

А. К. Волосова, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов. – 1-е изд. – Москва : Учреждение образования «Полоцкий государственный университет», 2022. – 33 с.

7. [Этап конструирования математической модели аневризмы. Течения в каверне и противоречия в задаче в «закрытой» кювете](#) / Н. К. Волосова, М. А. Басараб, А. К. Волосова, В. Ф. Зайцев, К. А. Волосов, Д. Ф. Пастухов, Ю. Ф. Пастухов// Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования : матер. 74-й науч. конф. «Герценовские чтения 2021» / Рос. Акад. Образования ; Акад. информатизации образования ; Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена, каф. матем. анализа, каф. компьютерной инженерии и программотехники. – Санкт-Петербург : Изд-во ВВМ, 2021. - С. 208–213.

УДК 517.51:004.94:519. 6

**ВЫЧИСЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ: НАИЛУЧШЕЕ
ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ ОБРАТНОЙ
ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ БЕТА- РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С
ПАРАМЕТРАМИ $A=1$ $B=4$**

COMPUTING RECONSTRUCTION LEVELS: BEST APPROXIMATION
FOR RECONSTRUCTING INVERSE BETA DENSITY FUNCTION
DATA WITH PARAMETERS $A = 1$ $B = 4$

Ю. Ф. Пастухов¹, Д. Ф. Пастухов¹, С. В. Чернов², С. В. Калинин¹,
А. Ю. Пастухов³, А. К. Волосова⁴, К. А. Волосов⁴, Н.К. Волосова⁴

¹Полоцк, Беларусь, ²⁻³Витебск, Беларусь, ⁴Москва, Россия

Yu. F. Pastukhov¹, D. F. Pastukhov¹, S. V. Chernov², S. V. Kalintsev¹, A. Yu.
Pastukhov³, A. K. Volosova⁴, K. A. Volosov⁴, N.K. Volosova⁴

¹ Polotsk, Belarus, ²⁻³ Vitebsk, Belarus, ⁴ Moscow, the Russian Federation

Аннотация. В приведенной заметке разработан и применен метод численного решения нахождения наилучшего приближения для обратной функции плотности бета распределения с параметрами $a=1$ $b=4$ на множестве кусочно-постоянных отображений на заранее предварительно заданном отрезке.

Abstract. In the above note, a numerical solution method has been developed and applied to find the best approximation for the inverse density function of the beta distribution with parameters $a=1$ $b=4$ on a set of piecewise constant maps on a predetermined interval.

Ключевые слова: краевые задачи, математическое программирование, статистические методы в анализе больших данных, численный анализ данных, теория математического моделирования, исследование операций, краевые задачи математической физики, дискретные задачи и математическая логика, картография, геологоразведка, поиск полезных ископаемых, математическая статистика, оптимальное управление и вариационное исчисление.

Keywords: statistical methods in big data analysis, mathematical modeling theory, boundary value problems of mathematical physics, discrete problems and mathematical logic, geological exploration, mineral prospecting, probability theory and mathematical statistics, optimal control and calculus of variations., volcanology, oceanography, geophysics.

1. Введение

В информационном сообщении применен ранее разработанный авторами способ нахождения наилучшего приближения обратной функции плотности бета распределения кусочно-постоянными функциями на отрезке.

Предлагаемый подход сделает очень точной передачу гигантских потоков графических данных со спутников, летательных аппаратов – самолетов, дронов.

Использование рассмотренного метода возможно для использования в методах сжатия и восстановления данных для методов дистанционного зондирования Земли, поиска полезных ископаемых, например, залежей нефти и газа (полезных ископаемых) или драгоценных металлов в трудно доступных районах. Для реализации этой весьма важной для народного хозяйства экономики понадобится привлечение спутников и авиации.

2. Квантование функции плотности бета распределения в метрике квадратичного отклонения.

Определение. Пусть задано натуральное $m \in N$. Функция $f_m : [a, b] \rightarrow R(a < b)$ называется m – кусочно-постоянной (или ступенчатой) на $[a, b]$, если $\exists x_1 < x_2 < \dots < x_{m-1}$, такие что:

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < \dots < x_{m-1} < b = x_m,$$

$$f_m(x) = y_i = \text{const} \quad \forall x \in (x_{i-1}, x_i), f_m(x_i) = y_i, f_m(x_{i+1}) = y_{i+1} \quad y_i \neq y_{i+1}, \quad \forall i = \overline{1, m-1}.$$

Целевая функция, описывающая результат отклонения

$$G(x_1, \dots, x_{m-1}, y_1, \dots, y_m) = \sum_{k=1}^m \int_{x_{k-1}}^{x_k} (f(x) - y_k)^2 dx \quad \text{определяется в метрике квадратичного}$$

отклонения квадратом разности ступенчатой функции $h_m: [a, b] \rightarrow R$ от функции плотности $f: [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$. Для критических точек $G(x_1, \dots, x_{m-1}, y_1, \dots, y_m)$ справедливо необходимое условие – задается системой:

$$\frac{\partial G(x_1, \dots, x_{m-1}, y_1, \dots, y_m)}{\partial x_i} \equiv G'_{x_i} = 0, i = \overline{1, m-1}, G'_{y_i} = 0, i = \overline{1, m},$$

или:

$$\begin{cases} f(B_i) = \frac{1}{2}(C_i + C_{i+1}), i = \overline{1, n-1} \\ \int_{B_{j-1}}^{B_j} f(x) dx = C_j(B_j - B_{j-1}), j = \overline{1, n} \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом, система (2) является $2n-1$ уравнениями и $2n-1$ неизвестными $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}, C_1, C_2, \dots, C_n$.

