Для реакции отверждения температура смолы должна быть не менее 130°C. Очевидно, что общего времени обработки в 70 секунд достаточно для достоверного превышения этого порога.

**Заключение.** Результаты работы показывают, что СВЧ-нагрев для отверждения эпоксидной смолы целесообразен и возможен, позволит многократно ускорить процесс отверждения и снизить финансовые затраты. В дальнейшем предстоит усовершенствовать модель под реальные характеристики армированного стекловолокна и разработать удобные режимы СВЧ-обработки.

1. CST STUDIO SUITE Начало работы [Электронный документ] / Сайт компании Eurointech.ru Современные решения для производства электроники. – Люберцы, 2017 – Режим доступа http://www.eurointech.ru/store/CST_STUDIO_SUITE_Getting_Started_Rus.pdf. − Дата доступа: 18.09.2017

## ГЛОБАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ВЕРХНЕГО ОСОБОГО ПОКАЗАТЕЛЯ БОЛЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И НАБЛЮДАТЕЛЕМ

***Козлов А.А., Бурак А.Д.***

*УО «ПГУ», г. Новополоцк, Республика Беларусь*

Пусть $\mathrm{R}^n$ – векторное евклидово пространство размерности $n$ с нормой $\|x\| = \sqrt{x^T x}$ для всякого $x \in \mathrm{R}^n$ (символ $^T$ означает операцию транспонирования); $\mathrm{M}_{mn}$ – пространство вещественных $(m \times n)-$матриц со спектральной операторной нормой $\|A\| = \max\limits_{x \neq 0} \|Ax\| / \|x\|$, т.е. нормой, индуцируемой евклидовыми нормами в пространствах $\mathrm{R}^m$ и $\mathrm{R}^n$; $\mathrm{M}_n := \mathrm{M}_{nn}$.

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathrm{R}^n, \quad u \in \mathrm{R}^m, \quad t..0, \tag{1}$$

с наблюдателем

$$y = C^T(t)x, \quad y \in \mathrm{R}^n. \tag{2}$$

Будем считать, что матричные функции $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ и $C(\cdot)$ принадлежат классу локально интегрируемых по Лебегу и интегрально ограниченных [1, с. 252] матричных функций, т.е. таких, что при всяком $t \geq 0$ справедливы соотношения

$$\int_t^{t+1} \|A(\tau)\| d\tau < +\infty, \quad \int_t^{t+1} \|B(\tau)\| d\tau < +\infty, \quad \int_t^{t+1} \|C(\tau)\| d\tau < +\infty$$

Предполагается, что система (1) обладает свойством *равномерной полной управляемости*.

Определение 1 [2]. *Система* (1) *называется равномерно вполне управляемой, если существуют числа* $\sigma > 0$ *и* $\gamma > 0$ *такие, что для каждого* $t_0 \geq 0$ *и* $x_0 \in \mathrm{R}^n$ *найдется измеримое и ограниченное управление* $u : [t_0, t_0 + \sigma] \to \mathrm{R}^m$ *для всякого* $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, *удовлетворяющее неравенству* $\mathrm{P}u(t)\mathrm{P} \leq \gamma \mathrm{P} x_0 \mathrm{P}$ *и переводящее вектор начального состояния* $x(t_0) = x_0$ *системы* (1) *в нуль на этом отрезке времени.*

Будем также рассматривать систему (1) с наблюдателем (2) при $u \equiv 0$:

$$\dot{x} = A(t)x, \quad y = C^T(t)x, \quad x \in \mathrm{R}^n, \quad y \in \mathrm{R}^n, \quad t..0, \tag{3}$$

считая, что она обладает свойством равномерной полной наблюдаемости.

Определение 2 [3, с. 304]. *Система* (3) *называется равномерно вполне наблюдаемой, если существует число* $\sigma > 0$ *такое, что для всякого* $t_0 \geq 0$ *каждый вектор начального состояния* $x(t_0) = x_0 \in \square^n$ *может быть однозначно определен по наблюдению на отрезке времени* $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$.

