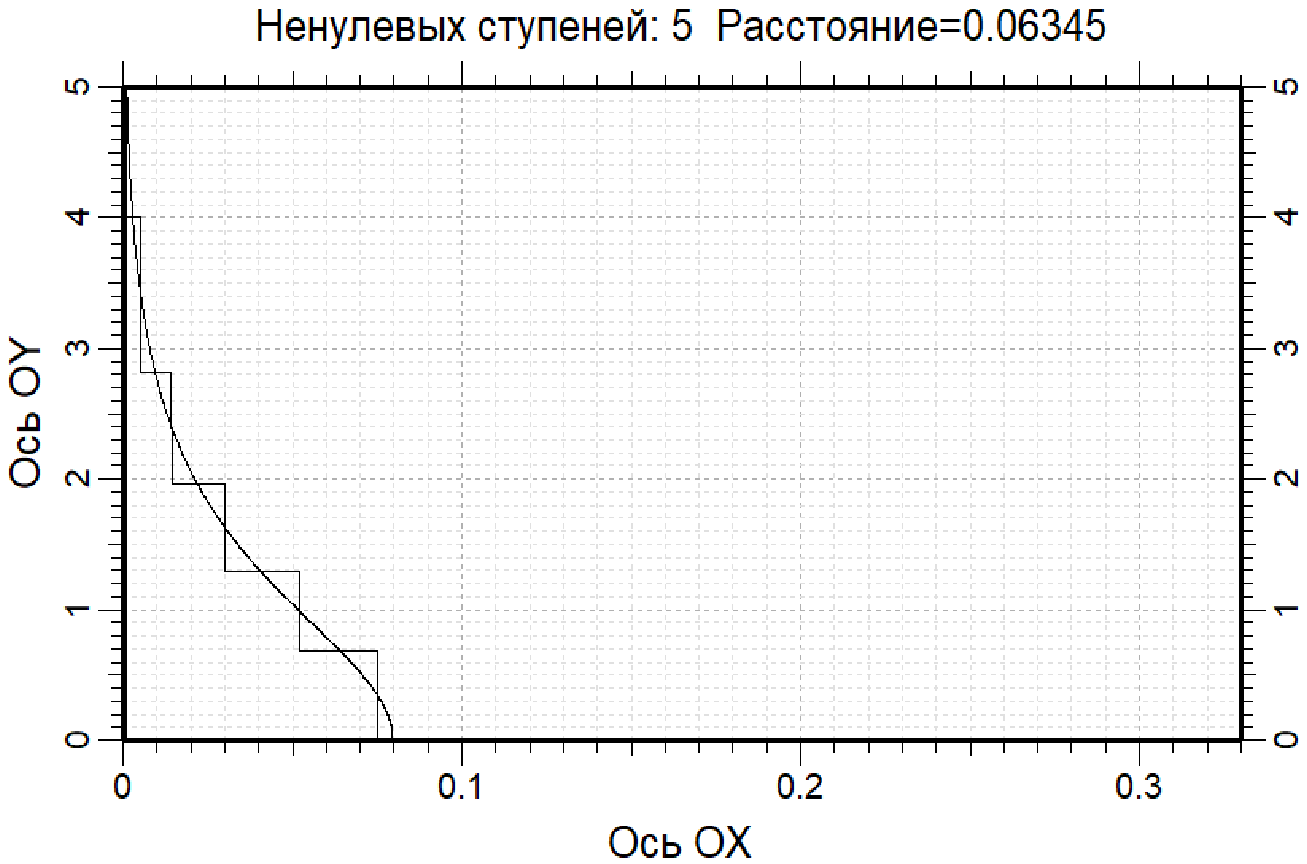
На рисунке 1 представлен пример квантования обратной функции плотности распределения **Шамперноуна :**

$$y = f(x) = \frac{1}{4\pi \cosh(x)} \Rightarrow \cosh(x) = \frac{1}{4\pi y} \Rightarrow x(y) = f^{-1}(y) = \operatorname{arccos}h(\frac{1}{4\pi y}) \qquad (3)$$