На рисунке 1 представлен пример нахождения уровней обратной функции плотности бета распределения с параметрами $a=1, b=4$:

$$y = f(x) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1} = \text{при } a=1, b=4, (B(1, 4) = \frac{\Gamma(1)\Gamma(4)}{\Gamma(1+4)} = \frac{1 \cdot 6}{24} = \frac{1}{4}) = 4(1-x)^3 \Rightarrow x = 1 - \left(\frac{y}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

В результате проведенных исследований вычислены уровни для $n = 20$ (это соответствует количеству ступеней $m = 10$):

```

Начало работы программы:
Время :   год:2024   мес:3   дней:20   час:21   мин:2   сек:9   .
Прогресс: 100.0000 % Осталось: сут: 0   час: 0   мин: 0   секунд: 0   .
Время :   год:2024   мес:3   дней:20   час:21   мин:2   сек:51   .
Оценка приближения к решению = 3.032576619854677E-003
Вывод уровней восстановления :
X( 1 ) = 3.147352364878819E-002
X( 2 ) = 5.991447067772171E-002
X( 3 ) = 8.954979407604569E-002
X( 4 ) = 0.119185117474370
X( 5 ) = 0.150209971125711
X( 6 ) = 0.181234824777052
X( 7 ) = 0.213912416659744
X( 8 ) = 0.246590008542437
X( 9 ) = 0.281274115490754
X(10 ) = 0.315958222439071
X(11 ) = 0.353159315145286
X(12 ) = 0.390360407851502
X(13 ) = 0.430866197146578
X(14 ) = 0.471371986441655
X(15 ) = 0.516512666327620
X(16 ) = 0.561653346213585
X(17 ) = 0.614050245025166
X(18 ) = 0.666447143836748
X(19 ) = 0.733159835127805
X(20 ) = 0.799872526418863
Расстояние-корень интеграла квадрата разности f_1(x) и 0-лем =
0.632455547833660
Ошибка(квадрат расстояния)-интеграл квадрата разности f(x) и ступенчатой функции
= 1.881296131141967E-003
Расстояние = 4.337391071994738E-002

```

Рис. 1.

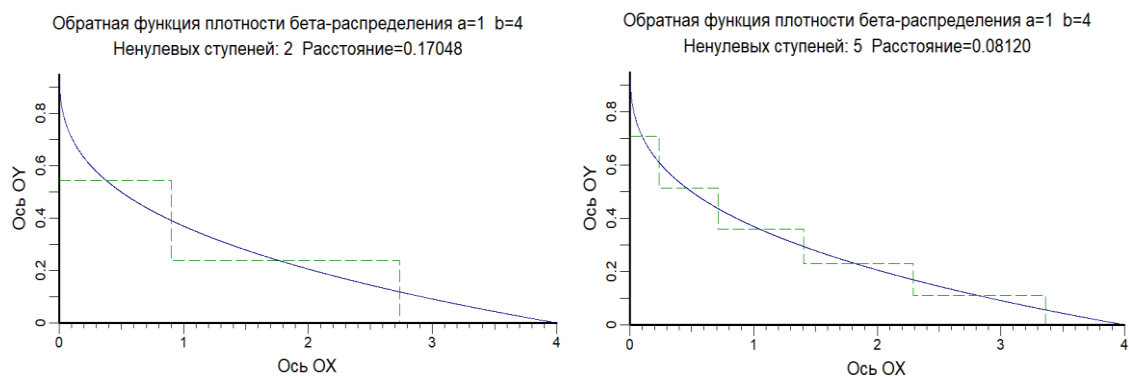


Рис. 2. Результат квантования: а) для $m = 2; 5$

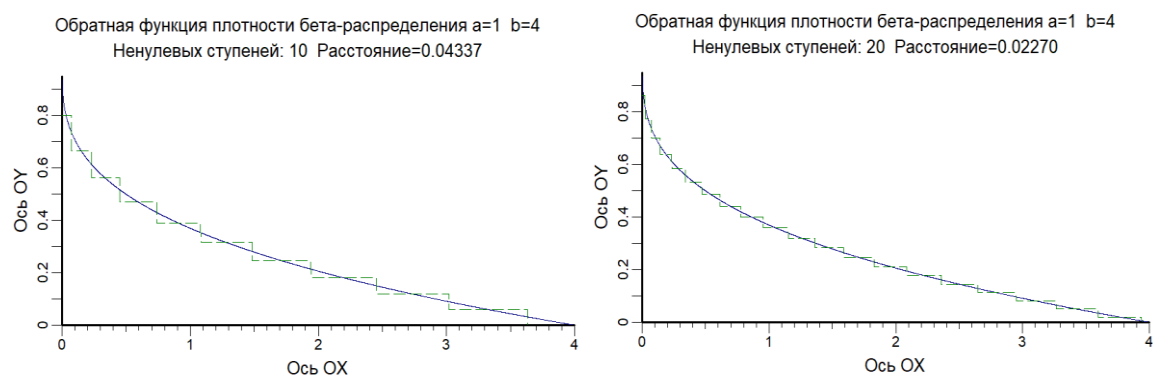


Рис. 3. Результат вычислений: для $m=10;20$