Построим по системе (1), (2) и выходу $y$ новую систему

$$\dot{€} = A(t)€ + V(t)(y(t) - C^T(t)€) + B(t)u, \quad € \in \mathrm{R}^n, \tag{4}$$

где $€(t)$ – оценка состояния системы (1), (2). Система (4) называется системой асимптотической оценки состояния (*асимптотический идентификатор*). Возьмем управление $u$ в системе (4) в виде линейной обратной связи

$$u = U(t)€. \tag{5}$$

Переписав систему (1), (2), (4) с управлением (5), получим $(2n)$-мерную систему

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & B(t)U(t) \\ V(t)C^T(t) & A(t)+B(t)U(t)-V(t)C^T(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \hat{x} \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Пусть $\tilde{x} := x - \hat{x}$. Невырожденной заменой переменных

$$\begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ E & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \hat{x} \end{pmatrix}$$

систему (6) приведем к виду

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t)+B(t)U(t) & -B(t)U(t) \\ 0 & A(t)-V(t)C^T(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \tilde{x} \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Определение 3 [4]. *Верхним особым показателем Боля* $\Omega^0$ *однородной системы*

$$\dot{x} = A(t)x, \quad t \geqslant 0 \qquad (8)$$

*называется число*

$$\Omega^0(A) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \sup_{k\in\mathbb{N}} \ln \| X((k+1)T,\ kT) \|,$$

*где* $X(t,\ s),\ t, s \geqslant 0$ *– матрица Коши системы* (8).

Определение 4 [5, с. 99]. *Система* (1), (2) *называется равномерно стабилизируемой динамической обратной связью по выходу, если для всякого* $\alpha > 0$ *найдутся измеримые и ограниченные на положительной полуоси управления* $U(\cdot)$ *и* $V(\cdot)$ *такие, что для верхнего особого* (*генерального*) *показателя Боля системы* (7) *выполняется соотношение*

$$\Omega^0_{U,V} < -\alpha. \qquad (9)$$

На основании метода, предложенного В. Зайцевым [6], в данной работе решена задача построения для системы (7) таких измеримых и ограниченных на положительной полуоси управляющих воздействий $U(\cdot)$ и $V(\cdot)$, которые бы обеспечивали для этой системы произвольное наперед заданное значение верхнего особого показателя Боля.

Таким образом, основным результатом данной работы является

**Теорема 1.** *Пусть* $n=3,\ m=\{1,2,3\}$. *Если система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, система* (3) *с такими же коэффициентами равномерно вполне наблюдаема, то верхний особый* (*генеральный*) *показатель Боля системы* (7) *глобально управляем, т.е для произвольного* $\alpha \in \mathbb{R}$ *существуют измеримые и ограниченные на положительной полуоси управления* $U(\cdot)$ *и* $V(\cdot)$ *такие, что для верхнего особого показателя Боля системы* (7) *с этими управлениями справедливо равенство* $\Omega^0_{U,V} = \alpha$.

Из теоремы 1 и определения 4 вытекает

**Следствие 1.** *Пусть* $n=3,\ m=\{1,2,3\}$. *Если линейная управляемая система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, система с набюдателем* (3) *с такими же коэффициентами равномерно вполне наблюдаема, то система* (1), (2) *равномерно стабилизируема динамической обратной связью по выходу.*

*Представленная работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (Ф16М-006).*

1. Былов, Б.Ф., Виноград, Р.Э., Гробман, Д.М., Немыцкий, В.В. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. – М., 1966.
2. Тонков, Е. Л. Критерий равномерной управляемости и стабилизации линейной реккурентной системы / Е.Л. Тонков // Дифференц. Уравнения, 1979. – Т. 15. – №10. – С. 1804–1813.
3. Красовский, Н. Н. Теория управления движением. М., 1968.
4. Bohl P. Über Differentialgleichungen / P. Bohl // J. Reine und angew. Math. — 1913. – Bd. 144. – S. 284–318.
5. Зайцев, В.А. К теории стабилизации управляемых систем: дис. … докт. физ.-мат. наук: 01.01.02 / В.А. Зайцев. – Ижевск, 2015. – 293 л.
6. Зайцев, В. А. Ляпуновская приводимость и стабилизация нестационарных систем с наблюдателем / В.А. Зайцев // Дифференц. Уравнения, 2010. – Т. 46, №3. – С. 432–442.
7.