Список литературы

1. Современные тенденции физико-математического образования: школа – вуз : матер. Междунар. научно-практ. конф., 17–18 апр. 2015 г. : в 2 ч. / сост. Т. В. Рихтер ; Соликамский гос. пед. ин-т (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». – Соликамск : СГПИ, 2015. – 119 с.
2. Проблемы и перспективы информатизации физико-математического образования : матер. Всерос. научно-практ. конф., г. Елабуга, 14 нояб. 2016 г. / отв. ред. Ф. М. Сабирова. – Елабуга : ЕИ КФУ. 2016. – 351 с. – URL : https://kpfu.ru/portal/docs/F954766333/PROBLEMY.I.PERSPEKTIVY.s.ann1.pdf (дата обращения: 19.02.2024).
3. Создание учебно-методических комплексов по ресурсам ИС «Единое окно доступа к ресурсам образовательных порталов» // Pandia.ru : социальная сеть. – URL : https://pandia.ru/text/78/413/27610.php (дата обращения: 19.02.2024).

УДК 517.51: 004.94: 519. 6

НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ПЛОТНОСТИ БЕТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ A=1 B=3

THE BEST APPROXIMATION FOR THE DENSITY OF THE BETA DISTRIBUTION WITH PARAMETERS A=1 B=3

Ю. Ф. Пастухов[1], Д. Ф. Пастухов[1], С. В. Чернов[2], А. Ю. Пастухов[3], А. К. Волосова[4], К. А. Волосов[4], Н.К. Волосова[4]

Полоцк[1], Беларусь; Витебск[2,3], Беларусь; [4]Москва, Российская Федерация

Yu. F. Pastukhov[1], D. F. Pastukhov[1], S. V. Chernov[2], N. K. Volosova[3], K. A. Volosov[4], A. K. Volosova[4],

Polotsk, Belarus[1]; Vitebsk, Belarus[2,3]; Moscow, the Russian Federation[4]

Аннотация. В работе представлено исследование нахождения наилучшего приближения двухпараметрической вероятностной плотности бета распределения с параметрами b=3 ступенчатыми функциями на фиксированном конечном. Использован алгоритм квантования плотности бета распределения с параметрами b=3 на множестве функций-ступенек на заданном конечном интервале.

Abstract. the paper deals with the study of finding the best approximation of the two-parameter probability density of the beta distribution with parameters b=3 step functions on a fixed finite. An algorithm for quantization of the density of the beta distribution with parameters b=3 on a set of step functions in a given finite interval is used.
Ключевые слова: математическая кибернетика, математическая логика, поток данных, композиция отображений, метрика, метрическое пространство, линейное нормированное пространство, норма линейноого нормированного пространства, сверхточная передача избыточных данных, система уравнений для нахождения экстремума функции, поиск полезных ископаемых, статистические методы анализа данных, методы принятия решений, исследование операций, сейсмология, океанология, вулканология, геофизика, физика жидкости и газа, океанография, космические системы связи, космический интернет, военно-моской флот, воздушно-космические силы.
Keywords: mathematical cybernetics, mathematical logic, data flow, composition of mappings, metric, metric space, linear normalized space, norm of linear normalized space ultra-precise transmission of redundant data, a system of equations for finding the extremum of a function, mineral prospecting, statistical methods of data analysis, decision-making methods, operations research, seismology, oceanology, volcanology, geophysics, liquid and gas physics, oceanography, space communication systems, space Internet.

1. Введение. В работе применён ранее разработанный авторами и уже использованный для других вероятностных распределений метод численного определения приближения ступенчатыми функциями плотности распределения вероятностей на заданном отрезке, использовалась метрика квадратичного отклонения.