$\operatorname{arccos}h(z) = \ln(z + \sqrt{z^2 - 1})\;, z \geq 1$

В результате исследований полученны значения уровней для n=20(m=10 ступеней):

```
Начало работы программы:
Время :   год:2023  мес:2   дней:11  час:22  мин:59  сек:3  .
Прогресс: 100.0000 %  Осталось: сут: 0       час: 0    мин: 0    секунд: 0  .
Время :   год:2023  мес:2   дней:11  час:22  мин:59  сек:27 .
Оценка приближения к решению =   2.912584684019992E-002
Вывод уровней восстановления :
X(           1 )=  0.187034146334986
X(           2 )=  0.403194139510172
X(           3 )=  0.568704974064444
X(           4 )=  0.734215808618716
X(           5 )=  0.893224374714892
X(           6 )=   1.05223294081107
X(           7 )=   1.21612221102618
X(           8 )=   1.38001148124130
X(           9 )=   1.55588952869451
X(          10 )=   1.73176757614771
X(          11 )=   1.92613650558902
X(          12 )=   2.12050543503032
X(          13 )=   2.34095901252491
X(          14 )=   2.56141259001950
X(          15 )=   2.81835433893964
X(          16 )=   3.07529608785978
X(          17 )=   3.38452816196608
X(          18 )=   3.69376023607238
X(          19 )=   4.08314911353007
X(          20 )=   4.47253799098777
Расстояние-корень интеграла квадрата раности f_1(x) и 0-лем =
 0.501880786729966
Ошибка(квадрат расстояния)-интеграл квадрата раности f(x) и ступенчатой функции
 =   1.103233913709765E-003
Расстояние  =   3.321496520711356E-002
```



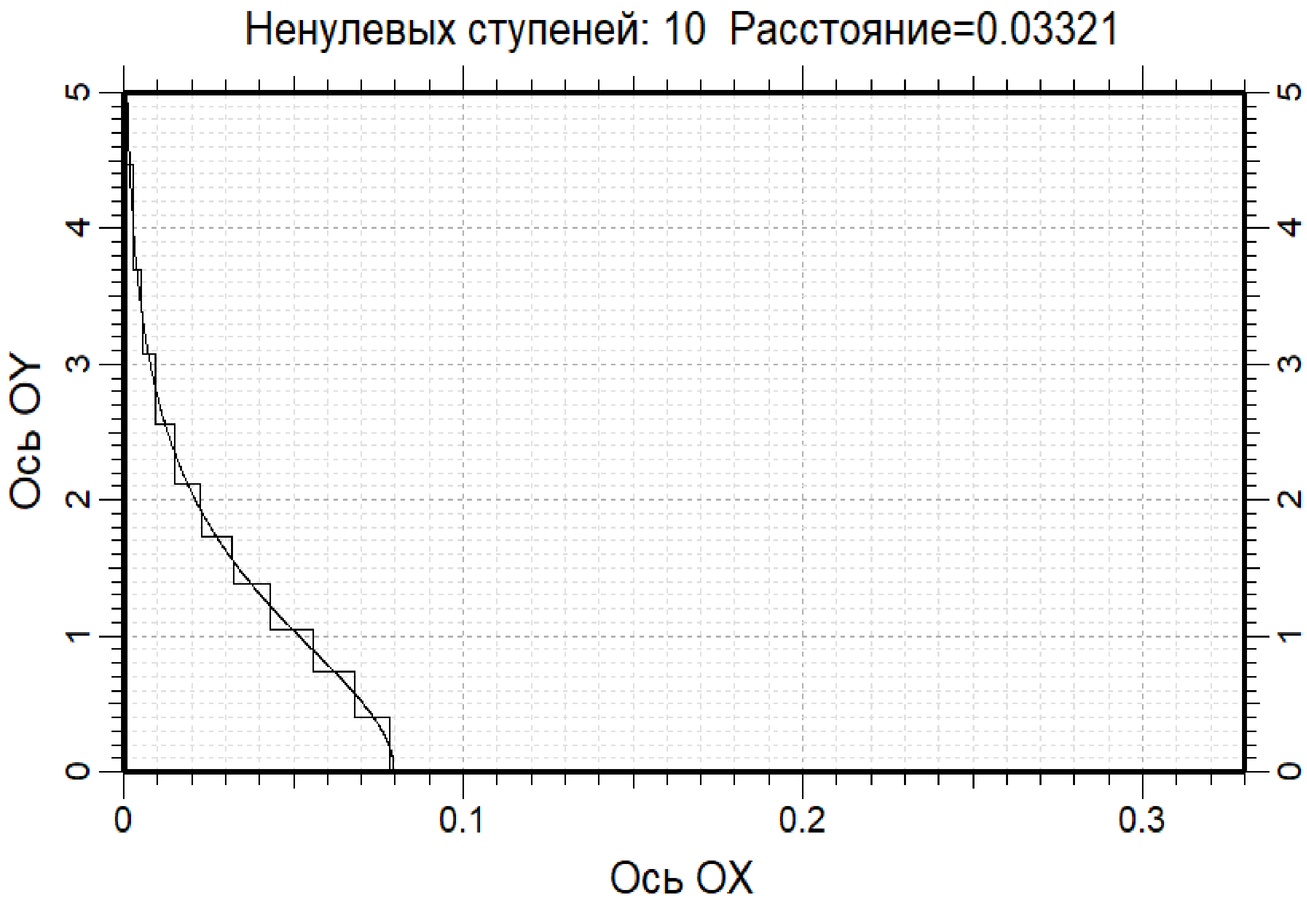


Рисунок 1 - Результат квантования: а) для m=5; б) для m=10

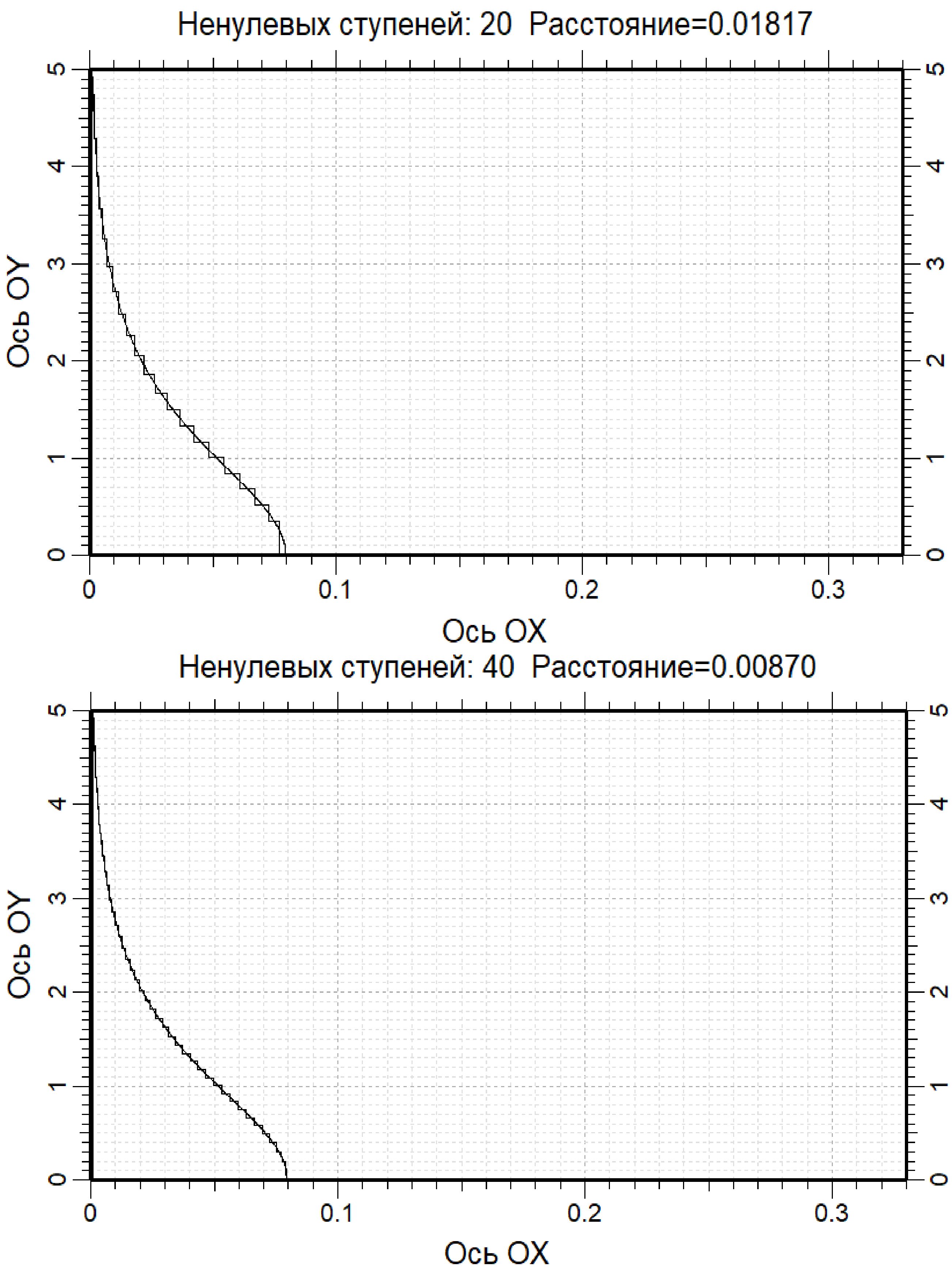


Рисунок 1 - Результат квантования: а) для m=20; б) для m=40

Более подробно о прикладных методах оптимизации можно прочитать в работах [1]-[4]

Библиографический список:
1. Волосова Н.К. ЭТАП КОНСТРУИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНЕВРИЗМЫ. ТЕЧЕНИЯ В КАВЕРНЕ И ПРОТИВОРЕЧИЯ В ЗАДАЧЕ В "ЗАКРЫТОЙ“ КЮВЕТЕ. В сборнике: НЕКОТОРЫЕ АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ. Материалы 74-й научной КОНФЕРЕНЦИИ «ГЕРЦЕНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2021». Российская Академия Образования; Академия информатизации образования; Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Кафедра математического анализа, Кафедра компьютерной инженерии и программотехники. Санкт-Петербург, 2021. С. 208-213.
2. Пастухов Ю.Ф. “Необходимые условия в обратной вариационной задаче”, Фундаментальная и прикладная математика,7:1(2001), 285-288
3. Сборник статей по гидродинамике / Н.К. Волосова, К.А. Волосов, А.К. Волосова [и др.]. – 1-ое изд.. – Москва : Учреждение образования “Полоцкий государственный университет”, 2022. – 219 с. – EDN UAADIO.

УДК 519.677:544.35

Моделирование агрегации наночастиц магнетита на каплях водонефтяной эмульсии

Смирнов Ю. Г., Ивенина И. В.

Ухтинский государственный технический университет, г.Ухта, Россия

В наших предыдущих работах [1-2], была описана методика извлечения эмульгированной нефти в магнитном поле из загрязненной воды после обработки водонефтяной эмульсии наночастицами магнетита. В силу высокой удельной поверхностной энергии, эти частицы агрегируются на границе раздела фаз вода-нефть, то есть на поверхности эмульсионных капель. Направленно двигаясь в неоднородном магнитном