2. Квантование функции плотности распределения в метрике квадратичного отклонения

Определение. Пусть $m \in N$. Функция $f_m : [a,b] \to R(a<b)$ называется $m-$ кусочно-постоянной на [a,b], если $\exists\, x_1 < x_2 < ... < x_{m-1}$ такие что:

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < ... < x_{m-1} < b = x_m \ ,$$

$$f_m(x) = y_i = const \ \forall x \in \left(x_{i-1}, x_i\right), f_m(x_i) = y_i, f_m(x_{i+1}) = y_{i+1}\, y_i \neq y_{i+1}, \ \forall i = \overline{1, m-1} \, .$$

Для множества $m-$ ступенчатых функций ($m-$ уровней) $f_m:[a,b]\to R(a<b)$ введем обозначение $S_m[a,b]$.

Пусть $f:[a,b]\to\Re$, $f\in C^2[a,b]$, $f'(x)<0\ \forall x\in[a,b]$, $m\in N$. Для получения минимума ошибки отклонения нужно в пространстве $m-$ ступенчатых функций вычислить наилучшее приближение $h_m:[a,b]\to R$ функции $f:[a,b]\to\Re$ в метрике квадратичного отклонения, такое что $dist=\|f-h_m\|_{C^2_{[a,b]}}=\min_{f_m\in S_m[a,b]}\|f-f_m\|_{C^2_{[a,b]}}$. Тогда, расстояние оценивается как:

$$dist=\|f-h_m\|_{C^2_{[a,b]}}=\sqrt{\int_a^b\left(f(x)-h_m(x)\right)^2dx}=\min_{f_m\in S_m[a,b]}\sqrt{\int_a^b\left(f(x)-f_m(x)\right)^2dx}=\min_{f_m\in S_m[a,b]}\|f-f_m\|_{C^2_{[a,b]}} \quad (1)$$

Пусть ступенчатая функция $h_m(x)=y_k$ равна константе на отрезке $x\in(x_{k-1},x_k)$, $k=\overline{1,m}$, при этом функция ошибки

$$G(x_1,\dots,x_{m-1},y_1,\dots,y_m)=\sum_{k=1}^{m}\int_{x_{k-1}}^{x_k}\left(f(x)-y_k\right)^2dx \quad (2)$$

определяет отклонение в квадрате кусочно-постоянной функции $h_m:[a,b]\to R$ от плотности распределения $f:[a,b]\to\Re$.

Для n+1 кусочно-постоянных функций набор условий для условия экстремума выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} f(B_i)=\dfrac{1}{2}(C_i+C_{i+1}),\ i=\overline{1,n} \\ \int_{B_{j-1}}^{B_j}f(x)dx=C_j(B_j-B_{j-1}),\ j=\overline{1,n+1}\end{cases} \quad (3)$$

То есть (3) содержит 2n+1 уравнений и 2n+1 неизвестных.

На нижеприведенных рисунках примеры квантования функции плотности бета распределения:

$$y=f(x)=\frac{1}{B(a,b)}x^{a-1}(1-x)^{b-1}=при\ a=1,b=3,(B(1,3)=\frac{\Gamma(1)\Gamma(3)}{\Gamma(1+3)}=\frac{1*2}{6}=\frac{1}{3})=3(1-x)^2$$

Ниже на рисунке**1** приведен пример работы программы для определения уровней приближения функции плотности экспоненциального распределения для числа ступеней равного m = 10 (соответственно уровней будет 20).

```
Начало работы программы:
Время :   год:2024   мес:2   дней:7    час:19   мин:26   сек:49 .
Прогресс: 100.0000 %  Осталось: сут: 0        час: 0    мин: 0    секунд: 0   .
Время :   год:2024   мес:2   дней:7    час:19   мин:26   сек:52 .
Оценка приближения к решению =   6.373735605110471E-003
Вывод уровней квантования :
X(           1 )=  5.551115123125783E-017
X(           2 )=  3.000000000000000E-002
X(           3 )=  6.095793491452145E-002
X(           4 )=  9.225999999999797E-002
X(           5 )=  0.124680735274262
X(           6 )=  0.157510000000018
X(           7 )=  0.191671486955994
X(           8 )=  0.226330000000087
X(           9 )=  0.262615735996625
X(          10 )=  0.299510000000160
X(          11 )=  0.338458672946464
X(          12 )=  0.378190000000238
X(          13 )=  0.420639641673981
X(          14 )=  0.464160000000324
X(          15 )=  0.511542646283576
X(          16 )=  0.560520000000085
X(          17 )=  0.615689247613081
X(          18 )=  0.673639999999570
X(          19 )=  0.744408637077929
X(          20 )=  0.822449999998893
Ошибка(квадрат расстояния)-интеграл квадрата раности f(x) и ступенчатой функции
 =   6.373735605110471E-003
Расстояние  =    7.983567877277972E-002
```

Рис. 1.