поле магнитного сепаратора, частицы магнетита увлекают за собой эмульсионные капли нефти, чем и достигается очистка загрязненной воды. Процесс агрегации магнитных наночастиц на поверхности капель дисперсной фазы эмульсии растянут во времени и зависит от многих факторов, в частности, от температуры, химического состава нефти, размера и концентрации твердых частиц магнетита и микрокапель эмульсии.

В ходе экспериментальной работы [3] были проведены исследования по очистке воды, загрязненной нефтью Ярегского месторождения. Эксперимент показал необходимость обеспечения более длительного контакта магнетита с водонефтяной эмульсией для увеличения эффективности метода. Это обстоятельство может быть объяснено с учетом того, что передвижение наночастиц магнетита обусловлено броуновским движением.

Следовательно, необходимо некоторое время для продвижения частиц магнетита к эмульсионным каплям. Процесс может быть ускорен интенсивным перемешиванием. Кроме того, сам процесс образования связей на поверхности капель нефти за счет когезионных сил требует определенного времени.

Целью настоящей работы является теоретическое рассмотрение и численные оценки необходимого времени отстоя смеси нефтяной эмульсии с магнитными наночастицами перед началом процесса магнитной сепарации.

Аналогично [4] предположим, что в сосуде объемом V находится загрязненная нефтью вода в виде водонефтяной эмульсии с плотностью ρ_l, содержащая эмульсионные капли радиуса R_b, с удельной плотностью ρ_b, и массовой концентрацией ϕ_b. Будем также считать, что там же находятся во взвешенном состоянии наночастицы магнетита радиуса R_a, с удельной плотностью ρ_a, и массовой концентрацией ϕ_a. Их коэффициент диффузии пусть будет D. Размер и масса наночастиц значительно меньше размеров и массы капелек эмульсии. Поэтому можно считать,