Ниже на рисунках **2, 3** представлены графические результаты работы программы для количества ступеней равного 5, 10, 20, 40 (использованное расстояние-среднеквадратичная метрика).

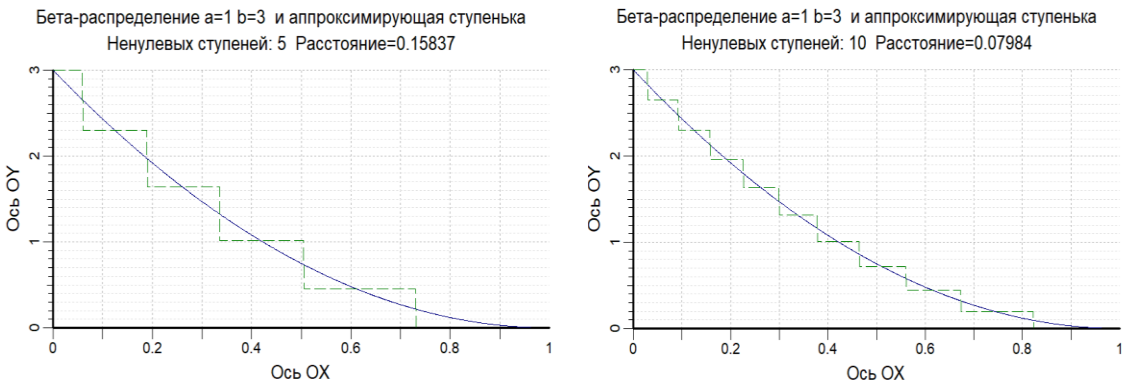

Рис. 2. Результат получения уровней квантования: а) для m=5; б) для m=10

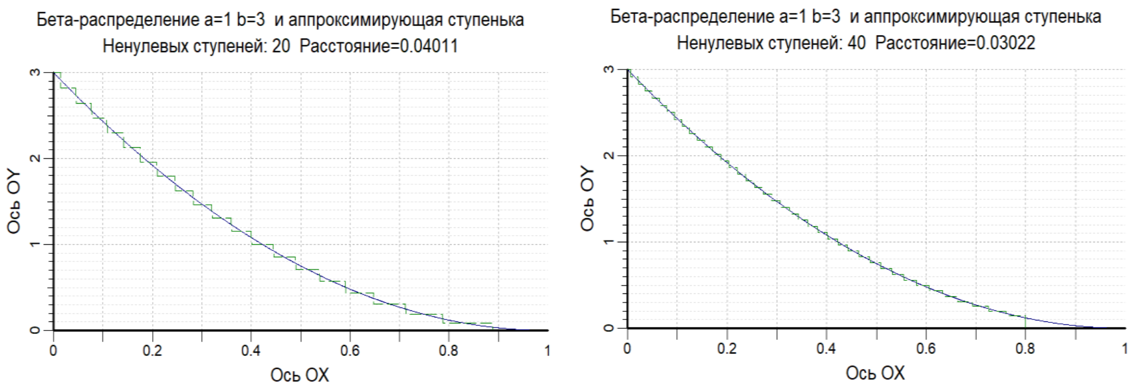

Рис. 3. Результат получения уровней квантования: в) для m = 20; б) для m = 40

Разработанная система численного анализа наилучшего приближения кусочно-постоянными функциями плотности вероятностного распределения (практическая реализация – нахождение уровней квантования и восстановления) возможно для использования в процедурах сжатия и восстановления данных для методов дистанционного зондирования Земли, поиска полезных ископаемых, например, залежей нефти и газа (полезных ископаемых) или драгоценных металлов в трудно доступных районах Сибири или крайнего Севера. И в решении этой крайне важной для народного хозяйства, экономики и государственной безопасности задачи, конечно, не обойтись без авиации и орбитальной космической группировки спутников.

Список литературы

1. N-кратное расщепление явной разностной схемы для уравнения вихря в вязкой несжимаемой жидкости / Н. К. Волосова, К. А. Волосов, А. К. Волосова, М. И. Карлов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2023. – № 4 (63). – С. 12–21.
2. Решение интегральных уравнений Фредгольма методом замены интеграла квадратурой с двенадцатым порядком погрешности в матричном виде / Н. К. Волосова, К. А. Волосов, А. К. Волосова, М. И. Карлов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2022. – № 4 (59). – С. 9–17.
3. Модифицированная формула Ньютона - касательных парабол на числовой оси / Н. К. Волосова, К. А. Волосов, А. К. Волосова, М. И. Карлов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2023. – № 2 (61). – С. 5–15.
4. Обобщение метода Петрова-Галеркина для решения системы интегральных уравнений фредгольма второго рода / Н. К. Волосова, К. А. Волосов, А. К. Волосова, М. И. Карлов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2023. – № 1 (60). – С. 5–14.
5. Применение формул прогонки для шифрования текстовых данных / Н. К. Волосова, К. А. Волосов, А. К. Волосова, М. И. Карлов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2023. – № 3 (62). – С. 5–12.
6. О двух численных алгоритмах для решения конечномерной задачи Лагранжа на экстремум с ограничениями типа равенств : учеб. пособие для практ. занятий по предметам «Методы оптимизации» и «Математическое программирование» / Н. К. Волосова, К. А. Волосов,

А. К. Волосова, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов. – 1-е изд. – Москва : Учреждение образования «Полоцкий государственный университет», 2022. – 33 с.
7. Этап конструирования математической модели аневризмы. Течения в каверне и противоречия в задаче в «закрытой» кювете / Н. К. Волосова, М. А. Басараб, А. К. Волосова, В. Ф. Зайцев, К. А. Волосов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов// Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования : матер. 74-й науч. конф. «Герценовские чтения 2021» / Рос. Акад. Образования ; Акад. информатизации образования ; Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена, каф. матем. анализа, каф. компьютерной инженерии и программотехники. – Санкт-Петербург : Изд-во ВВМ, 2021. - С. 208–213.

УДК 517.51:004.94:519. 6

ВЫЧИСЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ: НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ БЕТА- РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ А=1 В=4

COMPUTING RECONSTRUCTION LEVELS: BEST APPROXIMATION FOR RECONSTRUCTING INVERSE BETA DENSITY FUNCTION DATA WITH PARAMETERS A =1 B =4

Ю. Ф. Пастухов[1], Д. Ф. Пастухов[1], С. В. Чернов[2], С. В. Калинцев[1], А. Ю. Пастухов[3], А. К. Волосова[4], К. А. Волосов[4], Н.К. Волосова[4]
[1]Полоцк, Беларусь, [2-3]Витебск, Беларусь, [4]Москва, Россия
Yu. F. Pastukhov[1], D. F. Pastukhov[1], S. V. Chernov[2], S. V. Kalintsev[1], A. Yu. Pastukhov[3], A. K. Volosova[4], K. A. Volosov[4], N.K. Volosova[4]
[1] Polotsk, Belarus, [2-3] Vitebsk, Belarus, [4] Moscow, the Russian Federation

Аннотация. В приведенной заметке разработан и применен метод численного решения нахождения наилучшего приближения для обратной функции плотности бета распределения с параметрами a=1 b=4 на множестве кусочно-постоянных отображений на заранее предварительно заданном отрезке.
Abstract. In the above note, a numerical solution method has been developed and applied to find the best approximation for the inverse density function of the beta distribution with parameters a=1 b=4 on a set of piecewise constant maps on a predetermined interval.